

REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE
MINISTERE DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR ET DE LA RECHERCHE
SCIENTIFIQUE
UNIVERSITE AKLI MOHAND OULHADJ de Bouira



Faculté des Sciences et des Sciences Appliquées

Département de Physique

Mémoire de fin d'études

Présenté par :

BOUZEGHRANE Nassima

En vue de l'obtention du diplôme de **Master** en :

Filière : Sciences de la matière

Option : Physique Théorique

Thème :

Etude de l'onde acoustique ionique dans un plasma: Approche faiblement non linéaire

Devant le jury composé de :

B. ZAHAM	MCB	UAMOB	Président
R. AMOUR	MCA	U.S.T.H.B	Encadreur
A. MERRICHE	MAA	UAMOB	Co-Encadreur
S. BENAICHE	MAA	UAMOB	Examineur
S. BOUKHALFA	MAA	UAMOB	Examineur

Année Universitaire 2018/2019

Remerciements

Ce présent travail de fin d'étude a été réalisé au sein du Département de Physique de l'Université de Bouira en collaboration avec le Laboratoire de Physique Théorique, de la Faculté de Physique de l'USTHB.

Je remercie tout d'abord **Dieu** le tout puissant qui m'a éclairé le bon chemin.

Je remercie vivement mes encadreurs le **Docteur R. AMOUR** de l'USTHB et le **Docteur A. MERRICHE** de notre Université, avec lesquels j'ai pris grand plaisir à travailler, dans la rigueur et la bonne humeur.

Je tiens également à remercier le **Docteur B. ZAHAM**, qui nous a honoré en acceptant de présider mon jury de soutenance.

Je ne peux qu'associer mes remerciements à Messieurs **S. BOUKHALFA** et **S. BENAIICHE** pour l'intérêt qu'ils ont manifesté et porté à ce travail en acceptant de prendre part au jury du présent mémoire.

Mes vifs remerciements vont également à tous mes camarades de la promotion et mes amis pour leur amitié et disponibilité.

Enfin, je tiens à exprimer ma profonde reconnaissance à mes **parents**, mes frères et mes sœurs pour leur soutien sans répit. Sans leurs encouragements, je ne serais pas arrivée à ce stade de mes études.

Table des matières

Introduction	4
1 Généralités sur les plasmas	7
1.1 Introduction	7
1.2 Échelles caractéristiques d'un plasma	8
1.2.1 Quasi-neutralité	8
1.2.2 Fréquence plasma	8
1.2.3 Vitesse acoustique ionique	8
1.2.4 Longueur de Debye	9
1.2.5 Température des espèces du plasma	10
1.3 Sources et applications des plasmas	11
1.4 Description mathématique d'un plasma	11
1.4.1 Éléments de la théorie fluide	11
1.5 Oscillations non linéaires dans les plasmas	13
1.5.1 Solitons	13
1.5.2 Equation de Korteweg de Vries	14
1.6 Statistique non extensive de Tsallis	15
1.6.1 Principe de maximisation de l'entropie	16
1.6.2 Fonction de distribution non extensive des vitesses	18
1.6.3 Systèmes dotés d'interactions de longue portée	19
2 Onde acoustique ionique associée à un plasma contenant des électrons et des ions	21
2.1 Cas d'un plasma en équilibre thermodynamique	21
2.1.1 Introduction	21
2.1.2 Formulation mathématique du modèle	22

2.1.3	Approche faiblement non linéaire	24
2.2	Extension du modèle au cas d'un plasma contenant des électrons non thermiques	28
2.2.1	Position du problème	28
2.2.2	Equations de base et électrons non thermiques	29
2.2.3	Etablissement de l'équation de KdV	30
2.2.4	Résultats numériques et discussion	34
3	Ondes acoustiques ioniques dans un plasma non extensif	37
3.1	Cas d'un plasma contenant des électrons non extensifs	37
3.1.1	Introduction	37
3.1.2	Description mathématique des électrons non extensifs	38
3.1.3	Mode acoustique ionique de faible amplitude	39
3.1.4	Résultats numériques et discussion	43
3.2	Extension du modèle au cas d'un plasma contenant des électrons non thermiques non extensif	46
3.2.1	Présentation physique du problème	46
3.2.2	Approche non extensive de Cairns	46
3.2.3	Etablissement de l'équation KdV	50
3.2.4	Discussion des résultats numériques obtenus	53
	Conclusion générale	58
	Bibliographie	64

Introduction

L'étude des plasmas est motivée par le fait que ces derniers soient présents dans la majeure partie de la matière visible de notre univers (99% environ) [2]. Ils forment le cœur de toutes les étoiles qui brillent (telles que le soleil), les atmosphères, les nébuleuses et remplissent l'espace interstellaire. Notre planète est elle-même entourée d'un plasma à une distance comprise entre 90 et 500 *km* de sa surface. Cette couche rend possible les communications radio et est responsable de l'apparition des aurores boréales. Dans le voisinage immédiat de notre planète, les ceintures de Van Allen, le vent solaire... etc. constituent autant d'autres exemples de l'état plasma. Dans notre vie quotidienne, les plasmas ont de nombreuses applications (microélectronique, écrans plats de nos téléviseurs...) dont la plus courante est certainement le tube à néon. Par définition, un plasma est un gaz quasi neutre composé de particules chargées (électrons et ions) et de particules neutres qui exhibent un comportement collectif. Ce dernier (c-à-d. le comportement collectif) est le résultat de la production de perturbation locale sous la forme d'un excès de charges électriques positives ou négatives, ce qui conduit à une réponse collective qui tend à rétablir ce déséquilibre. Il faut bien noter que la définition d'un plasma telle qu'énoncée haut peut s'avérer, à bien des égards, incomplète et restrictive. En effet, un plasma réel contient toujours des impuretés chargées communément appelées poussières. En réalité, la présence de ces extra particules, dont les dimensions sont de l'ordre du micron, rend la nature du système plasma beaucoup plus complexe et beaucoup plus difficile à cerner. Par souci de simplicité, nous allons considérer, dans notre étude, un plasma ordinaire, dépourvu de grain de poussière, contenant des électrons et des ions.

La physique des plasmas est un domaine très vaste qui inclut plusieurs branches telles que l'électricité, le magnétisme, la thermodynamique, la physique statistique, etc. Grâce à cette diversité, la recherche scientifique dans le domaine plasma connaît une activité intense et importante [3]-[6]. Parmi les axes de recherche dans ce domaine, la dynamique non linéaires des ondes acoustiques solitaires [6]. L'étude des ces dernières a connu un grand début suite

à la découverte des différents modes acoustiques tels le mode acoustique ionique et le mode acoustique poussiéreux (un nouveau mode électrostatique dont l'existence a été prédite théoriquement par Rao et *al.* [7]). En régime non linéaire ou faiblement non linéaire, de nombreux auteurs ont montré que ces ondes peuvent apparaître sous forme de structures localisées solitaires associées à des potentiels électrostatiques positifs ou négatifs : le premier mode électrostatique est l'onde acoustique ionique, et le second est l'onde de Langmuir.

Le présent mémoire de Master s'inscrit dans le contexte général de la modélisation des plasmas à deux composantes. On se propose, en premier lieu, d'analyser l'existence et la formation de certaines structures cohérentes (solitons) associées à un plasma et, en deuxième lieu, de voir dans quelle mesure et à quel degré la présence des particules (particulièrement des électrons) énergétiques et non extensives peuvent-elles les affecter. Ces structures non linéaires, solutions du système d'équations Vlasov-Poisson, représentent les états saturés d'un plasma, non collisionnel et loin de son équilibre thermodynamique. L'accent sera alors mis sur les propriétés non linéaires de l'onde acoustique ionique associée à deux modèles de plasma. Le premier modèle, dit Maxwellien, ne considère que des particules en équilibre thermodynamique alors que le second, extension du premier, prend en compte la présence des populations (des fractions) hors équilibres thermodynamique, à savoir, les électrons non thermiques et non extensifs. Nous verrons alors que la présence de ces électrons hors équilibre thermodynamique, de concert avec la force électrostatique, peut affecter de manière significative la dynamique des oscillations acoustiques non linéaires associées au mouvement des ions. Pour ce faire, nous avons utilisé les équations de base du modèle fluide, fait appel à la théorie cinétique des plasmas et adopté des approches analytiques et numériques, en particulier, la méthode des perturbations réductives (cas faiblement non linéaire). Le manuscrit est divisé en trois chapitres.

Dans le premier chapitre, nous définirons les concepts de base d'un plasma et introduirons les équations de base du modèle fluide standard que nous aurons à utiliser dans les différentes parties de ce mémoire. Ensuite nous introduisons les oscillations non linéaires associées aux plasmas à deux composantes, à savoir, la définition de la notion du soliton et la description de l'équation différentielle non linéaire de Korteweg-de Vries (K-dV) habituelle. Nous terminerons ce chapitre en donnant un aperçu sur la statistique non extensive.

Dans la première partie du deuxième chapitre, nous aborderons l'onde acoustique ionique associée à un plasma à deux composantes en équilibre thermodynamique. Il s'agira particulièrement de déterminer, en guise de rappel, l'équation de type K-dV, décrivant la dynamique de l'onde acoustique ionique, propre à un plasma contenant des électrons max-

welliens et des ions fluides. Cette étude sera étendue, dans la deuxième partie de ce chapitre, au cas d'un plasma hors équilibre thermodynamique. En particulier, nous allons analyser l'effet de la non thermalité des électrons sur le mode acoustique ionique propre à un plasma composé d'ions fluides et d'électrons non thermiques.

Dans le dernier chapitre de ce mémoire, nous allons aborder la partie principale de notre sujet en présentant une étude sur le mode acoustique ionique propre à un plasma non extensif. Il s'agira, en faite, d'étendre l'analyse du deuxième chapitre au cas d'un plasma contenant des électrons non extensifs. Nous allons alors analyser l'effet de la non extensivité sur l'onde acoustique ionique associée à un plasma composé d'ions fluide et d'électrons non extensifs. En guise de complément, ce chapitre se terminé par une extension de l'étude du mode acoustique ionique au cas d'un plasma contenant des électrons non thermiques non extensifs. Le but est de voir comment la non thermalité et la non extensivité peuvent agir simultanément sur les propriétés de l'onde acoustique ionique solitaire. Pour ce faire, nous allons établir tout d'abord l'équation de type K-dV propre à ce modèle de plasma puis tracer sa solution. Nous verrons que la non extensivité affecte sensiblement les caractéristiques intrinsèques du soliton acoustique ionique.

Nous terminerons notre manuscrit par une conclusion générale et une présentation de quelques perspectives.

1

Généralités sur les plasmas

1.1 Introduction

C'est en 1928 que les physiciens Langmuir et Tonks ont introduit, pour la première fois ; le terme plasma pour désigner un gaz ionisé contenu dans un tube à décharge. Par la suite, ce mot a été utilisé, surtout en astrophysique, pour désigner un état dilué de la matière, analogue à un gaz, mais constitué de particules chargées, électrons et ions positifs, et des neutres en proportions telles que le milieu soit globalement neutre. L'état plasma de la matière est très répandu dans la nature et il est usuel de dire qu'il forme l'essentiel de l'univers visible. Dans la nature, le plasma constitue le quatrième état de la matière et fait suite, dans l'ordre croissant des températures, aux états solide, liquide et gazeux. Ces quatre phases sont caractéristiques de la nature des liaisons assurant la cohésion des éléments de la matière. La phase plasma correspond, à l'équilibre thermodynamique, à l'ionisation totale d'un gaz par collision entre les particules neutres. Cette situation ne peut être atteinte, dans ces conditions, qu'à très haute température (supérieur à 50000 °K) afin que l'énergie d'agitation thermique soit du même ordre que le seuil d'ionisation des neutres. L'appellation plasma devrait être réservée aux gaz complètement ionisés et globalement neutres, les particules chargées (ions, électrons) en interaction générant des champs locaux de charge d'espace. Les plasmas sont classés, selon les valeurs relatives de la densité et de la température, en plusieurs types. Nous citons à titre d'exemple les plasmas relativistes, les plasmas cinétiques classiques, les plasmas denses à fortes corrélations, les plasmas quantiques et les plasmas faiblement ionisés.

1.2 Échelles caractéristiques d'un plasma

1.2.1 Quasi-neutralité

Un plasma est un milieu composé de particules chargées positives et négatives et de particules neutres, c'est pourquoi le plasma, à l'échelle macroscopique, reste globalement neutre électriquement ($\sum Q_i = 0$). Lorsque nous appliquons une perturbation locale, sous forme d'un excès de charges électriques, le développement des champs de charge génèrent un comportement collectif, pour retourner à l'équilibre de neutralité macroscopique. Ces charges oscillent autour d'une position d'équilibre moyenne avec une fréquence bien déterminée.

1.2.2 Fréquence plasma

La fréquence d'un plasma représente l'échelle de temps, la plus fondamentale en physique des plasmas. Clairement, il y a une fréquence de plasma, différente pour chaque espèce. Cependant, la fréquence relativement rapide des électrons fait qu'elle soit la plus importante en physique des plasmas et souvent on y fait référence en citant fréquence de plasma [9]. Supposons qu'un groupe d'électrons soient déplacés de leurs positions d'équilibre. Ils laisseront un groupe d'ions de charge positive, qui tireront les électrons en arrière. En l'absence de collisions, les électrons ainsi accélérés ne pourront s'arrêter à leur position d'équilibre, continuant leur mouvement au delà de ce point, engendrant ainsi un nouvel écart à l'équilibre électrique des charges et donc un champ électrique de sens opposé au champ initial. Ce mouvement est tellement rapide que les ions ne peuvent pas se déplacer à une telle échelle de temps caractéristique. Ainsi, ils peuvent être considérés comme étant fixes. Cette fréquence d'oscillation est appelée la fréquence plasma électronique et elle est donnée par

$$\omega_{pe} = \sqrt{\frac{n_{e0}e^2}{4\pi m_e}} \quad (1.1)$$

Par analogie, la fréquence plasma ionique peut être exprimée comme suit

$$\omega_{pi} = \sqrt{\frac{n_{i0}e^2}{4\pi m_i}} \quad (1.2)$$

1.2.3 Vitesse acoustique ionique

Lorsque les ions sont déplacés de leurs positions d'équilibre, les électrons, étant plus mobiles, peuvent se déplacer avec eux pour faire toujours un écran. Cependant, l'écrantage

n'est pas parfait parce que les électrons ont des mouvements thermiques aléatoires et les ions ont une fréquence beaucoup plus petite, donc permettent à un petit champ électrique de s'échapper hors du nuage. Ces ondes acoustiques ioniques se propagent à la vitesse[[9], [10]]

$$C_s = \sqrt{\frac{k_B T_e}{m_i}} \quad (1.3)$$

Remarquons que C_s dépend de T_e et non pas de T_i , comme pour l'air. Ceci vient du fait que la déviation à l'écrantage parfait de Debye dépend de T_e . Réellement, il y a une petite correction que nous avons négligé, du fait que $T_i \ll T_e$ dans les plasmas partiellement ionisés. Notons enfin que le rapport T_e/m_i permet d'avoir des ondes ioniques même lorsque les ions sont froids.

1.2.4 Longueur de Debye

Dans un plasma, la plus petite distance au delà de laquelle le champ électrique produit par une charge électrique est écranté de façon significative s'appelle longueur de Debye, notée λ_D . Cette distance peut être déduite de l'équation de Poisson autour d'une charge en prenant une distribution de Maxwell-Boltzmann pour les électrons et les ions qui entourent la particule test. Pour un plasma de densité n_0 et de température T_e , cette distance vaut

$$\lambda_D = \sqrt{\frac{\varepsilon_0 k_B T_e}{n_0 e^2}} \quad (1.4)$$

où k_B représente la constante de Boltzmann. Par conséquent, si L est une grandeur caractéristique de la dimension du plasma, celle-ci devra satisfaire la condition triviale suivante

$$\lambda_D \ll L \quad (1.5)$$

Le nombre de particules chargées N_D que comporte une sphère de Debye

$$N_D = n_0 \frac{4}{3} \pi \lambda_D^3 \gg 1 \quad (1.6)$$

devra alors être très grand pour que le caractère collectif des particules du plasma soit important. Le second critère auquel doit satisfaire un gaz à l'état plasma a trait aux collisions des particules chargées avec les particules neutres : les effets dus à l'interaction électromagnétique doivent prédominer devant ceux dus aux collisions binaires entre particules chargées et neutres. En d'autres termes, cela veut dire que le mouvement d'une particule chargée

dans un plasma est déterminé, particulièrement, par la présence d'une charge d'espace. Par conséquent, la fréquence caractéristique des oscillations plasma ν et le temps de vol d'une particule chargée entre deux collisions avec les particules neutres τ , doivent vérifier la condition suivante

$$\nu\tau > 1 \tag{1.7}$$

1.2.5 Température des espèces du plasma

Un plasma, du fait qu'il contient des espèces ionisés, contient aussi des électrons libres (par neutralité globale du plasma). Les électrons ont une masse 2000 fois plus faible que les ions (le rapport de masse entre les ions et les électrons vaut exactement 1836), ils ont donc moins d'inertie et, par conséquent, sont plus réactifs. Il est donc plus facile de donner de l'énergie aux électrons qu'aux espèces plus lourdes, à savoir, les ions. En effet, les plasmas peuvent être scindés en deux catégories :

Plasmas froids

Appelés aussi plasmas non thermiques, sont des plasmas dont les ions et les neutres restent à des températures inférieures à celles des électrons ($T_i \leq T_e$). Les électrons sont à des températures élevées acquisant assez d'énergie pour effectuer des réactions (applications au traitement de surface, à l'élaboration des matériaux nouveaux, à la dépollution, à la génération d'ozone, à la chimie assistée par plasma, ...). Les plasmas froids peuvent être étudiés en laboratoire. Les scientifiques ont alors construit un savoir-faire expérimental, actuellement largement appliqué dans les industries (gravure, dépôts PVD/CVD...).

Plasmas chauds

Ces plasmas correspondent à des températures supérieures à 10^6 K (l'objectif étant de produire de l'énergie électrique à partir de la fusion contrôlée) et dans lesquels les ions sont également énergétiques (réactifs) pour influencer le comportement du plasma. La création des plasmas chauds demande plus d'énergie, et donc les installations qui les produisent sont moins nombreuses (car plus coûteuses) et donc moins accessibles. Le savoir-faire qui s'est développé est essentiellement théorique, donc plus fondamental.

1.3 Sources et applications des plasmas

Les plasmas sont extrêmement répandus dans l'univers. Selon les astrophysiciens, ils représentent 99% de la matière visible [11]. Ils constituent les étoiles, les nébuleuses gazeuses, les quasars, les aurores boréales, les éclairs, l'ionosphère et le vent solaire. Sur Terre, les éclairs et les aurores polaires sont les manifestations les plus visibles. Les plasmas naturels aussi bien que les plasmas artificiels couvrent un extrêmement large éventail de paramètres comme la température, la densité des particules et la force du champ magnétique. Le tableau suivant montre certains paramètres de quelques types de plasma [12] :

Type de plasma	$n(m^{-3})$	$T(K)$	$\omega_{pe}(s^{-1})$	$\lambda_D(m)$
Décharge luminescente	10^{19}	3.10^3	2.10^{11}	10^{-6}
Chromosphère	10^{18}	6.10^3	6.10^{10}	5.10^{-6}
Milieu interstellaire	2.10^4	10^4	10^4	50
Fusion magnétique	10^{20}	10^8	10^8	7.10^{-5}

Table 1 : Paramètres de quelques types de plasma

Les plasmas naturels sont créés par les hautes températures du milieu (coeurs des étoiles) et par le rayonnement (matière interstellaire, enveloppes atmosphériques), constituant ainsi des sources d'énergie nécessaires à l'ionisation des particules [11]. Dans la haute atmosphère, le plasma ionosphérique est responsable de la réflexion des ondes radio. Cependant, il passe presque inaperçu dans notre environnement terrestre, étant donné que les conditions de sa formation sont très éloignées des conditions nécessaires aux besoins de notre vie. La particularité des propriétés du milieu plasma a éveillé la curiosité des scientifiques qui en ont reproduit artificiellement, soit comme objets d'études, soit en vue d'applications

Compte tenu de leur grande versatilité, les plasmas sont actuellement largement utilisés dans diverses applications industrielles : les décharges (lampes, écrans, torche de découpe, production de rayon X), traitement de dépôt, gravure, dopage par implantation ionique, la fusion nucléaire, ... etc.

