



Faculté des Sciences et des Sciences appliquées  
Département de Génie Mécanique

N° d'ordre : ...../Mas/2018.

Série : ...../GM/2018.

## Projet de Fin d'Etude

Présenté pour obtenir le diplôme de Master  
en Génie Mécanique

Etude de la convection naturelle dans les cavités trapézoïdales  
sous champ magnétique

Option :

**Energétique**

Par :

**Sadaoui Taachourt**

Soutenue le : 24 /09 /2018

Devant le jury composé de :

Président : M<sup>r</sup>. LATTARI

Rapporteur : M<sup>r</sup>. B.MAHFOUD

MCA

Université Bouira

Université Bouira

Examineurs :

M<sup>r</sup>. HAMIMID

M<sup>r</sup>. ABARKENE

Université Bouira

Université Bouira

## Remerciements

*En préambule, je souhaite rendre grâce à Dieu, le clément et le miséricordieux de m'avoir donné la force et la patience de mener à bien ce modeste travail*

*Je tiens évidemment à débiter ces remerciements en témoignant de ma profonde reconnaissance envers Monsieur Brahim MAHFOUD, maître de conférence à l'Université BOUIRA pour m'avoir encadré et dirigé ce travail avec patience.*

*Je remercie vivement Monsieur LATTARI Maître de conférence à l'Université BOUIRA, qui m'a fait l'honneur de présider le jury, ainsi que pour sa contribution à ma formation.*

*Je veux exprimer mes remerciements aux membres de jury,  
Monsieur LATTARI MA à l'Université BOUIRA  
Monsieur HAMIMID MA à l'Université BOUIRA.  
Monsieur ABARKENE MA à l'Université BOUIRA.*

*Mes remerciements s'adressent aussi à tous les enseignants du département de Génie Mécanique de l'Université BOUIRA*

## *Dédicace*

*Je ne peux commencer sans évoquer le nom d'ALLAH le tout puissant qui m'a donné la patience, la santé, le courage et la force tout le long de ma vie*

*Je dédie ce modeste travail :*

*À la mémoire de mon très cher père mon exemple dans ma vie, il est parti laissé derrière lui une profonde tristesse et un grand vide que Dieu le tout puissant l'accueil dans son vaste paradis.*

*À Celle qui n'a reculé jamais devant aucun obstacle pour assurer l'épanouissement et l'édification de ma personne,...ma très chère mère qui m'éclaire mon chemin, qui je ne pourrai rendre le mérite comme elle se doit, Qu'ALLAH la garde et la bénisse.*

*À mes chers frères, Ouali, Said, Sliman, Mouloud,*

*À ma chère sœur Kahina*

*A mon promoteur monsieur Mahfoud Brahim : Cette humble dédicace ne saurait exprimer mon grand respect et ma profond estime, que dieu vous procure bonne santé et long vie.*

**TAACHOURT**

## Résumé

*Nous présentons une étude numérique de la convection naturelle dans une enceinte trapézoïdale remplie d'un fluide à nombre de Prandtl ( $Pr=7$ ), soumise à un champ magnétique orienté verticalement. Le logiciel FLUENT basé sur la méthode des volumes finis pour résoudre numériquement les équations de transports gouvernants le phénomène étudié. Nos simulations numériques ont été présentées pour différentes valeurs de la longueur de paroi inférieure ( $x=L/8$ ,  $x=L/4$ ,  $x=L/2$  et  $x=L$ ) et différentes nombre de Hartmann ( $Ha=0$ , 50 et 100) en augmentant le nombre de Rayleigh ( $Ra=10^4$ ,  $10^5$  et  $10^6$ ), afin de voir les effets du champ magnétique sur la convection naturelle dans une enceinte trapézoïdale. On constate que le transfert de chaleur a diminué lorsqu'on augmente la longueur de paroi inférieure. On remarque aussi que l'augmentation du champ magnétique, diminue la force d'écoulement et le transfert de chaleur à l'intérieur de la cavité.*

**Mots clés :** *champ magnétique, convection naturelle, longueur de paroi, trapézoïdale*

## ملخص

يمثل هذا العمل دراسة رقمية، للحمل الحراري الطبيعي في حيز ذو شكل شبه منحرف مملوء بالماء ( $Pr = 7$ )، يوضع الحيز تحت تأثير حقل مغناطيسي موجه من الأسفل الي أعلى. برنامج FLUENT مبني على طريقة الحجم المحدود لحل معادلات النقل الحاكمة عدديا للظاهرة المدروسة. تم دراسة تغير طول الجدار السفلي ( $x = L/2$ ،  $x = L/4$ ،  $x = L/8$ ) و ( $x = L$ ) ومن اجل مختلف قيم عدد هارتمان ( $Ha$  (0، 50، 100) ومن خلال زيادة عدد Rayleigh ( $Ra$ )،  $10^4$  و  $10^5$  و  $10^6$ )، لمعرفة آثار المجال المغناطيسي على الحمل الحراري الطبيعي في هذا الحيز. لقد وجدنا أن نقل الحرارة قد انخفض عند زيادة طول الجدار السفلي. وزيادة قوة المجال المغناطيسي، يقلل من قوة التدفق داخل الحيز ونقل الحرارة.

**كلمات المفتاحية:** الحمل الحراري الطبيعي، حقل مغناطيسي، شبه منحرف، طول الجدار.

## Abstract

*We present a numerical study of natural convection in a trapezoidal enclosure filled with a Prandtl number fluid ( $Pr = 7$ ), and submitted to an axial magnetic field. FLUENT software based on the finite volume method to numerically solve the governing transport equations the studied phenomenon. Our numerical simulations were presented for different values of bottom wall length ( $x = L/8$ ,  $x = L/4$ ,  $x = L/2$  and  $x = L$ ) and different Hartmann numbers ( $Ha = 0, 50$  and  $100$ ) by increasing the number of Rayleigh ( $Ra = 10^4, 10^5$  and  $10^6$ ), to see the effects of the magnetic field on natural convection in a trapezoidal enclosure. It is found that the heat transfer has decreased when increasing the lower wall length and increasing the magnetic field, decreases the flow inside the cavity and the heat transfer.*

**Keywords:** *Natural convection, magnetic field, trapezoidal enclosure, wall length.*

# Table des matières

Remerciements .....	ii
Dédicace .....	iii
Résumé .....	iv
ملخص .....	v
Abstract .....	vi
Liste des figures .....	ix
Liste des tableaux .....	xi
Nomenclature .....	xii
Symboles grecs.....	xiii
<b>Introduction générale.....</b>	<b>1</b>
<b>Chapitre I : Généralités et revue bibliographique .....</b>	<b>3</b>
I.1 Généralités .....	3
I.2 Revue bibliographique .....	3
I.2.1 convection naturelle dans des cavités .....	3
I.2.2 convection sous champ magnétique .....	6
I.3 Les définitions.....	9
I.3.1 Convection.....	9
I.3.2 Domaines d’application de la convection naturelle.....	11
I.3.3 convection naturelle en cavité fermée .....	11
I.3.4 Ecoulement MHD.....	13
<b>Chapitre II : Géométries-modèles mathématiques .....</b>	<b>17</b>
II.1 Introduction .....	17
II.2. La géométrie .....	17

II.3 Hypothèses simplificatrices .....	18
II.4 Equations de transport .....	18
II.5 Les conditions aux limites .....	20
II.6 Outils d'analyse de l'écoulement .....	20
<b>Chapitre III : Méthode numérique et CFD .....</b>	<b>22</b>
III.1. Introduction .....	22
III.2 Notion générale sur la méthode des volumes finis.....	22
III.3. Etapes de résolution par la méthode des volumes finis.....	23
III.4 Détails numériques utilisés dans ce travail .....	28
<b>Chapitre IV : Résultats et discussion.....</b>	<b>32</b>
IV.1 Effet du maillage .....	32
IV.2 Validation.....	33
IV.3 Ecoulement sans champ magnétique ( $Ha = 0$ ).....	33
IV.4 Ecoulement avec champ magnétique ( $Ha \neq 0$ ) : .....	41
<b>Conclusions .....</b>	<b>56</b>
<b>Bibliographie.....</b>	<b>57</b>



## Liste des figures

<b>Figure I.1:</b> Schéma du phénomène de transfert de chaleur par convection.....	10
<b>Figure I.2:</b> Schéma représentant la configuration La convection de Rayleigh-bénard.....	12
<b>Figure I.3 :</b> Schéma de la convection cavité avec gradient horizontale de température.....	12
<b>Figure II.1:</b> Géométrie du problème.....	18
<b>Figure II-2 :</b> Schématisation des conditions aux limites du problème adimensionnel.....	20
<b>Figure III.1:</b> Schéma du volume de contrôle dans le cas bidimensionnel .....	23
<b>Figure III.2:</b> Volume de contrôle décalé pour u et v dans un maillage entrelacé.....	24
<b>Figure III.3:</b> Organigramme de l'algorithme SIMPLE.....	27
<b>Figure III.4:</b> L'interface de Gambit.....	29
<b>Figure III.5:</b> Maillage quadratique bidimensionnel constitué d'environ 5600 nœuds.....	29
<b>Figure III.6:</b> L'interface du fluent.....	30
<b>Figure IV.1:</b> Nombre de Nusselt local à la paroi supérieur obtenues avec différentes densités de maillage pour le cas $x=L/2$ , $Ra=10^5$ et $Ha=50$ .....	32
<b>Figure IV.2:</b> Comparaison avec Hasanuzzaman et al.....	33
<b>Figure IV.3:</b> Effet de la diminution de la longueur de paroi inferieur sur les lignes de courant et les isothermes, avec $Ha = 0$ et $Ra = 10^4$ .....	35
<b>Figure IV.4:</b> Effet de la diminution de la longueur de paroi inferieur sur les lignes de courant et les isothermes, avec $Ha = 0$ et $Ra = 10^5$ .....	36
<b>Figure IV.5:</b> Effet de la diminution de la longueur de paroi inferieur sur les lignes de courant et les isothermes, avec $Ha = 0$ et $Ra = 10^6$ .....	37
<b>Figure IV.6: (a)</b> Effet de la diminution de la longueur de paroi inferieur sur les lignes de courant <b>(b)</b> Effet du nombre de Hartmann sur les lignes de courant.....	39
<b>Figure IV.7:</b> Cas de $Ha = 0$ <b>(a)</b> Nusselt local <b>(b)</b> Nusselt moyen en fonction du nombre de Rayleigh $Ra$ pour différentes valeurs de $X$ .....	40
<b>Figure IV.8:</b> Effet du nombre de Hartmann sur les lignes de courant et les isothermes lorsque $X = L$ et $Ra = 10^4$ .....	43
<b>Figure IV.9:</b> Effet du nombre de Hartmann sur les lignes de courant et les isothermes lorsque $X = L$ et $Ra = 10^5$ .....	44
<b>Figure IV.10:</b> Effet du nombre de Hartmann sur les lignes de courant et les isothermes lorsque $X = L$ et $Ra = 10^6$ .....	45

<b>Figure IV.11:</b> Effet du nombre de Hartmann sur les lignes de courant et les isothermes lorsque $X = L/2$ et $Ra = 10^4$ .....	47
<b>Figure IV.12:</b> Effet du nombre de Hartmann sur les lignes de courant et les isothermes lorsque $X = L$ et $Ra = 10^5$ .....	48
<b>Figure IV.13:</b> Effet du nombre de Hartmann sur les lignes de courant et les isothermes lorsque $X = L$ et $Ra = 10^6$ .....	49
<b>Figure IV.14:</b> Distributions axiale de la température à $x=1$ pour différentes longueur ( $x$ ), lorsque $Ra = 10^5$ et $Ha=50$ .....	51
<b>Figure IV.15:</b> Distributions axiale de la vitesse $V$ à $x=1$ pour différentes longueur ( $x$ ), lorsque $Ra = 10^5$ et $Ha=50$ .....	51
<b>Figure IV.16:</b> Nusselt local pour différentes valeurs de $Ra$ , lorsque $Ha= 50$ et $X$ .....	52
<b>Figure IV.17:</b> Nusselt pour différentes valeurs de $Ha$ , lorsque $Ra = 10^6$ et $X = L$ .....	52
<b>Figure IV.18:</b> Nusselt l pour différentes valeurs de $X$ , lorsque $Ra = 10^6$ et $Ha = 50$ .....	53
<b>Figure IV.19:</b> Nusselt moyen en fonction du nombre de Rayleigh $Ra$ pour différentes valeurs de $X$ en paroi gauche et paroi droite, lorsque $Ha = 50$ .....	53
<b>Figure IV.20:</b> Nusselt moyen en fonction du nombre de Rayleigh $Ra$ pour différentes valeurs de $Ha$ en paroi supérieur, pour le cas $X=L$ .....	54
<b>Figure IV.21:</b> Nusselt moyen en fonction de la longueur de paroi inferieur ( $X$ ) pour différentes valeurs de $Ha$ et $Ra=10^6$ .....	55

## Liste des tableaux

<b>Tableau II-1</b> : schéma de discrétisations.....	31
<b>Tableau III-2</b> : les valeurs de sous relaxation.....	31

## Nomenclature

Cp	: Chaleur spécifique à pression constante	[J.kg <sup>-1</sup> .K <sup>-1</sup> ]
L	: Longueur de la cavité	[m]
p	: La pression	[pascal]
Pr	: Nombre de Prandtl (= $\nu/\alpha$ )	
Ra	: Nombre de Rayleigh, (= Pr.Gr)	
Nu	: Nombre de Nusselt = $\frac{hL}{k}$	
Gr	: Nombre de Grashof = $\frac{g\beta(T_h-T_c)L^3}{\nu^2}$	
Ha	: Nombre de Hartmann = $B_0L\sqrt{\frac{\sigma}{\mu}}$	
$S_\phi$	: Terme source.	
S	: Surface d'échange	[m <sup>2</sup> ]
T	: Température	[K]
t	: Temps (s).	
T <sub>c</sub>	: Température chaud	[K]
T <sub>f</sub>	: Température froid	[K]
u	: Les composants de vitesse dans la direction de x	[ms <sup>-1</sup> ]
v	: Les composants de vitesse dans la direction de y	[ms <sup>-1</sup> ]
U, V	: Les composants adimensionnelle de vitesse ( $uL/\alpha, vL/\alpha$ ).	
x, y	: Coordonné cartésienne	[m]
h	: Coefficient d'échange convectif	[W/m <sup>2</sup> .K]
m	: La masse	[kg]
K	: La conductivité thermique	[w. m <sup>-1</sup> . K <sup>-1</sup> ]
X, Y	: Coordonnées adimensionnelle (x/L ; y/L).	
$\Delta x$	: Variation de x.	[m]
$\Delta y$	: Variation de y	[m]
T <sub>∞</sub>	: Température de l'entourage	[K]
H	: La hauteur de la cavité	[m]

$g$	: Accélération de pesanteur	$[m \cdot s^{-2}]$
$A$	: Aire de la surface de contact solide/fluide	$[m^2]$
$T_s$	: Température de surface	$[K]$
$N$	: La distance non dimensionnelle sur la direction X ou Y	
$J$	: Vecteur de densité du courant électrique	$[Am^{-2}]$
$B$	: Champ magnétique	

### Symboles grecs

$\sigma$	: Conductivité électrique	$[\Omega^{-1} \cdot m^{-1}]$
$\Psi$	: Fonction de courant adimensionnelle.	
$\beta$	: Coefficient d'expansion thermique à pression constante	$[K^{-1}]$
$\alpha$	: Diffusivité thermique	$[m^2 \cdot s^{-1}]$
$\delta_t$	: Epaisseur de couche limite thermique	$[m]$
$\lambda$	: Conductivité thermique	$[Wm^{-1}k^{-1}]$
$\rho$	: Masse volumique	$[Kg \cdot m^{-3}]$
$\rho_0$	: Masse volumique de référence	$[Kg \cdot m^{-3}]$
$\Phi$	: Flux de chaleur	$[W]$
$\nu$	: Viscosité cinématique	$[m^2 \cdot s^{-1}]$
$\mu$	: Viscosité dynamique	$[Kg \cdot m^{-1} \cdot s^{-1}]$
$\Gamma_\Phi$	: Coefficient diffusion	
$\partial$	: Dérivée partielle	
$\Psi$	: Fonction de courant adimensionnelle.	
$\theta$	: Température adimensionnelle	

### Indices

$P$	: Nœud considéré du maillage
$E, W, N, S$	: Nœud considéré du coté Est, West, Nord, Sud, respectivement du nœud P
$e, w, n, s$	: Les faces Est, West, Nord, Sud, respectivement du volume de contrôle considéré.



## Introduction générale

La convection naturelle se trouve dans les milieux confinés, quand un fluide est soumis à un gradient de densité causé par des variations locales de température, des forces volumiques dues au champ de gravité induisent un mouvement convectif.

Transfert de chaleur par convection naturelle est un sujet de grand intérêt car il a de nombreux phénomènes naturels et processus industriels telles que, les réacteurs nucléaires conception des capteurs solaires, refroidissement d'équipement et de nombreux autres processus technologiques.

Le problème général de convection naturelle dans les enceintes est assez complexe. D'une part, les formes des cavités sont très variées, la structure de l'écoulement dépend de la géométrie du système. D'autre part, la cavité généralement est orientée suivant l'angle  $\theta$ , l'inclinaison des parois est un paramètre majeur. Dans la plupart des applications, les formes de cavité peuvent être curvilignes telles que triangulaire, trapézoïdale, sinusoidale ou ellipsoïdale. Beaucoup d'études ont été réalisées concernant la convection naturelle des cavités tant expérimentales que numériques.

La convection dans les cavités trapézoïdales a été analysée de manière approfondie dans la littérature. Convection naturelle transitoire dans une cavité trapézoïdale avec des parois supérieures et inférieures parallèles et des parois latérales inclinées a été étudiée dans la littérature.

Le champ magnétique est aussi un paramètre de contrôle important pour le transfert de chaleur par convection dans les tuyaux, conduits et cavités.

Dans ce mémoire, nous considérons l'étude théorique et numérique du phénomène de la convection naturelle laminaire dans une enceinte trapézoïdale, de fond horizontal et chauffé à partir de la paroi supérieure, les parois latérales sont inclinées et La paroi inférieure est adiabatique. L'intérêt de ce problème est de voir les effets du champ magnétique sur la convection naturelle dans une enceinte trapézoïdale.

Les simulations numériques sont accomplies pour différents nombres de Rayleigh  $Ra = 10^4$  jusqu'à  $Ra = 10^6$ , la longueur de la paroi inférieure varie selon 4 cas ( $x=L, L/2, L/4, L/8$  respectivement) et différents nombres de Hartmann ( $Ha=0, 50$  et  $100$ ). Ce PFE est structuré de la façon suivante :

- Le premier chapitre est consacré à la présentation de la théorie et les revues bibliographiques publiées dans le domaine de transfert thermique dans des cavités.
- Le deuxième chapitre est consacré au modèle mathématique, les conditions aux limites, en situation bidimensionnelle (x-y)
- Le troisième chapitre s'intéresse à la description de la méthode des volumes finis, le maillage ainsi qu'une présentation de CFD.
- On rassemble dans le chapitre quatre la validation des résultats ainsi que les principaux résultats numériques de cette étude. Les commentaires, interprétations et analyses des divers résultats d'une étude paramétrique sont également présentés.
- Enfin, une conclusion générale, qui résume les principaux résultats obtenus, à la fin de ce PFE.



# Chapitre I : Généralités et revue bibliographique

Dans ce premier chapitre nous présentons : une généralité et l'historique sur la convection naturelle dans des cavités et aussi les effets du champ magnétique sur l'écoulement. À la fin de ce chapitre quelques définitions.

## I.1 Généralités

La convection naturelle d'un fluide conducteur d'électricité contenu dans une cavité fermée représente un sujet adéquat de recherche scientifique, à cause de sa présence dans maints procédés industriels. Dans ce contexte, la convection est étudiée avec la motivation de l'éviter ou de la réduire, à cause de son rôle important dans la formation des défauts tels que les hétérogénéités de composition dans le cristal.

Avec l'application d'un champ magnétique externe, il est possible d'agir sur les écoulements sans aucun contact physique et ainsi supprimer les fluctuations, contrôler les transferts thermique et massique, et donc améliorer la qualité du cristal. A cet effet, le ralentissement magnétique pour contrôler l'écoulement induit par un gradient de température est devenu un moyen privilégié et a fait l'objet de plusieurs applications industrielles. Le problème de la convection naturelle d'un fluide conducteur d'électricité dans une enceinte simple (rectangulaire, carrée...) ou bien complexe (trapézoïdale, cubique...), chauffée uniformément dans la paroi supérieure, sous l'action d'un champ magnétique externe a été intensivement étudié ces dernières années.

## I.2 Revue bibliographique

### I.2.1 convection naturelle dans des cavités

Au cours de ces de ces dernières années, un très grand nombre d'investigations sur la convection naturelle dans les cavités a vu le jour. Il y'a une grande quantité des publications scientifiques consacrées à l'étude de la convection naturelle dans les enceintes rectangulaires, pour les régimes laminaires et transitoires [1, 2, 3]. Pour les cavités non-rectangulaires en régimes turbulents et les régimes laminaires [4, 5, 6, 7].

Tmartnhad et al [8] ont étudié numériquement la convection mixte dans une cavité trapézoïdale dont la paroi horizontale inférieure est chauffée à température constante  $T_C$ , et la paroi supérieure inclinée est maintenue froide à une température  $T_F < T_C$ . Les équations régissantes sont résolues à l'aide d'une méthode aux différences finies. Les paramètres de contrôle sont les nombres de Rayleigh ( $Ra=10^5$ ), de Reynolds ( $10 \leq Re \leq 1000$ ) et de Prandtl ( $Pr=0,72$ ), le rapport de forme ( $Rf=4$ ), les largeurs des ouvertures d'admission et d'évacuation de

l'air sont respectivement  $C1= 0,23$  et  $C2=0.38$  pour un angle d'inclinaison  $\phi=22^\circ$ . La cavité est munie de deux ouvertures d'admission et d'évacuation du jet de ventilation.

Said et Retiel [9] ont réalisé une étude numérique, la résolution des équations de conservation de masse, de la quantité de mouvement et de l'énergie basé sur la méthode des volumes finis, et l'étude de comportement de l'écoulement naturelle convectif d'un fluide visqueux incompressible dans une cavité confinée en forme de pyramide horizontale chauffée par le bas et refroidie par les parois inclinées supérieures. Des résultats sont obtenus pour plusieurs valeurs du nombre de Rayleigh variant entre  $10^3$  et  $10^6$  pour différentes valeurs du rapport de forme de la pyramide un nombre de Prandtl=0,7. Ces résultats sont représentés sous forme de champ de température dans la cavité.

Yang et al. [10] ont mené une étude numérique dans le cas d'une cavité rectangulaire inclinée (angle variable) pour suivre les transitions de l'écoulement laminaire.

La cavité carrée a fait l'objet d'une étude réalisé par Hyun et Choi [11]. Ils étudient la convection naturelle par approche numérique basée sur la méthode des différences finies. Des résultats sont présentés pour des angles d'inclinaison de  $0^\circ$ ,  $\pm 15^\circ$ ,  $\pm 30^\circ$ ,  $\pm 45^\circ$ ,  $\pm 60^\circ$  et des nombres de Rayleigh de  $10^5$ ,  $10^6$  et  $10^7$ . La possibilité d'utiliser ce dispositif comme une diode thermique, en contrôlant l'angle d'inclinaison de la cavité, a été mise en relief. L'influence du nombre de Brandtl ainsi que du facteur de forme est examinée. Par la suite Facas [12] a cherché pour une géométrie carrée, à caractériser numériquement l'écoulement pour des nombres de Grashoff allant de  $9.0 \cdot 10^3$  à  $1.25 \cdot 10^5$  et des angles d'inclinaison  $-30^\circ$  à  $+30^\circ$ . La présence d'une structure multicellulaire a été remarquée pour tous les Grashof et les angles d'inclinaison considérés. Il a été trouvé que la structure de l'écoulement pertinemment des conditions initiales, et dans certains cas un écoulement instationnaire a été constaté en cas de spécification de "fausses" conditions initiales.

Wang et Hamed [13] ont étudié numériquement les modes de transition de l'écoulement de la convection naturelle dans une cavité rectangulaire bidimensionnelle, inclinée, différenciellement chauffée. Ils ont analysé l'influence de la discontinuité de température sur le nombre de Nusselt. Ils ont aussi étudié l'effet des différentes configurations de gradient de température sur les modes de transition, pour un nombre de Rayleigh limité entre  $10^3$  et  $10^4$ , un nombre de Prandtl égal à 0.70 et où l'angle d'inclinaison est compris entre  $0^\circ$  et  $90^\circ$ . La simulation numérique de l'écoulement est basée sur la méthode des volumes finis avec un algorithme SIMPLE. Les résultats obtenus montrent que les modes de transition de l'écoulement

par convection thermique et l'efficacité du transfert de chaleur dans la cavité dépendent des conditions thermiques des parois actives.

Kalache [14] Cette thèse est traitée de la cavité trapézoïdale chauffée par le bas. L'auteure a proposé une étude numérique est faite pour la partie laminaire et un travail expérimental concernant les domaines laminaires et turbulents. Le nombre de Rayleigh basé sur la hauteur moyenne va jusqu'à  $10^9$ . L'auteur s'intéresse à des configurations géométriques différentes en faisant varier l'angle d'inclinaison ( $\alpha$ ) de la paroi supérieure et le rapport de la forme de cavité. La géométrie trapézoïdale est approchée théoriquement par utilisation des coordonnées cylindriques.

Les résultats présentés pour des Ra allant de  $10^6$  à  $10^9$  montrent que le profil de la température moyenne à un comportement de type couche limite de paroi avec un noyau approximativement isotherme dans la zone centrale qui occupe la quasi-totalité de l'enceinte. L'analyse des fluctuations de température près des parois actives permet de mettre en évidence le phénomène de brassage ce qui a pour conséquence une partie centrale isotherme. Par ailleurs, l'étude détaillée du champ thermique conduit l'auteur à préconiser l'existence de trois zones dans l'écoulement considéré : une couche limite de paroi, une zone de mélange et une zone isotherme.

L'étude de champ dynamique met en exergue les caractéristiques des vitesses dans tels écoulements. En effet, à l'exception des zones très proches des parois, l'écoulement est caractérisé par des vitesses moyennes de faibles amplitudes et de grandes fluctuations. Seules les régions adjacentes aux parois renferment des vitesses moyennes maximales ne dépassent pas 20 cm/s. L'étude concernant le flux thermique sur la paroi chaude pour 14 configurations géométriques permet à l'auteur de proposer une corrélation du type :  $Nu_{\text{moy}} = 0.139 Ra^{0.3}$  pour  $10^5 < Ra < 10^9$

Lam et al [15] une étude expérimentale et numérique, de transfert de chaleur par convection naturelle dans une cavité trapézoïdale. La cavité est chauffée par le bas et refroidie le long de la paroi inclinée, alors que les deux parois verticales sont adiabatique. Des résultats expérimentaux sont présentés pour une cavité d'allongement  $AL=4$  (rapport de la largeur à la hauteur moyenne). Des nombre de rayleigh de  $10^3$  à  $10^7$ , avec un angle d'inclinaison de la paroi froide variant de 0 à 25 degrés. Lorsque l'angle augmente le nombre de Nusselt moyen ( $Nu$ ) diminue.

Les résultats numériques obtenue, après une résolution bidimensionnelle des équations de transport de vorticité et de l'énergie, sont proche de ceux obtenus par l'expérimental. Les auteurs

constatent que le modèle bidimensionnel prédit le transfert de chaleur avec une précision de 3 à 5<sup>0</sup>/<sub>0</sub>.

Moukalled et Darwish [16] a rapporté un résultat numérique pour le transfert de chaleur par convection naturelle dans cavités trapézoïdales. Les effets du nombre Rayleigh, du nombre de Prandtl, de la hauteur du déflecteur et de l'emplacement du déflecteur sur le transfert de chaleur ont été étudiés. Les résultats ont été affichés en termes de lignes de courant, d'isothermes, et les valeurs moyennes des nombres de Nusselt.

Hammami et al. [17] a présenté une étude numérique tridimensionnelle de la chaleur couplée et transfert de masse par convection naturelle se produisant dans une cavité trapézoïdale. Ils ont résolu le gouvernement équations en utilisant une technique de volume fini. L'effet des dimensions de la cavité sur les taux de transfert de chaleur et de masse a été examiné et les résultats ont expliqué que lorsque le rapport d'aspect augmentait, les modèles d'écoulement multicellulaires commençaient à se former.

Basak et al. [18] ont étudié numériquement la convection naturelle dans une cavité trapézoïdale en utilisant la méthode des éléments finis, pour paroi inférieure uniformément, paroi supérieure isolée et isotherme, parois latérales avec angle d'inclinaison. Étude paramétrique pour la large gamme de nombre de Rayleigh (Ra),  $10^3 \leq Ra \leq 10^5$  et Prandtl (Pr) pour les fluides modèles avec différents angles d'inclinaison  $\varphi = 45^\circ, 30^\circ$  et  $0^\circ$  été obtenu. Les taux de transfert de chaleur locaux sont relativement plus élevés pour  $\varphi = 0^\circ$  que ceux avec  $\varphi = 45^\circ$  et  $\varphi = 30^\circ$ .

Kuyper et Hoogendoorn [19] ont effectué une simulation numérique de flux de la convection naturelle laminaire dans des enceintes trapézoïdales pour étudier l'effet de l'angle d'inclinaison sur l'écoulement et aussi la dépendance du nombre moyen de Nusselt sur le nombre de Rayleigh.

### **I.2.2 convection sous champ magnétique**

Burr et al. [20] ont présenté une étude expérimentale sur l'effet de champ magnétique horizontal sur le transfert de chaleur intégral et le comportement temporel de la convection de Rayleigh-Bénard en métallique liquide. Pour cette configuration de flux spécifique, le champ magnétique exerce n'as pas seulement un effet d'amortissement sur les mouvements convectifs par dissipation de Joule, mais le caractère non-isotrope des forces électromagnétiques provoque la transition des réseaux convectifs tridimensionnels en structures de plus en plus bidimensionnelles. En ce sens que les rouleaux convectifs s'alignent sur le champ magnétique.

La section d'essai est une boîte rectangulaire de grand rapport d'aspect 20 : 10 : 1, dans laquelle l'intervalle des paramètres des nombres de Rayleigh est de (Ra=0 jusqu'à Ra=10<sup>5</sup>) et

des nombres de Chandrasekhar  $0 < Q < 1,44 \cdot 10^6$  est couverte. Le nombre de Prandtl du fluide de test sodium potassium  $\text{Na}^{22} \text{K}^{78}$  est très petit, c'est-à-dire  $\text{Pr} \approx 0,02$  et par conséquent, les forces d'inertie non linéaires conduisent à un fort dépendant du temps.

Le transfert de chaleur intégral à travers la couche est caractérisé par le nombre de Nusselt, calculé à partir des températures moyennées dans le temps aux limites supérieure et inférieure. Les températures locales, dépendant du temps, sont évaluées à partir d'une sonde de température à quatre éléments placée au milieu de la couche de métal liquide.

A partir des courbes de nombre de Rayleigh-Nusselt, il a été démontré pour la première fois qu'un champ magnétique horizontal peut augmenter considérablement le nombre critique de Rayleigh pour le début de la convection dans une couche finie de fluide. Les résultats sont en accord raisonnable avec les prédictions basées sur la théorie linéaire en tenant compte des murs de Hartmann. Dans des conditions supercritiques élevées, les forces électromagnétiques provoquent une transition du flux dépendant du temps d'un état de convection turbulente obtenu dans des conditions hydrodynamiques ordinaires vers un état de plus en plus organisé où la dynamique temporelle n'est dominée que par quelques fréquences directrices. Pour un flux hautement organisé, le transfert de chaleur par convection est considérablement augmenté et même si la dissipation de Joule peut être forte, des nombres de Nusselt plus élevés que dans le cas d'un écoulement hydrodynamique ordinaire sont trouvés. Les mesures de sonde ont confirmé que le débit dépendant du temps présente un fort caractère non isotrope sous la forme de rouleaux de convection dépendant du temps alignés avec la direction du champ magnétique appliqué.

Authié [21] a étudié analytiquement, expérimentalement et numériquement Les régimes conductif, stratifié, pluricellulaire et instable. Lorsque le champ magnétique et le flux de chaleur sont parallèles, la vitesse du cœur est en  $\text{Gr}/\text{Ha}^2$ , et les vitesses élevées en  $\text{Gr}/\text{Ha}$  ne subsistent que dans les couches parallèles au champ magnétique. La stabilité des jets, ainsi que leur écrasement aux extrémités de la cavité sont étudiés numériquement.

Dans les couvertures des réacteurs de fusion thermonucléaire, la convection naturelle du métal liquide est freinée par un champ magnétique horizontal intense. Lorsque le champ magnétique et le flux de chaleur sont perpendiculaires, la force électromagnétique s'inverse dans les couches de Hartmann, et l'écoulement devient bidimensionnel, avec de fortes vitesses en  $\text{Gr}/\text{Ha}$  ( $\text{Gr}$  et  $\text{Ha}$  désignant les nombres de Gashoff et de Hartmann). L'action des couches de

Hartmann sur l'écoulement est traduite par des conditions aux limites pour le cœur de l'écoulement.

Saravanan et Kandaswamy [22] ont analysé numériquement par le biais d'une méthode bidimensionnelle aux différences finies l'effet de la dépendance de conductivité thermique-température sur la convection induite d'un fluide à faible nombre de Prandtl contenu dans une enceinte carrée. Ils concluent qu'en absence du champ magnétique, une augmentation du coefficient de conductivité thermique réduit les deux modes de transfert de chaleur convectif et conductif et qu'en présence d'un champ magnétique vertical, l'augmentation du coefficient de conductivité thermique produit un grand freinage de la convection (à cause de l'attraction des cellules convectives vers la paroi chaude) et de la conduction.

Xu et al. (2006) [23] ont présenté une étude expérimentale et numérique bidimensionnelle de la convection libre conduite par un gradient de température dans un métal liquide remplissant une cavité rectangulaire à surface libre avec et sans champ magnétique extérieur. Le liquide utilisé est le Gallium. Pour la première fois les champs de température et de vitesse sont mesurés. La structure de l'écoulement reste la même sans et avec champ magnétique. Cependant, la grandeur de vitesse est réduite avec une augmentation dans la valeur du champ magnétique appliqué. La réduction de la convection est aussi manifestée dans les profils de température mesurés. Leurs résultats expérimentaux se comparent raisonnablement bien avec leurs prédictions numériques. Proposent de déterminer l'influence de toute combinaison des nombres de Grashof, Reynolds, Prandtl ou Hartmann sur l'écoulement et le transfert de chaleur. La technique commune dans toutes ces études est la simplification de l'équation d'induction magnétique à travers l'approximation de faible Reynolds magnétique  $R_m$ .

Mahfoud et al. [24] ont présenté une étude numérique d'un écoulement engendré par deux disques tournants en Co/contre-rotation, à l'intérieur d'une enceinte cylindrique, dont le rapport d'aspect  $H/R=2$ , rempli d'un fluide à faible nombre de Prandtl ( $Pr=0.015$ ), soumise à un gradient de température et un champ magnétique orienté verticalement. L'étude est divisée en deux parties. La première partie de cette étude est consacrée à l'écoulement axisymétrique, un code de calcul basé sur la méthode des volumes finis a été utilisé pour résoudre numériquement les équations gouvernant le phénomène étudié. Cet écoulement est très instable et fait apparaître une grande richesse de structures. Ils ont présenté le cas stable, en faisant la comparaison entre l'écoulement engendré par la co-rotation des disques d'extrémités et la contre-rotation de ces derniers. Dans le cas de régime transitoire, les simulations numériques ont été présentées pour

différentes valeurs du nombre de Hartmann ( $Ha=0, 5, 10, 20$  et  $30$ ) et différentes valeurs du nombre de Richardson ( $Ri=0, 0.5, 1, 2, 4$ ). Ils ont montré leurs effets sur la valeur du nombre de Reynolds critique  $Re_{cr}$  et de la fréquence d'oscillation critique,  $F_{cr}$ . Des diagrammes de stabilité ont été établis pour mettre en évidence la dépendance du nombre de Reynolds critique avec l'augmentation du nombre de Hartmann  $Ha$ , pour différentes valeurs du Richardson  $Ri$ .

La deuxième partie de cette étude présente les résultats numériques de l'écoulement tridimensionnel qui ont été obtenus par le code CFD Fluent de la même configuration. En co-rotation l'écoulement présente des instabilités de couche limite donnant lieu à des motifs axisymétriques où spirales. L'état de base axisymétrique déstabilisé par une perturbation de mode  $m=1$ , à cause de l'effet d'une différence de température entre les disques supérieur (chaud) et inférieur (froid). A mesure que le nombre de Reynolds est augmenté, ce mode stationnaire cède la place à une deuxième bifurcation oscillatoire périodique. En contre-rotation l'écoulement est plus instable et présente une grande richesse dans les structures engendrées, avec notamment l'apparition de mode  $m=3$  pour  $Ha=20$ . Dans le cas de convection forcé ( $Ri=0$ ), le mode le plus instable est le mode  $m = 1$ , appelé "mode mixte" (M). A mesure que le nombre de Reynolds est augmenté, ce mode stationnaire cède la place à une onde propagative modulée, puis à des quasi-cycles hétéroclines, pour aboutir enfin à une nouvelle solution stationnaire  $m = 2$ , appelée "mode pur" (P). En augmentant le nombre de Richardson ( $Ri=0.5, 1$  et  $2$ ), l'écoulement subit une première bifurcation stationnaire avec  $m=1$ , enfin des diagrammes de stabilité ont été établis.

Toutefois, en présence d'un champ magnétique vertical, l'écoulement en co/contre-rotation garde sa stabilité axisymétrique jusqu'à des valeurs du nombre de Reynolds plus grande.

## I.3 Les définitions

### I.3.1 Convection

La convection est un mode de transfert d'énergie par l'action combinée de la conduction, de l'accumulation de l'énergie et du mouvement du milieu, qui implique le déplacement d'un fluide, liquide ou gazeux. Ce mode d'échange de chaleur existe au sein des milieux fluides ou lorsque un fluide circule autour d'un solide. Lors de la convection les mouvements se produisent en général de manière spontanée sous l'effet d'une différence de température entre les zones d'un fluide. En effet, la densité d'une substance dépend de sa température. L'énergie est à présent, emmagasinée dans les molécules du fluide et elle est transportée sous l'effet de leur mouvement [25]. Ce mécanisme de transfert est régi par la loi de Newton [26] :

$$\Phi = hA(T_s - T_\infty) \quad (I.1)$$

Où :

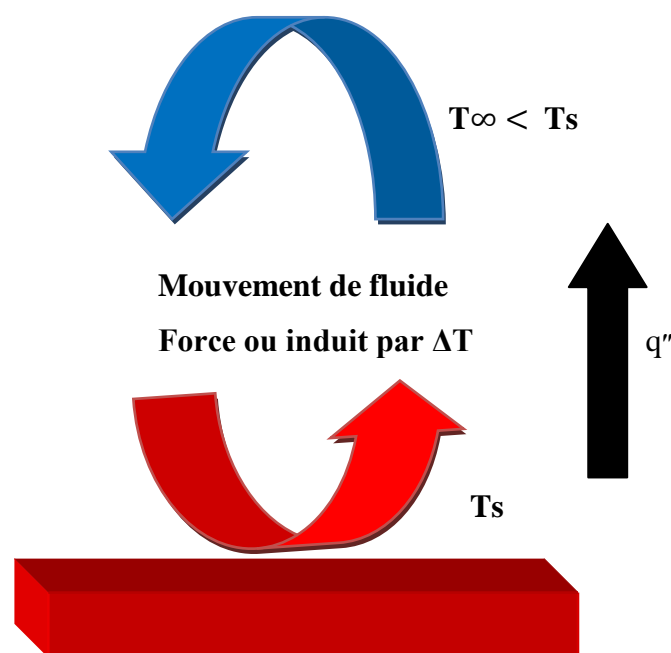
$\Phi$  : le flux de chaleur transmis par convection W

$h$  : coefficient de transfert de chaleur par convection  $Wm^{-2}K^{-1}$

$A$  : aire de la surface de contact solide/fluide  $m^2$

$T_s$  : température de surface K

$T_\infty$  : Température de l'environnement K



**Figure I.1** : Schéma du phénomène de transfert de chaleur par convection.

Selon le mécanisme qui génère le mouvement du fluide, on distingue trois types d'écoulement du fluide :

- **Convection naturelle :**

La convection naturelle apparaît spontanément, sous le seul effet. La différence de température ou de concentration engendre des différences de masse volumique sur les frontières et d'un champ de forces extérieures (la pesanteur) [25].

- **La convection forcée :**

Le phénomène de convection forcée apparaît quand le mouvement du fluide est provoqué par une circulation artificielle (pompe, turbine...)



- **Convection mixte** : Couplage des deux phénomènes quand les vitesses d'écoulement fictives, dues aux deux types de convection, sont considérées séparément comme étant du même ordre de grandeur.

### I.3.2 Domaines d'application de la convection naturelle

Les applications de transfert thermique sont variées, et à différentes échelle spatiales. La meilleure compréhension de phénomène augment le nombre d'application et mène à un certain nombre de conception industrielles et environnement sophistiquées.

On peut citer quelques domaines d'applications comme, les applications océanographiques et atmosphériques tels que les effets de serre, les changements extrêmes de climat. Les applications technologiques, les équipements électriques, les appareils ménagers, le refroidissement dans les centrales nucléaires, des aubes de turbine ou des micro-processeurs, le dégivrage des entrés d'aire de réacteur et le dimensionnement des échangeurs de chaleur. Des applications domestiques comme le confort thermique, les déperditions d'un double vitrage, le conditionnement d'air ou le tirage d'une cheminée. Sont tous des applications, qui ont donné un intérêt particulier à cette science [26].

### I.3.3 convection naturelle en cavité fermée

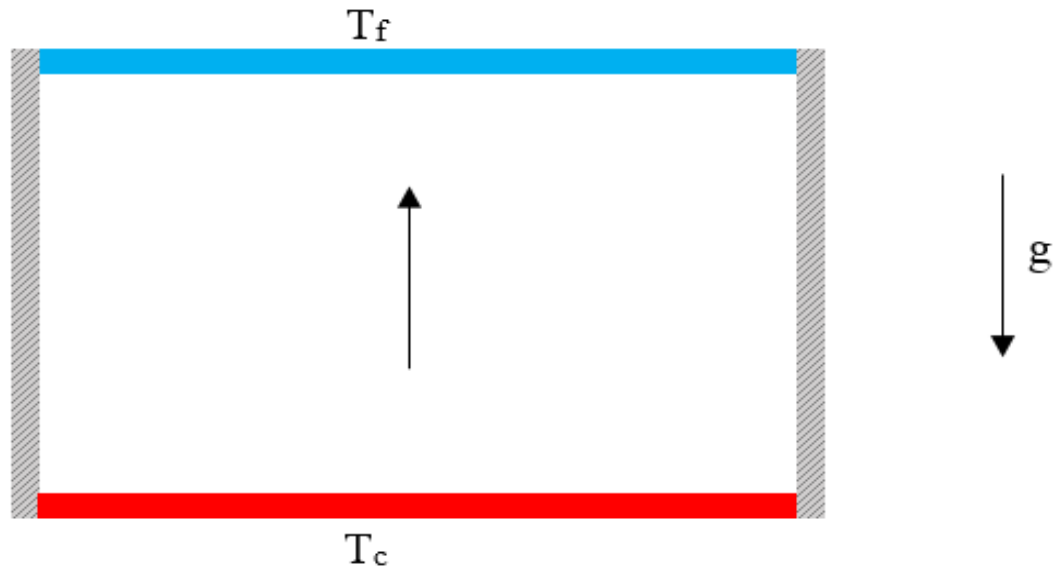
La convection naturelle dans les cavités fermées est l'un des sujets les plus importants de l'écoulement des fluides et de la chaleur transfert.

La convection naturelle dans les enceintes rectangulaires et les anneaux cylindriques reçu une attention considérable ces dernières années. D'autre part, des études traitant de la convection naturelle dans des géométries plus complexes ont été plutôt limité. Car la plupart des auteurs ont traité le problème de transfert de flux et de chaleur à l'intérieur des cavités carrés ou cavités rectangulaires car la solution numérique n'est pas compliquée et la géométrie est très simple à simuler. Mais, la convection naturelle dans les cavités non-rectangulaires telles que les triangulaires et les cavités trapézoïdales a reçu peu d'attention. Le flux à l'intérieur de ces cavités est beaucoup plus compliqué à étudier. De l'autre côté, des cavités réelles se produisent en pratique généralement des formes différentes de la forme carrée ou rectangulaire. Ainsi, divers canaux de constructions, panneaux d'équipements électroniques et collecteurs d'énergie solaire sont considérés comme des cavités non rectangulaires [26].