1.4 Description mathématique d'un plasma

1.4.1 Éléments de la théorie fluide

Il existe une théorie dite "théorie fluide" qui traite le plasma comme un fluide se mouvant avec une vitesse u . La masse totale et la quantité de mouvement d'un volume V de plasma

de densité ρ sont données par

$$M = \int_V \rho dV \quad (1.8)$$

$$\mathbf{P} = \int_V \rho \mathbf{u} dV$$

Les équations de base du modèle fluide se déduisent alors des lois de conservation de la masse et de l'impulsion

$$\frac{dM}{dt} = \frac{d}{dt} \int_V \rho dV \quad (1.9)$$

$$\frac{d\mathbf{P}}{dt} = \frac{d}{dt} \int_V \rho \mathbf{u} dV = \mathbf{F} \quad (1.10)$$

$\mathbf{F}$ représente l'ensemble des forces externes (pesanteur, pression, forces électriques) qui s'exercent sur l'élément de volume V . L'application du théorème de la divergence et de celui du gradient permet d'obtenir les deux équations fluides suivantes

$$\frac{\partial n_\alpha}{\partial t} + \nabla \cdot (n_\alpha \mathbf{u}) = 0 \quad (1.11)$$

$$\frac{\partial \mathbf{u}_\alpha}{\partial t} + (\mathbf{u}_\alpha \cdot \nabla) \mathbf{u}_\alpha = \frac{q_\alpha}{m_\alpha} (\mathbf{E} + \mathbf{u}_\alpha \times \mathbf{B}) - \frac{\nabla p}{m_\alpha n_\alpha} + \mathbf{g} \quad (1.12)$$

$\alpha = i, e$ dénote l'espèce de particules considéré et $\mathbf{E}$, $\mathbf{B}$, $\mathbf{g}$ et p représentent respectivement le champ électrique, le champ magnétique, l'accélération de la pesanteur et la pression. La première équation, dite équation de continuité pour un fluide, représente la conservation de la masse. La seconde, dite équation de mouvement, rend compte de l'ensemble des forces externes auxquelles est assujetties le fluide. Dans le but d'avoir autant d'équations que d'inconnues, nous complétons le système précédent à l'aide de trois équations supplémentaires : une équation d'état qui relie pression et densité

$$\frac{d(p_\alpha n_\alpha^{-\gamma})}{dt} = 0 \quad (1.13)$$

et deux équations de Maxwell

$$\nabla \times \mathbf{E} = - \frac{d\mathbf{B}}{dt} \quad (1.14)$$

$$\nabla \times \mathbf{B} = \mu_0 \mathbf{j} + \frac{1}{c^2} \frac{d\mathbf{E}}{dt} \quad (1.15)$$

qui relie $\mathbf{E}$ et $\mathbf{B}$. Les deux autres équations de Maxwell

$$\nabla \cdot \mathbf{E} = \frac{\rho}{\varepsilon_0} \quad (1.16)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{B} = 0 \quad (1.17)$$

où ρ représente maintenant la densité de charge électrique, n'apportent pas d'informations supplémentaires et peuvent être considérées comme conditions initiales des deux premières.

1.5 Oscillations non linéaires dans les plasmas

L'étude des oscillations non linéaires en physique des plasmas revêt un aspect important car elle nous permet de comprendre la nature de l'interaction non linéaire entre les différents champs, propres et/ou appliqués, et les constituants du plasma. Dans la nature, les plasmas astrophysiques et la magnétosphère terrestre englobent une grande variété de phénomènes d'ondes non linéaires. Ces différentes structures d'ondes non linéaires mises en évidence grâce à des observations satellitaires sont les solitons, les doubles-couches, les ondes de choc, les tourbillons (vortex), etc.

1.5.1 Solitons

Les solitons représentent l'aspect le plus important des phénomènes non linéaires dans la recherche de la physique des plasmas. Par définition, les solitons sont des ondes solitaires, spatialement localisées, dont les propriétés de stabilité sont spectaculaires. Ces structures cohérentes sont une manifestation naturelle découlant de la concurrence entre la non linéarité, la dissipation et la dispersion. Autrement défini, les solitons sont des ondes, structures cohérentes, capables de se déplacer sur de très grandes distances sans se déformer, en conservant leurs formes initiales et leurs vitesses. C'est l'ingénieur écossais John Scott-Russell qui, en 1834, a observé pour la première fois les solitons. Il remarqua qu'une barge, en s'arrêtant soudainement produisait une vague fascinante qui continuait à se propager en aval du canal, sans déformation de sa forme, ni de sa vitesse. Plusieurs expériences ont été réalisées par la suite (exemple expérience de Henry Bazin en 1863 sur des solitons plus contrôlés). A cette époque, les théories fondées sur des approches linéarisées montraient que le soliton ne pouvait pas exister. La première interprétation mathématique et théorique a été faite par D.J Korteweg et G. de Vries [13], en 1895, en proposant une équation connue depuis sous le nom d'équation de Korteweg de Vries (KdV). L'étude de cette dernière a permis de comprendre les idées fondamentales de la notion de soliton. En 1965, Gardner et Morikawa [14] ont redécouvert que l'équation de KdV est également valable pour l'étude des ondes magnétohydrodynamiques non linéaires se propageant perpendiculairement à un champ magnétique externe. Depuis, les ondes acoustiques solitaires non linéaires ont été intensément étudiées dans le domaine de la physique des plasmas. Notons aussi, que la présence, dans un plasma, des impurités, en l'occurrence des grains de poussière, peut modifier et altérer les modes habituels de ce dernier et donner naissance à deux nouveaux modes : le mode acoustique ionique poussiéreux (DIA) et le mode acoustique poussiéreux (DA).

1.5.2 Equation de Korteweg de Vries

La non linéarité et la dispersion sont les propriétés caractéristiques les plus importantes d'un plasma. C'est pourquoi, nous allons introduire et discuter une équation différentielle partielle (EDP) non linéaire classique, connue sous le nom d'équation de Korteweg- de Vries (KdV). Celle-ci apparaît dans une variété de situations physiques et est donnée par [15]

$$\frac{\partial U}{\partial \tau} + aU \frac{\partial U}{\partial \xi} + b \frac{\partial^3 U}{\partial \xi^3} = 0 \quad (1.18)$$

où ξ et τ sont des variables indépendantes, a et b des constantes réelles non nulles et U une grandeur caractéristique du plasma (densité, potentiel, vitesse fluide...etc). L'équation (1.18) est à la fois non linéaire et dispersive, le terme convectif $U\partial U/\partial \xi$ traduit la non linéarité tandis que $\partial^3 U/\partial \xi^3$ reflète la dispersion. Historiquement, l'équation (1.18) fut établie par Korteweg et de Vries en relation avec un problème d'ondes de surface dans un canal d'eau à profondeur finie. Plus tard, Gardner et Morikawa [14] établirent une équation analogue à partir d'un modèle hydro-magnétique de plasma froid pour décrire le comportement de perturbations se propageant perpendiculairement à un champ magnétique avec une vitesse proche de celle d'Alfven. D'autres auteurs montrèrent que l'équation (1.18) pouvait aussi bien décrire la propagation unidimensionnelle d'ondes acoustiques dans les cristaux que fournir une description faiblement non linéaire de perturbations sonores se propageant à une vitesse voisine de celle du son [16]. Et c'est à partir de là et dans un effort de généralisation que Su et Gardner [17] montrèrent que l'équation (1.18) pouvait s'appliquer à une large classe de systèmes dispersifs et faiblement non linéaires à l'instar de l'équation de Burgers dans les milieux dissipatifs et faiblement non linéaires. L'équation (1.18) peut être réécrite sous la forme généralement rencontrée dans la littérature

$$\frac{\partial U}{\partial \tau} + U \frac{\partial U}{\partial \xi} + \frac{\partial^3 U}{\partial \xi^3} = 0 \quad (1.19)$$

moyennant les changements de variables $\xi \rightarrow \xi b^{1/3}$ et $U \rightarrow U/ab^{-1/3}$. Notons que pour des ondes acoustiques ioniques se propageant avec une vitesse proche de celle du son, le terme $U\partial U/\partial \xi$ de l'équation (1.19) provient du terme convectif non linéaire $(\mathbf{v}_i \cdot \nabla) v_i$ de l'équation de mouvement des ions. Remarquons que si on néglige le terme dispersif $\partial^3 U/\partial \xi^3$, l'équation (1.19) se réduit à $\frac{\partial U}{\partial \tau} + U \frac{\partial U}{\partial \xi} = 0$ et admettra comme solution

$$U(\xi, \tau) = U(\xi - U(\xi, \tau), 0) \quad (1.20)$$

Celle-ci indique que toute perturbation initiale se déformera de manière continue dans les régions où $\partial U(\xi, 0)/\partial \xi < 0$ et éventuellement deviendra physiquement inacceptable. En

réalité, le terme dispersif de l'équation (1.19) limite et prévient cette déformation illimitée. Avant d'aller plus loin, il est important de discuter les solutions solitaires de l'équation (1.19). A ce propos, moyennant le changement de variable $\chi = \xi - c\tau$ où c est une constante, l'équation (1.19) peut être deux fois intégrée pour obtenir.

$$\left[\frac{dU(\chi)}{d\chi} \right]^2 = \frac{1}{3} U^2(\chi) [3c - U(\chi)] \quad (1.21)$$

où les conditions aux limites $U(\chi) \rightarrow 0$, $dU(\chi)/d\chi \rightarrow 0$ et $d^2U(\chi)/d\chi^2 \rightarrow 0$ lorsque $|\chi| \rightarrow 0$ ont été utilisées. L'équation (1.21) peut alors être intégrée pour donner

$$U(\xi - c\tau) = 3c \operatorname{Sech}^2 \left[\sqrt{c/2}(\xi - c\tau) \right] \quad (1.22)$$

Dans l'équation (1.22), la hauteur (amplitude), la largeur et la vitesse du pulse sont proportionnelles à c , $c^{-1/2}$ et c respectivement. De nombreuses études numériques [18], [19] de l'équation (1.19) indiquent que les solutions en ondes solitaires (soliton) données par (1.22) jouent un rôle intrinsèque dans l'évolution temporelle du système pour une variété de conditions initiales. Pour des données initiales localisées, un nombre fini de solitons émergent avec différentes hauteurs $3c_1$, $3c_2$, etc., chaque soliton se propageant vers la droite. Ces solitons interagissent en préservant leurs identités. Lorsque $\tau \rightarrow \infty$, les solitons se réarrangent dans l'ordre des hauteurs croissantes (le plus grand soliton se trouvant alors à l'extrême droite). L'investigation expérimentale des propriétés de la solution en onde solitaire de l'équation (1.19) a été réalisée par Ikezi et al. [20], [21]. Ils ont alors rapporté l'existence d'un désaccord entre l'observation expérimentale et la description théorique basée sur une image simplifiée du soliton de Korteweg de Vries. Plus tard, certains auteurs ont tenté de réduire cet écart en prospectant l'effet d'une température ionique finie et l'effet des grandes amplitudes [22].

1.6 Statistique non extensive de Tsallis

Au cours des dernières années, une grande attention a été prêtée à la mécanique statistique non extensive basée sur les déviations de la mesure entropique de Boltzmann-Gibbs-Shannon (BGS). Une généralisation non extensive appropriée de l'entropie BGS pour l'équilibre statistique a été d'abord reconnue par Renyi [23] et proposée bien plus tard par Tsallis [24]. Elle prolonge convenablement l'additivité standard des entropies au cas non linéaire et non extensif où un paramètre particulier, l'indice entropique q , caractérise le degré de non extensivité du système considéré ($q = 1$ correspond à la statistique extensive standard BGS). Cette entropie non additive a été utilisée avec succès dans un large éventail de phénomènes caractérisés par la non extensivité [25]-[30].

1.6.1 Principe de maximisation de l'entropie

L'entropie est une fonction d'état qui sert à mesurer le degré de désordre d'un système. Cette fonction permet de définir le sens d'évolution d'un système. Traditionnellement, les systèmes en équilibre statistique ont été étudiés sur la base de l'entropie de Boltzmann-Gibbs suivante

$$S_B = -k_B \sum_i p_i \ln p_i \quad (1.23)$$

où p_i est la probabilité du i ème micro état et k_B la constante de Boltzmann. Dans ce cas, on a supposé que les particules se déplacent indépendamment, c'est à dire que le système considéré est non corrélé. Cela implique l'isotropie de la direction de la vitesse et l'entropie apparaît comme une quantité additive qui donne la distribution de Maxwell- Boltzmann. En d'autres termes, les interactions microscopiques sont de petites portées et l'espace-temps est euclidien. Rappelons que la détermination de la distribution la plus probable dans le cadre de la statistique classique (BG), repose sur le fait que le système est en contact avec un thermostat, avec les contraintes suivantes [31]

$$\sum_{i=1}^w p_i = 1 \quad (1.24)$$

et

$$\sum_{i=1}^w p_i E_i = U \quad (1.25)$$

où E_i est l'énergie de l'état i que peut occuper le système, U est l'énergie interne du système possédant une valeur fixe et finie et w est le nombre total d'états microscopiques possibles. L'expression de la distribution la plus probable peut être déduite en optimisant l'entropie S_B . Celle-ci est donnée par

$$p_i = e^{-\beta' \varepsilon_i} / Z_B \quad (1.26)$$

avec

$$Z_B = \sum_l^w e^{-\beta' \varepsilon_l} \quad (1.27)$$

où β' est proportionnel à l'inverse de la température T du thermostat. En considérant deux sous systèmes indépendant a et b , l'entropie de Boltzmann- Gibbs satisfait l'égalité suivante

$$S_{BG}(a + b) = S_{BG}(a) + S_{BG}(b) \quad (1.28)$$

Cette dernière indique que l'entropie de BG est une quantité additive (extensive). La description statistique basée sur cette entropie a été appliquée avec succès dans une grande variété

de systèmes pendant plus d'un siècle. Cependant, les systèmes gravitationnels, les plasmas et de manière générale les systèmes dotés d'interactions de longue portée ne semblent pas être décrits correctement par la statistique de BG [32]. Afin de résoudre ce problème, Tsallis a proposé l'entropie suivante [24]

$$S_q = k_B \frac{\left(1 - \sum_i p_i^q\right)}{q - 1} \quad (1.29)$$

où

$$p_i^q = p_i \exp[(q - 1) \ln p_i] \sim p_i [1 + (q - 1) \ln p_i] \quad (1.30)$$

q est un paramètre qui décrit le degré de non extensivité du système considéré, généralement appelé indice entropique. Dans ce cas, la détermination de la distribution la plus probable du système repose sur une nouvelle définition de l'énergie interne qui dépend du paramètre non extensif [24]

$$q \sum_{i=1}^w p_i E_i = U_q$$

Dans le but d'optimiser l'entropie S_q [Eq. (1.29)], on introduit les multiplicateurs de Lagrange α_1 et β_1 et la fonction

$$g_q = \frac{S_q}{k_B} + \alpha_1 \sum_{i=1}^w p_i - \alpha_1 \beta_1 (q - 1) \sum_{i=1}^w p_i E_i \quad (1.31)$$

Cette fonction possède un extremum déterminé à partir de $\partial g_q / \partial p_i = 0, \forall i$. On obtient alors

$$p_i = \frac{[1 - \beta_1 (q - 1) E_i]^{1/(q-1)}}{Z_q} \quad (1.32)$$

avec

$$Z_q = \sum_{l=1}^w [1 - \beta_1 (q - 1) E_l]^{1/(q-1)} \quad (1.33)$$

Notons que pour $q \rightarrow 1$, l'entropie S_q se réduit à celle de Boltzmann-Gibbs S_{BG} . En effet, l'entropie (1.29), appelée aussi q -entropie, est une conséquence directe de la généralisation de l'entropie de Boltzmann-Gibbs. La propriété de base de cette entropie est la pseudo-additivité. L'entropie de deux sous-systèmes indépendants a et b peut être exprimée comme suit

$$S_q(a + b) = S_q(a) + S_q(b) + \underbrace{(q - 1) S_q(a) \cdot S_q(b)}_{\text{Terme de corrélation entre particules}} \quad (1.34)$$

Il est aisé de vérifier que pour $q \rightarrow 1$, cette dernière expression se réduit à celle de l'équation (1.28). Par conséquent, les interactions de longue portée sont introduites par le terme multiplicatif qui tient compte de la corrélation entre les deux sous systèmes.