#### I.3.3.1 cavité avec gradient verticale de température : (la convection de rayleigh-bénard)

La convection de rayleigh-bénard est un phénomène physique impressionnant qui a attiré l'intention de plusieurs scientifiques. Elle a traité la stabilité et le mouvement d'un fluide confiné entre deux parois horizontales qui sont maintenue à des températures constantes, la température

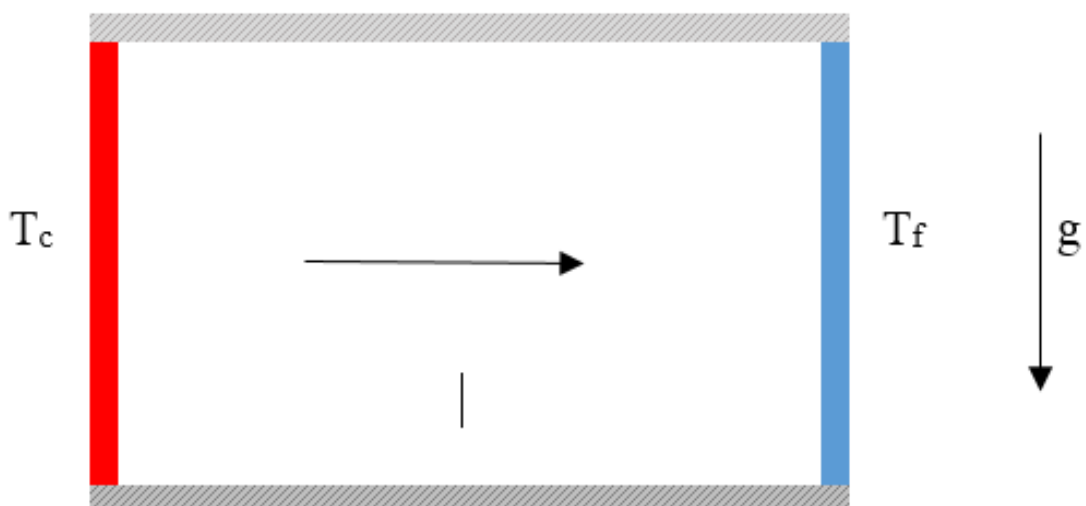
de la paroi inférieure est plus élevée que celle de la paroi supérieure (Fig. I.2). Dans cette configuration le gradient de température est colinéaire au champ de pesanteur [7].



**Figure I.2** schéma représentant la configuration de La convection de Rayleigh-bénard

### I.3.3.2 cavité avec gradient horizontale de température :

Cette configuration est appelé window problème, l'une des parois verticales est chauffé tandis que l'autre est refroidie, les parois horizontales étant considérées comme adiabatique. Pour ce type de configuration le gradient de température non colinéaire a la gravité, ce qui donne un mouvement de fluide pour un faible écart de température entre les parois actives [7].



**Figure I.3** : schéma de la convection cavité avec gradient horizontal de température

Dès 1961, Eckert et Carlson ont proposé la classification suivante des régimes d'écoulement qui se produisent dans une telle configuration, à savoir [7] :

- Le régime conductif : pour le nombre de reyleigh  $Ra < 10^3$
- Le régime intermédiaire ou de transition :  $10^3 \leq Ra < 10^4$
- Le régime de couche limite séparée :  $Ra \geq 10^4$

### I.3.4 Ecoulement MHD

L'écoulement MHD (magnétohydrodynamique), est un écoulement de fluide conducteur en présence d'un champ magnétique, Son but est d'éliminer (la turbulence, l'instabilité dans la plupart du mouvement et d'éliminant beaucoup de micro-défauts dans le cristal) par des forces électromagnétiques. La force électromagnétique est produite par interaction de courant électrique avec le champ magnétique. Le taux d'amortissement dépend de la force du champ magnétique appliqué ainsi que son orientation par rapport à la circulation convective [27].

#### I.3.4.1 Couplage entre écoulements de fluides et champ magnétique

En parallèle des études sur la convection naturelle, une discipline nouvelle a émergé au XXème siècle grâce aux progrès en électromagnétisme de la fin du XIXème siècle, notamment dus à Maxwell (1881), la magnétohydrodynamique (MHD) : cette discipline étudie les mouvements de fluide en présence d'un champ magnétique. Lorsqu'un fluide conducteur électrique s'écoule en présence de champ magnétique, le champ de vitesse est couplé à l'induction électromagnétique à travers la force de Lorentz et la loi d'Ohm. Cette discipline tente d'apporter des explications aux champs magnétiques solaire et planétaire, mais aussi à des problèmes relatifs à des procédés industriels. Une sous-discipline de la MHD est la magnétoconvection, qui étudie la convection naturelle en présence d'un champ magnétique. Les travaux en MHD de Hartmann (1937) ont permis de développer les premières pompes MHD. Dans les années qui ont suivi, les moteurs de la recherche en MHD sont nombreux. On peut notamment citer la recherche nucléaire sur les tokamaks, sur les batteries, le brassage électromagnétique (Davidson, 1999), le chauffage par induction (Gandhewar, Bansod et Borade, 2011), la solidification d'alliages (Moreau, 1999) [28].

Cependant, quand on s'intéresse aux champs magnétiques, deux cas limites apparaissent, selon que l'on s'intéresse à des échelles géo- ou astrophysique ou à l'échelle du laboratoire. Dans la première situation, l'advection du champ magnétique par le champ fluide ne pourra être négligée Au contraire, dans le second cas, c'est la diffusion du champ magnétique qui dominera avec un temps caractéristique [28].

### I.3.4.2 La spécificité de la convection naturelle sous champ magnétique

Dans les couvertures, le métal liquide circule dans des sous-canaux des segments élançés verticalement. Si ces canaux sont reliés entre eux, le mouvement s'organise à une échelle globale, le fluide étant ascendant dans les canaux chauds, et descendants dans les canaux froids. De même, si les parois conduisent le courant électrique d'un canal à l'autre, le circuit électrique s'organise à un niveau global. Dans ce cas, les couches de Hartmann sont court-circuitées, et la vitesse dans les canaux est faible. Si les parois sont isolantes, les couches de Hartmann transportent généralement un courant électrique, sauf symétrie particulière [21].

Elles ne peuvent rester inactives que si le débit moyen dans le canal est nul (canal isolé), et si le flux de chaleur est parallèle au champ magnétique. Le champ magnétique est horizontal et de direction toroïdale, et le flux de chaleur principal est radial. Cependant, il est possible que sous l'influence des tubes réfrigérants, le flux de chaleur soit localement parallèle au champ magnétique. La conception des couvertures n'est pas encore achevée, et les options envisageables conduisent à des phénomènes très différents [21].

### I.3.4.3 Écoulements chauffés soumis à un champ magnétique tournant

Comme nous l'avons vu, les écoulements anisothermes sont sujets à une instabilité thermique lorsque les mécanismes stabilisants (conductivité thermique, viscosité cinématique) ne parviennent pas à atténuer les perturbations de température. Un écoulement stationnaire peut se développer spontanément lorsque le gradient de température est horizontal ou au delà d'un certain seuil pour les configurations chauffées par le bas (instabilité de Rayleigh-Bénard). Dans cette dernière configuration, le critère d'instabilité est contrôlé par le nombre de Rayleigh. Le transfert de chaleur au sein du fluide est modifié au passage de cette valeur critique : inférieur à cette valeur critique, le transfert s'opère essentiellement par conduction, tandis qu'au-delà, la convection prend de l'importance dans le transfert [29].

Il est bien connu qu'en absence de champ magnétique, le premier mode instable pour une telle cellule est un mode asymétrique à un rouleau. En augmentant progressivement le nombre de Taylor magnétique (à nombre de Rayleigh fixe), le brassage électromagnétique modifie l'agencement de la structure thermique et retarde l'apparition des fluctuations de température critiques : le seuil de convection est augmenté.

Il existe trois mécanismes de déstabilisation sont l'instabilité de Rayleigh-Bénard due au gradient de température, l'instabilité centrifuge de Taylor-Görtler proche des parois latérales ainsi que l'instabilité de Bodewadt qui opère sur les couches limites le long des deux plaques horizontales du cylindre.

Pour une description détaillée des mouvements susceptibles d'émerger, ces trois phénomènes doivent être quantifiés simultanément. Notons également que les instabilités d'origine visqueuse (qui naissent dans les couches limites) s'opèrent à des valeurs du paramètre de Taylor magnétique  $T_m$  bien plus grandes que celles où les phénomènes thermiques peuvent interagir, ce qui permet un découplage (donc une certaine simplification) du problème en fonction de la valeur de  $T_m$  [29].

#### I.3.4.4 Ecoulements chauffés soumis à un champ magnétique constant

Nous avons vu que la superposition d'un champ magnétique tournant sur un écoulement chauffé permet d'agir sur la structure thermique et de retarder en particulier les premiers mouvements de convection, lorsque le système est soumis à l'instabilité de Rayleigh-Bénard. Les mouvements liés au champ magnétique tournant s'imposent rapidement, pour des toutes petites valeurs d'inductions magnétiques. Un autre moyen efficace de retarder la convection est d'appliquer un champ magnétique constant, dirigé le long d'une direction privilégiée. Contrairement au champ tournant, le champ magnétique constant permet un fort freinage de tout mouvement au sein du système. Cependant, une quantité plus importante d'induction magnétique est nécessaire pour retarder de manière significative le déclenchement de l'instabilité de Rayleigh-Bénard. Des études sur l'action simultanée de ces deux champs magnétiques ont révélé qu'une très bonne maîtrise des mouvements convectifs était possible, meilleure que lorsque ces deux champs agissaient séparément sur le système. Les mouvements secondaires associés au champ magnétique tournant arrivent en effet à être retardés par l'application du champ magnétique constant. Cela permet donc d'augmenter considérablement le taux de rotation du champ magnétique (peu gourmand en ressources énergétiques) tout en gardant un contrôle sur les phénomènes d'instabilités [29].

L'application d'un champ magnétique constant sur un système fluide chauffé va favoriser la génération de fines couches proche des parois. Ces couches limites deviennent d'autant plus importantes que la valeur du nombre de Hartmann, défini comme le rapport de la force magnétique de Laplace sur les forces visqueuses, est grande. Lorsque ces couches limites sont perpendiculaires à la direction du champ magnétique, on parle de couches de Hartmann et pour des couches parallèles au champ magnétique, de couches parallèles [29].

#### I.3.4.5 l'effet de champ magnétique sur la convection naturelle dans des cavités

- La source de chaleur interne augmente l'intensité de la circulation de l'écoulement, favorise l'apparition du régime multicellulaire et augmente la température en haut du centre de la cavité.

- L'augmentation de la génération de la source interne conduit à une diminution du nombre de Nusselt près de la paroi chaude et son augmentation près de la paroi froide.
- Dans la convection naturelle en présence de source de chaleur interne, Le champ magnétique a un effet plus important dans la direction horizontale que celle verticale
- dans la convection naturelle sans l'existence de la source de chaleur interne, Le champ magnétique a un effet plus important dans la direction verticale que celle horizontale

# Chapitre II : Géométries-modèles mathématiques

## Chapitre II : Géométries-modèles mathématiques

### II.1 Introduction

Nous présentons dans ce chapitre, les équations modélisant le problème traité dans ce travail. Ces équations mettent en évidence le comportement des fluides en convection laminaire naturelle. Elles sont fondées selon les lois physiques : de conservation de masse (continuité), de quantité de mouvement (Navier-Stokes), et d'énergie. Mais en présence d'un champ magnétique, l'apparition d'une nouvelle force (force de Lorentz) au sein du liquide (écoulement MHD), ajoute une autre équation pour compléter le système. Les démonstrations nécessaires à l'obtention des équations susmentionnées décrivant la dynamique de l'écoulement de fluide laminaire avec transfert de chaleur sont bien expliquées, et illustrées dans beaucoup d'ouvrages de mécanique des fluides et de transferts thermiques par exemple Lienhard IV [30].

### II.2. La géométrie

La géométrie de la configuration considérée (Fig. II-1) est une cavité trapézoïde. Dans cette figure, la cavité est chauffée à partir de la paroi supérieure  $T_c$ . La température des parois inclinées est fixe  $T_f$ . La paroi inférieure est adiabatique. La longueur paroi chauffée est montrée par  $L$  et la hauteur de la cavité est représentée par  $H=L/2$ . La cavité est remplie de fluide pur (l'eau) et le champ magnétique affectent au système verticalement. La longueur de la paroi inférieure est modifiée comme un paramètre efficace sur chaleur et écoulement de fluide (en va étudier 4 cas de la longueur de la paroi inférieure  $X=L, L/2, L/4, L/8$  respectivement).



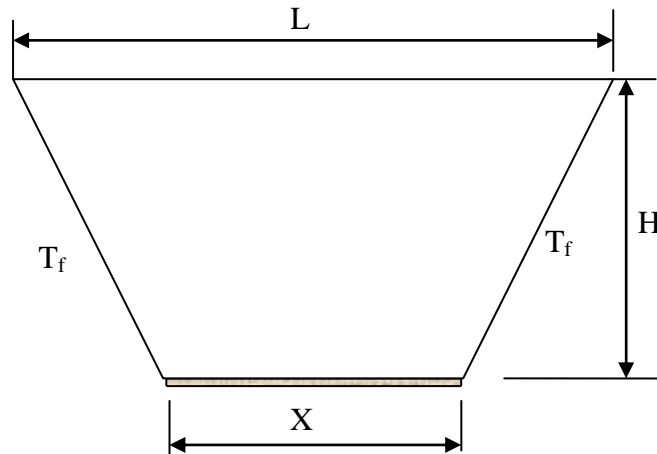


Figure II.1 : Géométrie du problème

### II.3 Hypothèses simplificatrices

Afin d'aborder la résolution des équations régissant la convection mixte MHD d'un fluide visqueux, relatif à la géométrie déjà montrée, on va adopter les hypothèses de simplifications suivantes :

- L'écoulement laminaire
- Le fluide est incompressible ( $\rho = \text{Cste}$ ) et Newtonien.
- L'effet Joule est négligeable.
- La dissipation visqueuse est négligeable.
- Les propriétés physiques de fluide ( $\sigma$ ,  $\lambda$ ,  $\alpha$  et  $\nu$ ) sont supposées constantes.
- L'approximation de Boussinesq est valide : Si la variation de densité n'est pas large, on peut considérer la densité comme constante dans les termes transitoire et convectif, et la traiter comme variable seulement dans le terme gravitationnel suivant  $z'$ , en sachant qu'elle est exprimée par la formule :  $(\rho - \rho_0)g = -\rho_0 g \beta (T - T_0)$  [30].

Où  $\rho_0$  est la masse volumique de référence, et  $\beta$  est le Coefficient d'expansion thermique à pression constante.

### II.4 Equations de transport

Après l'application des hypothèses de simplification susmentionnées, les équations générales régissant l'écoulement secondaire du fluide (Fig. II.1), en considérant les forces de

flottabilité (phénomène de convection naturel). Ces équations adimensionnelles rapportées à un système de coordonnées cylindriques  $(x, y)$  sont données selon la description Eulérienne

Les équations dimensionnelles représentant l'écoulement, le transfert de chaleur et le transfert de masse sont :

- **Equation de Continuité :**

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \quad (\text{II.1})$$

- **Equation de quantité de mouvement suivant x :**

$$u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + \nu \left( \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right) \quad (\text{II.2})$$

- **Equation de quantité de mouvement suivant y :**

$$u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + \nu \left( \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right) + g\beta(T - T_c) + JB \quad (\text{II.3})$$

- **Equation de l'énergie :**

$$u \frac{\partial T}{\partial x} + v \frac{\partial T}{\partial y} = \left( \frac{\partial^2 \theta}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \theta}{\partial y^2} \right) \quad (\text{II.4})$$

#### II.4.1 Mise sous forme adimensionnelle

Les variables adimensionnelles suivantes ont été utilisées :

$$X = \frac{x}{L}, y = \frac{y}{L}, U = \frac{uL}{\nu}, V = \frac{vL}{\nu}, P = \frac{(p+\rho gy)}{\rho \nu^2} L^2 \text{ and } \theta = \frac{T-T_c}{T_h-T_c}$$

Avec :

$$Ra = \frac{g\beta(T_h-T_c)L^3}{\nu\alpha}, Pr = \frac{\nu}{\alpha} \text{ and } Ha = B_0 L \sqrt{\frac{\sigma}{\mu}}$$

- **Equation de Continuité :**

$$\frac{\partial U}{\partial X} + \frac{\partial V}{\partial Y} = 0 \quad (\text{II.5})$$

- **Equation de quantité de mouvement suivant x :**

$$U \frac{\partial V}{\partial X} + V \frac{\partial V}{\partial Y} = -\frac{\partial P}{\partial Y} + Pr \left( \frac{\partial^2 V}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial Y^2} \right) \quad (\text{II.6})$$

- **Equation de quantité de mouvement suivant y :**

$$U \frac{\partial U}{\partial X} + V \frac{\partial U}{\partial Y} = -\frac{\partial P}{\partial X} + Pr \left( \frac{\partial^2 U}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial Y^2} \right) + RaPr\theta - Ha^2 PrV \quad (\text{II.7})$$

- **Equation de l'énergie :**

$$U \frac{\partial \theta}{\partial X} + V \frac{\partial \theta}{\partial Y} = \left( \frac{\partial^2 \theta}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 \theta}{\partial Y^2} \right) \quad (\text{II.8})$$

## II.5 Les conditions aux limites

Les conditions aux limites des quantités adimensionnelles pour l'écoulement avec transfert de chaleur et un champ magnétique sont :

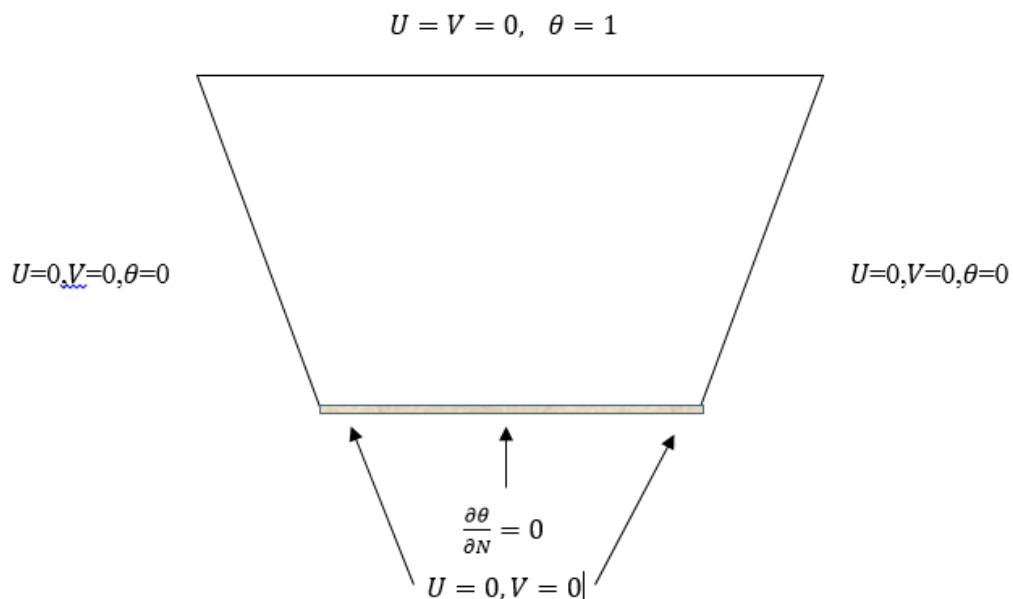
$$\text{Aux parois gauche et droit : } U = 0, V = 0, \theta = 0 \quad (\text{II.9})$$

$$\text{A la paroi inférieure: } U = 0, V = 0, \frac{\partial \theta}{\partial N} = 0 \quad (\text{II.10})$$

$$\text{A la paroi supérieure : } U = V = 0, \theta = 1 \quad (\text{II.11})$$

Où  $N$  est la distance adimensionnelle soit  $X$ , soit  $Y$  agissant normalement à la surface. Les murs ne sont pas conducteurs d'électricité.

Le nombre de Prandtl est choisi comme,  $Pr = \nu/\alpha = 7$ .



**Figure II-2** : Schématisation des conditions aux limites du problème adimensionnel

## II.6 Outils d'analyse de l'écoulement

Après la résolution des équations régissant la convection naturelle de la cavité trapézoïdale remplie de l'eau considéré, les six inconnues  $u$ ,  $v$ ,  $P$  et  $\theta$  donnent quantitativement une vue sur le phénomène étudié mais, ils existent d'autres paramètres qui peuvent attribuer aux solutions plus de clarté et substantialité quantitativement et qualitativement, et facilitent l'analyse du

phénomène étudié. Quelques paramètres dont la nature peut différer (critère adimensionnel, fonction mathématique, ...etc.), sont utilisés dans ce travail pour éclaircir la vision physique du problème.

- **La fonction de courant :**

Nous utilisons cet intelligent dispositif seulement pour identifier les lignes de courant hydrodynamique, et les débits d'écoulement. La fonction de courant  $\psi$  (dite de Stokes) est définie en coordonnées cartésienne pour un écoulement incompressible :

$$u = -\frac{\partial \psi}{\partial y}, \quad v = \frac{\partial \psi}{\partial x} \quad (\text{II.12})$$

Ici les lignes  $\psi(x, y) = Cste$  sont les lignes de courant, et le débit entre deux lignes de courant est :

$$Q_{1 \rightarrow 2} = 2\pi(\psi_2 - \psi_1) \quad (\text{II.13})$$

- **Le nombre de Nusselt :**

Cet outil est un nombre adimensionnel, aide à analyser les transferts thermiques par convection aux frontières, puisque il est inversement proportionnel à l'épaisseur  $\delta_t$  de la couche limite thermique, et défini localement comme :

$$Nu(x) = -\frac{\lambda \left( \frac{\partial T}{\partial y} \right) \Big|_{y=1}}{\lambda \frac{T_h - T_c}{H}} = -\gamma \left( \frac{\partial \theta}{\partial Y} \right) \Big|_{z=0} \quad (\text{II.14})$$

Aussi, nous utilisons le nombre de Nusselt moyen calculé pour chaque d'extrémité de l'enceinte du cavité :

$$\overline{Nu} = -\frac{1}{L} \int_0^L \frac{\partial \theta}{\partial Y} dX \quad (\text{II.15})$$

# Chapitre III : Méthode numérique et CFD

## Chapitre III : Méthode numérique et CFD

### III.1. Introduction

Dans le domaine de thermique, de la mécanique de fluides et de la combustion, les phénomènes physiques sont décrits par des équations aux dérivées partielles (EDP) fortement couplées et non linéaires. En général, Ces équations n'admettent pas des solutions analytiques sauf dans des cas très simplifiés. Mais, une solution numérique peut être possible en transformant ces équations différentielles en systèmes d'équations algébriques linéaires par une méthode de discrétisation avant de résoudre ce système par des méthodes directes ou par itérations. Il existe plusieurs méthodes de discrétisation sont utilisées actuellement on peut citer à titre d'exemple :

- la méthode des différences finis.
- la méthode des éléments finis.
- la méthodes des volumes finis.