1.6.2 Fonction de distribution non extensive des vitesses

En théorie cinétique des gaz, la distribution la plus probable est remplacée par une fonction de distribution des vitesses. Dans sa version classique, cette fonction est la distribution des vitesses de Maxwell- Boltzmann qui caractérise l'équilibre thermodynamique. La détermination de cette distribution repose sur le fait que les trois composantes de la vitesse ne sont pas corrélées. Cependant, cette propriété ne tient pas compte des systèmes dotés d'interactions de longue portée comme le cas d'un plasma. Afin d'établir l'expression de la fonction de distribution des vitesses en tenant compte des corrélations entre les différentes composantes, on utilise le formalisme non extensif. Pour simplifier le problème, considérons le cas bidimensionnel suivant [33]

$$F \left(\sqrt{v_x^2 + v_y^2} \right) d^2v = \exp_q \left[f^{q-1}(v_x) \ln_q f(v_x) + f^{q-1}(v_y) \ln_q f(v_y) \right] dv_x dv_y \quad (1.35)$$

où les fonctions q -exp et q -log sont définies, respectivement, par [33]

$$\exp_q(f) = [1 + (1 - q)f]^{1/(1-q)} \quad (1.36)$$

et

$$\ln_q(f) = \frac{f^{1-q} - 1}{1 - q} \quad (1.37)$$

On vérifie facilement que

$$\exp_q[\ln_q(f)] = \ln_q[\exp_q(f)] = f \quad \text{et} \quad \frac{d}{dx} \ln_q(f) = f^{-q} \frac{df}{dx}$$

En dérivant $\ln_q(F)$ par rapport à v_x , on obtient

$$\frac{\partial \ln_q(F)}{\partial v_x} = \frac{\partial}{\partial v_x} \{ \exp_q[f^{q-1}(v_x) \ln_q f(v_x) + f^{q-1}(v_y) \ln_q f(v_y)] \} \quad (1.38)$$

ou de façon équivalente,

$$\frac{v_x F'(\chi_1)}{\chi_1 F^q(\chi_1)} = \frac{\partial}{\partial v_x} \{ f^{q-1}(v_x) \ln_q f(v_x) \} \quad (1.39)$$

avec $\chi_1 = \sqrt{v_x^2 + v_y^2}$. En introduisant la notation abrégée suivante

$$\Phi(\chi_1) = \frac{1}{\chi_1} \frac{F'(\chi_1)}{F^q(\chi_1)} \quad (1.40)$$

l'équation (1.39) peut être réécrite comme sous la forme

$$\Phi(\chi_1) = \frac{1}{v_x} \{ f^{q-1}(v_x) \ln_q f(v_x) \} = \frac{1}{v_y} \{ f^{q-1}(v_y) \ln_q f(v_y) \} \quad (1.41)$$

On peut choisir $\Phi(\chi_1) = -m\gamma_1$, où m représente la masse de la particule et γ_1 une constante arbitraire. Bien entendu, l'introduction de m à cet endroit est dictée uniquement par la connaissance de la limite maxwellienne. En utilisant la transformation suivante (1.37)

$$f^{q-1}(v_x) \ln_q f(v_x) = \ln_{q'} f(v_x)$$

avec $q' = 2 - q$, on a

$$\ln_{q'} f(v_x) = -\frac{m\gamma_1}{2} v_x^2 + \ln_{q'} A \quad (1.42)$$

En faisant agir q -exponentielle des deux côtés de l'équation (1.42), il s'ensuit

$$f(v_x) = [1 + (1 - q')(-\frac{m\gamma_1}{2} v_x^2 + \ln_{q'} A)]^{1/(1-q')} \quad (1.43)$$

En définissant une nouvelle constante β_2

$$\beta_2 = \frac{\gamma_1}{1 + (1 - q') \ln_{q'} A} = \frac{\gamma_1}{A^{1-q'}} \quad (1.44)$$

on obtient l'expression générale de la fonction de distribution des vitesses non extensive suivante [33]

$$f(v_x) = A_q \left[1 - (q - 1) \frac{\beta_2 m v_x^2}{2} \right]^{\frac{1}{q-1}} \quad (1.45)$$

A_q est la constante de normalisation. Son expression (pour $q > 1$) est donnée par

$$A_q = \left(\frac{1+q}{2} \right) \frac{\Gamma(\frac{1}{q-1} + \frac{1}{2})}{\Gamma(\frac{1}{q-1})} \sqrt{\frac{m(q-1)}{2\pi kT}} \quad (1.46)$$

1.6.3 Systèmes dotés d'interactions de longue portée

Un système macroscopique sera dit “muni d'interactions de longue portée” si on ne peut pas exprimer son énergie comme somme des énergies de sous-systèmes macroscopiques indépendants. Une interaction entre particules décroissant en loi de puissance avec la distance, comme $1/r^\alpha$, est “à longue portée” dès que l'exposant α est plus petit que D , la dimension spatiale du système. Ceci inclut par exemple la gravitation et exclut les interactions de Van der Waals. Les interactions de longue portée, telles qu'on vient de les définir, ne sont pas des curiosités mathématiques, en les rencontrent en fait dans un assez grand nombre de systèmes physiques. On peut donner bien sûr comme premier exemple les systèmes en interaction gravitationnelle pour lesquels le potentiel est attractif et décroît relativement à la distance en $1/r$. Ils ont évidemment été étudiés depuis longtemps dans le contexte astrophysique. Un autre exemple, moins immédiat, est donné par la mécanique des fluides bidimensionnels.

En effet, l'énergie du système apparaît dans ce cas comme une énergie d'interaction entre vortex, et cette interaction est de longue portée : par exemple, $V(r)$ est proportionnel à $\ln(r)$ pour un domaine infini. La turbulence bidimensionnelle [34] est donc une application importante de la théorie des systèmes dotés d'interactions de longue portée, d'autant plus importante qu'il faut inclure dans cette catégorie les flots géophysiques, rendus quasi bidimensionnels par la rotation des planètes. On pourrait penser qu'il est possible d'ajouter à ces deux exemples les systèmes en interaction coulombienne. Cette interaction est proportionnelle à $1/r$. Aux échelles de longueur qui nous sont familières, toute charge électrique est généralement compensée par des charges électriques voisines de signe opposé, de sorte que l'interaction coulombienne donne naissance à des interactions chimiques attractives de courte portée.

La physique des plasmas fournit néanmoins beaucoup d'exemples de systèmes non additifs à partir d'une description effective du système. Plus précisément, même si l'équilibre statistique global d'un système est additif, il est possible qu'il soit pertinent (pour certaines conditions expérimentales, ou échelles de temps) de ne considérer l'équilibre statistique que d'une partie des degrés de liberté du système. Cette description effective est alors parfois non additive : il en est ainsi de la modélisation de l'interaction de filaments de courant par des modèles de points vortex [35], proches donc de la turbulence bidimensionnelle, ou encore de la description d'un plasma par l'interaction entre ondes de Langmuir et particules résonantes avec ces ondes [36] : dans ce cas, l'onde, degré de liberté global pour le système, couple entre elles des parties éloignées du système, et crée ainsi la non additivité, bien que les interactions de particule à particule puissent être négligeables.

2

Onde acoustique ionique associée à un plasma contenant des électrons et des ions

2.1 Cas d'un plasma en équilibre thermodynamique

2.1.1 Introduction

Les oscillations (structures) non linéaires en physique des plasmas ont fait l'objet d'une attention particulière durant, surtout, ces quatre dernières décennies. L'étude de ces oscillations nous permet de bien comprendre la nature de l'interaction non linéaire entre les différents champs, intrinsèques (propres) ou bien appliqués, et les divers composants du plasma. Dans ce contexte, plusieurs livres [1]-[6] ont été édités et plusieurs papiers ont été publiés dans des revues mondialement reconnues [37]-[51]. Dans la nature, les plasmas astrophysiques et la magnétosphère terrestre englobent une grande variété de phénomènes d'ondes non linéaires. Ces différentes structures d'ondes non linéaires, mises en évidence grâce à des observations satellitaires, sont les solitons, les doubles-couches, les ondes de choc, les tourbillons (vortex), etc.

En régime non linéaire ou faiblement non linéaire, il a été démontré par plusieurs auteurs que les ondes acoustiques ionique, décrites généralement par l'équation de type KdV, peuvent apparaître sous forme de structures localisées solitaires associées à des potentiels électrostatiques positifs ou négatifs. Ces ondes ont été aussi expérimentalement observées par Ikezi *et al.* [21], [20]. Dans un plasma ordinaire à deux composantes, on distingue, généralement, deux modes : le mode acoustique électronique et le mode acoustique ionique.

Ce dernier, considéré comme étant l'un des modes normaux (ou propres) du plasma, a fait l'objet d'une large investigation sur le plan théorique [6] et expérimental [[21], [20]]. La théorie non linéaire pour ce type d'onde a été développée pour la première fois par Sagdeev [52]. Ce dernier a montré que sa dynamique est analogue à celle d'un oscillateur harmonique. Il a été alors établi que l'onde acoustique ionique pouvait exister aussi bien sous forme d'ondes périodiques ou d'ondes localisées ayant de petites vitesses de phase (en comparaison avec les vitesses thermiques des électrons) et de faibles fréquences. Pour maintenir ces ondes acoustiques, les forces de rappel proviennent des pressions électronique tandis que la masse des ions (qui vaut 1836 la masse des électrons) fournit l'inertie.

Dans la première partie de ce chapitre, nous allons aborder l'onde acoustique ionique associée à un plasma ordinaire en équilibre thermodynamique. Il s'agit particulièrement de déterminer, en guise de rappel, l'équation de type K-dV décrivant la dynamique de ce mode acoustique ionique, propre à un plasma contenant des électrons Maxwelliens et des ions fluides.

2.1.2 Formulation mathématique du modèle

a) Equations fluide décrivant l'onde acoustique ionique

Le modèle de plasma que nous proposons d'étudier est composé d'électrons négatifs et d'ions positifs de densités numériques n_e et n_i respectivement. A l'équilibre, la condition de quasi-neutralité de la charge électrique requiert l'expression suivante

$$n_{i0} = n_{e0} \quad (2.1)$$

A l'échelle temporelle caractéristique de la dynamique des ions, les électrons peuvent être supposés en équilibre thermodynamique local et leurs densités obéissant à la distribution de Maxwell- Boltzmann :

$$n_e = n_{e0} \exp\left(\frac{e\phi}{T_e}\right) \quad (2.2)$$

où e est la charge électrique, T_e la température électronique et ϕ représente le potentiel électrostatique. L'indice "0" dénote des quantités à l'équilibre, en l'absence de toute perturbation (i.e. $\phi = 0$). Les oscillations acoustiques ioniques associées à un tel plasma sont alors gouvernées par les équations fluides, à savoir, l'équation de continuité, l'équation du mouvement et l'équation de Poisson. Notons que l'équation de continuité, de nature scalaire, traduit la conservation du nombre de particules, elle s'écrit, à 1 dimension sous la forme suivante

$$\frac{\partial n_i}{\partial t} + \frac{\partial(n_i v_i)}{\partial x} = 0 \quad (2.3)$$

et l'équation du mouvement traduit la conservation de la quantité de mouvement. Celle-ci s'exprime comme suit

$$m_i \left(\frac{\partial v_i}{\partial t} + v_i \frac{\partial v_i}{\partial x} \right) = -e \frac{\partial \phi}{\partial x} \quad (2.4)$$

Ces deux dernières sont complétées par l'équation de Poisson qui permet d'exprimer le lien entre la distribution spatiale de charge et le champ électrique. Elle est donnée par

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} = -4\pi e(n_i - n_e) \quad (2.5)$$

b) Passage aux équations adimensionnelles

L'étude d'un système physique et la détermination des phénomènes dominants est la première étape, nécessaire, de la modélisation, mais elle est rarement suffisante car les équations auxquelles on arrive ne sont, en général, pas solubles sous leur forme primitive. Pour pouvoir leur appliquer des méthodes d'approximation, il faut évaluer correctement le poids des différents termes. Pour remédier à ce problème, la meilleure méthode est de passer aux équations sans dimensions en introduisant des échelles adaptées au problème physique. En l'absence de champ magnétique, un plasma est caractérisé par une seule échelle de longueur : c'est la longueur de Debye λ_D . En plus de cette échelle, le plasma peut être caractérisé par deux échelles de temps, $\tau_i = 1/\omega_{pi}$ et $\tau_e = 1/\omega_{pe}$ l'inverse de la fréquence plasma ionique et électronique, respectivement. Pour l'étude des ondes acoustiques ioniques c'est l'échelle de temps ionique τ_i qui est pertinente et adéquate. Ces deux échelles définissent naturellement une échelle de vitesse $C_s = \lambda_D/\tau_i$ qui correspond à la vitesse du son dans le plasma. Enfin, l'échelle d'énergie peut être définie par T_e la température électronique que nous exprimons en unité d'énergie. Cela fixe une échelle naturelle pour le potentiel électrique T_e/e . En vertu de ce qui précède, les équations fluides (Eqs. (2.3)-(2.5)) peuvent être réécrites, sous une forme adimensionnelle, comme suit

$$\frac{\partial N_i}{\partial T} + \frac{\partial(N_i V_i)}{\partial X} = 0 \quad (2.6)$$

$$\frac{\partial V_i}{\partial T} + V_i \frac{\partial V_i}{\partial X} = -\frac{\partial \Phi}{\partial X} \quad (2.7)$$

$$\frac{\partial^2 \Phi}{\partial X^2} = N_e - N_i \quad (2.8)$$

où $N_{i(e)}$ est la densité des ions (électrons) normalisée par $n_{i(e)0}$, V_i est la vitesse fluide des ions normalisée par la vitesse acoustique ionique $C_i = (T_e/m_i)^{1/2}$ et Φ est le potentiel électrostatique normalisé par T_e/e . Le temps T et la variable d'espace X sont normalisés, respectivement, par $\omega_{pi}^{-1} = (m_i/4\pi n_{e0}e^2)^{1/2}$ la pulsation propre des ions et $\lambda_{De} = (T_e/4\pi n_{e0}e^2)^{1/2}$ la longueur électronique de Debye.

2.1.3 Approche faiblement non linéaire

Pour étudier l'onde acoustique ionique faiblement non linéaire, nous utilisons, dans le but d'établir l'équation de type K-dV, la technique de la perturbation réductive de Washimi et Taniuti [16]. Généralement, cette méthode est utilisée dans le cas d'amplitude petite mais finie, elle se base sur un développement initial en série de puissance des variables (potentiel, vitesse, densité, ...) du plasma, puis intégration des équations de base pour chaque ordre du développement. Cette procédure nécessite d'exploiter le résultat obtenu pour un ordre donné dans l'ordre qui le suit.

a) Etablissement de l'équation de type K-dV

Pour but de rappeler les étapes de calcul, nous allons tout d'abord, au cours de cette section, établir l'équation de type K-dV propre à un simple modèle de plasma contenant des électrons supposés en équilibre thermodynamique, et des ions fluides. Pour ce faire, nous introduisons les changements de variables suivants

$$\begin{aligned}\xi &= \varepsilon^{1/2} (X - V_p T) \\ \tau &= \varepsilon^{3/2} T\end{aligned}\tag{2.9}$$

où

- ε est un paramètre qui mesure la petitesse de l'amplitude ou de la dispersion de l'onde,
- V_p représente la vitesse de phase linéaire.

Les opérateurs différentiels du premier et du second ordre s'écrivent en fonction des nouvelles variables comme suit

$$\begin{aligned}\frac{\partial}{\partial X} &= \varepsilon^{1/2} \frac{\partial}{\partial \xi} \implies \frac{\partial^2}{\partial X^2} = \varepsilon \frac{\partial^2}{\partial \xi^2} \\ \frac{\partial}{\partial T} &= -\varepsilon^{1/2} V_p \frac{\partial}{\partial \xi} + \varepsilon^{3/2} \frac{\partial}{\partial \tau}\end{aligned}\tag{2.10}$$

En introduisant ces nouvelles variables, les équations (2.6)-(2.8) peuvent être réécrite sous la forme suivante

$$\varepsilon \frac{\partial N_i}{\partial \tau} - V_p \frac{\partial N_i}{\partial \xi} + \frac{\partial(N_i V_i)}{\partial \xi} = 0 \quad (2.11)$$

$$\varepsilon \frac{\partial V_i}{\partial \tau} - V_p \frac{\partial V_i}{\partial \xi} + V_i \frac{\partial V_i}{\partial \xi} = -\frac{\partial \Phi}{\partial \xi} \quad (2.12)$$

$$\varepsilon \frac{\partial^2 \Phi}{\partial \xi^2} = N_e - N_i \quad (2.13)$$

Les variables Φ , V_i et N_i sont alors développées en séries de puissances de ε autour de leurs valeurs d'équilibre

$$\Phi = \varepsilon \Phi^{(1)} + \varepsilon^2 \Phi^{(2)} + \dots \quad (2.14)$$

$$V_i = V_0 + \varepsilon V_i^{(1)} + \varepsilon^2 V_i^{(2)} + \dots \quad (2.15)$$

$$N_i = 1 + \varepsilon N_i^{(1)} + \varepsilon^2 N_i^{(2)} + \dots \quad (2.16)$$

En substituant les développement en séries de puissances précédents (Eq. (2.14)-(2.16)) dans les équations (2.11)-(2.13), nous obtenons un nouveau système d'équations.

a – 1) Premier ordre en ε :

En se limitant au premier ordre en ε (c-à-d $\varepsilon^{3/2}$ pour les équations de continuité et du mouvement et ε pour l'équation de Poisson), les équations de base sont réduites à

$$-(V_p - V_0) \frac{\partial N_i^{(1)}}{\partial \xi} + \frac{\partial V_i^{(1)}}{\partial \xi} = 0 \quad (2.17)$$

$$-(V_p - V_0) \frac{\partial V_i^{(1)}}{\partial \xi} = -\frac{\partial \Phi^{(1)}}{\partial \xi} \quad (2.18)$$

$$\Phi^{(1)} - N_i^{(1)} = 0 \quad (2.19)$$

à partir desquelles nous déduisons les relations suivantes

$$V_i^{(1)} = \frac{1}{\lambda} \Phi^{(1)} \quad (2.20)$$

$$N_i^{(1)} = \frac{1}{\lambda^2} \Phi^{(1)} \quad (2.21)$$

avec $\lambda = (V_p - V_0)$. Par identification des équations (2.19) et (2.21), nous trouverons que $\lambda = 1$. Cela implique que

$$V_p = 1 + V_0 \quad (2.22)$$

Cette dernière représente la vitesse de phase de l'onde acoustique ionique. Notons que si la vitesse initiale des ions est nulle ($V_0 = 0$), la vitesse de phase ionique est constante ($V_p = \lambda = 1$).

a-2) **Ordre supérieur en ε :**

En poussant le développement aux ordres plus élevés en ε ($\varepsilon^{5/2}$ pour les équations de continuité et du mouvement et ε^2 pour l'équation de Poisson), nous obtenons le système d'équations suivant

$$\frac{\partial N_i^{(1)}}{\partial \tau} - \lambda \frac{\partial N_i^{(2)}}{\partial \xi} + \frac{\partial V_i^{(2)}}{\partial \xi} + \frac{\partial N_i^{(1)} V_i^{(1)}}{\partial \xi} = 0 \quad (2.23)$$

$$\frac{\partial V_i^{(1)}}{\partial \tau} - \lambda \frac{\partial V_i^{(2)}}{\partial \xi} + V_i^{(1)} \frac{\partial V_i^{(1)}}{\partial \xi} = - \frac{\partial \Phi^{(2)}}{\partial \xi} \quad (2.24)$$

$$\frac{\partial^2 \Phi^{(1)}}{\partial \xi^2} = \frac{1}{2} \Phi^{(1)2} + \Phi^{(2)} - N^{(2)} \quad (2.25)$$

à partir desquelles, nous déduisons l'équation de type Korteweg-de Vries suivante

$$\frac{\partial \Phi^{(1)}}{\partial \tau} + A \Phi^{(1)} \frac{\partial \Phi^{(1)}}{\partial \xi} + B \frac{\partial^3 \Phi^{(1)}}{\partial \xi^3} = 0 \quad (2.26)$$

où A et B représentent respectivement les coefficients non linéaire et dispersif et ils sont donnés par

$$A = 1 \quad (2.27)$$

$$B = \frac{\lambda^3}{2} = \frac{1}{2} \quad (2.28)$$

Rappelons que le terme $\Phi^{(1)} \frac{\partial \Phi^{(1)}}{\partial \xi}$ traduit la non linéarité tandis que le terme $\frac{\partial^3 \Phi^{(1)}}{\partial \xi^3}$ interprète la dispersion. Il est important de noter que ces deux termes jouent un rôle crucial dans la formation des solitons.

b) Solution stationnaire de l'équation de KdV

Pour déterminer la solution stationnaire et uniforme propre à l'équation (2.26), on utilise le changement de variable suivant

$$\zeta = \xi - \gamma\tau \quad (2.29)$$

où γ est une vitesse constante normalisée. L'équation (2.26) peut alors réécrite sous la forme suivante

$$-\gamma \frac{d\Phi^{(1)}}{d\zeta} + A\Phi^{(1)} \frac{d\Phi^{(1)}}{d\zeta} + B \frac{d^3\Phi^{(1)}}{d\zeta^3} = 0 \quad (2.30)$$

En intégrant une fois par rapport à ζ , l'équation (2.30) devient

$$B \frac{d^2\Phi^{(1)}}{d\zeta^2} + \frac{A}{2} \Phi^{(1)2} - \gamma\Phi^{(1)} = C \quad (2.31)$$

où C est une constante d'intégration. En imposant les conditions aux limites appropriées aux perturbations localisées, $\Phi^{(1)} \rightarrow 0$, $d\Phi^{(1)}/d\zeta \rightarrow 0$ et $d^2\Phi^{(1)}/d\zeta^2$ lorsque $\zeta \rightarrow \pm\infty$, nous obtenons

$$\Phi(\xi, \tau) = \Phi_m \sec h^2 \left[\frac{(\xi - \gamma\tau)}{\Delta} \right] \quad (2.32)$$

avec $\Phi = \Phi^{(1)}$. Les quantités Φ_m et Δ représentent l'amplitude et la largeur du soliton, respectivement, et sont données par

$$\Phi_m = \frac{3\gamma}{A} \quad (2.33)$$

$$\Delta = \sqrt{\frac{4B}{\gamma}}$$

L'équation (2.32) représente une solution d'onde progressive localisée d'amplitude Φ_m qui est proportionnelle à la vitesse γ . Dans ce modèle de plasma, le coefficient non linéaire $A = 1$, par conséquent, plus la vitesse γ est importante plus l'amplitude de l'onde augmente. Notons que l'introduction de cette section sert, d'une part, à rappeler les techniques habituellement utilisées dans l'établissement de l'équation K-dV et, d'une autre part, à comparer les résultats obtenus avec ceux prétendus avoir dans les prochaines parties de ce mémoire.