Pour résoudre le système d'équations présenté dans le chapitre précédent, nous avons choisi la procédure des volumes finis développée par Patankar [31]. Et modifiée par Versteeg Malalasekera [32]. Cette technique a été utilisée avec succès par plusieurs chercheurs. Elle est basée sur une approche de type volume de contrôle qui reste simple à comprendre et à importer physiquement sa qualité principale est la réduction des instabilités numériques des schémas aux grandes valeurs du nombre de Rayleigh.

### III.2 Notion générale sur la méthode des volumes finis

L'application de la méthode des volumes finis pour la résolution d'un problème suit les étapes suivantes :

-Bien définir le domaine d'étude et diviser ce domaine de calcul en un nombre fini et discret de volumes de contrôle dont la somme soit égale exactement au volume du domaine de calcul. On dit qu'on génère un maillage.

-Discrétisation des différentes équations régissant le phénomène. A la fin on obtient un système d'équations algébriques

-Résoudre le système algébrique final par une méthode de résolution (méthode itérative ou directe).

L'avantage de cette méthode par rapport aux autres méthodes numériques est qu'elle est conservative ; bref, tout ce qui sort d'un volume de contrôle entre dans un autre.

Pour expliciter l'application de cette méthode, on considère l'équation générale de transport qui s'écrit pour une propriété  $\Phi$ , comme suit :

$$\frac{\partial \rho \Phi}{\partial t} + \text{div}(\rho \Phi u) = \text{div}(\Gamma_{\Phi} \text{grad} \Phi) + S_{\Phi} \tag{III.1}$$

En d'autres termes :

$$\left( \begin{array}{c} \text{variation de } \Phi \text{ dans un} \\ \text{élément de fluide} \end{array} \right) + \left( \begin{array}{c} \text{flux net de} \\ \text{l'élément de fluide} \\ \text{terme convectif} \end{array} \right) = \left( \begin{array}{c} \text{variation de } \Phi \text{ due} \\ \text{à la diffusion} \\ \text{terme diffusif} \end{array} \right) + \left( \begin{array}{c} \text{variation de } \Phi \text{ due} \\ \text{aux sources} \\ \text{terme source} \end{array} \right)$$

Tel que :

$\Gamma_{\Phi}$  : le coefficient de diffusion.

$S_{\Phi}$  : le terme source.

La résolution de l'équation par la méthode des volumes finis, réside essentiellement dans l'intégration de celle-ci sur un volume de contrôle :

$$\int_{cv} \frac{\partial(\rho \Phi)}{\partial t} dv + \int_{cv} \text{div}(\rho \Phi u) dv = \int_{cv} \text{div}(\Gamma_{\Phi} \text{grad} \Phi) dv + \int_{cv} S_{\Phi} dv \tag{III.2}$$

### III.3. Etapes de résolution par la méthode des volumes finis

#### III.3.1 Maillage

Le domaine de calcul est divisé en une série de sous domaines appelés volumes de contrôle. Ces volumes de contrôle enveloppent tout le domaine de calcul, de telle façon que la somme de leurs volumes soit égale exactement au volume du domaine de calcul

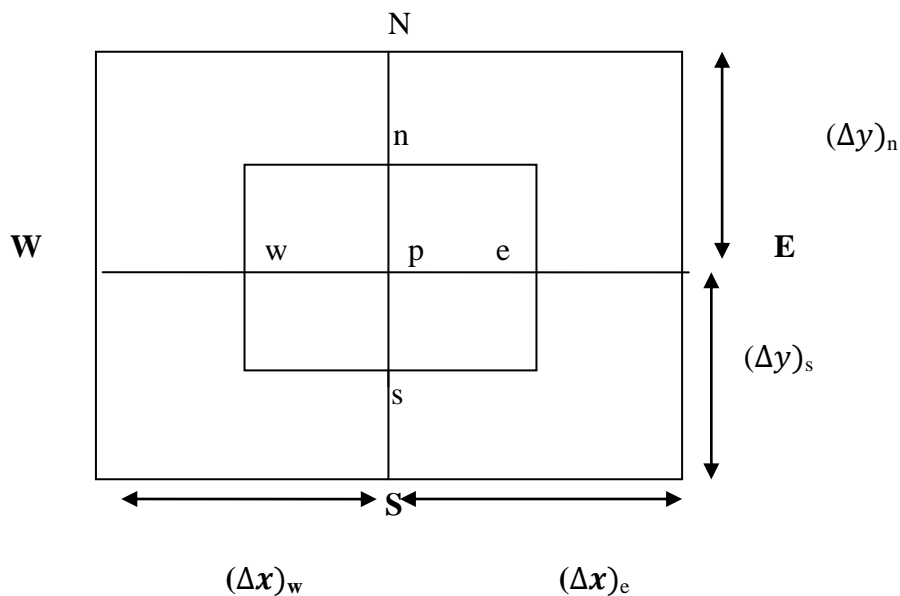
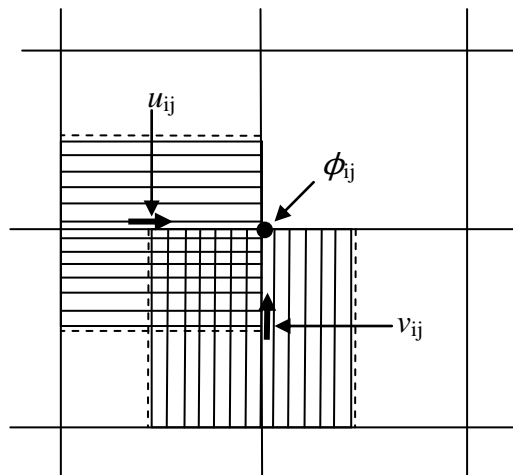


Figure III-1 : Schéma du volume de contrôle dans le cas bidimensionnel.

Les variables dépendantes sont stockées dans des points discrets appelés nœuds (points d'intersection des lignes du maillage) voir figure. (III-1). Les nœuds sont numérotés de 1 à  $N_i$ , suivant  $x$  le nœud  $(i, j)$  est appelé P, il est entouré par les nœuds E (Est), N (Nord), W (West) et S (Sud). À chaque nœud est associé un volume fini (fig. III-1), les faces du volume sont situées au milieu entre les nœuds, la surface de VC consiste en quatre plans, notés par des lettres minuscules correspondant à leur direction  $e, w, n$  et  $s$  (Exemple : la face  $w$  est au milieu entre les nœuds W et P).

Les incréments de distance  $\Delta x, \Delta y, \Delta x_e, \Delta y_n, \Delta x_w, \Delta y_s$  sont définis sur la (fig. III-2). Les scalaires  $\phi$  (pression  $P$ , température  $T$ ) sont stockés au nœud central. Les composantes de vitesse  $u$  et  $v$  sont stockées dans des nœuds décalés. L'emploi de tels maillages entrelacés permet le calcul des gradients de pression dans les équations de quantité de mouvement, sans interpolation des pressions et le calcul des flux convectifs dans les équations sans interpolations des vitesses.



**Figure III.2 :** Volume de contrôle décalé pour  $u$  et  $v$  dans un maillage entrelacé.



### III.3.2. Discrétisation

#### Schémas employés dans la partie Fluent

- **pression (Schéma standard)**

Les valeurs de la pression sont stockées aux centres des cellules. Pour obtenir les valeurs des pressions aux faces, nécessaires pour la résolution de l'équation de continuité, FLUENT propose plusieurs schémas d'interpolation tel que le schéma standard.

L'interpolation s'effectue en utilisant les coefficients de l'équation de quantité de mouvement, Cette procédure fonctionne bien pour des petites variations de la pression entre les centres des cellules.

Devant les problèmes de diffusion numérique, des schémas numériques plus précis ont été testés comme celui-ci qui s'appuie sur les deux mailles amont.

Le principal problème que nous rencontrons dans la discrétisation des termes de convection est le calcul des valeurs de la propriété transportée  $\Phi$  sur les faces du volume de contrôle et son flux convectif à travers ces limites.

Afin d'obtenir les équations discrétisées pour la diffusion et le terme source nous avons introduit la différentiation centrée. Il semble évident d'essayer d'utiliser cette technique pour les termes convectifs.

Malheureusement, le phénomène de diffusion influence la distribution de la propagation de la propriété et de ses gradients dans toutes les directions, alors que la convection ne montre son influence que dans le sens de l'écoulement.

- **Couplage vitesse pression**

Les équations des composantes de quantités de mouvement sont couplées par la pression qui agit par les composantes de son gradient, or nous ne disposons pas d'équation propre à cette variable.

L'idée de Patankar et Spalding consiste à utiliser l'équation de continuité pour obtenir le champ de pression, car si le bon champ de pression est pris en compte dans le traitement des équations des quantités de mouvement, alors les vitesses obtenues vérifient l'équation de continuité. Donc cette dernière apparaît comme une contrainte à vérifier par le champ de pression.

Trois algorithmes sont considérés par FLUENT pour diriger la liaison vitesse-pression :

- SIMPLE : «Semi Implicit Method for Pressure Linked Equations» : le plus robuste.
- SIMPLEC : «Semi Implicit Méthod for Pression-linked Equation Consistent» : il donne une convergence plus rapide pour les problèmes simples.

- PISO : « Pressure Implicit Solution by Split Operator » : il est utile pour des problèmes des écoulements instables.

L'algorithme choisit dans notre étude est l'algorithme SIMPLE. A l'initialisation du calcul, un champ de pression fixé a priori est introduit dans l'équation de bilan de la quantité de mouvement, permettant de calculer un premier champ de vitesse. La combinaison des équations de bilan de masse et de quantité de mouvement permet ensuite de corriger ces premiers champs de pression et de vitesse. Les autres équations de transports sont ensuite résolues et le champ de pression corrigé est utilisé pour initialiser le calcul à l'itération suivante. Cette succession d'opération est répétée jusqu'à ce que les critères de convergences soient atteints.

- **Algorithme simple**

La discrétisation d'une équation de transport diffusion sur un volume de contrôle par la méthode des volumes finis fait intervenir les valeurs des vitesses aux interfaces des volumes ( $U_e, U_w, U_s, U_n$ ). Il est donc intéressant de calculer ces vitesses directement sur les interfaces (sans avoir à effectuer d'interpolations). D'autre part, la discrétisation de l'équation de continuité et du gradient de pression avec l'utilisation d'une interpolation linéaire peut induire des erreurs importantes du fait qu'une répartition de pression ou de vitesse en "damier" est vue comme un champ uniforme. Pour contourner ces difficultés on préfère utiliser des grilles décalées "staggeredgrid". Une grille principale est construite sur laquelle on calcule la pression, la température et la concentration. Deux grilles décalées vers la droite et vers le haut respectivement sont utilisées pour le calcul des vitesses horizontale et verticale.

L'algorithme SIMPLE, acronyme pour « Semi-Implicit Method for Pressure Linked-Equations » permet de résoudre le système d'équations discrétisées. Cet algorithme stipule l'existence d'une relation entre les vitesses corrigées et les pressions corrigées, en vue de vérifier l'équation de conservation de la masse.

Le schéma représentatif de ce processus itératif est le suivant :

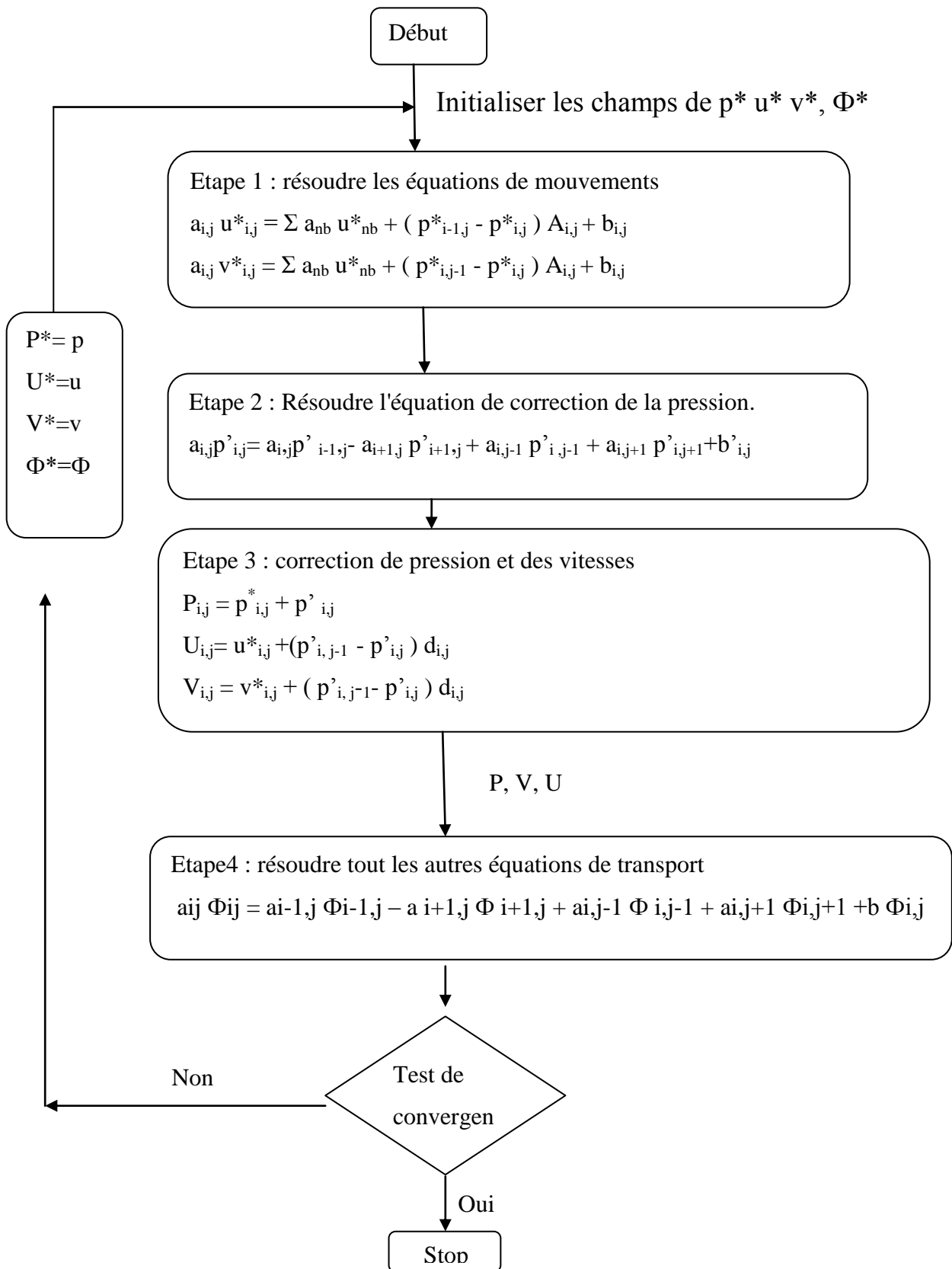


Figure III.3 : Organigramme de l'algorithme SIMPLE.

$u$  et  $v$  sont les deux composantes de vecteur de vitesse,  $p$  représente la pression  
 $\Phi^*$  est définie par  $\Phi = \Phi^* + \Phi'$  avec  $\Phi'$  est une correction.

### III.4 Détails numériques utilisés dans ce travail

#### Présentation de GAMBIT et de FLUENT

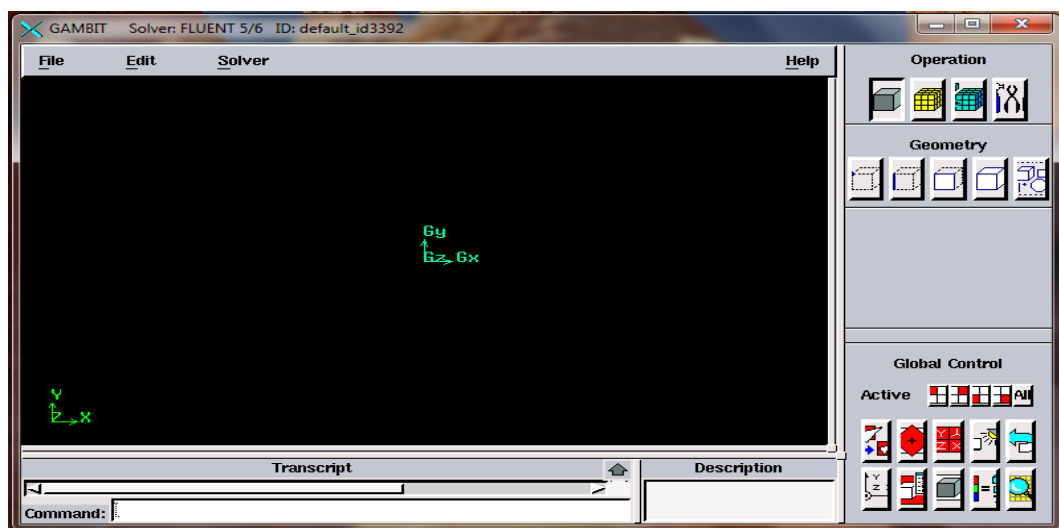
La résolution par le logiciel de simulation numérique de l'écoulement FLUENT nécessite la présentation de logiciel GAMBIT.

##### III.4.1 GAMBIT: (Geometry And Mesh Building Intelligent Toolkit)

GAMBIT est un logiciel de DAO (Dessin Assisté par Ordinateur) et de génération de maillage. Gambit est un logiciel qui permet de réaliser des géométries en 2D ou 3D et de construire le maillage. Largement répandus dans l'industrie (automobile, aéronautique, spatiale,...etc.) En raison de son interface graphique puissante, il permet aussi de réaliser tout type de géométries complexes (fixes ou mobiles) associées à des maillages fixes ou adaptatifs.

Gambit c'est un préprocesseur intègre pour l'analyse en CFD (Computational Fluid Dynamics), il permet de générer un maillage structure ou non structure en coordonnées cartésiennes, polaires, cylindriques ou axisymétriques. Il peut réaliser des maillages complexes en deux ou trois dimensions avec des mailles de type rectangle ou triangle.

Il peut être utilisé pour construire une géométrie et lui générer un maillage éventuellement, une géométrie d'un autre logiciel de CAO peut être importée dans ce préprocesseur. Les options de génération de Gambit offrent une flexibilité de choix. On peut décomposer la géométrie en plusieurs parties pour générer un maillage structure. Sinon, Gambit génère automatiquement un maillage non structure adapté au type de géométrie construite. Avec les outils de vérification du maillage, les défauts sont facilement détectés.

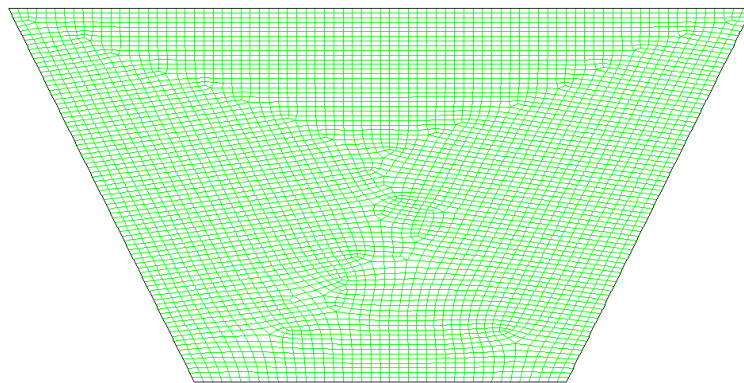


**Figure III.4** : l'interface de Gambit.**Choix de maillage :**

Le choix du maillage est un point essentiel dans la précision et l'exactitude des résultats numériques. Pour ce faire, on doit déterminer les paramètres optimaux et choisir une stratégie de maillage qui réponde à nos objectifs, parmi ces paramètres, on peut citer :

- Le nombre de mailles.
- La distance entre les mailles (concentration des mailles).
- La forme de la maille.
- Les paramètres de déformation pour le cas du maillage déformable.

Dans notre étude on choisit le maillage de **5600 nœuds** pour réaliser notre travail.

**Figure III.5** : Maillage quadratique bidimensionnel constitué d'environ 5600 nœuds.**III.4.2 FLUENT**

FLUENT est un code de calcul pour modéliser l'écoulement des fluides et les transferts thermiques dans des géométries complexes. Il peut résoudre des problèmes d'écoulement avec des maillages non structurés, qui peuvent être produits pour des géométries complexes, avec une facilité relative. Les types de mailles supportées sont :

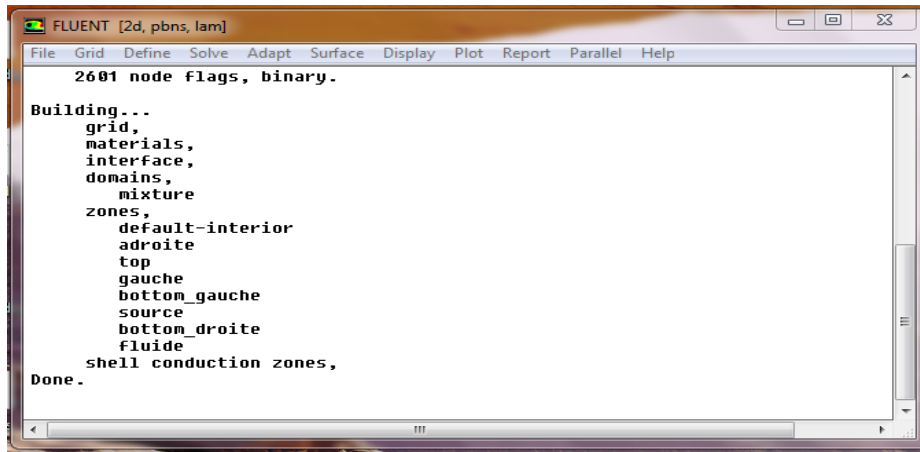
- Des mailles en 2D, triangulaires ou quadrilatérales.
- Des mailles en 3D tétraédriques/hexaédriques/pyramidales.
- Des mailles (hybrides) mixtes.

Fluent est écrit en langage de programmation C et utilise pleinement la flexibilité et la puissance offerte par ce langage.

En outre, il utilise une architecture qui lui permet d'exécuter plusieurs processus simultanément sur la même poste de travail ou sur des postes séparés pour une exécution plus efficace.

FLUENT s'utilise à travers une interface graphique, l'utilisateur avancé peut adapter ou augmenter aux besoins l'interface en écrivant des macros et des fonctions de menu, afin d'automatiser certaines procédures.

Fluent emploie la méthode des volumes finis comme procédé de discrétisation des équations qui gouvernent l'écoulement, telle que l'équation de continuité et quantité de mouvement et de l'énergie. En utilise cette technique basée sur l'intégration des équations sur un volume de contrôle.



**Figure III.6:** l'interface du fluent.

Les schémas de discrétisation des différentes variables sont résumés dans le tableau

Variable	Schéma
Pression	Standard
Quantité de mouvement	Décentré amont 1 <sup>er</sup> ordre
Energie	Décentré amont 1er ordre
Couplage pression-vitesse	Simple

**Tableau III-1 :** schéma de discrétisations.

### Sous relaxation

Les sous relaxations sont régulièrement utilisés dans les problèmes non linéaires pour éviter que le processus itératif ne diverge. Elle consiste à diminuer la rapidité des changements d'une variable, d'une itération à l'autre, par l'introduction d'un coefficient de sous relaxation.

Dans notre cas ; les valeurs de sous relaxation sont données dans le tableau suivant :

Variable	Facteurs de sous relaxation
Pression	0.3
Quantité de mouvement	0.7
Densité	1
Energie	1

**Tableau III-2** : les valeurs de sous relaxation.

- **les critères de convergences :**

Une procédure est convergente si toute erreur tend à décroître au cours des itérations à une valeur  $\varepsilon$ . Elle a convergée lorsque les itérations ne produisent plus de changements significatifs sur les variables selon un critère qui doit être défini par l'utilisateur. Le critère de convergence est fixé pour l'ensemble de notre travail à un résidu normalisé inférieur ou égal à  $10^{-4}$ .

**Conclusion :**

A travers ce chapitre, nous avons présenté brièvement le code de calcul FLUENT, la méthode de volume fini, également le choix de différents modèles d'interpolations puis les principales étapes à suivre sur fluent pour ce travail. La résolution qui effectuée par le logiciel FLUENT donne des résultats qui sont présentés dans le chapitre suivant.

# Chapitre IV : Résultats et discussion

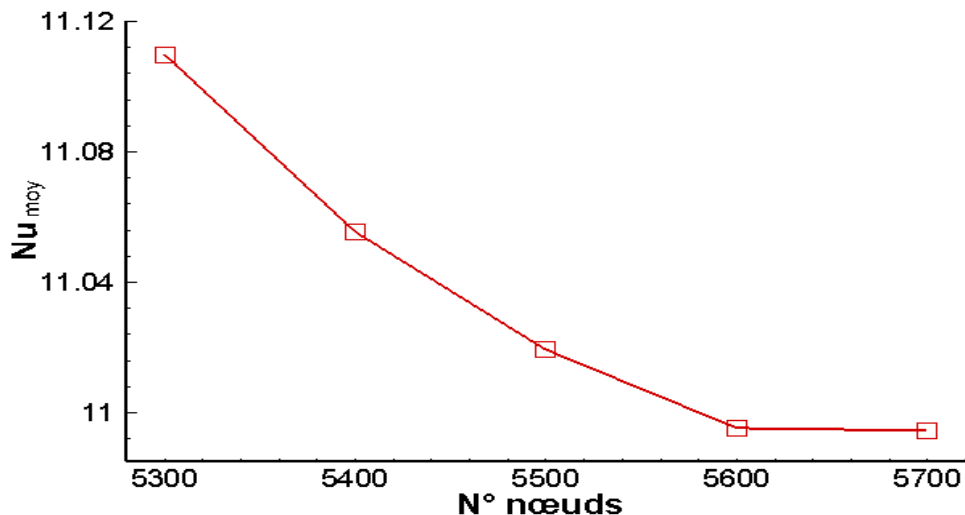


## Chapitre IV : Résultats et discussion

Dans ce chapitre on rassemble les principaux résultats numériques de cette étude. Les commentaires, interprétations et analyses des divers résultats de cette étude paramétrique sont également présentés.

### IV.1 Effet du maillage

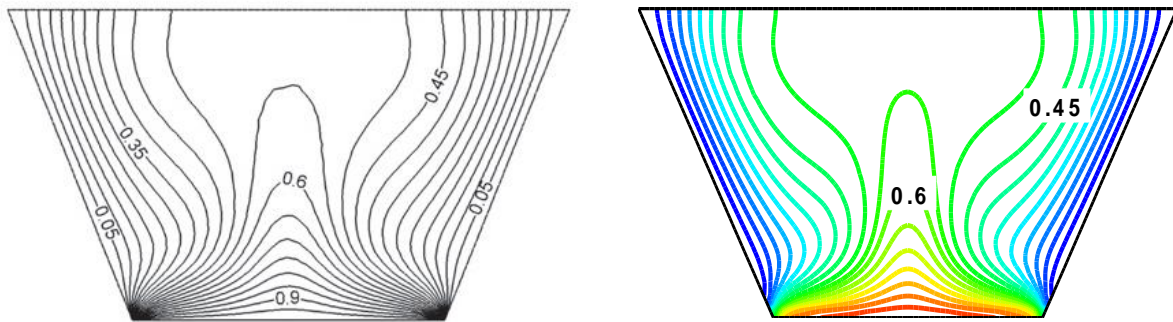
Plusieurs maillages uniformes resserrés près des parois de l'enceinte où de forts gradients de vitesse et de température existent ont été utilisés. Avec différentes grilles on peut constater la différence entre la grille fine ( $n_x \times n_y = 5700$ ) et celle la moins dense ( $n_x \times n_y = 5500$ ), la différence entre la grille moyenne ( $n_x \times n_y = 5600$ ) et la plus dense. On a tracé le profil de Nusselt moyen pour le cas de  $Ra=10^5$  et  $Ha=50$  avec  $x=L/2$  présentés dans la figure (IV-1), nous informant sur la qualité de la solution approchée qu'apportent ces différentes grilles de maillage dans quelques régions du domaine de calcul. Selon le résultat de cet essai le maillage choisi pour achever les calculs nécessaires à la résolution du problème considéré, est celui avec un nombre moyen de point de discrétisation, c.-à-d. la grille de ( $n_x \times n_y = 5600$ ) pour capter bien les couches de Hartmann et présente le meilleur compromis entre temps de calcul et précision. Le calcul jusqu'à convergence d'une grille de 5600 prend environ 1/2 heure avec un micro-ordinateur à 4 processeurs (I5) de Ram 4G



**Fig. IV.1 :** Nombre de Nusselt local à la paroi supérieur obtenu avec différentes densités de maillage pour le cas  $x=L/2$ ,  $Ra=10^5$  et  $Ha=50$

## IV.2 Validation

Avec le champ magnétique, le résultat numérique actuel a été testé avec succès par rapport aux résultats numériques de Hasanuzzaman et al [6]. Ce travail a été fait pour voir les effets du champ magnétique sur la convection naturelle pour une enceinte trapézoïdale. La cavité est chauffée à partir de la paroi inférieure et la température des parois inclinées est inférieure à celle de la paroi inférieure, la paroi supérieure est adiabatique, la longueur de la paroi inférieure est montrée par  $L$  et la hauteur de la cavité est représentée par  $H$ . Dans la Fig.(IV.2) nous montrons les isothermes reproduites dans le cas de  $\alpha = 45^\circ$  (angle d'inclinaison des parois latérales de la cavité), alors que le nombre de Hartmann,  $Ha = 10$  et le nombre de Rayleigh,  $Ra = 10^5$ .

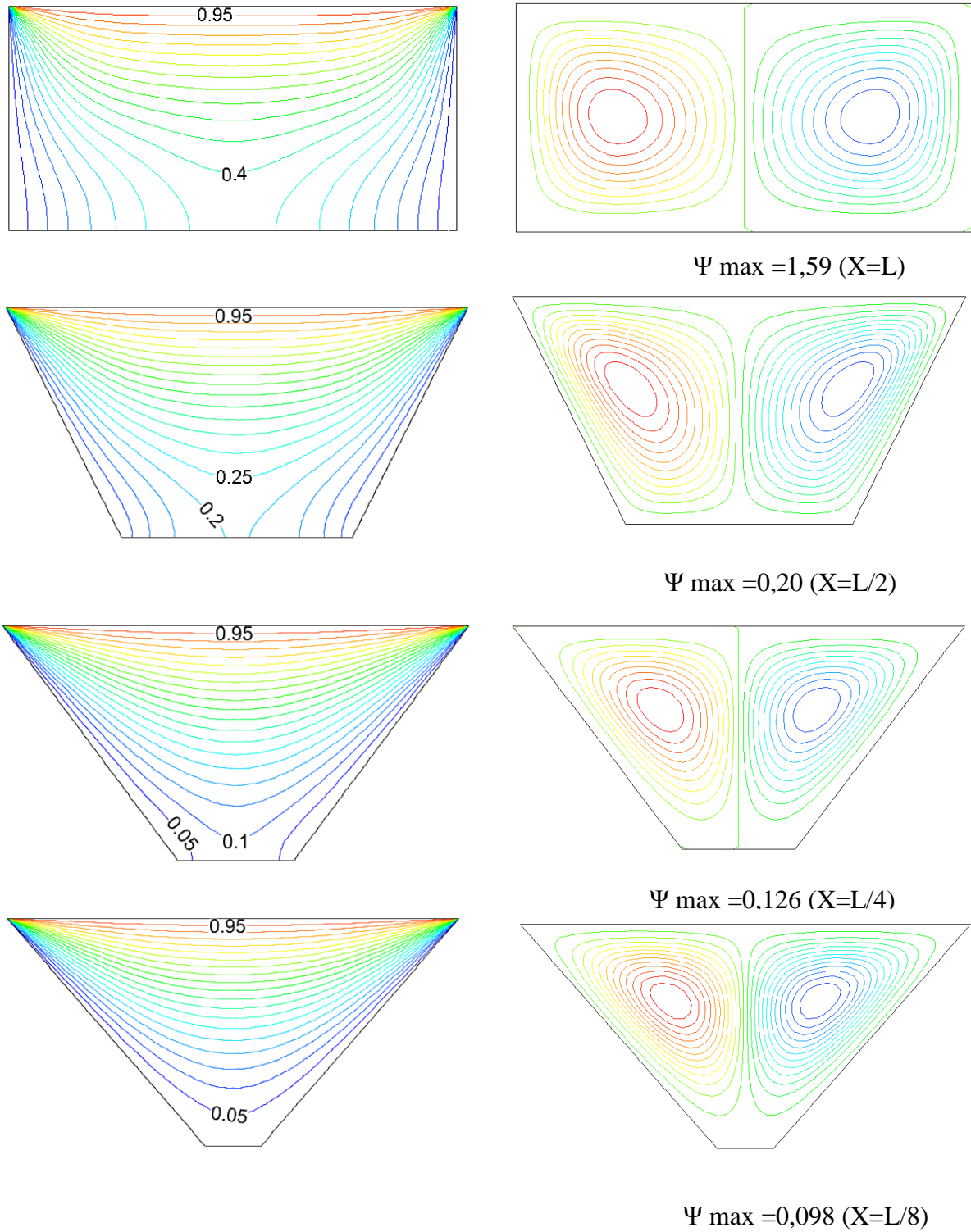


**Fig. IV.2** Comparaison avec Hasanuzzaman et al[6].

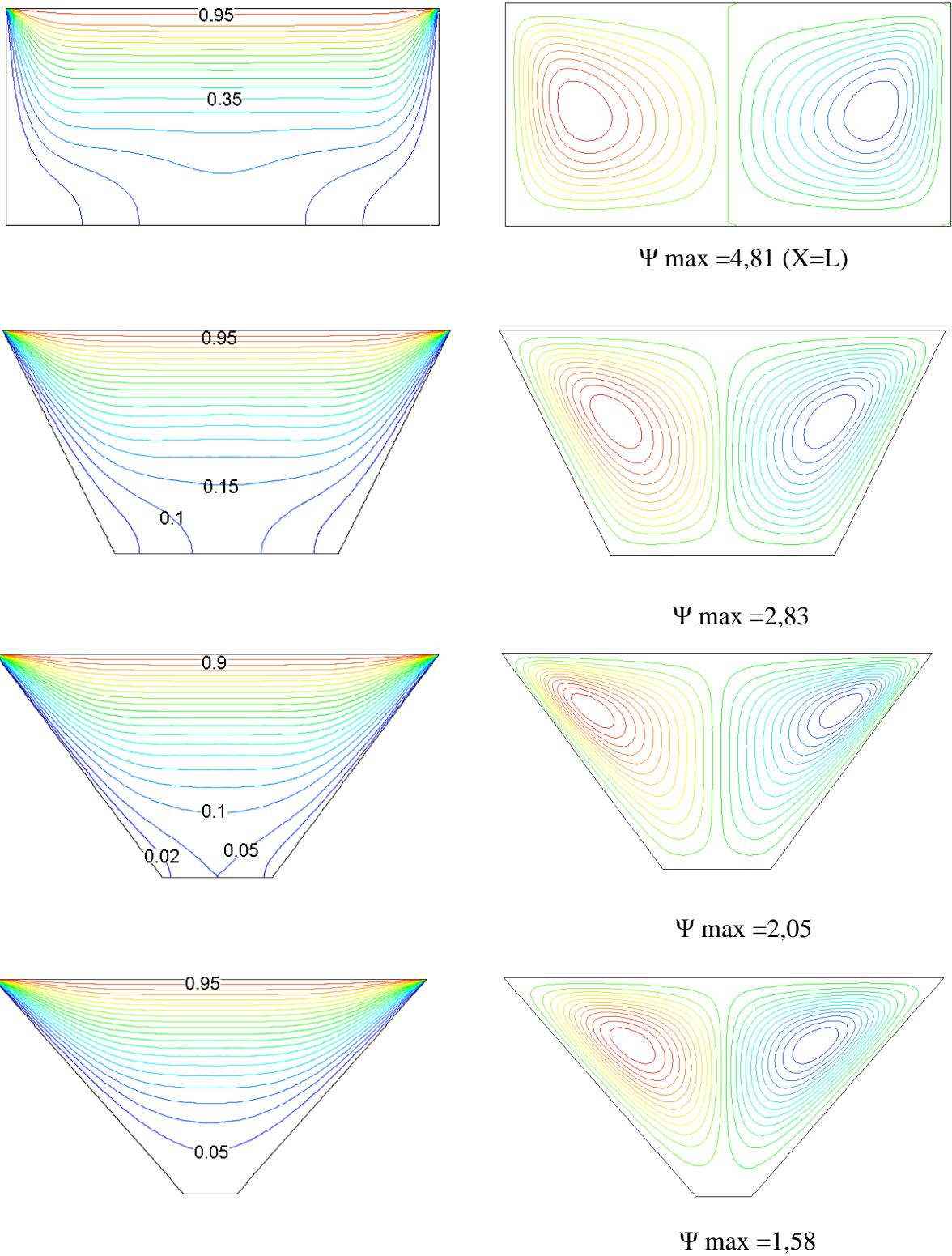
## IV.3 Ecoulement sans champ magnétique ( $Ha = 0$ )

Le transfert de chaleur par convection naturelle dans une enceinte trapézoïdale est étudié pour différents nombres de Rayleigh,  $Ra$ , et longueur de la paroi inférieure,  $X$ , de l'enceinte. La figure (IV.3) montre les effets de la longueur de la paroi inférieure ( $x=L, L/2, L/4, L/8$ ) de la cavité sur le champ d'écoulement et la distribution de la température. Elles sont présentées via la fonction de courant (sur la colonne de droite) et isothermes (sur la colonne de gauche). La première figure montre les résultats pour  $X=L$  qui indique la cavité carrée qui peut être employée comme le cas de référence pour ce problème de la cavité chauffée par la paroi supérieure. Comme résultat attendu, deux cellules de circulation sont formées dans

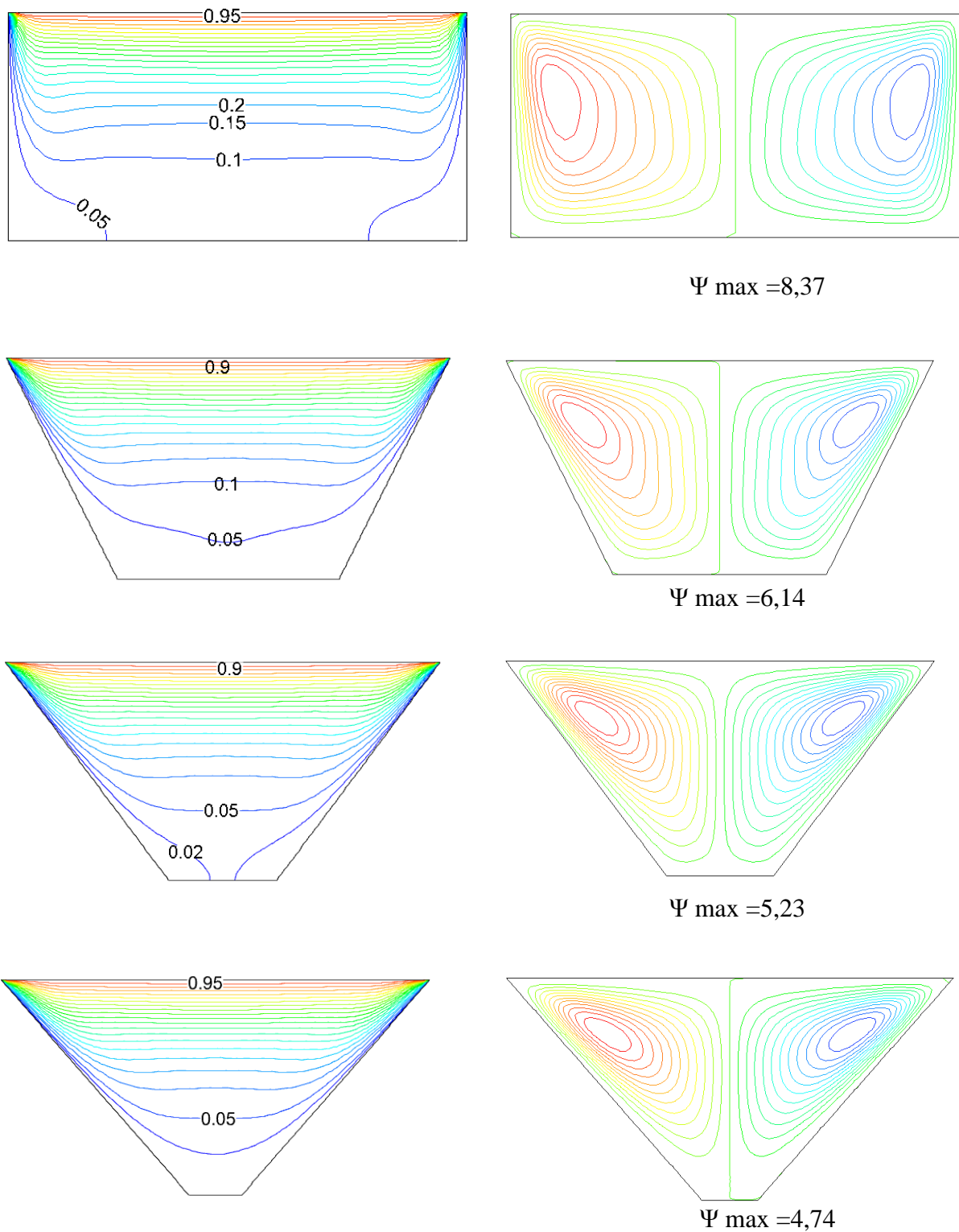
différentes direction de rotation et la force d'écoulement est la même dans les deux cellules en rotation. Dans cette figure, la force du champ magnétique est négligée dans ce cas ( $Ha = 0$ ) et le nombre de Rayleigh est pris comme  $Ra = 10^4$ . Isothermes sont presque parallèles à la paroi verticale et la température est distribuée de haut en bas suivant la direction de chauffage. Une distribution linéaire est observée. Les contours de température sont accumulés près des coins en raison de différence de température entre les murs. La force d'écoulement augmente avec augmentation de longueur de la paroi inférieure,  $X$ , voir par exemple les cas ( $L/2$ ,  $L/4$ ,  $L/8$ ). La température est augmentée au centre de la cavité en raison de la distance croissante entre les murs froids. Les lignes de courants adapté la cavité, mais la distribution symétrique n'est pas déformé. Chaque cellule est juxtaposée aux autres. La distribution de la température a également montré une vue symétrique selon l'axe médian. Plus de liquide est chauffé au milieu de la cavité pour  $x = L$  et encore deux cellules circulantes se produisent à l'intérieur de la cavité. Figures. (IV.3 et 4) comparer les lignes de courant et les isothermes pour  $Ra = 10^5$  et  $10^6$ , respectivement. La force du débit augmente avec l'augmentation nombre de Rayleigh en raison de l'augmentation de l'énergie cinétique et de l'énergie entrante dans la cavité. Les isothermes ont clairement montré que la couche limite thermique augmente avec l'augmentation du nombre de Rayleigh. L'augmentation de longueur de la paroi inférieure est un paramètre efficace sur la distribution de la température cela est présenté sur la Fig. (IV. 4).