2.2 Extention du modèle au cas d'un plasma contenant des électrons non thermiques

2.2.1 Position du problème

En régime faiblement non linéaire, il a été démontré par plusieurs auteurs que ces ondes, décrite généralement par l'équation de type KdV, peuvent apparaître sous forme de structures localisées solitaires associées à des potentiels électrostatiques positifs ou négatifs. Cependant, l'investigation expérimentale des propriétés de la solution en onde solitaire de l'équation de KdV, réalisée par Ikezi et al. [[21], [20]], a révélée l'existence d'un désaccord entre l'observation expérimentale et la description théorique basée sur l'équation de Korteweg de Vries (KdV). C'est pourquoi certains auteurs ont tenté, par la suite, de réduire cet écart et améliorer la précision de la solution solitaire en proposant quelques modifications, à savoir, la prise en compte, soit, de l'effet de la température finie des ions [[53], [54]], soit d'une population d'électrons isothermiques [55] ou non thermiques [56]-[58] et soit des ordres supérieurs de la non linéarité [51]. C'est pourquoi, cette section sera dédiée à l'extension de l'étude de la partie précédente en considérant un plasma hors équilibre thermodynamique avec des électrons non thermiques. La prise en compte de ces derniers dans notre modèle plasma est motivée par le fait que nombreuses observations spatiales indiquent clairement la présence de particules énergétiques dans une variété de plasmas astrophysiques et les mesures effectuées sur leur fonction de distribution ont mis en évidence leur caractère hautement non thermique [59]. Les observations faites, à titre d'exemple, par la navette spatiale Viking [60] et le satellite Freja [61] ont révélé l'existence, dans la magnétosphère, de structures solitaires associées à des dépressions de densité. D'ailleurs, Cairns et collaborateurs ont montré, dans leurs différentes études [56]-[58], qu'une distribution d'électrons non thermiques peut changer la nature de l'onde acoustique ionique solitaire et permettre l'existence de structures solitaires de raréfaction similaires à celles déjà observées par Freja et Viking. Il est très important de noter qu'il existe, en plus de la distribution non thermique, d'autres formes de distributions, fréquemment utilisées dans la littérature, décrivant le caractère énergétique des différentes espèces du plasma, telle que, la distribution suprathermique [62] et la distribution non extensive de Tsallis [33] que nous verrons dans le prochain chapitre.

Comme cela a été montré par plusieurs auteurs, les particules non thermiques et énergétiques peuvent modifier de manière drastique les caractéristiques intrinsèques (en particulier, la vitesse de phase, l'amplitude et la largeur) des ondes dans les plasmas non collisionnels.

C'est pourquoi, nous allons, dans cette partie de notre travail, étendre l'analyse faite dans le chapitre précédent au cas d'un plasma contenant des électrons énergétiques non thermiques. L'accent sera mis sur l'effet de la non thermalité électronique sur le mode acoustique ionique associé à un plasma composé d'ions fluides et d'électrons non thermiques. Pour ce faire, nous allons établir, en se basant sur les mêmes procédures illustrées dans la partie précédente, l'équation de type K-dV propre à ce modèle de plasma, puis discuter et interpréter les résultats numériques obtenus.

2.2.2 Equations de base et électrons non thermiques

Dans cette partie, nous considérons le même modèle de plasma de la section précédente avec, toutefois, des électrons non thermiques de densité n_e que nous allons déterminer par la suite. Rappelons que les oscillations acoustiques ioniques peuvent être décrites grâce aux équations de continuité, de mouvement et de Poisson suivantes

$$\frac{\partial n_i}{\partial t} + \frac{\partial(n_i v_i)}{\partial x} = 0 \quad (2.34)$$

$$m_i \left(\frac{\partial v_i}{\partial t} + v_i \frac{\partial v_i}{\partial x} \right) = -e \frac{\partial \phi}{\partial x} \quad (2.35)$$

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} = -4\pi e(n_i - n_e) \quad (2.36)$$

où ϕ est le potentiel électrostatique et v_i la vitesse fluide des ions.

Pour modéliser les électrons non thermiques, nous faisons appel à la fonction de distribution des vitesses électronique unidimensionnelle suivante [56]

$$f_e(v_x) = \frac{n_e}{(3\alpha + 1)\sqrt{2\pi v_{te}^2}} \left(1 + \frac{\alpha v_x^4}{v_{te}^4} \right) \exp \left(-\frac{v_x^2}{2v_{te}^2} \right) \quad (2.37)$$

où v_{te} désigne la vitesse thermique électronique et α représente la fraction d'électrons non thermiques.

En intégrant la distribution précédente (Eq. 2.37) sur tout l'espace des vitesses, nous obtenons l'expression de la densité électronique non thermique. Nous écrivons

$$n_e(\phi) = \int_{-\infty}^{+\infty} f_e(v_x) dv_x \quad (2.38)$$

soit

$$n_e = n_{e0} \left[1 - \beta \left(\frac{e\phi}{T_e} \right) + \beta \left(\frac{e\phi}{T_e} \right)^2 \right] \exp \left(\frac{e\phi}{T_e} \right) \quad (2.39)$$

où

$$\beta = \frac{4\alpha}{1 + 3\alpha} \quad (2.40)$$

Il est aisé de vérifier que lorsque $\alpha = 0$, l'expression de cette dernière se réduit à celle des électrons Maxwelliens

$$n_e = n_{e0} \exp \left(\frac{e\phi}{T_e} \right)$$

Notons que pour $\alpha > 0.25$, la fonction de distribution non thermique (Eq. 2.37) présente un comportement non monotone en développant des ailes latérales et elle peut devenir instable [63], [87]. Cette valeur ($\alpha = 0.25$) représente alors un seuil qu'on va pas dépasser dans notre investigation numérique.

En introduisant les mêmes variables normalisées utilisées précédemment ($N_i = n_i/n_{i0}$, $N_e = n_e/n_{e0}$, $V_i = v_i/C_s$ où $C_i = (T_e/m_i)^{1/2}$, $\Phi = e\phi/T_e$, $X = x/\lambda_{De}$ où $\lambda_{De} = (T_e/4\pi n_{e0}e^2)^{1/2}$ et $T = t/\omega_{pi}$ où $\omega_{pi}^{-1} = (m_i/4\pi n_{e0}e^2)^{1/2}$), les équations (2.34)-(2.36) peuvent être alors réécrites comme suit

$$\frac{\partial N_i}{\partial T} + \frac{\partial(N_i V_i)}{\partial X} = 0 \quad (2.41)$$

$$\frac{\partial V_i}{\partial T} + V_i \frac{\partial V_i}{\partial X} = -\frac{\partial \Phi}{\partial X} \quad (2.42)$$

$$\frac{\partial^2 \Phi}{\partial X^2} = N_e - N_i \quad (2.43)$$

En utilisant le développement de la densité électronique suivant

$$N_e = 1 + (1 - \beta)\Phi + \frac{1}{2}\Phi^2 + o(\Phi^3) \quad (2.44)$$

l'équation de Poisson s'écrit

$$\frac{\partial^2 \Phi}{\partial X^2} = 1 + (1 - \beta)\Phi + \frac{\Phi^2}{2} - N_i \quad (2.45)$$

2.2.3 Etablissement de l'équation de KdV

En procédant de la même manière que dans la partie précédente, à savoir, la prise en compte des changements de variables suivants

$$\begin{aligned}\xi &= \varepsilon^{1/2} (X - V_p T) \\ \tau &= \varepsilon^{3/2} T\end{aligned}\tag{2.46}$$

et l'exploitation des développements en séries de puissances des différents variables du plasma

$$\Phi = \varepsilon \Phi^{(1)} + \varepsilon^2 \Phi^{(2)} + \dots\tag{2.47}$$

$$V_i = V_0 + \varepsilon V_i^{(1)} + \varepsilon^2 V_i^{(2)} + \dots\tag{2.48}$$

$$N_i = 1 + \varepsilon N_i^{(1)} + \varepsilon^2 N_i^{(2)} + \dots\tag{2.49}$$

les équations (2.41), (2.42) et (2.45) peuvent alors réécrite comme suit

$$\varepsilon \frac{\partial N_i}{\partial \tau} - V_p \frac{\partial N_i}{\partial \xi} + \frac{\partial (N_i V_i)}{\partial \xi} = 0\tag{2.50}$$

$$\varepsilon \frac{\partial V_i}{\partial \tau} - V_p \frac{\partial V_i}{\partial \xi} + V_i \frac{\partial V_i}{\partial \xi} = - \frac{\partial \Phi}{\partial \xi}\tag{2.51}$$

$$\varepsilon \frac{\partial^2 \Phi}{\partial \xi^2} = 1 + (1 - \beta) \Phi + \frac{\Phi^2}{2} - N_i\tag{2.52}$$

Rappelons que ε est un paramètre qui mesure la petitesse de l'amplitude et V_p est la nouvelle vitesse de phase (dépendante du paramètre non thermique) qu'on déterminera ultérieurement.

a) Vitesse de phase :

A l'ordre le petit en ε , les équations (2.50)-(2.52) se réduisent à

$$\varepsilon^{3/2} \left\{ -(V_p - V_0) \frac{\partial N_i^{(1)}}{\partial \xi} + \frac{\partial V_i^{(1)}}{\partial \xi} \right\} = 0\tag{2.53}$$

$$\varepsilon^{3/2} \left\{ -(V_p - V_0) \frac{\partial V_i^{(1)}}{\partial \xi} = - \frac{\partial \Phi^{(1)}}{\partial \xi} \right\}\tag{2.54}$$

$$\varepsilon \left\{ (1 - \beta) \Phi^{(1)} - N_i^{(1)} \right\} = 0\tag{2.55}$$

De même, en posant $\lambda = V_p - V_0$, nous réécrivons

$$-\lambda \frac{\partial N_i^{(1)}}{\partial \xi} + \frac{\partial V_i^{(1)}}{\partial \xi} = 0 \quad (2.56)$$

$$\lambda \frac{\partial V_i^{(1)}}{\partial \xi} = \frac{\partial \Phi^{(1)}}{\partial \xi} \quad (2.57)$$

En intégrant ces deux dernières par rapport à ξ , nous obtenons les quantités suivantes

$$N_i^{(1)} = \frac{1}{\lambda} V_i^{(1)} \quad (2.58)$$

$$V_i^{(1)} = \frac{1}{\lambda} \Phi^{(1)} \quad (2.59)$$

Egalement, et à partir de l'équation (2.55), nous écrivons l'égalité suivante

$$N_i^{(1)} = (1 - \beta) \Phi^{(1)} \quad (2.60)$$

En combinant les trois dernières égalités (Eqs. (2.58)-(2.60)), nous déduisons facilement l'expression de λ . Soit

$$\lambda = \frac{1}{\sqrt{1 - \beta}}$$

et par conséquent, l'expression de la vitesse de phase propre à ce modèle de plasma est

$$V_p = \frac{1}{\sqrt{1 - \beta}} + V_0 \quad (2.61)$$

Notons que pour $\alpha = 0$ ($\beta = 0$), l'expression de la vitesse de phase (2.61) se réduit à celle obtenue dans la partie précédente (cas Maxwellien retrouvé)

$$V_p = 1 + V_0 \quad (2.62)$$

Il est judicieux, avant de procéder à la suite du calcul, d'analyser, en supposant la valeur initiale de la vitesse $V_0 = 0$, le comportement de la vitesse phase (Eq. 2.61) en présence d'une population électronique non thermique. Pour cela, nous avons tracé la variation de la vitesse de phase V_p en fonction du paramètre non thermique α . La figure (1) montre qu'à mesure que α augmente la vitesse de phase augmente. Cela signifie que la présence d'une population électronique énergétique rend plus importante la vitesse de phase, et par conséquent, modifie les caractéristiques intrinsèques (amplitude et largeur) de l'onde acoustique ionique.

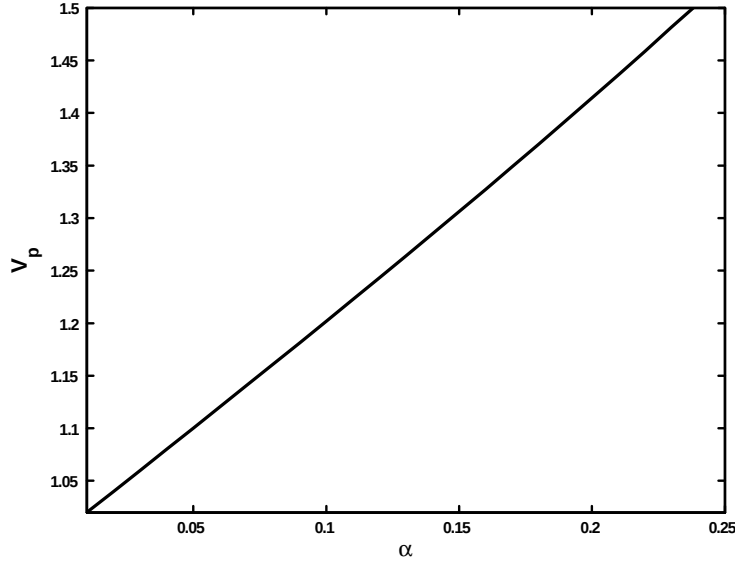


Figure 1 : Variation de la vitesse de phase V_p en fonction du paramètre non thermique α .

b) Expression de l'équation KdV appropriée :

Nous menons nos calculs (en maintenant bien sûr à l'esprit les résultats du premier ordre) aux ordres élevés de ε ($\varepsilon^{5/2}$ pour les équations de continuité et du mouvement et ε^2 pour l'équation de Poisson), le système d'équation de base (Eqs. (2.50)-(2.52)) s'écrit sous la forme suivante

$$\frac{\partial N_i^{(1)}}{\partial \tau} - \lambda \frac{\partial N_i^{(2)}}{\partial \xi} + \frac{\partial V_i^{(2)}}{\partial \xi} + \frac{\partial N_i^{(1)} V_i^{(1)}}{\partial \xi} = 0 \quad (2.63)$$

$$\frac{\partial V_i^{(1)}}{\partial \tau} - \lambda \frac{\partial V_i^{(2)}}{\partial \xi} + V_i^{(1)} \frac{\partial V_i^{(1)}}{\partial \xi} = - \frac{\partial \Phi^{(2)}}{\partial \xi} \quad (2.64)$$

$$\frac{\partial^2 \Phi^{(1)}}{\partial \xi^2} = (1 - \beta) \Phi^{(2)} + \frac{1}{2} \Phi^{(1)2} - N_i^{(2)} \quad (2.65)$$

à partir desquelles nous déduisons l'équation de type KdV suivante

$$\frac{\partial \Phi^{(1)}}{\partial \tau} + A \Phi^{(1)} \frac{\partial \Phi^{(1)}}{\partial \xi} + B \frac{\partial^3 \Phi^{(1)}}{\partial \xi^3} = 0 \quad (2.66)$$

où A et B sont respectivement les coefficients non linéaire et dispersif. Ils sont donnés par

$$A = \left[\frac{3}{2} (1 - \beta)^{1/2} - \frac{1}{2(1 - \beta)^{3/2}} \right] \quad (2.67)$$

$$B = \frac{1}{2(1 - \beta)^{3/2}} \quad (2.68)$$

Ces deux dernières expressions montrent clairement que la non linéarité et la dispersion sont affectées par la non thermalité des électrons. De plus, remarquons qu'en l'absence d'électrons non thermiques ($\alpha = 0$, i.e. $\beta = 0$), le cas Maxwellien est vérifié ($A = 1$ et $B = 1/2$).

La solution stationnaire et localisée de l'équation (2.66) est donnée par [13] (pour plus de détails, voir la partie 1 du meme chapitre)

$$\Phi = \Phi_m \sec h^2 \left(\frac{\xi - \gamma\tau}{\delta} \right) \quad (2.69)$$

où $\Phi_m = 3\gamma/A$ et $\delta = (4B/\gamma)^{1/2}$ représentent, respectivement, l'amplitude et la largeur du soliton.

2.2.4 Résultats numériques et discussion

Nous allons maintenant procéder à la présentation de nos résultats numériques. Dans le but de voir comment la non thermalité peut affecter les propriétés de l'onde acoustique ionique, nous allons tracer quelques graphes illustrant les modifications apportées par la présence d'une fraction énergétique dans le plasma. La figure (2) représente la variation du terme non linéaire en fonction du paramètre non thermique α . Cette figure montre qu'une augmentation du paramètre α entraîne une diminution du terme non linéaire et s'annule pour une valeur de $\alpha = 0.152$, puis, et au-delà de cette valeur, le terme A change de signe en devenant négatif. Cela signifie que notre modèle plasma peut supporter les deux types de solitons : soliton acoustique compressif pour $0 < \alpha < 0.152$ et raréfactif pour $0.152 < \alpha < 0.25$. Afin de vérifier ce dernier résultat, nous avons tracé les profils des solitons acoustiques ioniques (figures (3) et (4)). La figure (3) représente le profil spatial de l'onde acoustique ionique pour différentes valeurs de α . De cette figure, il est évident qu'une augmentation du paramètre non thermique entraîne une augmentation de l'amplitude et de la largeur du soliton compressif. Par ailleurs, un comportement totalement inversé est enregistré dans le cas des solitons raréfactifs (potentiel négatif). La figure (4) montre que l'amplitude et la largeur du soliton ionique diminuent à mesure que la non thermalité des électrons augmente dans le plasma. En guise de comparaison (entre les figures (3) et (4)), le soliton acoustique ionique de type raréfactif semble plus sensible au degré de non thermalité électronique.

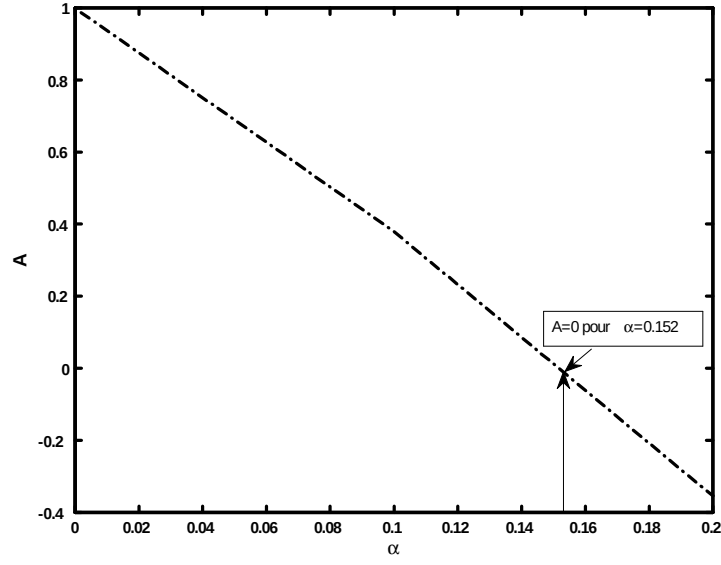


Figure 2 : Variation du terme non linéaire A en fonction du paramètre non thermique α .

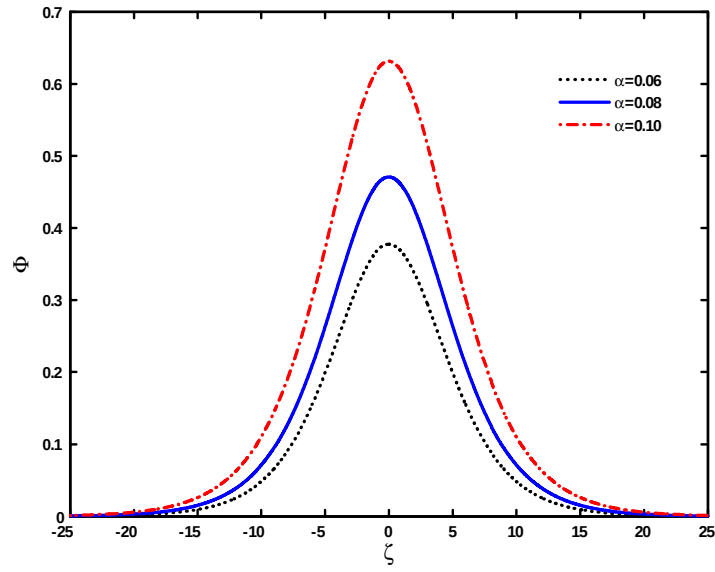


Figure 3 : Potentiel électrostatique solitaire associé à l'onde acoustique ionique *compressive* pour différentes valeurs de α .

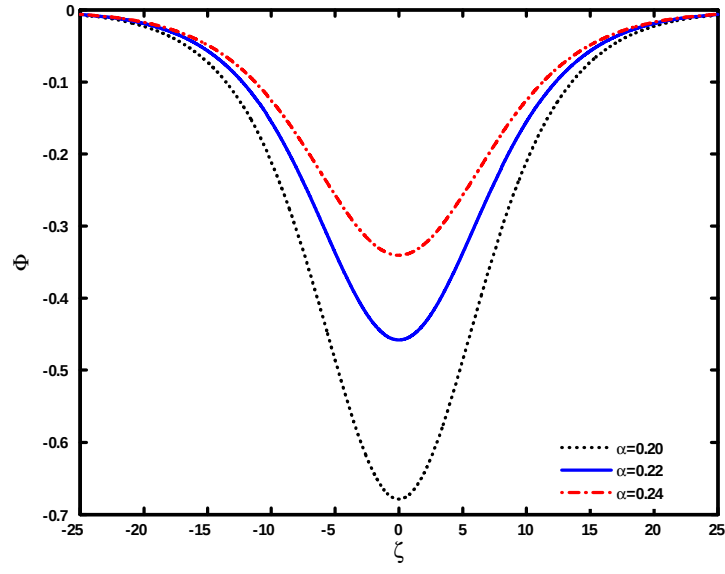


Figure 4 : Potentiel électrostatique solitaire associé à l'onde acoustique ionique *raréactive* pour différentes valeurs de α .

3

Ondes acoustiques ioniques dans un plasma non extensif

3.1 Cas d'un plasma contenant des électrons non extensifs

3.1.1 Introduction

Avant l'année 2010, tous les travaux associés à la dynamique non linéaires des ondes acoustiques solitaires (ondes électronique, ionique et poussiéreuse) ont été limités dans le cadre de la statistique de Boltzmann-Gibbs-Shannon. Nous citons, à titre d'exemple, quelques références des travaux réalisés par Tribeche et ses collaborateurs [65]-[73]. Cependant, le formalisme BGS, à partir duquel découle la distribution de Maxwell-Boltzmann, est universellement valide pour des systèmes en équilibre macroscopique ; il ne décrit pas convenablement les systèmes munis d'interactions de longue portée, tels que les plasmas et les systèmes gravitationnels, où les états stationnaires hors équilibre existent. C'est pourquoi, Tribeche et ses collaborateurs, dans deux travaux de référence [74] et [75], ont eu l'idée d'étendre l'étude des oscillations non linéaires au cas non additif non extensif. Depuis, les travaux de recherche dans ce contexte ne cessent de croître, que se soit pour les structures cohérentes (solitons acoustiques électronique, ionique et poussiéreux) ou bien pour les ondes de choc [44]-[49], [74]-[82].

Rappelons que la généralisation non extensive appropriée de l'entropie de BGS a été identifiée pour la première fois par Renyi [23] et proposée bien plus tard par Tsallis [24], en prolongeant l'additivité standard des entropies au cas non extensif caractérisé par un

paramètre q , qui mesure le degré de non extensivité du système considéré ($q = 1$ correspond au cas extensif de BGS). Cette entropie non additive de Tsallis a été exploitée avec succès dans un large éventail de phénomènes [30], en particulier, en physique des plasmas [74]-[82].

Dans cette partie de ce chapitre, nous allons alors mener, en faisant appel à la méthode des perturbations réductives, une simple investigation afin de voir comment la non extensivité des électrons peut-elle affecter les caractéristiques du mode acoustique ionique.

3.1.2 Description mathématique des électrons non extensifs

Dans le but de mener une étude comparative, nous maintenons le même modèle plasma du chapitre précédent avec, cette fois-ci, des électrons non extensifs. Ces derniers sont alors décrits par la fonction de distribution suivante [33]

$$f_e(v_e) = C_q \left\{ 1 - (q - 1) \left[\frac{m_e v_e^2}{2T_e} - \frac{e\phi}{T_e} \right] \right\}^{\frac{1}{q-1}} \quad (3.1)$$

où C_q est la constante de normalisation qu'on déterminera ultérieurement et q est le paramètre entropique mesurant le degré de non extensivité des électrons. Il est important de noter que pour $q < -1$, la fonction de distribution (3.1) est non normalisable [33]. Dans le cas de la limite extensive ($q \rightarrow 1$), la distribution (3.1) se réduit à la distribution des vitesses, bien connue, de Maxwell- Boltzmann. Il est aisé de vérifier qu'en raison de l'inégalité suivante

$$\left\{ 1 - (q - 1) \left[\frac{m_e v_e^2}{2T_e} - \frac{e\phi}{T_e} \right] \right\} \geq 0$$

la fonction de distribution (3.1) exhibe (pour $q > 1$) une coupure thermique sur la valeur maximale de la vitesse des électrons, donnée par

$$v_{e \max} = \sqrt{\frac{2T_e}{m_e} \left(\frac{e\phi}{T_e} + \frac{1}{q-1} \right)} \quad (3.2)$$

La constante C_q peut être déterminée, à partir des conditions d'équilibre, en moyennant la fonction de distribution non perturbée sur tout l'espace des vitesses. Dans ce cas ($\phi = 0$), la distribution (3.1) et la vitesse maximum (3.2) se réduisent, respectivement, à

$$f_{e0}(v_e) = C_q \left\{ 1 - (q - 1) \frac{m_e v_e^2}{2T_e} \right\}^{\frac{1}{q-1}} \quad (3.3)$$

et

$$v_{e \max 0} = \sqrt{2T_e/m_e(q-1)} \quad (3.4)$$

La constante de normalisation C_q peut être déduite en effectuant les intégrales suivantes

$$n_{e0} = \begin{cases} \int_{-\infty}^{+\infty} f_{e0}(v_e) dv_e, & \text{pour } -1 < q < 1 \\ \int_{-v_{e \max 0}}^{+v_{e \max 0}} f_{e0}(v_e) dv_e, & \text{pour } q > 1 \end{cases} \quad (3.5)$$

Soit

$$C_q = \begin{cases} n_{e0} \frac{\Gamma(\frac{1}{1-q})}{\Gamma(\frac{1}{1-q}-\frac{1}{2})} \left(\frac{m_e(1-q)}{2\pi T_e} \right)^{1/2}, & \text{pour } -1 < q < 1 \\ n_{e0} \left(\frac{1+q}{2} \right) \frac{\Gamma(\frac{1}{q-1}+\frac{1}{2})}{\Gamma(\frac{1}{q-1})} \left(\frac{m_e(q-1)}{2\pi T_e} \right)^{1/2}, & \text{pour } q > 1 \end{cases} \quad (3.6)$$

En intégrant la distribution (3.1) sur tout l'espace des vitesses, nous obtenons l'expression de la densité des électrons non extensifs

$$n_e(\phi) = \begin{cases} \int_{-\infty}^{+\infty} f_e(v_e) dv_e, & \text{pour } -1 < q < 1 \\ \int_{-v_{e \max}}^{+v_{e \max}} f_e(v_e) dv_e, & \text{pour } q > 1 \end{cases} = n_{e0} \left\{ 1 + (q-1) \frac{e\phi}{T_e} \right\}^{\frac{1}{q-1}+\frac{1}{2}} \quad (3.7)$$

Notons que cette dernière peut être réécrite sous sa forme normalisée comme suit

$$N_e = \frac{n_e}{n_{e0}} = \{1 + (q-1)\Phi\}^{\frac{1}{q-1}+\frac{1}{2}} \quad (3.8)$$

Par ailleurs, pour que l'énergie cinétique moyenne doit être positive, il est important de déterminer les valeurs du paramètre non extensif q qui vérifient cette condition. L'énergie cinétique moyenne est alors définie comme suit

$$\langle E_c \rangle = \left\langle \frac{1}{2} m_e v_e^2 \right\rangle = \frac{1}{2} m_e \langle v_e^2 \rangle$$

or la vitesse moyenne des électrons peut être exprimée par l'intégrale

$$\langle v_e^2 \rangle = \frac{\int_{-\infty}^{+\infty} v_e^2 f_e(v_e) dv_e}{\int_{-\infty}^{+\infty} f_e(v_e) dv_e} = \frac{2T_e}{m_e(3q-1)}$$

Soit

$$\langle E_c \rangle = \frac{T_e}{(3q-1)}$$

Cette dernière est toujours positive si seulement si $q > 1/3$. Cette condition nous fournit toutes les valeurs du paramètre q requises aux solutions physiquement valables.

3.1.3 Mode acoustique ionique de faible amplitude

a) Equations de base

Nous procédons de la même façon que dans le chapitre précédent, la dynamique associée au mode acoustique ionique peut être décrite par les équations fluides normalisées suivantes

$$\frac{\partial N_i}{\partial T} + \frac{\partial(N_i V_i)}{\partial X} = 0 \quad (3.9)$$

$$\frac{\partial V_i}{\partial T} + V_i \frac{\partial V_i}{\partial X} = -\frac{\partial \Phi}{\partial X} \quad (3.10)$$

$$\frac{\partial^2 \Phi}{\partial X^2} = N_e - N_i \quad (3.11)$$

Notons, ici, que toutes les variables normalisées sont celles utilisées dans les parties précédentes et qui sont : $N_i = n_i/n_{i0}$, $N_e = n_e/n_{e0}$, $V_i = v_i/C_s$, $\Phi = e\phi/T_e$, $X = x/\lambda_{De}$ et $T = t/\omega_{pi}$ où $C_i = (T_e/m_i)^{1/2}$, $\lambda_{De} = (T_e/4\pi n_{e0}e^2)^{1/2}$ et $\omega_{pi}^{-1} = (m_i/4\pi n_{e0}e^2)^{1/2}$. En développant la densité électronique non extensive en séries de puissance

$$N_e = 1 + \left(\frac{q+1}{2}\right) \Phi + \left[\left(\frac{q+1}{2}\right) \left(\frac{3-q}{2}\right)\right] \frac{\Phi^2}{2} + \Theta(\Phi^3) \quad (3.12)$$

l'équation de Poisson peut être alors réécrite comme suit

$$\frac{\partial^2 \Phi}{\partial X^2} = 1 + \left(\frac{q+1}{2}\right) \Phi + \left[\left(\frac{q+1}{2}\right) \left(\frac{3-q}{2}\right)\right] \frac{\Phi^2}{2} - N_i \quad (3.13)$$

b) Etablissement de l'équation de KdV

Cette sous-section sera dédiée à l'établissement de l'équation de type KdV propre à un plasma composé d'ions fluide et d'électrons non extensifs. Pour ce faire, nous utilisons, comme nous l'avons déjà fait précédemment, les nouvelles variables suivantes

$$\begin{aligned} \xi &= \varepsilon^{1/2} (X - V_p T) \\ \tau &= \varepsilon^{3/2} T \end{aligned} \quad (3.14)$$

avec lesquelles les équations (3.9), (3.10) et (3.13) peuvent être réécrites sous la forme suivante

$$\varepsilon \frac{\partial N_i}{\partial \tau} - V_p \frac{\partial N_i}{\partial \xi} + \frac{\partial(N_i V_i)}{\partial \xi} = 0 \quad (3.15)$$

$$\varepsilon \frac{\partial V_i}{\partial \tau} - V_p \frac{\partial V_i}{\partial \xi} + V_i \frac{\partial V_i}{\partial \xi} = -\frac{\partial \Phi}{\partial \xi} \quad (3.16)$$

$$\varepsilon \frac{\partial^2 \Phi}{\partial \xi^2} = 1 + \left(\frac{q+1}{2}\right) \Phi + \left[\left(\frac{q+1}{2}\right) \left(\frac{3-q}{2}\right)\right] \frac{\Phi^2}{2} - N_i \quad (3.17)$$

où, à titre de rappel, ε est un paramètre mesurant la petitesse de l'amplitude et V_p est la nouvelle vitesse de phase dépendante du paramètre non extensif q . Notons au passage

que toutes les autres variables des équations fluides, à savoir, le potentiel électrostatique, la vitesse ionique et la densité ionique sont développées en séries de puissances comme suit

$$\Phi = \varepsilon \Phi^{(1)} + \varepsilon^2 \Phi^{(2)} + \dots \quad (3.18)$$

$$V_i = V_0 + \varepsilon V_i^{(1)} + \varepsilon^2 V_i^{(2)} + \dots \quad (3.19)$$

$$N_i = 1 + \varepsilon N_i^{(1)} + \varepsilon^2 N_i^{(2)} + \dots \quad (3.20)$$

b-1) Premier ordre en ε :

En injectant les équations (3.18)-(3.20) dans le système d'équation (3.15)-(3.17), nous obtenons, à l'ordre le petit en ε , les égalités suivantes

$$\varepsilon^{3/2} \left\{ -(V_p - V_0) \frac{\partial N_i^{(1)}}{\partial \xi} + \frac{\partial V_i^{(1)}}{\partial \xi} \right\} = 0 \quad (3.21)$$

$$\varepsilon^{3/2} \left\{ -(V_p - V_0) \frac{\partial V_i^{(1)}}{\partial \xi} = -\frac{\partial \Phi^{(1)}}{\partial \xi} \right\} \quad (3.22)$$

$$\varepsilon \left\{ \left(\frac{q+1}{2} \right) \Phi^{(1)} - N_i^{(1)} \right\} = 0 \quad (3.23)$$

En posant $\lambda = V_p - V_0$ et en intégrant une fois par rapport à ξ , les équations précédentes s'écrivent comme suit

$$N_i^{(1)} = \frac{1}{\lambda} V_i^{(1)} \quad (3.24)$$

$$V_i^{(1)} = \frac{1}{\lambda} \Phi^{(1)} \quad (3.25)$$

$$N_i^{(1)} = \left(\frac{q+1}{2} \right) \Phi^{(1)} \quad (3.26)$$

En combinant les trois dernières égalités (3.24)-(3.26), nous déduisons aisement l'expression de λ donnée par

$$\lambda = \sqrt{\frac{2}{q+1}}$$

et par conséquent, l'expression de la vitesse de phase propre à ce modèle de plasma est exprimée comme suit

$$V_p = \sqrt{\frac{2}{q+1}} + V_0 \quad (3.27)$$

Notons que pour $q = 1$, l'expression de la vitesse de phase (3.27) se réduit à celle Maxwell-Boltzmann ($V_p = 1 + V_0$).

Analysons maintenant, pour une valeur initiale nulle de la vitesse ($V_0 = 0$), le comportement de la vitesse phase non extensive (Eq. 3.27) de l'onde acoustique ionique. Pour ce faire, nous avons tracé la variation de la vitesse de phase V_p en fonction du paramètre non extensif q . La figure (5) montre, que la vitesse de phase, dans le cas $0.33 < q < 1$, augmente à mesure que les électrons évoluent loin de leur équilibre thermodynamique (c'est à dire lorsque q décroît). Par ailleurs, la vitesse de phase, dans le cas où $q > 1$, devient de plus en plus faible à mesure que le paramètre non extensif augmente.

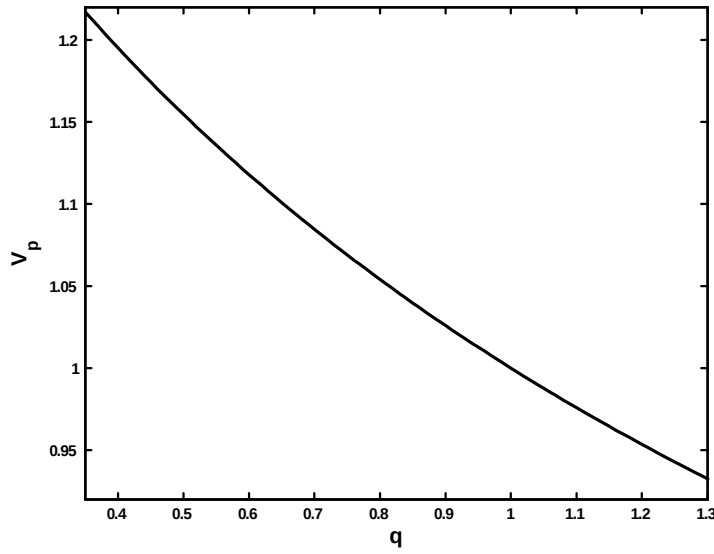


Figure 5 : Variation de la vitesse de phase V_p en fonction du paramètre non extensif q .

b-2) Ordre supérieur en ε et expression de l'équation KdV :

En tenant compte des égalités obtenues au premier ordre en ε , les équations fluides (Eqs. (3.15)-(3.17)), à l'ordre supérieur en ε , peuvent être réécrites comme suit

$$\varepsilon^{5/2} \left\{ \frac{\partial N_i^{(1)}}{\partial \tau} - \lambda \frac{\partial N_i^{(2)}}{\partial \xi} + \frac{\partial V_i^{(2)}}{\partial \xi} + \frac{\partial N_i^{(1)} V_i^{(1)}}{\partial \xi} \right\} = 0 \quad (3.28)$$

$$\varepsilon^{5/2} \left\{ \frac{\partial V_i^{(1)}}{\partial \tau} - \lambda \frac{\partial V_i^{(2)}}{\partial \xi} + V_i^{(1)} \frac{\partial V_i^{(1)}}{\partial \xi} = - \frac{\partial \Phi^{(2)}}{\partial \xi} \right\} \quad (3.29)$$

$$\varepsilon^2 \left\{ \frac{\partial^2 \Phi^{(1)}}{\partial \xi^2} = \left(\frac{q+1}{2} \right) \Phi^{(2)} + \left[\left(\frac{q+1}{2} \right) \left(\frac{3-q}{2} \right) \right] \frac{\Phi^{(1)2}}{2} - N_i^{(2)} \right\} \quad (3.30)$$

à partir desquelles nous déduisons l'équation de type KdV suivante

$$\frac{\partial \Phi^{(1)}}{\partial \tau} + A \Phi^{(1)} \frac{\partial \Phi^{(1)}}{\partial \xi} + B \frac{\partial^3 \Phi^{(1)}}{\partial \xi^3} = 0 \quad (3.31)$$

où A et B sont les coefficients non linéaire et dispersif, respectivement. Ils sont définis par les expressions suivantes

$$A = \frac{1}{2} \left\{ - \left(\frac{2}{q+1} \right)^{3/2} \left[1 - \frac{(q-1)^2}{4} \right] + 3 \left(\frac{q+1}{2} \right)^{1/2} \right\} \quad (3.32)$$

$$B = \frac{1}{2} \left(\frac{2}{q+1} \right)^{3/2} \quad (3.33)$$

Nous constatons que ces deux termes sont dépendent du paramètre non extensif. Par ailleurs, il est évident que lorsque $q = 1$, le cas Maxwellien est retrouvé ($A = 1$ et $B = 1/2$).