**Fig. IV.3 :** Effet de la diminution de la longueur de paroi inferieure sur les lignes de courant et les isothermes, avec  $Ha = 0$  et  $Ra = 10^4$



**Fig. IV.4 :** Effet de la diminution de la longueur de paroi inferieur sur les lignes de courant et les isothermes, avec  $Ha = 0$  et  $Ra = 10^5$



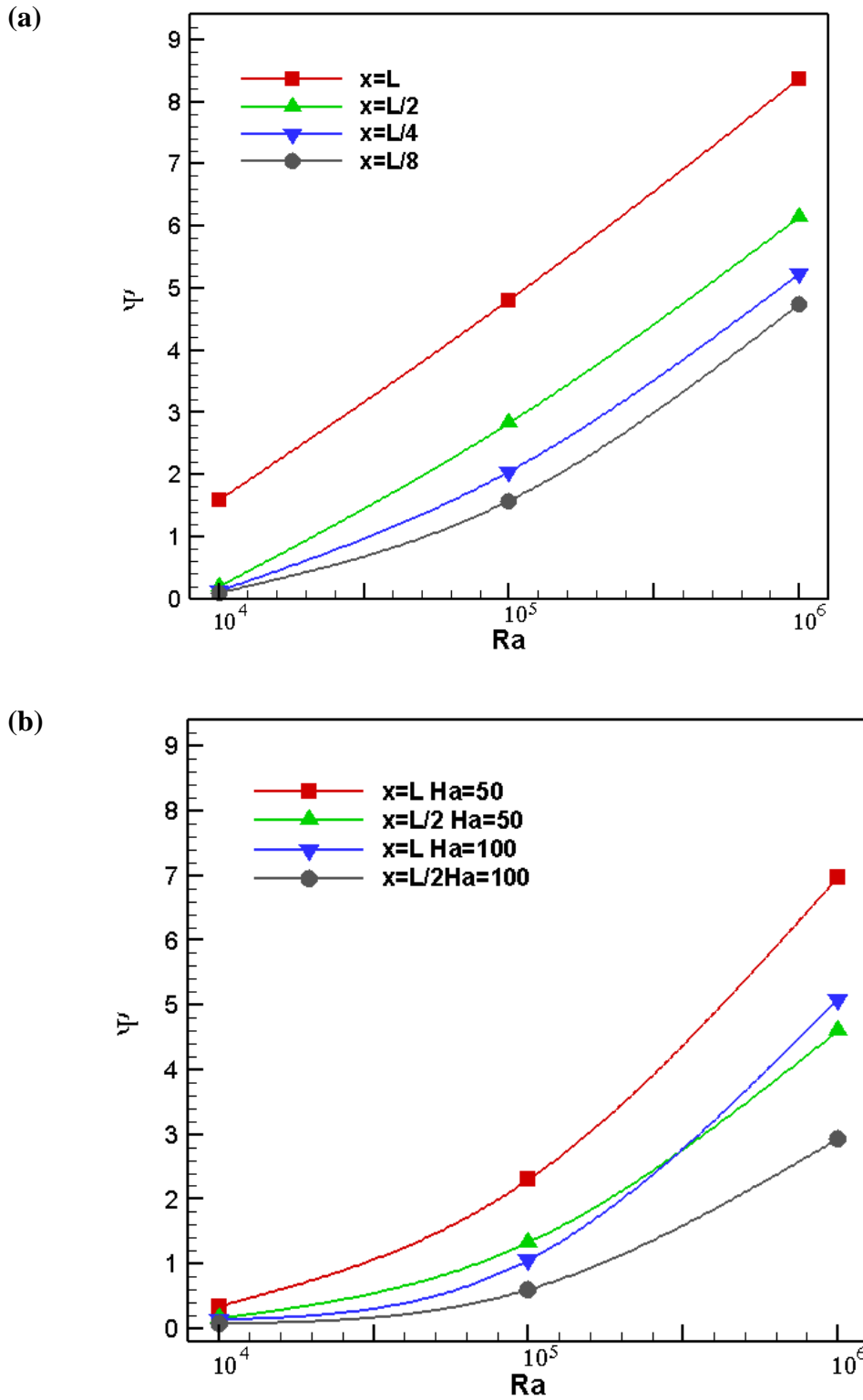
**Fig. IV.5** : Effet de la diminution de la longueur de paroi inférieure sur les lignes de courant et les isothermes, avec  $Ha = 0$  et  $Ra = 10^6$ .

La figure (IV.6) met en évidence la variation du nombre de Rayleigh  $Ra$  et le débit présenté à l'aide de la fonction de courant de Stokes  $\Psi$ . Nous constatons que l'augmentation du nombre de Rayleigh provoque l'augmentation  $\Psi$ . Nous constatons aussi que débit décroît avec la diminution de la longueur de paroi inférieure. On a trouvé qu'en présence de champ magnétique, le débit est une fonction croissante du nombre de Rayleigh. On remarque que l'augmentation du nombre de Rayleigh favorise le transfert thermique par la convection tandis que l'augmentation du nombre de Hartmann favorise la conduction de la chaleur. Le champ magnétique vertical réduit le débit davantage

La figure (IV.7a) montre le taux de transfert de chaleur local pour différentes valeurs de  $Ra = 10^4, 10^5$  et  $10^6$ . Dans cette figure, la variation locale du nombre de Nusselt dans le cas de cavité carrée ( $x = L$ ) pour différentes valeurs de  $Ra$  est comparée. Comme le montre la figure, le taux de transfert de chaleur local diminue avec la diminution de nombre de Rayleigh,  $Ra$ . La valeur minimum est enregistrée au milieu de cavité et la valeur maximum se trouve à côté des parois

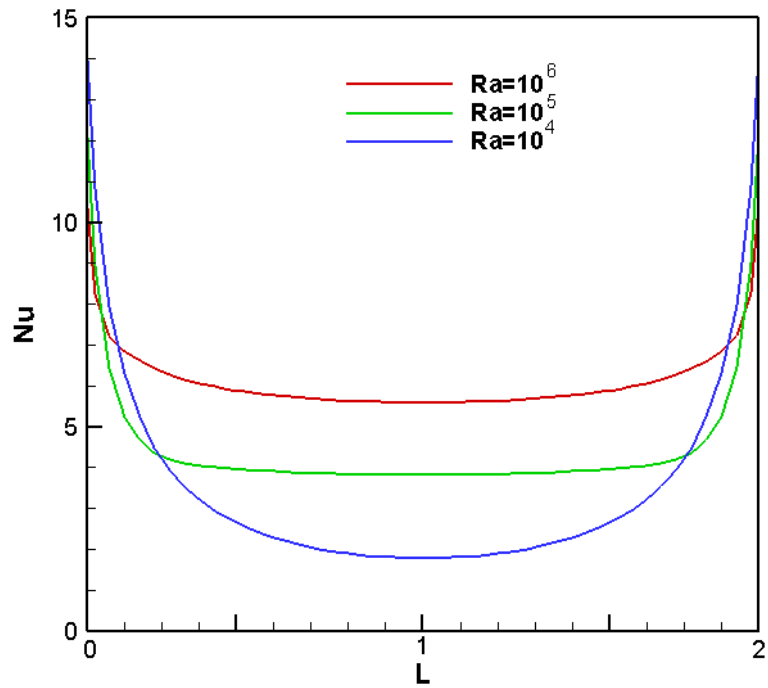
La variation du taux de transfert de chaleur moyen avec Nombre de Rayleigh pour les différents cas ( $x=L, L/2, L/4$  et  $L/8$ ) est présentée sur la Fig. (IV. 7b). L'augmentation du nombre de Rayleigh augmente le taux de transfert de chaleur moyen pour toutes les valeurs  $X$ .

Cependant, il y a de petites différences entre  $Ra = 10^4$  et  $10^5$  en raison de la domination du mode de conduction de transfert de chaleur. L'augmentation de longueur de la paroi inférieure,  $X$  augmente le transfert de chaleur pour toutes les valeurs du nombre de Rayleigh.

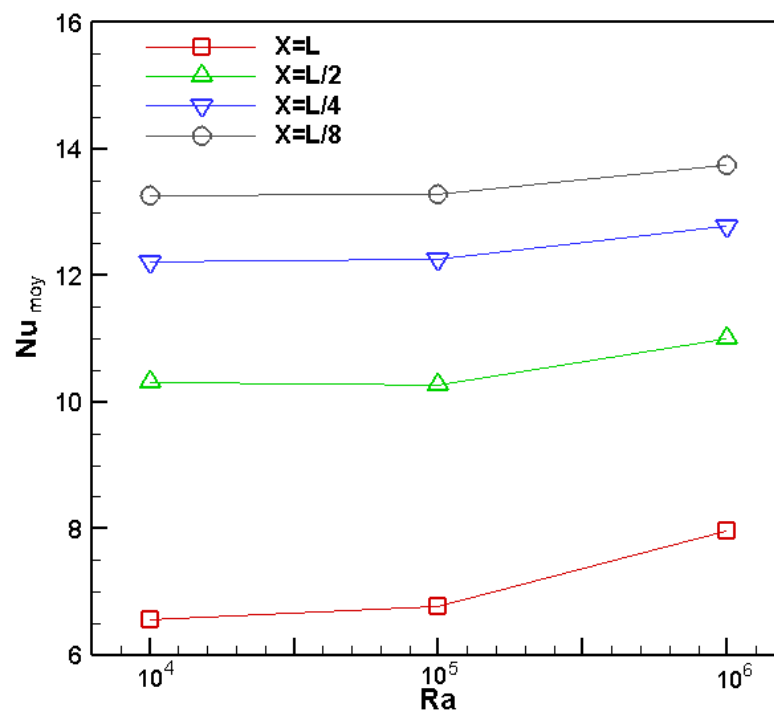


**Fig. IV.6 :** (a) Effet de la diminution de la longueur de paroi inférieure sur les lignes de courant (b) Effet du nombre de Hartmann sur les lignes de courant





(a) Nusselt local pour différentes valeurs de Ra



(b) Nusselt moyen en fonction du nombre de Rayleigh Ra

**Fig. IV.7 :** Cas de  $Ha = 0$  (a) Nusselt local (b) Nusselt moyen en fonction du nombre de Rayleigh Ra pour différentes valeurs de X.

#### IV.4 Ecoulement avec champ magnétique ( $Ha \neq 0$ ) :

Dans cette section, nous intéressons à la situation en présence d'un champ magnétique appliqué verticalement à la configuration étudiée, donc on a résolu numériquement le système d'équations EDP figurant au deuxième chapitre.

L'application d'un champ magnétique vertical est reconnue sur la stabilité des écoulements convectifs (Mahfoud et al [24] ; Kakarantzas et al [33] et Mittal et al [34]). Quand un champ magnétique (axial) vertical est imposé, on observe quelques changements intéressants sur le mouvement du fluide et sur le transfert thermique, en cas d'écoulement turbulent, la présence du champ magnétique a comme conséquence la stabilisation de l'écoulement la tournant à laminaire et axisymétrique. En générale le champ magnétique supprime le mouvement du liquide et réduit le taux de transfert thermique . Les écoulements en MHD subissent en général un amortissement dès lors qu'on applique un champ magnétique. Celui-ci est plus important au centre que sur les parois de l'écoulement. Cela provoque l'apparition de fines couches où le gradient de vitesse est très élevé. Celles-ci sont appelées couches limites de Hartmann [34]. Il a été trouvé également qu'après que le champ magnétique dépasse une certaine valeur le type d'instabilité change, c.à.d. l'instabilité oscillante de l'écoulement (bifurcation de Hopf) est remplacée par une bifurcation stable axisymétrique ou stable asymétrique [33].

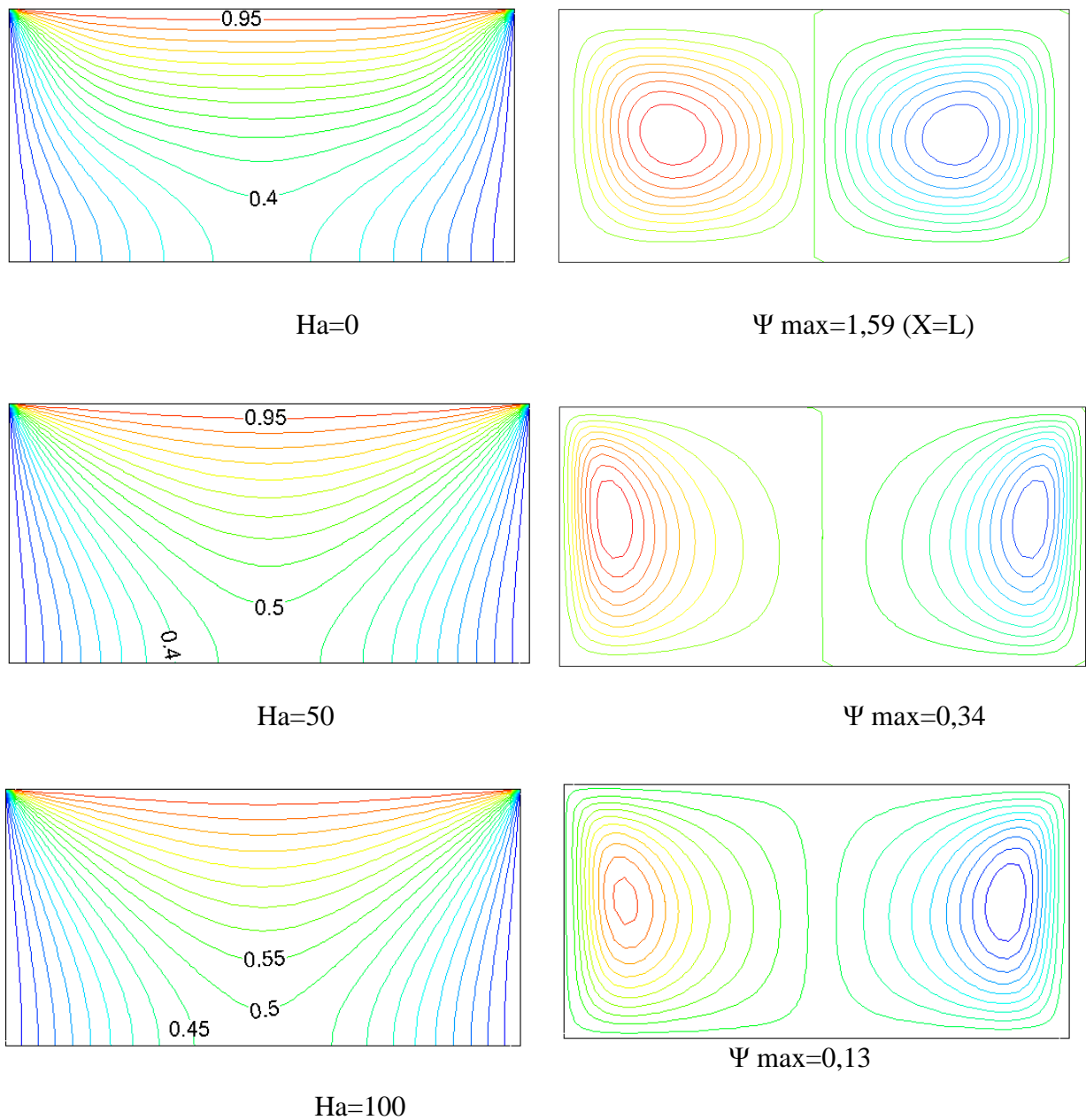
De même que dans la section précédente (état sans champ magnétique), le transfert de chaleur est représenté en utilisant les Isothermes et le nombre de Nusselt. Tandis que l'écoulement est étudié au moyen de courant hydrodynamiques tracées à l'aide de la fonction de courant de Stokes  $\Psi$ , ainsi que quelques représentations des profils de vitesse.

Afin de montrer l'effet du champ magnétique sur la structure d'écoulement, nous comparons entre les cas étudiés avec différents nombres de Hartmann. Nous avons choisie deux cas ( $x=L$  et  $x=L/2$ ), en changeant le nombre Rayleigh ( $Ra=10^4$ ,  $10^5$  et  $10^6$ ) et le nombre de Hartmann  $Ha$  ( $Ha=50$  et  $100$ ), pour comprendre l'effet du champ magnétique sur l'écoulement et le transfert de chaleur.

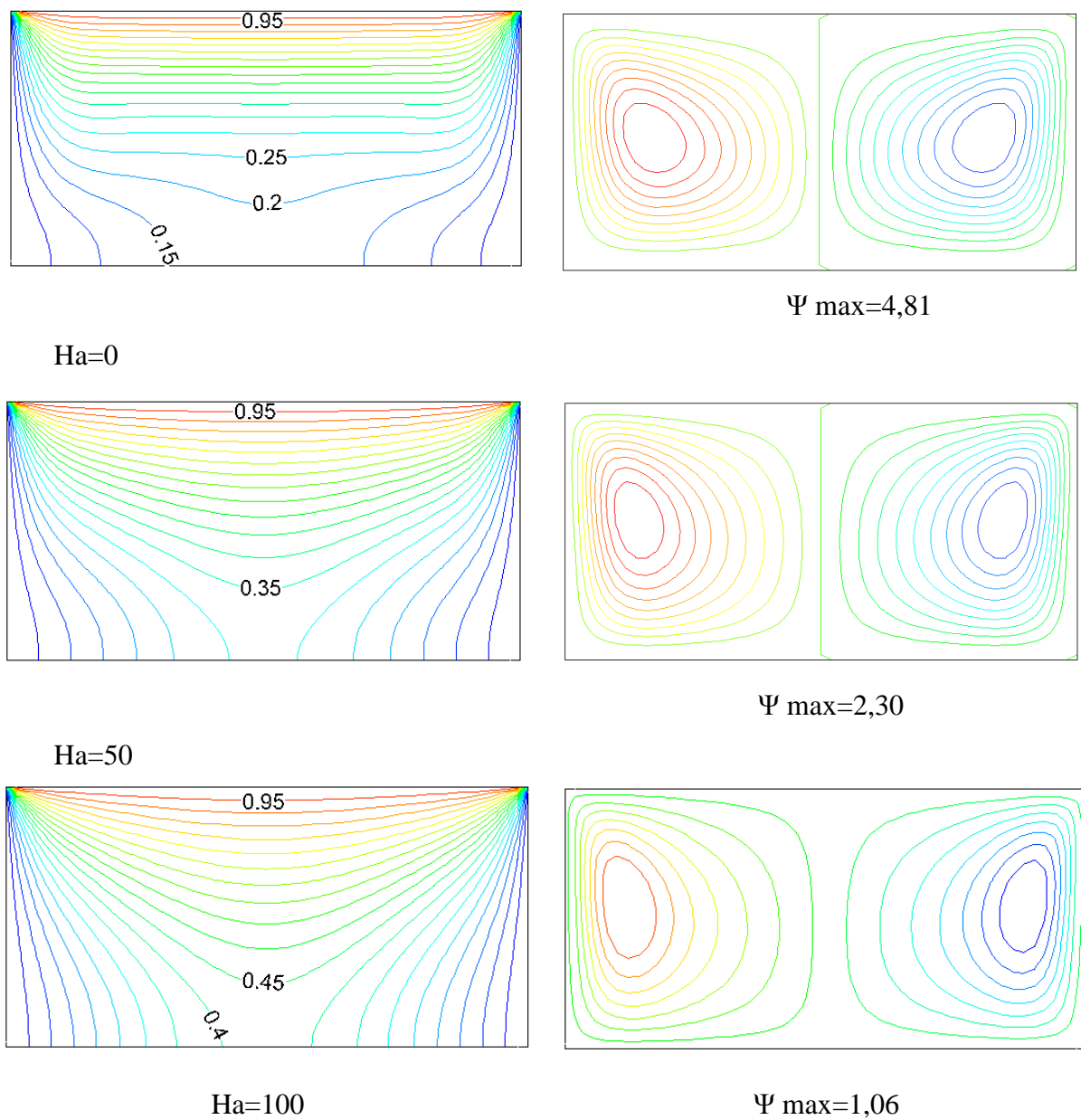
Les lignes de courant hydrodynamiques de l'écoulement méridien et les isothermes pour le cas de  $X = L$ ,  $Ra = 10^4$  et différents nombres de Hartmann ( $Ha=0$ ,  $50$  et  $100$ ), sont représentées au figure (IV-8). Nous avons observé que l'écoulement est caractérisé par deux grandes cellules et les dimensions des cellules se changent, en subissant un rétrécissement en

augmentant l'intensité du champ magnétique. Le débit diminue avec l'augmentation de nombre de Hartmann en raison que le champ magnétique supprime le mouvement du liquide.

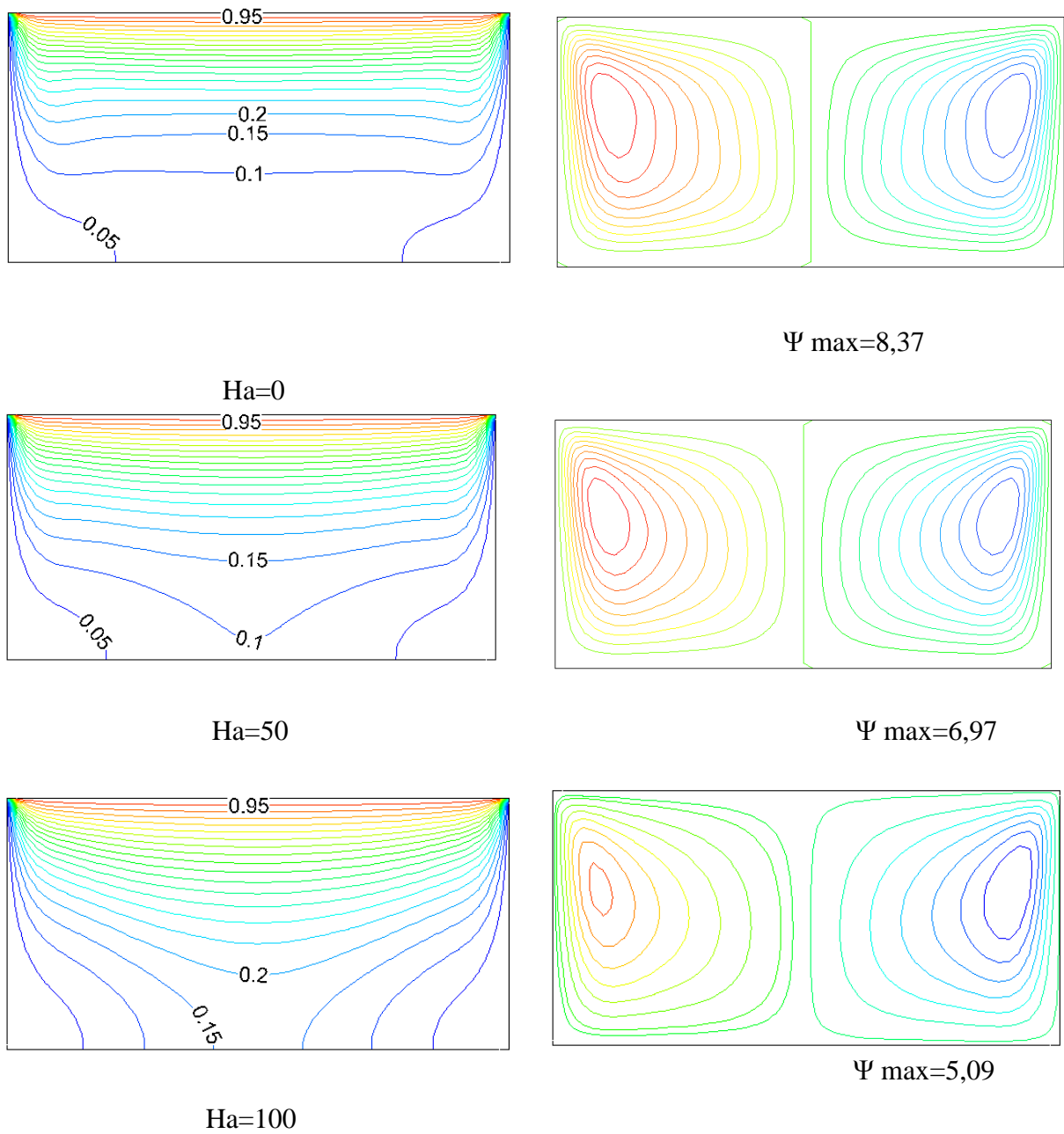
Les isothermes ont clairement montré que la couche limite thermique augmente avec l'augmentation du nombre de Rayleigh. L'augmentation de longueur de la paroi inférieure est un paramètre efficace sur la distribution de la température. Isothermes sont presque parallèles à la paroi verticale et la température est distribuée de haut en bas avec suivant la direction de chauffage. Une distribution linéaire est observée. Les contours de température sont accumulés près des coins en raison de différence de température entre les murs. La force d'écoulement augmente avec augmentation de longueur de la paroi inférieure,  $X_s$ . La température est augmentée au centre de la cavité en raison de la distance croissante entre les murs froids. Les lignes de courants adaptées la cavité, mais la distribution symétrique n'est pas déformée. Chaque cellule est juxtaposée aux autres. La distribution de la température a également montré une vue symétrique selon l'axe médian. Plus de liquide est chauffé au milieu de la cavité pour  $x = L$  et encore deux cellules circulantes se produisent à l'intérieur de la cavité. Figues. (IV.9 et 10) comparer les lignes de courant et les isothermes pour  $Ra = 10^5$  et  $10^6$ , respectivement avec différents nombres de Hartmann ( $Ha=0, 50$  et  $100$ ).