La solution stationnaire et localisée de l'équation (3.31) est donnée par

$$\Phi = \Phi_m \sec h^2 \left(\frac{\xi - \gamma \tau}{\delta} \right) \quad (3.34)$$

où $\Phi_m = 3\gamma/A$ et $\delta = (4B/\gamma)^{1/2}$ représentent, respectivement, l'amplitude et la largeur du soliton.

3.1.4 Résultats numériques et discussion

Passons maintenant à l'interprétation de nos résultats numériques obtenus. Pour cela, afin de voir comment et à quel point la non extensivité peut-elle affecter les caractéristiques du mode acoustique ionique, nous avons tracé quelques graphes montrant les modifications apportées par la non extensivité électronique. La variation du terme non linéaire en fonction du paramètre non extensif q est représentée sur la figure (6). Cette dernière montre qu'une augmentation du paramètre entraîne une croissance du terme non linéaire et qui reste positif. Cela signifie que ce modèle de plasma, contrairement au cas non thermique, peut supporter uniquement des structures compressives. Par ailleurs, la figure (7) montre que l'amplitude et la largeur du soliton acoustique ionique, dans le cas où $0.33 < q < 1$, augmentent à mesure que les électrons évoluent loin de leur équilibre thermodynamique (c'est-à-dire loin de $q = 1$). Par contre, dans le cas où $q > 1$, une augmentation du paramètre non extensif q entraîne une diminution de l'amplitude et de la largeur du soliton (figure (8)). Ce résultat est similaire à celui déjà obtenu par Tribche et al. [75] dans le cas de large amplitude, en utilisant l'approche du pseudo potentiel.

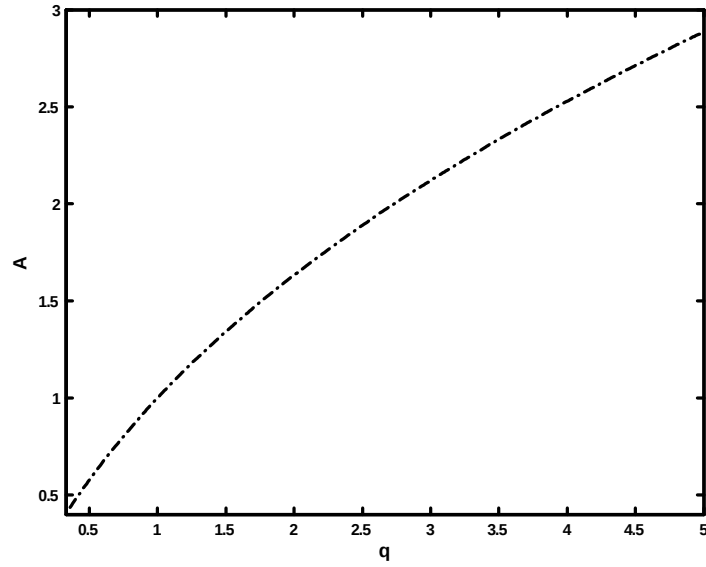


Figure 6 : Variation du terme non linéaire A en fonction du paramètre non extensif q .

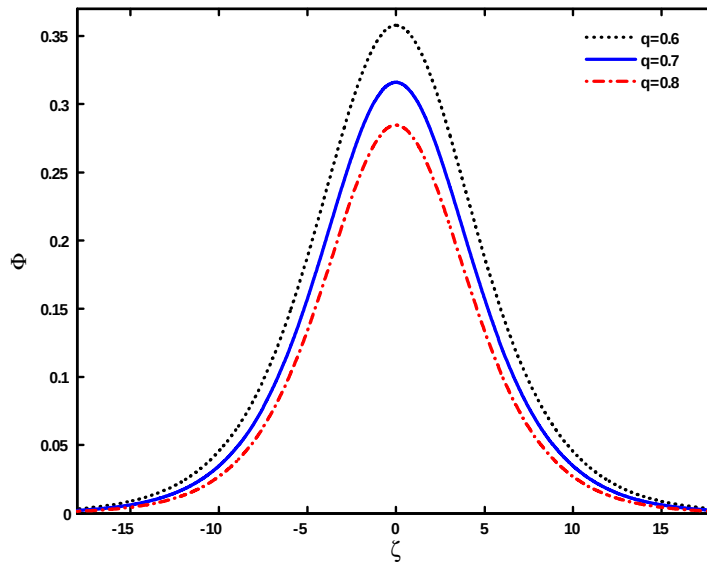


Figure 7 : Potentiel électrostatique solitaire Φ associé à l'onde acoustique ionique pour différentes valeurs de q dans le cas où $0.33 < q < 1$, avec $\gamma = 0.08$.

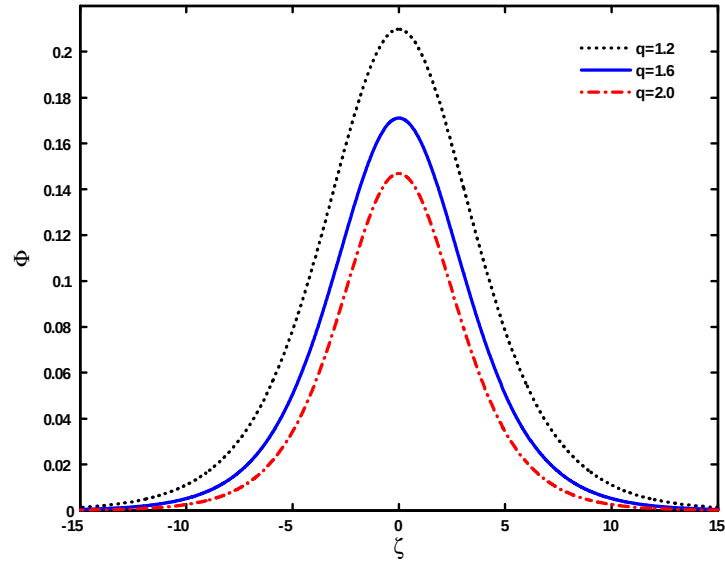


Figure 8 : Potentiel électrostatique solitaire Φ associé à l'onde acoustique ionique pour différentes valeurs de q dans le cas où $q > 1$, avec $\gamma = 0.08$.

3.2 Extension du modèle au cas d'un plasma contenant des électrons non thermiques non extensif

3.2.1 Présentation physique du problème

Au cours des parties précédentes, nous avons vu que les propriétés des ondes acoustiques ioniques de faible amplitude associées à un plasma à deux composantes sont sensiblement affectées par la présence des électrons non maxwelliens. En particulier, nous avons montré que notre modèle de plasma peut supporter des structures solitaires ioniques compressives et raréfactives en présence d'électrons non thermiques et seulement des structures compressives pour des électrons non extensifs. C'est pourquoi, et en guise de complément aux parties précédentes, il nous semble pertinent, au cours de cette partie, d'étendre notre analyse sur la propagation de l'onde solitaire ionique au cas d'un plasma contenant des électrons non thermiques et non extensifs. Autrement dit, nous nous proposons de revisiter le modèle de Cairns dans le contexte non extensif de Tsallis.

Rappelons que la généralisation du travail de Cairns [56] au cas non extensif a été réalisée, pour la première fois, dans une série de papiers, par Tribeche et ses collègues [[46], [83]] et [84]. Pour ce faire, Tribeche et *al.* [83] ont proposé une nouvelle distribution qui rassemble les deux distributions de Cairns et celle de Tsallis. En plus de sa contribution aux meilleurs ajustements des observations spatiales, cette nouvelle distribution hybride a été utilisée avec succès non seulement à réexaminer l'article fondamental de Cairns et *al.* [56], mais aussi à analyser d'autres modes de plasma [[46], [84], [85]]. L'application de cette nouvelle distribution a été étendue à l'investigation d'autres phénomènes dans les plasmas telles que la stabilité/instabilité modulationnelle (IM) des différents modes [86]. En vertu de tout ce qui précède, cette partie a pour objectif d'analyser, en faisant appel à la technique de la perturbation réductive, le mode acoustique électronique en présence d'électrons obéissant à la nouvelle distribution hybride non thermique et non extensif, et cela, pour voir comment la non thermalité et la non extensivité électroniques peuvent agir simultanément sur la nature (raréfactif ou compressif) des structures acoustiques ioniques de faible amplitude.

3.2.2 Approche non extensive de Cairns

Comme nous l'avons souligné dans l'introduction, Tribeche et ses collègues [[46], [83]] ont proposé une nouvelle distribution hybride qui décrit des électrons non thermiques et

non extensifs. Celle-ci est définie, à une dimension, comme suit

$$f_e(v_x) = C_{q,\alpha} \left\{ 1 + \alpha \left(\frac{v_x^2}{v_{te}^2} - 2 \frac{e\phi}{T_e} \right)^2 \right\} \left\{ 1 - (q-1) \left[\frac{v_x^2}{2v_{te}^2} - \frac{e\phi}{T_e} \right] \right\}^{\frac{1}{q-1}} \quad (3.35)$$

où $v_{te} = (T_e/m_e)^{1/2}$ est la vitesse thermique électronique, T_e et m_e sont, respectivement, la température et la masse électronique. Procédant de la même manière que dans le cas non extensif de la partie précédente, la fonction de distribution (Eq. 3.35) peut être réécrite, en l'absence de l'énergie potentielle ($\phi = 0$), comme suit

$$f_{e0}(v_x) = C_{q,\alpha} \left(1 + \alpha \frac{v_x^4}{v_{te}^4} \right) \left\{ 1 - (q-1) \frac{v_x^2}{2v_{te}^2} \right\}^{\frac{1}{q-1}} \quad (3.36)$$

à partir desquelles nous pouvons déduire la constante de normalisation. Cette dernière est donnée par

$$C_{q,\alpha} = \begin{cases} n_{e0} \sqrt{\frac{m_e}{2\pi T_e}} \frac{\Gamma(\frac{1}{1-q})(1-q)^{5/2}}{\Gamma(\frac{1}{1-q}-\frac{5}{2})[3\alpha+(\frac{1}{1-q}-\frac{3}{2})(\frac{1}{1-q}-\frac{5}{2})(1-q)^2]}, & \text{pour } -1 < q < 1 \\ n_{e0} \sqrt{\frac{m_e}{2\pi T_e}} \frac{\Gamma(\frac{1}{q-1}+\frac{3}{2})(q-1)^{5/2}(\frac{1}{q-1}+\frac{3}{2})(\frac{1}{q-1}+\frac{5}{2})}{\Gamma(\frac{1}{q-1}+1)[3\alpha+(q-1)^2(\frac{1}{q-1}+\frac{3}{2})(\frac{1}{q-1}+\frac{5}{2})]}, & \text{pour } q > 1 \end{cases} \quad (3.37)$$

Γ est la fonction gamma standard. En moyennant la fonction de distribution (??) sur tout l'espace des vitesses, nous obtenons l'expression de la densité électronique non extensive non thermique suivante [83]

$$\begin{aligned} n_e(\phi) &= \begin{cases} \int_{-\infty}^{+\infty} f_e(v_x) dv_x, & \text{pour } -1 < q < 1 \\ \int_{-v_{\max}}^{+v_{\max}} f_e(v_x) dv_x, & \text{pour } q > 1 \end{cases} \\ &= n_{e0} \left\{ 1 + A_1 \left(\frac{e\phi}{T_e} \right) + A_2 \left(\frac{e\phi}{T_e} \right)^2 \right\} \left\{ 1 + (q-1) \frac{e\phi}{T_e} \right\}^{\frac{1}{q-1} + \frac{1}{2}} \end{aligned} \quad (3.38)$$

où

$$A_1 = -16q\alpha/(15q^2 - 14q + 12\alpha + 3) \quad (3.39a)$$

$$A_2 = 16(2q-1)q\alpha/(15q^2 - 14q + 12\alpha + 3) \quad (3.39b)$$

Notons que lorsque $q \rightarrow 1$ (limite extensive), nous retrouvons l'expression bien connue [?]

$$n_e(\phi) = n_{e0} \left\{ 1 - \frac{4\alpha}{1+3\alpha} \left(\frac{e\phi}{T_e} \right) \left[1 - \left(\frac{e\phi}{T_e} \right) \right] \right\} \exp \left(\frac{e\phi}{T_e} \right) \quad (3.40)$$

de la densité électronique de *Cairns*. D'un autre côté, pour $\alpha = 0$, l'expression de la densité (Eq.3.38) se réduit à celle des électrons non extensifs [?]

$$n_e(\phi) = n_{e0} \left\{ 1 + (q-1) \frac{e\phi}{T_e} \right\}^{\frac{1}{q-1} + \frac{1}{2}} \quad (3.41)$$

La figure **3.1** illustre la variation de la fonction de distribution adimensionnelle $F(V) = f_{e0}(v_x)/C_{q,\alpha}$ en fonction de $V = v_x/v_{te}$ pour différentes valeurs de q . Pour $q = 1$, la distribution de *Cairns* classique est retrouvée. À mesure que q augmente (le caractère non extensif des électrons augmente), les "épaules" de la distribution deviennent moins importantes et les états d'énergie élevée sont moins probables que dans le cas non thermique extensif. Pour $q < 1$ (**Fig. 3.2**), les états d'énergie élevée sont plus probables que dans le cas non thermique additif [?],[84].

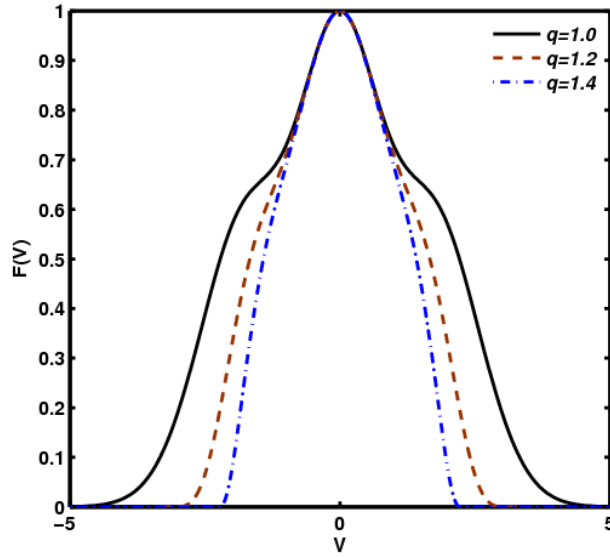


Figure 9 : Tracé de $F(V)$ en fonction de V pour différentes valeurs du paramètre non extensif $q = 1$ (trait plein), 1.2 (tirets) et 1.4 (tirets-pointillés), avec $\alpha = 0.2$.

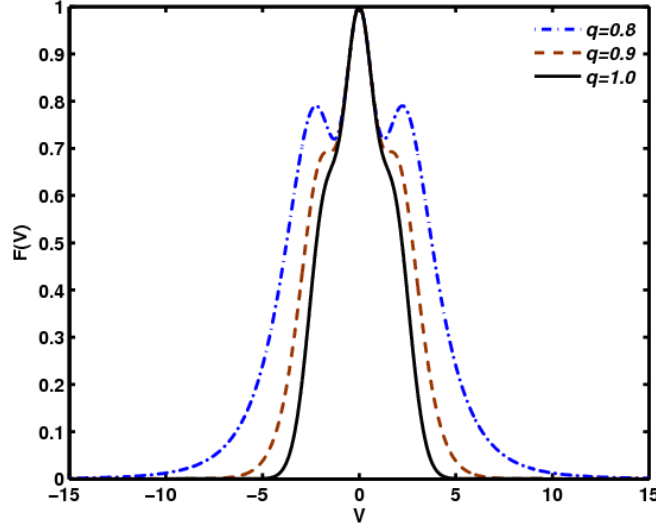


Figure 10 : Tracé de $F(V)$ en fonction de V pour différentes valeurs du paramètre non extensif $q = 1$ (trait plein), 0.9 (tirets) et 0.8 (tirets-pointillés), avec $\alpha = 0.2$.

Avant de poursuivre, notons que l'énergie cinétique est une grandeur positive $\langle E_c \rangle = \frac{1}{2}m_e \langle v_x^2 \rangle \geq 0$ et par conséquent, l'intégrale $\langle v_x^2 \rangle = \int v_x^2 f_e(v_x) dv_x$ sur tout l'espace des vitesses v_x doit être donc finie et positive. En effectuant cette intégrale, on obtient

$$\langle v_x^2 \rangle = \begin{cases} \int_{-\infty}^{+\infty} v_x^2 f_e(v_x) dv_x, & \text{pour } -1 < q < 1 \\ \int_{-v_{\max}}^{+v_{\max}} v_x^2 f_e(v_x) dv_x, & \text{pour } q > 1 \end{cases} = \frac{2(35q^2 - 46q + 60\alpha + 15)v_t^2}{(7q - 5)[12\alpha + (5q - 3)(3q - 1)]} n_{e0} \quad (3.42)$$

Cette condition, révèle que les valeurs acceptables des paramètres non extensif q et non thermique α sont celles qui correspondent à la zone grise de la figure **3.3**. Cette dernière montre le signe de l'énergie cinétique moyenne en fonction de q et de α . Nous prenons aussi en considération le fait que pour des valeurs plus élevées que $\alpha > 0.25$, la fonction de distribution pure de *Cairns* ($q \rightarrow 1$) présente un comportement non monotone en développant des ailes latérales et elle peut devenir instable [87]. Cette valeur ($\alpha = 0.25$) représente alors un seuil qu'on va pas dépasser dans notre investigation numérique. De plus, pour $q < 1$, en se basant sur la condition que la densité doit toujours être positive, *Williams et al.* [88] ont déterminé le domaine de validité des valeurs du paramètre non extensif qui est en accord

avec celui de la condition ci-dessus ($0.6 < q < 1$). En résumé, la zone grise de la figure ci-dessous (**Fig. 3.3**) représente les valeurs admissibles de q et de α (précisément le couple (q, α)) qui peuvent satisfaire toutes les conditions précédentes. Les couples (q, α) associés à la zone en couleur grise sont donc les seuls couples qui sont admis à être utilisés plus tard.

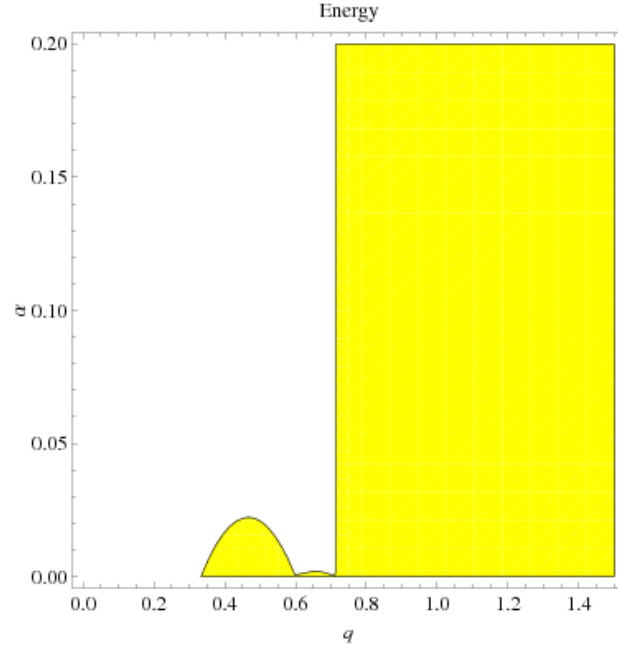


Figure 11 : Signe de l'énergie cinétique moyenne d'électrons en fonction de α et q . Zone grise (blanche) est pour les valeurs positives (négatives) de l'énergie cinétique d'électrons.