**Fig. IV.8 :** Effet du nombre de Hartmann sur les lignes de courant et les isothermes lorsque  $X = L$  et  $Ra = 10^4$ .



**Fig. IV.9 :** Effet du nombre de Hartmann sur les lignes de courant et les isothermes lorsque  $X = L$  et  $Ra = 10^5$ .

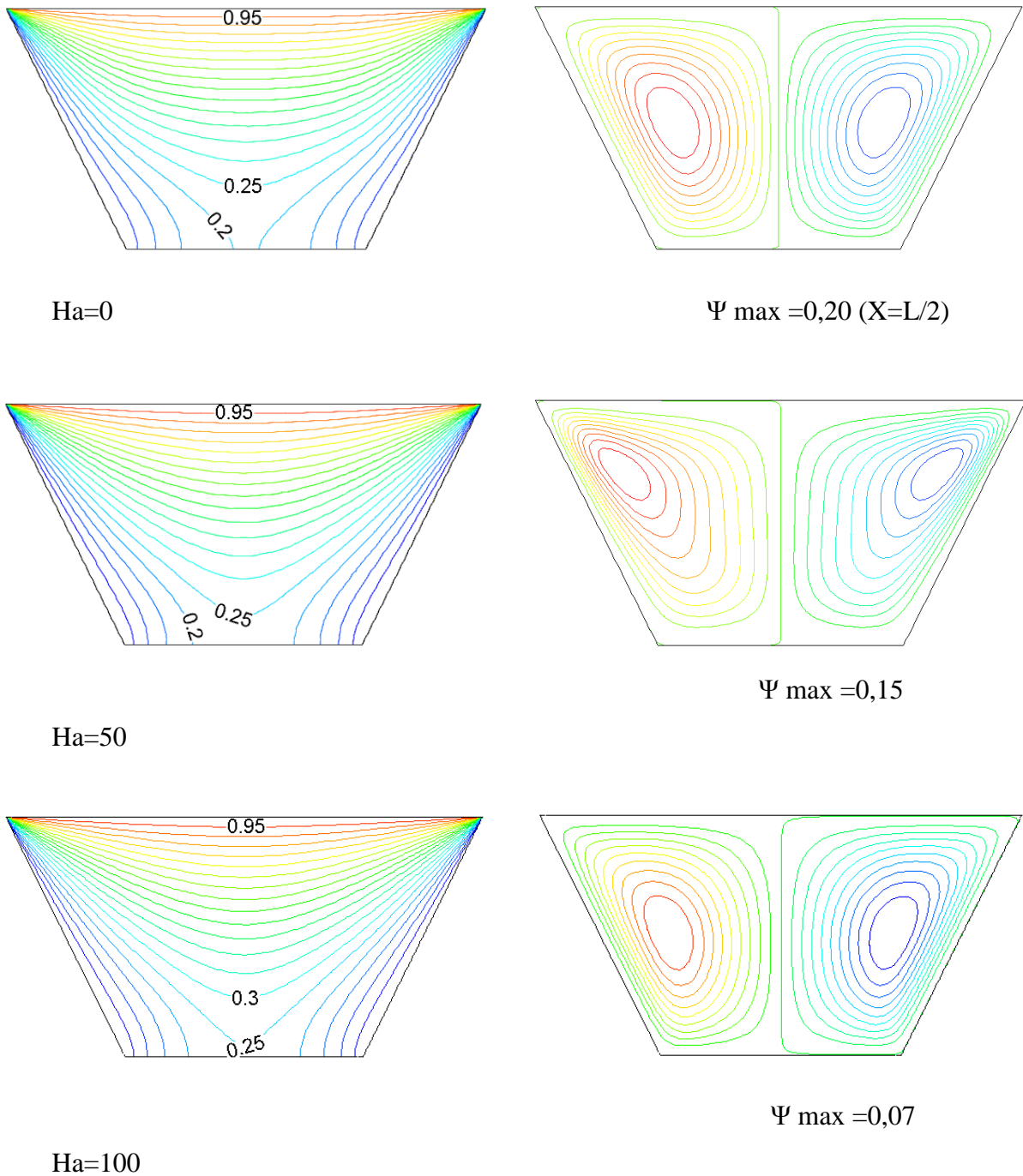


**Fig. IV.10** : Effet du nombre de Hartmann sur les lignes de courant et les isothermes lorsque  $X = L$  et  $Ra = 10^6$ .

Prenons le cas de  $x = L/2$  et en changeant le nombre Rayleigh ( $Ra=10^4$ ,  $10^5$  et  $10^6$ ), on applique un champ magnétique dans la direction axiale, le nombre de Hartmann est augmenté progressivement de 50 à 100. Cet accroissement de l'intensité du champ magnétique entraîne une diminution de débit et supprime le mouvement du liquide et réduit le taux de transfert thermique (Fig. IV-10). L'application du champ magnétique provoque l'apparition de fines couches où le gradient de vitesse est très élevé. Celles-ci sont appelées couches limites de Hartmann (Fig. IV-11). L'écoulement présente deux grande cellules de recirculation avec même structure que l'écoulement de base. Les lignes isothermes dans le plan  $(x, y)$  présenté au figure (IV-12), on peut constater la déviation importante des isothermes près de côté paroi inférieur, ce que indique que le régime du transfert thermique est essentiellement convectif dans ces régions. Dans le cas  $Ra=10^4$  l'isotherme augmente progressivement des droites horizontales du profil conductif.

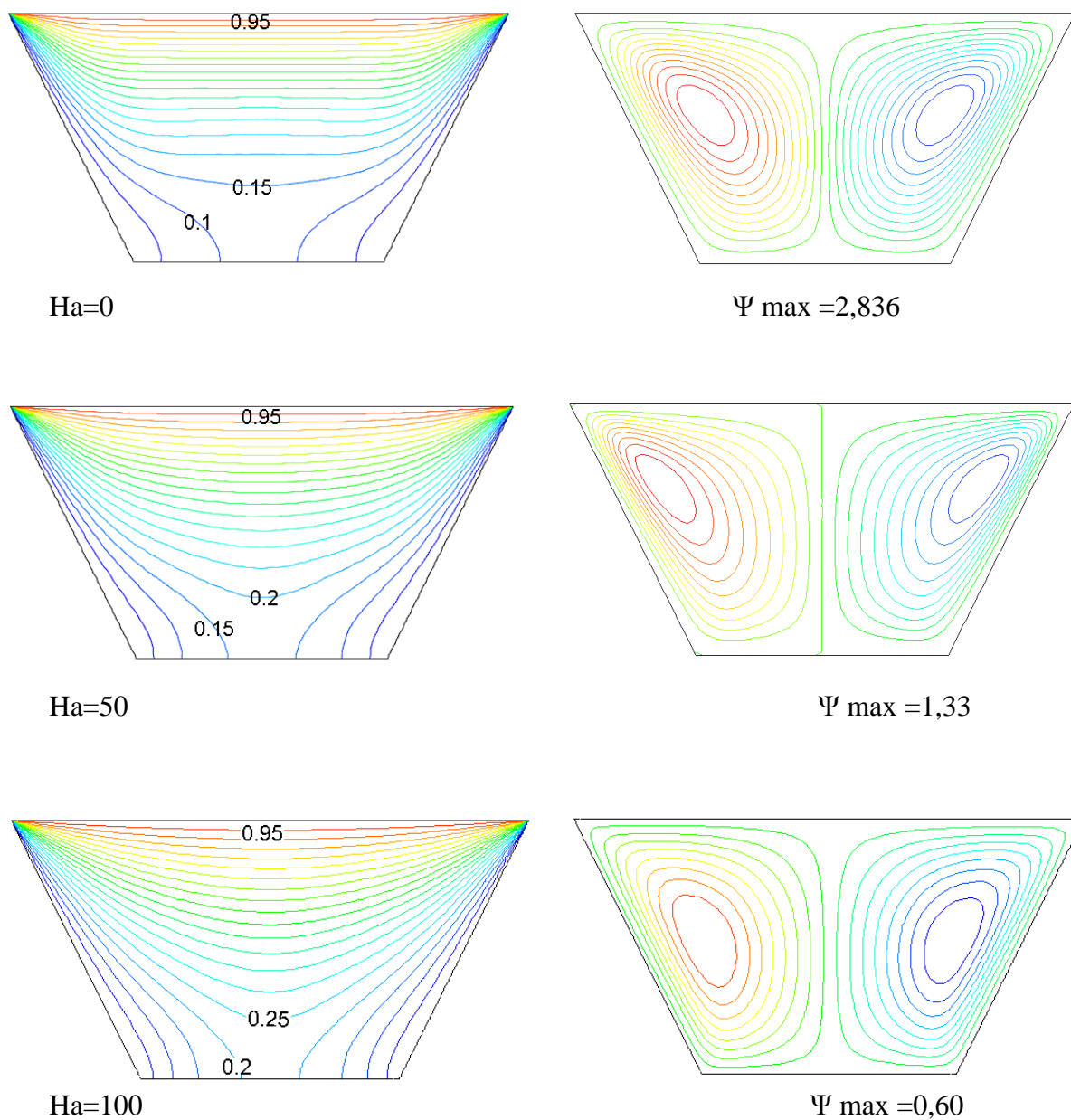
La figure (IV-11) illustre les effets du champ magnétique sur les lignes de courant et isothermes pour  $X=L/2$  et  $Ra = 10^4$ . Dans cette figure, le nombre Hartmann augmente de  $Ha = 0$  à 100. Comme le montre la figure, complètement les mêmes résultats sont obtenus pour le cas  $X=L$ . Cependant, le débit et la distribution de la température sont affectés de  $Ha = 50$  à la même valeur du nombre de Rayleigh, qui est donnée à la Fig. (IV-8) à partir de cette valeur, le nombre de Hartmann affecte les lignes de courant et les isothermes. La force d'écoulement diminue avec l'augmentation du nombre de Hartmann en raison de la diminution de la vitesse d'écoulement. La température à l'intérieur de la cavité augmente avec un nombre croissant de Hartmann. Les isothermes deviennent plus inclinées près des murs inclinés. Cela signifie que le mode de conduction de la chaleur le transfert devient dominant par la convection avec les effets croissants de champ magnétique. Le nombre de Hartmann affecte également l'emplacement et forme des cellules principales. Les lignes de courant et les isothermes sont données pour  $Ra = 10^5$  à des valeurs différentes du nombre de Hartmann dans la figure (IV-12). Le mode de transfert de chaleur par convection devient plus fort pour cette valeur de Rayleigh. Encore une fois, la force d'écoulement n'est pas la même à Hartmann nombre comme  $Ha = 50$  et 100. À la valeur la plus élevée de nombre de Hartmann, le champ d'écoulement et distribution de la température montrent une distribution similaire avec  $Ra = 10^4$ . Cela signifie qu'à la fois le flux de fluide et le transfert de chaleur peut être contrôlé par champ magnétique à la valeur constante de Rayleigh nombre. La figure (IV.13) présente les lignes de courant et les isothermes avec la même valeur que celle donnée à la figure (IV-11). La couche limite thermique augmente avec un nombre croissant de Hartmann. Les cellules

principales allongées en diagonale à  $Ha = 50$  et  $100$ . La force du flux à gauche et à droite change selon les valeurs de nombre de Hartmann.

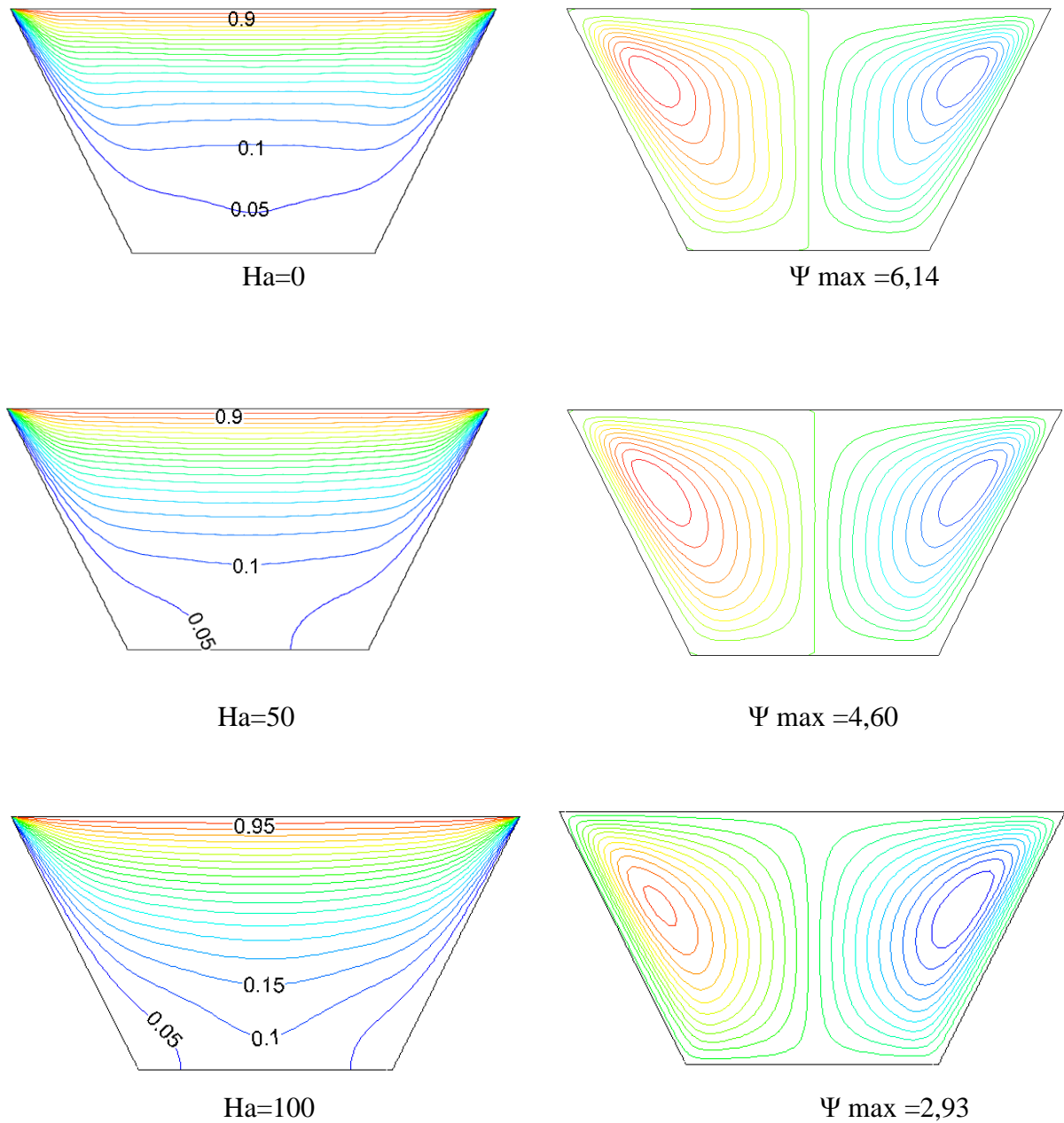


**Fig. IV.11** : Effet du nombre de Hartmann sur les lignes de courant et les isothermes lorsque  $X = L/2$  et  $Ra = 10^4$ .





**Fig. IV.12** : Effet du nombre de Hartmann sur les lignes de courant et les isothermes lorsque  $X = L/2$  et  $Ra = 10^5$ .



**Fig. IV.13** : Effet du nombre de Hartmann sur les lignes de courant et les isothermes lorsque  $X = L/2$  et  $Ra = 10^6$ .

La figure (IV.14) est tracée pour montrer la distribution axiale de la température à  $x=1$  pour différentes longueur ( $x$ ), lorsque  $Ra = 10^5$  et  $Ha=50$ . La température sur la paroi inférieure diminue avec la diminution de la longueur de la paroi inférieure. On remarque que la meilleure distribution de la température est enregistrée pour le cas  $X=L$ . La figure (IV.15) illustre la distribution axiale de la vitesse  $V$  à  $x=1$  pour différentes longueur ( $x$ ), lorsque  $Ra = 10^5$  et  $Ha=50$ . La valeur maximum de la vitesse suivant  $y$  est enregistré dans les deux cas  $X=L/2$  et  $X=L/4$ .

Taux de transfert de chaleur local est présenté à la figure (IV.16) le long de la paroi chauffée à différents nombres de Rayleigh. Le taux de transfert de chaleur local a une valeur minimale au milieu de la paroi supérieure. Il augmente avec l'augmentation du nombre de Rayleigh. Il est symétrique selon l'axe médian de l'enceinte trapézoïdale. Le transfert de chaleur le plus élevé est obtenu au bord de la paroi de supérieur en raison de différence de température élevée entre les murs chauds et froids.

Nusselt local est présenté à la figure (IV.17) le long du mur chauffé à différents nombres Hartmann. Le taux de transfert de chaleur local a une valeur minimale au milieu du ( $x=L/2$ ). Il diminue avec l'augmentation du nombre de Hartmann. Il est symétrique selon l'axe médian de l'enceinte trapézoïdale. Le transfert de chaleur le plus élevé est obtenu sur les coté de la paroi supérieure en raison de différence de température élevée entre les parois chauds et froids.

L'augmentation du nombre de longueur de la paroi inférieure,  $X$  diminue le nombre moyen de Nusselt dues à l'augmentation de la distance entre les points chauds et les parois froids avec  $X$  croissant, cela est donnée sur la figure (IV.18), qui présente le cas de  $Ra = 10^6$  et  $Ha = 50$ .

La figure (IV.19) est tracés pour montrer la variation du nombre moyen de Nusselt avec le nombre Rayleigh à différentes valeurs de longueur de la paroi inférieure ( $X$ ) en paroi gauche et paroi droite, lorsque  $Ha = 50$ . Dans cette figure, le transfert de chaleur diminue avec l'augmentation de la longueur de la paroi inférieure.

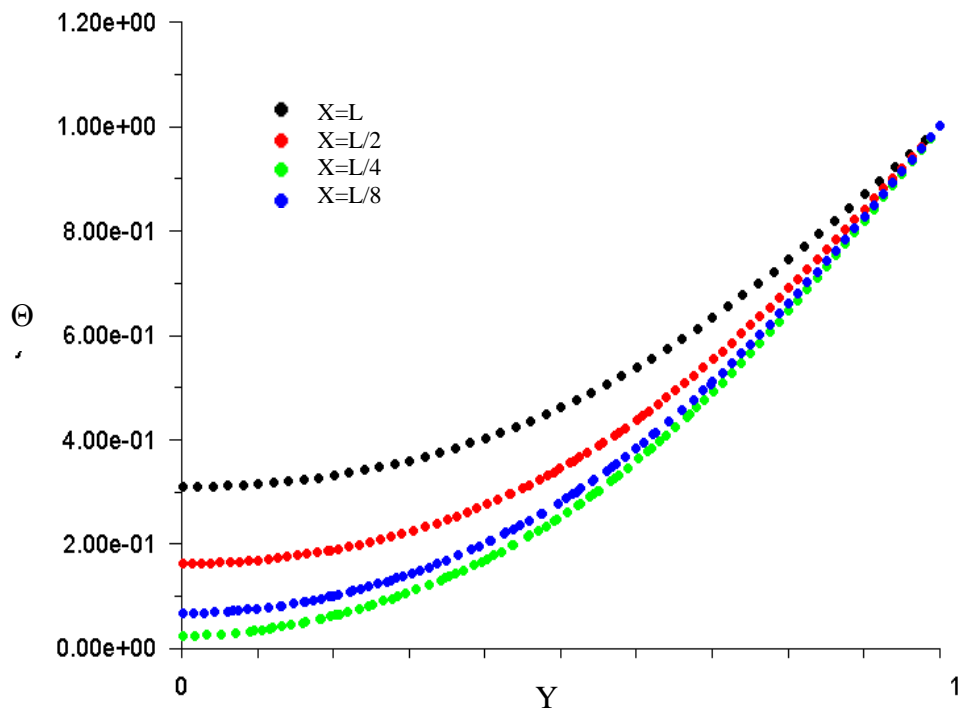


Fig. IV.14 : Distributions axiale de la température à  $x=1$  pour différentes longueur ( $x$ ), lorsque  $Ra = 10^5$  et  $Ha=50$

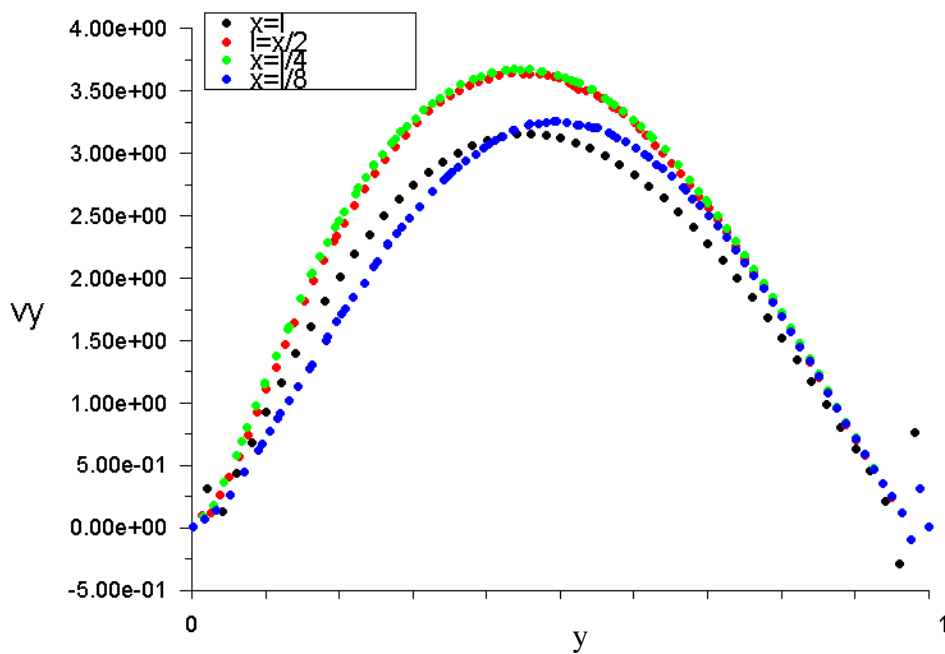


Fig. IV.15 : Distributions axiale de la vitesse  $V$  à  $x=1$  pour différentes longueur ( $x$ ), lorsque  $Ra = 10^5$  et  $Ha=50$ .