3.2.3 Etablissement de l'équation KdV

Nous intéressons maintenant à la dynamique des solitons acoustiques ioniques d'amplitude faible mais finie associée au même modèle de plasma avec, toutefois, des électrons obéissant à la nouvelle statistique de Tribeche-Tsallis-Cairns. Pour cela, nous établissons à partir des équations fluides suivantes

$$\frac{\partial N_i}{\partial T} + \frac{\partial(N_i V_i)}{\partial X} = 0 \quad (3.43)$$

$$\frac{\partial V_i}{\partial T} + V_i \frac{\partial V_i}{\partial X} = -\frac{\partial \Phi}{\partial X} \quad (3.44)$$

$$\frac{\partial^2 \Phi}{\partial X^2} = N_e - N_i \quad (3.45)$$

une équation de type Korteweg-de Vries (KdV), en utilisant la technique de la perturbation réductive de Washimi et Taniuti [16] avec les variables que nous avons déjà introduites dans les parties précédentes $\xi = \varepsilon^{1/2}(X - V_p T)$ et $\tau = \varepsilon^{3/2}T$, où ε est un petit paramètre mesurant la faiblesse de l'amplitude ou de la dispersion de l'onde et V_p la vitesse de phase normalisée à priori inconnue de l'onde acoustique ionique. Les variables N_i , V_i et Ψ sont alors développées en séries de puissances de ε autour de leurs valeurs d'équilibre

$$\Phi = \varepsilon \Phi^{(1)} + \varepsilon^2 \Phi^{(2)} + \dots \quad (3.46)$$

$$V_i = V_0 + \varepsilon V_i^{(1)} + \varepsilon^2 V_i^{(2)} + \dots \quad (3.47)$$

$$N_i = 1 + \varepsilon N_i^{(1)} + \varepsilon^2 N_i^{(2)} + \dots \quad (3.48)$$

Après avoir développé la densité des électrons non thermiques non extensifs en série de Taylor

$$N_e = 1 + C_1 \Phi + C_2 \Phi^2 + \dots \quad (3.49)$$

où

$$C_1 = A_1 + \frac{(q-1)}{2} \quad (3.50)$$

$$C_2 = B_1 + [(q-1)/2 + 1]A_1 + [1/2 - (q-1)^2/8] \quad (3.51)$$

le système d'équations (3.21)-(3.23), à l'ordre le plus petit en ε , s'écrit comme suit

$$\varepsilon^{3/2} \left\{ -(V_p - V_0) \frac{\partial N_i^{(1)}}{\partial \xi} + \frac{\partial V_i^{(1)}}{\partial \xi} \right\} = 0 \quad (3.52)$$

$$\varepsilon^{3/2} \left\{ -(V_p - V_0) \frac{\partial V_i^{(1)}}{\partial \xi} = -\frac{\partial \Phi^{(1)}}{\partial \xi} \right\} \quad (3.53)$$

$$\varepsilon \left\{ [A_1 + (q-1)/2] \Phi^{(1)} - N_i^{(1)} \right\} = 0 \quad (3.54)$$

En posant $\lambda = V_p - V_0$ et en intégrant une fois par rapport à ξ , les équations précédentes s'écrivent comme suit

$$N_i^{(1)} = \frac{1}{\lambda} V_i^{(1)} \quad (3.55)$$

$$V_i^{(1)} = \frac{1}{\lambda} \Phi^{(1)} \quad (3.56)$$

$$N_i^{(1)} = [A_1 + (q - 1)/2] \Phi^{(1)} \quad (3.57)$$

En combinant les trois dernières égalités, nous obtenons l'expression de λ . Soit

$$\lambda = \frac{1}{\sqrt{A_1 + (q - 1)/2}} \quad (3.58)$$

et par conséquent, l'expression de la vitesse de phase propre à ce modèle de plasma est exprimée comme suit

$$V_p = \frac{1}{\sqrt{A_1 + (q - 1)/2}} + V_0$$

L'expression de V_p révèle que la vitesse de phase dépend explicitement du paramètre non extensif q et du paramètre non thermique α . La figure (12) montre que, pour une valeur donnée de α , la vitesse de phase diminue à mesure le paramètre non extensif augmente (c'est-à-dire à mesure que les électrons évoluent vers leur équilibre thermodynamique). Cette vitesse se décale vers de grandes valeurs lorsque le caractère non thermique devient plus important dans le plasma (cas $\alpha = 0.01$). Par conséquent, la non thermalité des électrons, relativement importante, contribue à élargir la gamme de la vitesse de phase.

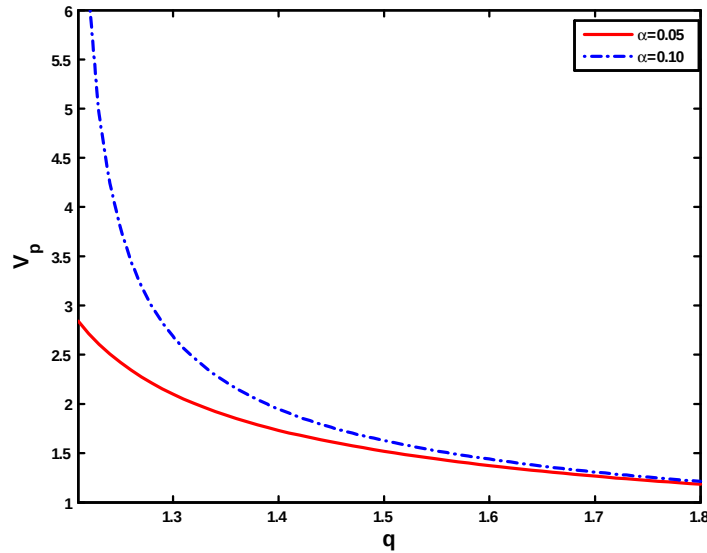


Figure 12 : Variation de la vitesse de phase V_p en fonction du paramètre non extensif q , pour deux différentes valeurs de α ($\alpha = 0.05$ et 0.1).

Aux ordres les plus élevés en ε , nous obtenons les équations suivantes

$$\varepsilon^{5/2} \left\{ \frac{\partial N_i^{(1)}}{\partial \tau} - \lambda \frac{\partial N_i^{(2)}}{\partial \xi} + \frac{\partial V_i^{(2)}}{\partial \xi} + \frac{\partial N_i^{(1)} V_i^{(1)}}{\partial \xi} \right\} = 0 \quad (3.59)$$

$$\varepsilon^{5/2} \left\{ \frac{\partial V_i^{(1)}}{\partial \tau} - \lambda \frac{\partial V_i^{(2)}}{\partial \xi} + V_i^{(1)} \frac{\partial V_i^{(1)}}{\partial \xi} = - \frac{\partial \Phi^{(2)}}{\partial \xi} \right\} \quad (3.60)$$

$$\varepsilon^2 \left\{ \frac{\partial^2 \Phi^{(1)}}{\partial \xi^2} = C_1 \Phi^{(2)} + C_2 \Phi^{(1)2} - N_i^{(2)} \right\} \quad (3.61)$$

à partir desquelles nous déduisons l'équation de type KdV suivante

$$\frac{\partial \Phi^{(1)}}{\partial \tau} + A \Phi^{(1)} \frac{\partial \Phi^{(1)}}{\partial \xi} + B \frac{\partial^3 \Phi^{(1)}}{\partial \xi^3} = 0 \quad (3.62)$$

où A et B sont les coefficients non linéaire et dispersif, respectivement. Ils sont définis par les expressions suivantes

$$A = \frac{3}{2} C_1^{1/2} - \frac{C_2}{C_1^{3/2}} \quad (3.63)$$

$$B = \frac{1}{2 C_1^{3/2}} \quad (3.64)$$

et dont la solution stationnaire et localisée est donnée par

$$\Phi = \Phi_m \operatorname{sech}^2 \left[\frac{\zeta - \gamma \tau}{\Delta} \right] \quad (3.65)$$

où $\Phi_m = 3\gamma/A$ et $\Delta = \sqrt{4B/\gamma}$ représentent, respectivement, l'amplitude et la largeur du soliton. La solution (3.58), représente la solution stationnaire de l'onde solitaire d'amplitude faible mais finie à condition que $\gamma > 0$.

3.2.4 Discussion des résultats numériques obtenus

Les relations mathématiques précédentes montrent que l'amplitude Φ_m et la largeur Δ du potentiel solitaire peuvent être affectées par la présence des électrons non thermiques non extensifs, et notre modèle de plasma peut admettre, selon le signe (positif ou négatif) du coefficient non linéaire A , des ondes acoustiques ioniques faiblement non linéaires compressives ou raréfactives. Pour cela, nous avons tracé la variation de l'amplitude en fonction de q pour deux valeurs différentes de α , avec $\gamma = 0.08$. La figure (13) montre que, pour une valeur donnée de α ($\alpha = 0.05$), l'amplitude Φ_m est du signe négatif pour des petites valeurs

du paramètre non extensif q et au-delà d'une certaine valeur critique ($q_c \approx 1.18$), l'amplitude change de signe, en devenant positive, permettant alors la formation des structures acoustiques ioniques raréfactives et compressives. De plus, pour une valeur de α plus importante ($\alpha = 0.10$), la gamme du paramètre non extensif requise à l'existence des structures solitaires raréfactives s'élargit et la valeur critique, à partir de laquelle les structures compressives commencent à apparaître, se décale légèrement vers de grandes valeurs ($q_c \approx 1.27$). Cela signifie que la non thermalité électronique, relativement importante, contribue à élargir la région d'existence des structures raréfactives. Intéressons nous maintenant au profil spatial de l'onde acoustique ionique. Pour cela, nous avons tracé le potentiel électrostatique associé au solitons acoustiques ioniques raréfactive (figures (14) et (15)) et compressives (figures (16) et (17)) en fonction de la variable spatiale ζ . Maintenant la valeur de α fixe ($\alpha = 0.05$), la figure 14 montre que l'amplitude et la largeur du soliton acoustique ionique de type raréfactif augmentent à mesure que le degré de non extensivité électronique devient plus fort. Cette effet devient moins important à mesure que la fraction énergétique augmente (Fig. (15), pour $\alpha = 0.10$). Par ailleurs, la figure (16) montre, pour une valeur donnée de α ($\alpha = 0.05$), que l'amplitude et la largeur du soliton compressif, contrairement au cas des solitons raréfactifs, diminuent à mesure que le paramètre non extensif augmente. En guise de comparaison, le soliton acoustique ionique compressive semble plus affecté à mesure que la fraction énergétique devient plus forte (Fig. (17)). Par conséquent, la présence d'une proportion électronique non thermique contribue à rendre plus fort l'effet de non extensivité. Un effet similaire à été retrouvé, pour l'étude des instabilités de l'onde acoustique ionique, par Merriche et Tribeche [86].

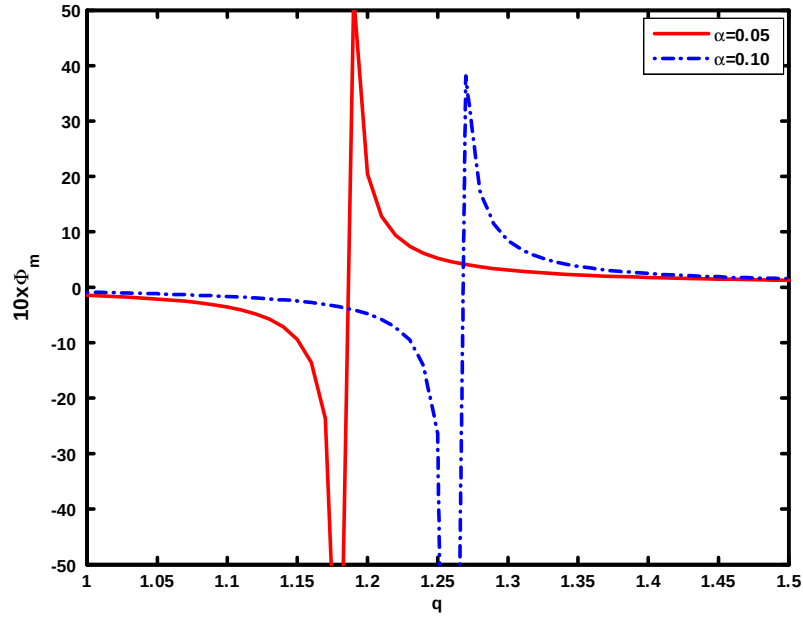


Figure 13 : Variation de l'amplitude Φ_m en fonction du paramètre non extensif q pour différentes valeurs de α .

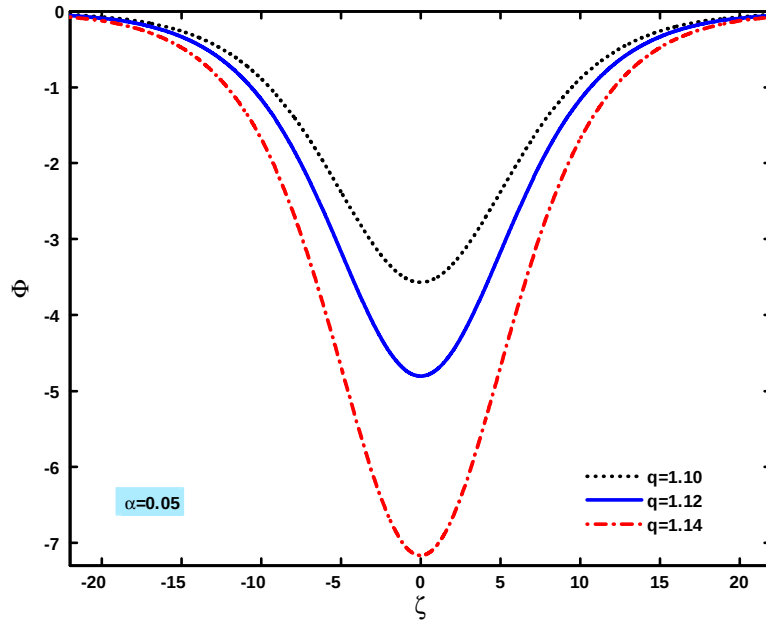


Figure 14 : Potentiel électrostatique solitaire Φ associé à l'onde acoustique ionique de raréfaction, pour différentes valeurs des q . Avec $\alpha = 0.10$ et $\gamma = 0.08$.

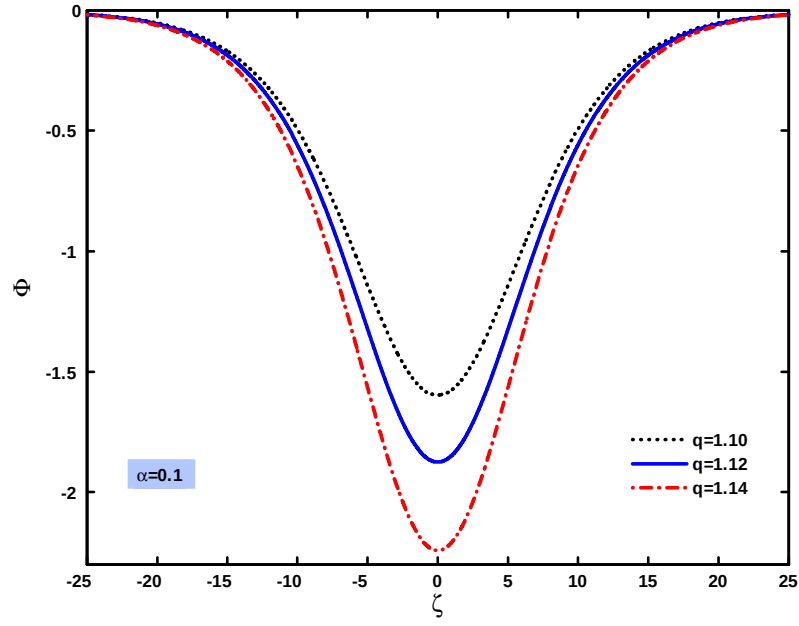


Figure 15 : Potentiel électrostatique solitaire Φ associé à l'onde acoustique ionique de raréfaction, pour différentes valeurs des q . Avec $\alpha = 0.05$ et $\gamma = 0.08$.

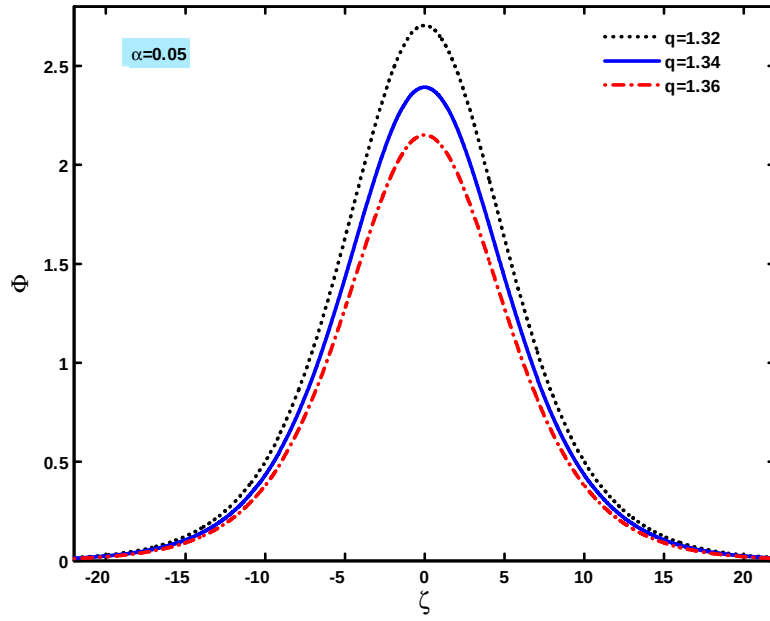


Figure 16 : Potentiel électrostatique solitaire Φ associé à l'onde acoustique ionique de compression, pour différentes valeurs des q . Avec $\alpha = 0.05$ et $\gamma = 0.08$.

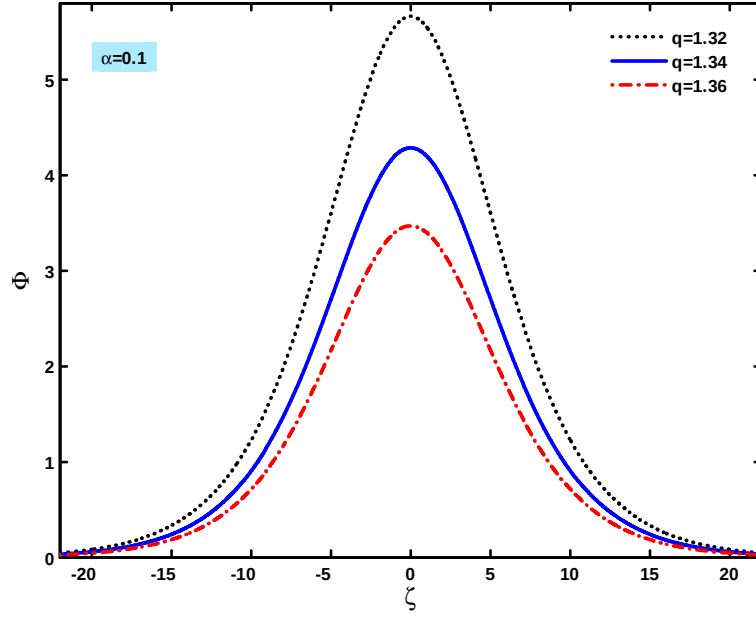


Figure 17 : Potentiel électrostatique solitaire Φ associé à l'onde acoustique ionique de compression, pour différentes valeurs des q . Avec $\alpha = 0.10$ et $\gamma = 0.08$.