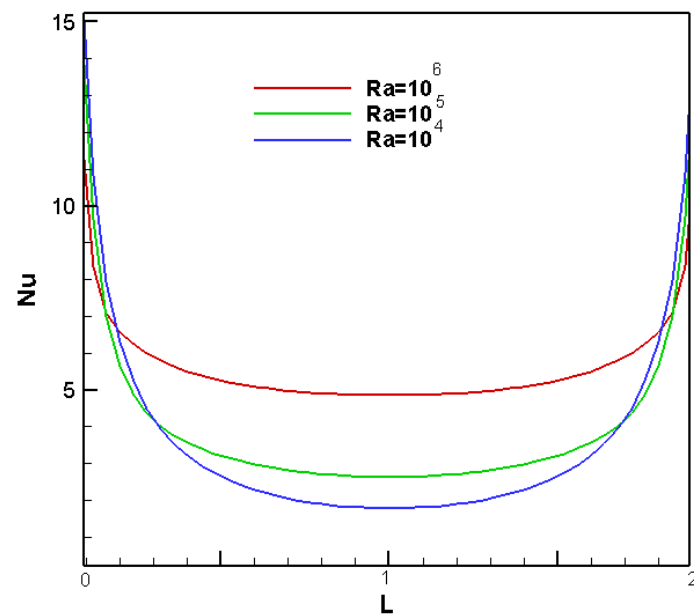


Fig. IV.16 : Nusselt local pour différentes valeurs de Ra, lorsque  $Ha=50$  et  $X=L$ .

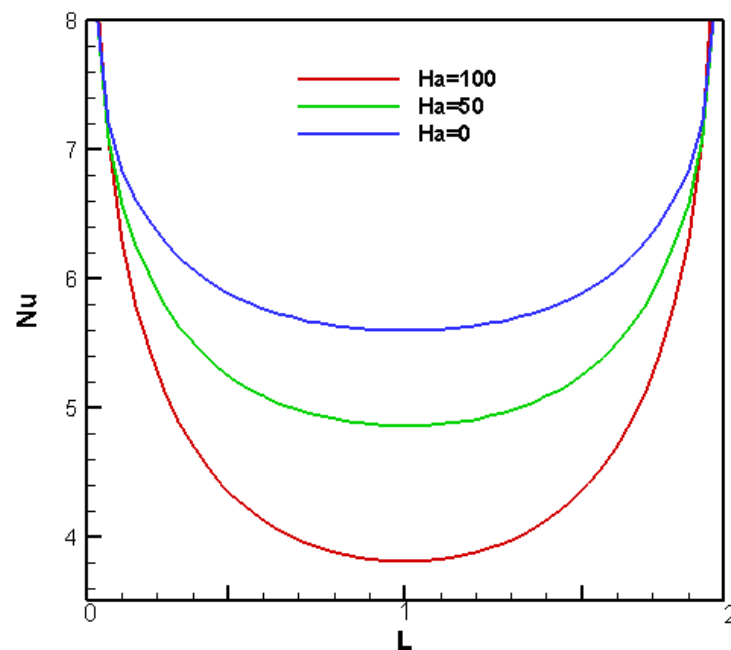


Fig. IV.17 : Nusselt local pour différentes valeurs de Ha, lorsque  $Ra=10^6$  et  $X=L$ .

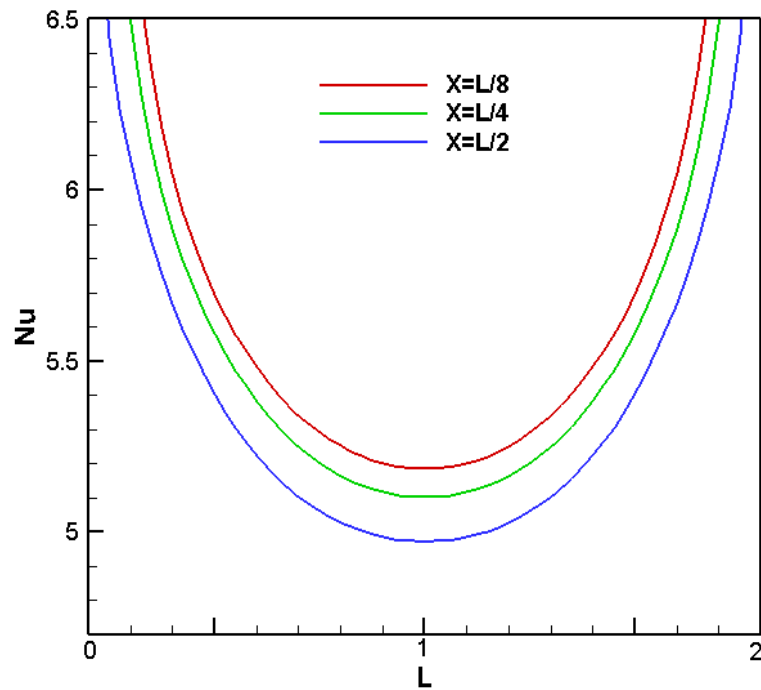


Fig. IV.18 : Nusselt local pour différentes valeurs de X, lorsque  $Ra = 10^6$  et  $Ha = 50$

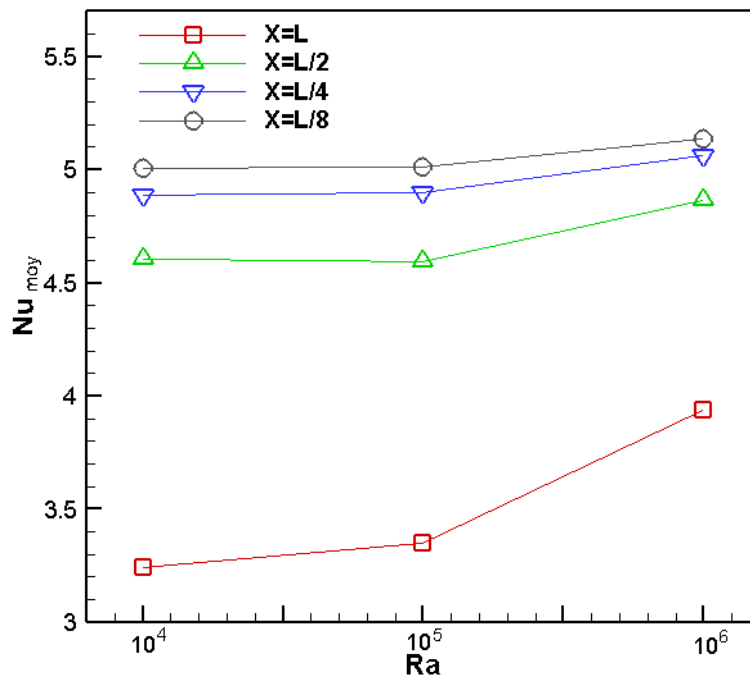
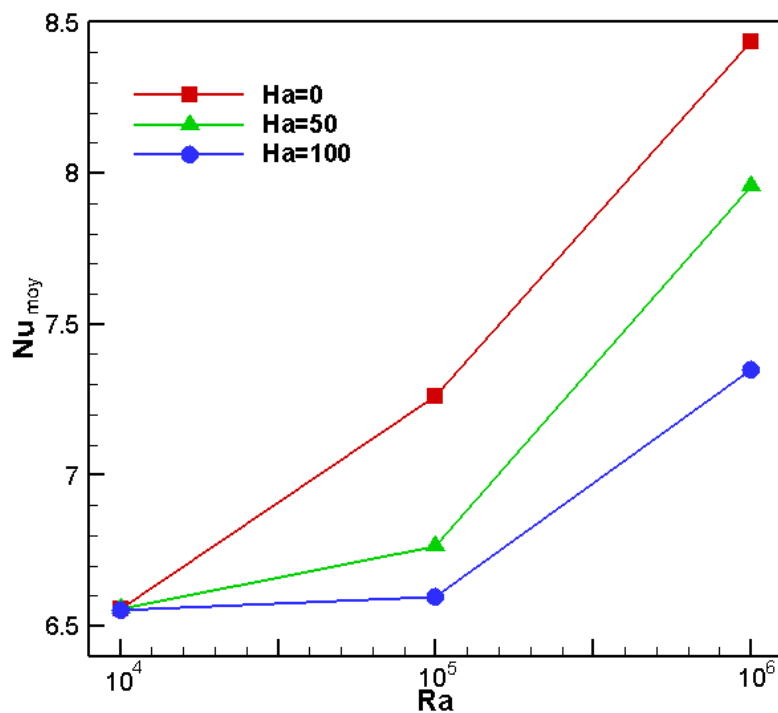


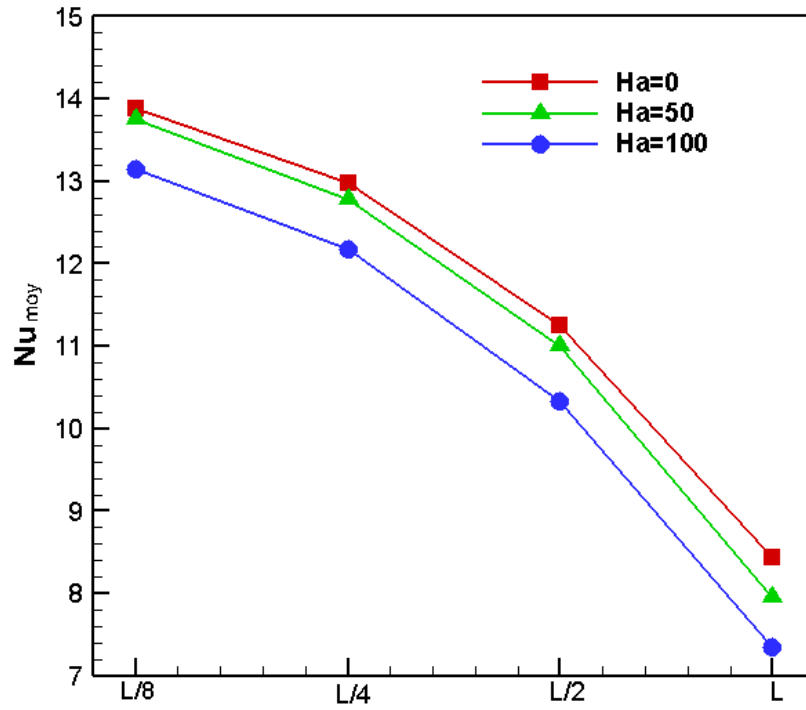
Fig. IV.19 : Nusselt moyen en fonction du nombre de Rayleigh Ra pour différentes valeurs de X en paroi gauche et paroi droite, lorsque  $Ha = 50$ .

La figure (IV.20) montre Nusselt moyen en fonction du nombre de Rayleigh Ra pour différentes valeurs de Ha en paroi supérieur, pour le cas  $X=L$ . Le taux de transfert est presque le même pour les valeurs plus faibles du nombre de Hartmann. Cependant, cette symétrie est déformée pour des valeurs plus élevées du nombre de Hartmann. Direction et distance du champ magnétique sont des paramètres importants à des valeurs plus faibles de nombre de Rayleigh

La figure (IV.21) illustre la variation de Nusselt moyen avec la longueur de paroi inférieure à différent nombre de Hartmann ( $Ha=0, 50$  et  $100$ ) pour  $Ra = 10^6$ . Une diminution presque linéaire est visible sur Nusselt moyen de l'augmentation de la longueur de paroi inférieure ( $x=L/8, x=L/4, x=L/2$  et  $x=L$ ). L'augmentation du nombre de Hartmann diminue le nombre Nusselt moyen pour toutes les valeurs  $x$  dues à l'augmentation de la distance entre la paroi chaude et les parois froids.



**Fig. IV.20 :** Nusselt moyenne en fonction du nombre de Rayleigh Ra pour différentes valeurs de Ha en paroi supérieur, pour le cas  $X=L$ .



**Fig. IV.21 :** Nusselt moyen en fonction de la longueur de paroi inférieure ( $X$ ) pour différentes valeurs de  $Ha$  et  $Ra=10^6$ .



## Conclusions

Une étude numérique de la convection naturelle dans une enceinte trapézoïdale remplie d'un fluide à nombre de Prandtl ( $Pr=7$ ), soumise à un champ magnétique orienté verticalement, a été faite. La méthode des volumes finis a été utilisée pour résoudre numériquement les équations de transports gouvernants le phénomène étudié. Dans le but de donner plus de confiance aux résultats que produisait notre calcul, une validation des celui-ci a été faite, par comparaisons de ces résultats avec des données numériques présentes dans la littérature. Nos simulations numériques ont été présentées pour différentes valeurs de longueur de paroi inférieure ( $x=L/8$ ,  $x=L/4$ ,  $x=L/2$  et  $x=L$ ) et différents nombre de Hartmann ( $Ha=0$ , 50 et 100) en augmentant le nombre de Rayleigh ( $Ra=10^4$ ,  $10^5$  et  $10^6$ ), afin de voir leurs effets sur l'écoulement et le transfert de chaleur. Les résultats obtenus montrent :

- Le transfert de chaleur diminue avec l'augmentation de la longueur de paroi inférieure
- L'augmentation du champ magnétique, diminue la force d'écoulement à l'intérieur de la cavité et le transfert de chaleur.
- Le champ magnétique peut être un paramètre de contrôle pour l'écoulement et le transfert de chaleur à la valeur constante du nombre de Rayleigh.
- Deux cellules circulantes sont formées pour toutes les valeurs des paramètres considérés. Cependant, la forme et le centre de l'emplacement de ces cellules sont directement liées au nombre de Hartmann.
- Le taux de transfert de chaleur est le même dans les deux parois inclinées en raison de répartition symétrique de la température à l'intérieur de la cavité.

## Bibliographie

- [1] **Zarrit.Z, M.S. Boumaza.M.S, Kherrou.S et Dadda.S (2016)** : Simulation Numérique de la Convection Naturelle 2D dans les Cavités Rectangulaires Fermées, *Unité de Recherche Appliquée en Energies Renouvelables*.
- [2] **Berrahil.F et Benissaad.S:** Effet d'un champ magnétique externe sur la convection naturelle avec et sans source de chaleur dans une enceinte carrée, *Laboratoire d'Energétique Appliquée et de Pollution*.
- [3] **Hachani.M.A, Brella.O (2015)** : Contribution à l'étude des instabilités d'écoulement dans une géométrie carrée, *Mémoire de Master Académique, université Kasdi Merbah, Ouargla*.
- [4] **Lasfer.K, Bouzaiane.M et Lili.T (2007)** : Etude numérique de la convection naturelle turbulente dans une cavité trapézoïdale, *Journées Internationales de Thermique*.
- [5] **Nait Bouda.F (2001):** Etude de la convection naturelle turbulente dans des cavités trapézoïdales chauffée par dessous, *Int. J. Heat Mass Transfer*.
- [6] **Hasanuzzaman.M, Hakan F.Öztop, Rahman.M.M, Rahim.N.A, Saidur.R, Varol.Y (2012):** Magnetohydrodynamic natural convection in trapezoidal cavities, *Int. Commun. in Heat and Mass Transfer* 39 1384–1394.
- [7] **Lounici.M.S (1997)** : Transfert convectifs tridimensionnelles dans une cavité trapézoïdale, N<sup>o</sup> : 06/97.
- [8] **Tmartnhad.I, Najam.M, El Alami.M, Sehaqui.R et Penot.F (2005)** : Convection mixte dans une cavité trapézoïdale chauffée par le bas, *Journées Internationales de Thermique*.
- [9] **Ould Said.B, Retiel.N (2007)** : Etude numérique de la convection naturelle dans une cavité pyramide, *HAL Id, hal-00160562*.
- [10] **Yang.H.Q , Yang.K.T et Liloyd.J.R (1988)** : Three-dimensional bimodal buoyant flow transition in tilted enclosures, *Int.J .heat and fluid flow*, vol 9, NO.2-June.
- [11] **Hyun.J.M et Choi.B.S (1990):** Transient natural convection in a parallelogram shaped enclosures.
- [12] **Facas.N(1993):**Laminar free convection in a nonrectangular inclined cavity.
- [13] **Wang.H et Hamed.M.S (2005):** Flow mode-transition of natural convection in inclined rectangular enclosures subjected to bidirectional temperature gradients, *International Journal of Thermal Sciences* 45 (2006) 782–795.

- [14] **Kallache.D (1987)** : Contribution à l'étude de la convection naturelle en cavités trapézoïdales chauffées par-dessous, *Thèses de doctorat, Université de poitiers, France*.
- [15] **Lam.S, Gani.R et Symons.J(1989)**: Experimental and numerical studies of naturel convention in trapezoidal cavities, *Journal of heat transfer*.
- [16] **Moukalled.F et Darwish.M (2003)**: Convection naturelle dans une cavité trapézoïdale cloisonnée chauffée latéralement, *Transfert thermique numérique, Partie A: Applications*, 43, 543-563.
- [17] **Hammami.M, Mseddi.M et Baccar.M (2007)** : Étude numérique du transfert de chaleur et de masse couplé dans une trapézoïde cavité, *Applications techniques de la mécanique des fluides computationnelle*, 216-226.
- [18] **Basak.T, Roy.S et Natarajan.E (2008)**: Analysis of steady convective heating for molten materials processing within trapezoidal enclosures, *Industrial and Engineering Chemistry Research*, 47, 8652–8666.
- [19] **Kuyper.R et Hoogendoorn.C (1995)** : Flux de convection naturelle laminaire dans des enceintes trapézoïdales, *Numerical Transfert de chaleur, Partie A: Applications*, 28, 55-67.35.
- [20] **Burr.U, Barleon.L, Mack.M.J et Müller.U (1999)**: The Effect of Horizontal Magnetic Field on Liquid Metal Rayleigh-Benard Convection, *Wissenschaftliche bericht, FZKA 6277*.
- [21] **Authié.G (2002)** : Convection naturelle sous champ magnétique en cavité verticale élancée - Application aux couvertures des réacteurs de fusion, *HAL Id: tel-01338731*.
- [22] **Saravanan.S et Kandaswamy.P (2000)**: Natural Convection in Low-Prandtl Number Fluids with a Vertical Magnetic Field, *ASME Journal of Heat Transfer*, Vol. 122, pp. 602-606.
- [23] **Xu.B, Li.B.Q et STOCK.D.E (2006)**: An Experimental Study of Thermally Induced Convection of Molten Gallium in Magnetic Fields, *International Journal of Heat and Mass Transfer*, Vol. 42, pp. 2009-2019.
- [24] **Mahfoud.B, Bendjagholi.A, Bessaïh.R (2016)**: Magneto-hydrodynamic co-rotating flow in a vertical cylindrical container, *Numer. Heat Transfer, Part A* 691051-106.
- [25] **Saadi.A (2011)** : Etude de la convection naturelle thermique et massique dans la couche limite le long d'une plaque verticale avec une force de flottabilité opposée.
- [26] **Messaouidi.D, Horr.S (2015)** : Contribution à l'étude de la convection naturelle conjuguée en milieu poreux.
- [27] **Mahfoud.B (2013)** : Stabilité des Ecoulements Tournants de Convection Mixte sous Champ Magnétique. Thèse de doctorat

- [25] **Boukraa.M (2012)** : Etude de la convection naturelle dans une cavité inclinée, *Mémoire de magister, Université des sciences et de la technologie Houari Boumedienne, Alger.*
- [26] **Battira.M (2009)** : Stabilité magnétohydrodynamique des écoulements de convection naturelle dans des enceintes, *Thèse de doctorat, université mentouri-constantine.*
- [27] **Mahfoud. B, Bessaih.R:** Effect of axial magnetic field on three-dimensional instability of natural convection in a vertical Bridgman growth configuration, *Journal of Crystal Growth* , vol.230 , pp.63–72
- [28] **Renaudiere.S (2017)** : Convection thermique en présence d'un champ magnétique constant alternatif ou d'une source de chaleur dispersée, *Thèse de doctorat, L'université de Toulouse.*
- [29] **El Gallaf.A (2010):** Etude de la dynamique non-linéaire des écoulements chauffés et soumis à des champs magnétiques, *HAL Id: tel-00569060.*
- [30] **Lienhard IV. J. H et Lienhard V. J. H (2005):** A Heat Transfer Textbook, 3<sup>rd</sup> Ed., *Cambridge, MA: Phlogiston Press.*
- [31] **Patankar.S.V (1980):** Numerical heat transfer and fluid flow McGraw- hill Book Company.
- [32] **Versteeg.H et Malalasekera.W (1995):** An introduction to computational fluid dynamics essex:Longman scientific & technical 257p (ISBN 0582218845).
- [33] **Kakarantzas.S.C, Sarris.I.E, Grecos.A.P et Vlachos.N.S (2009):**Magneto hydrodynamic natural convection in a vertical cylindrical cavity with sinusoidal upper wall temperature., *International Journal of Heat and Mass Transfer*, vol. 52, pp.250–259.
- [34] **Mittal.V, Baig.M.F et Kant Khan.B (2005):** Buoyancy-driven convection in liquid metals subjected to transverse magnetic fields, *Journal of Indian Institute of Science*, vol. 85, pp. 119–129
- [35] **Alexksandrova.S (2001):** Buoyant convection in cavities in a strong Magnetic field, school of mathematical and information sciences, *Coventry university.*
- [36] **Mahfoud, B., Bessaih, R., (2016):** Magneto hydrodynamic counter-rotating flow in a cylindrical cavity,*Int. J. Heat Mass Transfer* 93 175–185.