Conclusion générale

Les travaux présentés dans ce manuscrit ont porté sur l'étude de l'onde acoustique ionique associée à un plasma ordinaire à deux composantes. Ces travaux rentrent dans le cadre de la physique de base qui s'intéresse à la modélisation des ondes acoustiques solitaires dans les plasmas. Particulièrement, nous nous sommes intéressés à l'étude théorique des propriétés intrinsèques du mode acoustique ionique de faible amplitude, en considérant des distributions hors équilibre thermodynamique auxquelles les électrons peuvent obéir. Le but est de montrer, pour différents modèles de plasma, les modifications induites par la présence des électrons non maxwelliens sur la propagation des ondes solitaires acoustiques ioniques d'amplitude faible mais finie. Pour ce faire, nous avons utilisé les équations de base du modèle fluide, fait appel à la théorie cinétique des plasmas et adopté des approches analytiques et numériques, en particulier, l'approche faiblement non linéaire en utilisant la méthode de perturbation réductive.

Le premier chapitre de ce mémoire a été réservé aux généralités sur les plasmas ordinaires. Après avoir présenté certains concepts de base sur les plasmas habituels, nous avons introduit, par la suite, les oscillations non linéaires associées aux plasmas à deux composantes, à savoir, la définition de la notion du soliton et la description de l'équation différentielle non linéaire de Korteweg-de Vries (K-dV) habituelle. Nous avons terminé ce chapitre par une présentation succincte sur la statistique non extensive.

Au cours de la première partie du deuxième chapitre, nous avons abordé l'onde acoustique ionique associée à un plasma à deux composantes en équilibre thermodynamique. Nous avons alors déterminé, en guise de rappel, l'équation de type K-dV, décrivant la dynamique de l'onde acoustique ionique, propre à un plasma contenant des électrons maxwelliens et des ions fluides. Ensuite, nous avons étendu notre étude au cas d'un plasma hors équilibre thermodynamique. En effet, nous avons analysé l'effet de la non thermalité des électrons sur les caractéristiques fondamentales (vitesse de phase, amplitude et largeur) du mode acoustique ionique. Nous avons montré que notre modèle de plasma peut supporter deux types de soli-

tons : soliton acoustique compressif pour $0 < \alpha < 0.152$ et raréfactif pour $0.152 < \alpha < 0.25$. De plus, l'amplitude et la largeur des deux solitons ioniques (raréfactifs et compressifs) sont sensiblement affectées par la présence d'une fraction électronique énergétique.

Dans le dernier chapitre de ce mémoire, nous avons abordé la partie principale de notre sujet en présentant une étude sur le mode acoustique ionique propre à un plasma non extensif. Il s'agit, en faite, d'une extension du travail illustré dans le chapitre précédent au cas d'un plasma contenant des électrons non extensifs. Nous avons alors analysé l'effet de la non extensivité sur l'onde acoustique ionique associée à un plasma contenant des électrons non extensifs et des ions fluides. Nous avons montré que ce modèle de plasma, contrairement au cas non thermique, peut admettre uniquement des structures compressives dont l'amplitude et la largeur sont sensiblement affectées par les effets non extensifs. En particulier, nous avons montré, dans le cas où $q > 1$, qu'à mesure que les électrons évoluent loin de leur équilibre thermodynamique, l'amplitude et de la largeur du soliton diminuent. Ce résultat est en accord avec celui obtenu par Tribche et al. [75] dans le cas de large amplitude.

En guise de comparaison et de bonne compréhension, nous avons terminé ce travail par une généralisation du modèle au cas d'un plasma contenant des électrons non thermiques non extensifs. Le but est de voir comment la non thermalité et la non extensivité peuvent agir simultanément sur les propriétés de l'onde acoustique ionique solitaire. Notre investigation a révélé que ce modèle de plasma admet des structures réfactives pour de petites valeurs du paramètre non extensif q et au-delà d'une certaine valeur critique ($q_c \approx 1.18$), l'amplitude change de signe, en devenant positive, permettant alors la formation des structures acoustiques compressives. En outre, une augmentation du caractère non thermique dans le plasma entraîne un décalage de la valeur critique inhérente à l'apparition des solitons compressifs vers de grandes valeurs ($q_c \approx 1.27$). Par ailleurs, nous avons montré que l'amplitude et la largeur des deux solitons sont intimement liées au degré de non extensivité des électrons non thermiques. En guise de comparaison, le soliton acoustique ionique compressive est plus affecté, comparativement à son homologue raréfactif, à mesure que la fraction énergétique devient plus forte. Un effet similaire a été retrouvé, pour l'étude des instabilités de l'onde acoustique ionique, par Merriche et Tribeche [86].

Vu tous les efforts fournis dans ce travail, nous espérons que nos résultats obtenus vont servir de base, d'un côté, à la bonne compréhension de certains phénomènes non linéaires associées aux plasmas et à fournir un bon ajustement entre les résultats théoriques et expérimentaux, d'un autre côté. Comme tout autre travail, il en reste encore de nombreuses questions ouvertes sur la physique des systèmes non linéaires, notamment, sur la propaga-

tion des ondes acoustiques non linéaires dans différents modèles de plasma. C'est pourquoi les perspectives du présent mémoire sont nombreuses. Nous nous proposons, par exemple, d'envisager une extension de notre étude aux cas des plasmas quantiques et relativistes.

Bibliographie

- [1] B. Held, Cold plasma Physics (Masson, Paris, 1994).
- [2] G. Schmidt, Physics of High Temperature Plasmas (Academic, New York, 1979).
- [3] F. F. Chen, *Introduction to Plasma Physics* (Plenum Press, New York, 1974), Chap. 8.
- [4] N. A. Krall and A. W. Trivelpiece, Principles of Plasma Physics (McGraw-Hill, New York, 1973).
- [5] L. Spitzer Jr., *Physics of Fully Ionized Gases* (Wiley, New York, 1962).
- [6] P. K. Shukla et A. A. Mamun, *Introduction to Dusty Plasma Physics* (Institute of Physics, Bristol 2002).
- [7] N. N. Rao, P. K. Shukla et M. Y. Yu, Planet. Space. Sci. **38**, 543 (1990).
- [8] A. Barkan, R. L. Merlino et N. D'Angelo, Phys. Plasmas **2**, 3563 (1995).
- [9] P.M. Bellan, Fundamentals of Plasma Physics (Pasadena, California, 2004).
- [10] F.F. Chen, *Lecture Notes On Principal Of Plasma Processing* (Los Angeles, Plenum, 2002).
- [11] S. & E. Eliezer, The Fourth State of Matter, An Introduction To Plasma Science : 2nd edit.(Institute Of Physics Publishing Bristol And Philadelphia 2001).
- [12] R. Fitzpatrick, Introduction to Plasma Physics (Austin, Spring 1998).
- [13] D. J. Kortweg et G. D. Vries, Phil.Mag. **39**, 422 (1895).
- [14] C. S. Gardner et G. M. Morikawa, Comm. Pure Appl. Math. **18**, 35 (1965).
- [15] R. C. Davidson, *Methods in Nonlinear plasma Theory* (Academic press, New York, 1972), p. 15.
- [16] H. Washimi et T. Taniuti, Phys. Rev. Lett. **17**, 996 (1966).
- [17] C. H. Su et C. S. Gardner, J. Math. Phys. **10**, 536 (1969).
- [18] N. J. Zabusky et M. D. Kruskal, Phys. Rev. Lett. **15**, 240 (1965).

- [19] N. J. Zabusky, Phys. Rev. Lett. **168**, 124 (1968).
- [20] H. Ikezi, R. J. Taylor et D. R. Baker, Phys. Rev. Lett. **25**, 11 (1970).
- [21] H. Ikezi, Phys. Fluids **16**, 1668 (1973).
- [22] H. Schamel, J. Plasma Phys. **9**, 377 (1973).
- [23] A. Rényi, Acta Math. Acad. Sci. Hung. **6**, 285 (1955).
- [24] C. Tsallis, J. Stat. Phys. **52**, 479 (1988).
- [25] M. P. Leubner et Z. Voros, Nonlin. Processes Geophys. **12**, 171 (2005).
- [26] M. P. Leubner, Nonlin. Processes Geophys. **15**, 531 (2008).
- [27] H. J. Haubold et D. Kumar, Astroparticle Phys. **29**, 70 (2008).
- [28] N. G. de Almeida, Physica A **387**, 2745 (2008).
- [29] G. Livadiotis, J. Math. Chem. **45**, 930 (2009).
- [30] R. Hanel et S. Thurner, Phys. Lett. A **373**, 1415 (2009).
- [31] C. Tsallis, R.S. Mendes et A.R. Plastino, Physica A **261**, 534 (1998).
- [32] E.G.D. Cohen, Physica A **305**, 19 (2002).
- [33] R. Silva, A. R. Plastino et J. A. S. Lima, Phys. Lett. A **249**, 401 (1998).
- [34] F. Bouchet et J. Sommeria, J. Fluid. Mech. **464**, 165 (2002).
- [35] M. K. H. Kiessling et T. Neukirch, Proc. Nat. acad. Sci. USA **100**, 1510 (2003).
- [36] M. Antoni, Y. Elskens et D. Escande. Phys. Plasmas **5**, 841 (1998).
- [37] L. P. Zhang and J. K. Xue, Phys. Plasmas **12**, 042304 (2005).
- [38] W. F. El-Taibany et I. Kourakis, Phys. Plasmas **13**, 062302 (2006).
- [39] M. Tribeche et R. Amour, Phys. plasmas, **14**, 103707 (2007).
- [40] M. Tribeche et M. Bacha, Phys. Plasmas **20**, 103704 (2013).
- [41] H. Abbasi et H. P. Hakimi, Plasma Phys. Contr. Fusion **50**, 095007 (2008).
- [42] H. Alinejad, Astrophys. Space Sci. **325**, 209 (2010).
- [43] L. Guo et J. Du, Physica A **390**, 183 (2011).
- [44] H. Alinejad, Phys. Lett. A **375**, 1005 (2011).
- [45] M. Tribeche, L. Djebarni et H. Schamel, Phys. Lett. A **376**, 3164 (2012).
- [46] R. Amour et M. Tribeche, and P. K. Shukla, Astrophys. Space Sci. **338**, 287 (2012).
- [47] I. Hadjaz et M. Tribeche, Astrophys Space Sci **351**, 591 (2014).

-
- [48] A. Merriche et M. Tribeche, *Physica A* **442**, 409 (2016).
 - [49] M. M. Hatami et M. Tribeche, *Physica A* **491**, 55 (2018).
 - [50] M. Ouazene et R. Amour, *Astrophys. Space Sci.* **364**, 20 (2019).
 - [51] N. Arab, R. Amour et M. Bacha, *European Journal of Physics D*, **73**, 121 (2019).
 - [52] R. Z. Sagdeev, *in Reviews of Plasma Physics*, (New York, 1966).
 - [53] F. D. Tappert, *Phys. Fluids* **15**, 2446 (1972).
 - [54] S. Tagare, *Plasma Phys.* **15**, 1247 (1973).
 - [55] H. Schamel, *Plasma Phys.* **14**, 905 (1972).
 - [56] R. A. Cairns, A. A. Mamun, R. Bingham, R. Bostrom, R. O. Dendy, C. M. C. Nairn et P. K. Shukla, *Geophys. Res. Lett.* **22**, 2709, (1995).
 - [57] R. A. Cairns, R. Bingham, R. O. Dendy, C. M. C. Nairn, P. K. Shukla et A. A. Mamun, *J. de Physique* **5** C6, 43 (1995).
 - [58] R. A. Cairns, A. A. Mamun, R. Bingham et P. K. Shukla, *Phys. Scr. T* **63**, 80 (1996).
 - [59] M. V. Goldman, M. M. Oppenheim et D. L. Newman, *Nonlinear Processes in Geophys.* **6**, 221 (1999).
 - [60] R. Boström, *IEEE Trans. Plasma Sci.* **20**, 756 (1992).
 - [61] P.O. Dovner, A.I. Eriksson, R. Boström et B. Holback, *Geophys. Res. Lett.* **21**, 1827 (1994).
 - [62] R. L.Mace, and M.Hellberg, *Phys. Plasmas* **2**, 2098 (1995).
 - [63] F. Verheest et S. R. Pillay, *Phys. Plasmas* **15**, 013703 (2008).
 - [64] F. Verheest et M. A. Hellberg, *Phys. Plasmas* **17**, 102312 (2010).
 - [65] M. Tribeche et A. Berbri, *J. Plasma Phys.* **74**, 245 (2008).
 - [66] M. Tribeche et G. Boumezoued, *Phys. Plasmas* **15**, 053702 (2008).
 - [67] S. Younsi et M. Tribeche, *Phys. Lett. A* **372**, 5181 (2008).
 - [68] M. Tribeche, S. Younsi et T. H. Zerguini, *Canadian J. Phys.* **86**, 975 (2008).
 - [69] K. Aoutou, M. Tribeche et T. H. Zerguini, *Phys. Plasmas* **15**, 013702 (2008).
 - [70] S. Younsi et M. Tribeche, *Phys. Plasmas* **15**, 073706 (2008).
 - [71] M. Tribeche, S. Ghebache, K. Aoutou et T. H. Zerguini, *Phys. Plasmas* **15**, 033702 (2008).
 - [72] M. Tribeche, T. H. Zerguini et K. Aoutou, *Phys. Plasmas* **10**, 631 (2003).

- [73] M. Tribeche, H. Houili et T. H. Zerguini, *Phys. Plasmas* **9**, 419 (2002).
- [74] R. Amour et M. Tribeche, *Phys. Plasmas* **17**, 063702 (2010).
- [75] M. Tribeche, L. Djebarni et R. Amour, *Phys. Plasmas* **17**, 042114 (2010).
- [76] M. Tribeche et L. Djebarni, *Phys. Plasmas* **17**, 124502 (2010).
- [77] A. S. Bains, M. Tribeche et T. S. Gill, *Phys. Lett. A* **375**, 2059 (2011).
- [78] R. Amour et M. Tribeche, *Commun Nonlinear Sci Numer Simulat* **16**, 3533 (2011).
- [79] M. Tribeche et P. K. Shukla, *Phys. Plasmas* **18**, 103702 (2011).
- [80] M. Tribeche et P. K. Shukla, *Phys. Lett. A* **376**, 1207 (2012).
- [81] M. Benzekka et M. Tribeche, *Phys. Plasmas* **20**, 083702 (2013).
- [82] R. Amour, L. Ait Gougam et M. Tribeche, *Physica A* **436**, 856 (2015).
- [83] M. Tribeche, R. Amour et P. K. Shukla, *Phys. Rev. E* **85**, 037401 (2012).
- [84] M. Benzekka et M. Tribeche, *Astrophys. Space Sci.* **338**, 63 (2011).
- [85] M. Benzekka et M. Tribeche, *Phys. Plasmas* **20**, 083702 (2013).
- [86] A. Merriche et M. Tribeche, *Physica A* **421**, 463 (2016).
- [87] F. Verheest et M. A. Hellberg, *Phys. Plasmas* **17**, 102312 (2010).
- [88] G. Williams, I. Kourakis, F. Verheest et M. A. Hellberg, *Phys. Rev. E* **88**, 023103 (2013).

Résumé

Le présent mémoire de Master s'inscrit dans le contexte général de la modélisation des plasmas à deux composantes. Il se propose, en premier lieu, d'analyser l'existence et la formation de certaines structures cohérentes (solitons) associées à un plasma et, en deuxième lieu, de voir dans quelle mesure et à quel degré la présence des particules (particulièrement des électrons) énergétiques et non extensives peut-elle les affecter. L'accent sera alors mis sur les propriétés non linéaires de l'onde acoustique ionique associée à deux modèles de plasma. Le premier modèle, dit Maxwellien, ne considère que des particules en équilibre thermodynamique tandis que le second, extension du premier, prend en considération la présence des populations (des fractions) hors équilibres thermodynamique, à savoir, les électrons non thermiques et non extensifs. Le but principal de notre travail consiste, d'une part, à remédier au problème du désaccord existant entre les résultats théoriques basés sur l'approche faiblement non linéaire et leurs homologues expérimentaux, et d'une autre part, à mener une étude comparative de l'effet des différentes distributions, à savoir, les distributions non thermique et non extensive. Pour ce faire, nous avons utilisé les équations de base du modèle fluide, fait appel à la théorie cinétique des plasmas et adopté des approches analytiques et numériques, en particulier, la méthode des perturbations réductives (cas faiblement non linéaire). Nous verrons alors que la présence de ces électrons hors équilibre thermodynamique, de concert avec la force électrostatique, peut affecter de manière significative la dynamique des oscillations acoustiques non linéaires associées au mouvement des ions.

ABSTRACT

This Master's thesis is part of the general context of two-component plasma modelling. It proposes, firstly, to analyse the existence and formation of certain coherent structures (solitons) associated with a plasma and, secondly, to see to what extent and to what degree the presence of energetic and non-extensive particles (especially electrons) can affect them. Emphasis will then be placed on the non-linear properties of the ion acoustic wave associated with two plasma models. The first model, called Maxwellian, considers only particles in thermodynamic equilibrium while the second, an extension of the first, takes into account the presence of populations (fractions) outside thermodynamic equilibrium, namely non-thermal and non-extensive electrons. The main aim of our work is, on the one hand, to remedy the problem of the disagreement existing between the theoretical results based on the weakly non-linear approach and their experimental counterparts, and on the other hand, to carry out a comparative study of the effect of the different distributions, namely, the non-thermal and non-extensive distributions. To do this, we used the basic equations of the fluid model, called upon the kinetic theory of plasmas and adopted analytical and numerical approaches, in particular, the reductive perturbation method (weakly non-linear case). We will then see that the presence of these electrons out of thermodynamic equilibrium, together with the electrostatic force, can significantly affect the dynamics of non-linear acoustic oscillations associated with the movement of ions.

ملخص

تقع أطروحة الماجستير هذه في السياق العام لنمذجة البلازما المكونة من عنصرين. يقترح، أولاً، تحليل وجود وتشكيل بعض الهياكل المتماسكة (solitons) المرتبطة بالبلازما، وثانياً، لمعرفة إلى أي مدى وإلى أي درجة وجود الجسيمات (خاصة الإلكترونات) النشطة وغير واسعة النطاق تؤثر عليها. سيتم بعد ذلك التركيز على الخصائص غير الخطية لموجة الأيونات الصوتية المرتبطة بنموذجين من البلازما. النموذج الأول، كما يقول ماكسويليان، ينظر فقط إلى الجسيمات في التوازن الديناميكي الحراري بينما يأخذ الثاني، وهو امتداد للنموذج الأول، في الاعتبار وجود مجموعات (كسور) خارج التوازن الديناميكي الحراري، أي الإلكترونات غير الحرارية وغير الواسعة. الهدف الرئيسي لعملنا هو، من ناحية، معالجة مشكلة الخلاف بين النتائج النظرية القائمة على النهج غير الخطي الضعيف ونظيراتها التجريبية، ومن ناحية أخرى، إجراء دراسة مقارنة تأثير التوزيعات المختلفة، أي التوزيعات غير الحرارية وغير الموسعة. للقيام بذلك، استخدمنا المعادلات الأساسية لنموذج المائع، واستندنا إلى النظرية الحركية للبلازما واعتمدنا مناهج تحليلية وعددية، على وجه الخصوص، طريقة الاضطرابات الاختزالية (الحالة غير الخطية الضعيفة). سنرى بعد ذلك أن وجود هذه الإلكترونات خارج التوازن الديناميكي الحراري، جنباً إلى جنب مع القوة الكهروستاتيكية، يمكن أن يؤثر بشكل كبير على ديناميكيات التذبذبات الصوتية غير الخطية المرتبطة بحركة الأيونات.