



REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE  
MINISTRE DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR ET  
DE LA RECHERCHE SCIENTIFIQUE  
UNIVERSITE DE BOUIRA



FACULTE DES SCIENCES ET DES SCIENCES APPLIQUEES  
DEPARTEMENT DE PHYSIQUE

MEMOIRE PREPARER POUR L'OBTENTION DU DIPLOME  
DE MASTER EN PHYSIQUE

OPTION  
*Physique Théorique*

**THEME**

**Bruit non-symétrisé dans un point quantique connecté à des  
réservoirs magnétiques.**

Présenté par : RAKDI Bouadi

**Soutenu le 29 Octobre 2018 à 10h00**

Devant le jury:

Président : ZAHAM Bouzid M.C.B Université de Bouira .

Rapporteur : ZAMOUM Redouane M.C.B Université de Bouira .

Examineur 1: BENAICHE Salim M.A.A Université de Bouira .

Examineur 2: CHIBANI Moussa M.A.A Université de Bouira .

A mes parents  
A mes frères et sœurs

## Remerciements

Je tiens à exprimer toute ma reconnaissance à mon Encadreur, Monsieur ZAMOUM REDOUANE. Je le remercie de m'avoir encadré, orienté, aidé et conseillé.

Je remercie les membres du jury messieurs : BENAICHE Salim et CHIBANI Moussa pour avoir accepté d'examiner mon travail. Je remercie Monsieur ZEHAM Bouzid pour avoir accepté de présider le jury.

J'adresse mes sincères remerciements à tous les professeurs, intervenants et toutes les personnes qui par leurs paroles, leurs écrits, leurs conseils et leurs critiques ont guidé mes réflexions et ont accepté de me rencontrer et de répondre à mes questions durant mes recherches.

Je remercie mes très chers parents, qui ont toujours été là pour moi. Je remercie mes frères et surs, pour leurs encouragements. Enfin, je remercie mes amis Yahia, Hichem, Khaled et Hakim qui ont toujours été là pour moi. Leur soutien inconditionnel et leurs encouragements ont été d'une grande aide. A tous ces intervenants, je présente mes remerciements, mon respect et ma gratitude.

# Table des matières

<b>1</b>	<b>Généralités</b>	<b>7</b>
1.1	Bruit . . . . .	7
1.2	Bruit et corrélations de courant . . . . .	7
1.2.1	Bruit poissonien : formule de Schottky . . . . .	8
1.2.2	Description du bruit dans le cas quantique . . . . .	8
1.2.3	Les différents types de bruit . . . . .	8
1.2.4	Bruit à fréquence nulle . . . . .	9
1.2.5	Bruit à fréquence finie . . . . .	11
<b>2</b>	<b>Outils et modèle</b>	<b>12</b>
2.1	Fonctions green . . . . .	12
2.2	Transformation de fourier . . . . .	13
2.3	Formalisme de Keldysh . . . . .	13
2.3.1	Définitions et propriétés . . . . .	13
2.3.2	A propos des notations de Keldysh . . . . .	16
2.3.3	Vérification des relations de base . . . . .	17
2.4	Modèle . . . . .	17
2.5	système de modèle et hamiltonien . . . . .	17
<b>3</b>	<b>Calculs et résultat</b>	<b>20</b>
3.1	Le calcul . . . . .	20
3.1.1	Expression en terme de fonctions de Green . . . . .	20
3.1.2	L'approximation de la bande large . . . . .	32
3.1.3	Barrières symétriques . . . . .	37
3.1.4	Le bruit symétrisé . . . . .	37
3.2	La limite de fréquence zéro . . . . .	39
3.2.1	Cas général . . . . .	39
3.2.2	Le cas sans interaction . . . . .	40

# Introduction

Le sujet traite de la physique de la matière condensée, plus précisément, la physique mésoscopique qui étudie les propriétés d'un solide de petites dimensions. De nombreux outils émanants de nombreuses théories, ont tenté de comprendre et de décrire les phénomènes caractérisant l'échelle mésoscopique. Des travaux expérimentaux ont été réalisés ainsi que de nombreuses études théoriques. Dans le monde mésoscopique un échantillon doit avoir une taille inférieure à sa longueur de cohérence de phase, celle-ci correspond à la longueur moyenne sur laquelle la phase de la fonction d'onde est invariante. La physique mésoscopique désigne donc l'étude de la physique "des systèmes intermédiaires" entre l'échelle microscopique et l'échelle macroscopique. Les systèmes sont constitués d'un grand nombre de particules, un traitement statistique est donc nécessaire.

Dans ce travail, on s'intéresse en particulier au bruit, ou plus précisément aux corrélations de courant. En effet, pour sonder l'aspect corpusculaire de la matière les physiciens s'intéressaient au courant et à la conductance. Cependant, ces grandeurs n'ont pas donné satisfaction. Le bruit souvent considéré comme une nuisance, s'avère être très pratique pour étudier les propriétés corpusculaire de la matière. Vers la fin des années 1980 de nombreux travaux théorique traitant du bruit ont vu le jour [1, 2, 3, 4, 5]. Des travaux expérimentaux pionniers ont été réalisés par la suite, à citer la mesure de la réduction de bruit de grenaille dans un contact ponctuel quantique [6, 7], ou encore la dépendance du bruit de la fréquence, comme l'étude d'un conducteur diffusif à l'aide d'un système de détection utilisant un amplificateur cryogénique [8].

Dans ce sujet on traite en particulier le bruit non-symétrisé à fréquence finie. Celui-ci correspond au bruit d'émission à fréquence positive et au bruit d'absorption à fréquence négative [9, 10], ceci est dû au fait que les opérateurs de courant ne commutent pas pour les systèmes quantiques. La symétrisation du bruit conduit à la perte d'information pertinentes. De nombreux travaux expérimentaux [11, 12] et théoriques [13, 14] on montré un grand intérêt pour le bruit non-symétrisé. Cependant, une interprétation unique n'est pas envisageable. Une interprétation en terme de processus d'échange d'énergie par recombinaison électron-trou à été introduite récemment [15], dans le cas d'un point quantique avec des barrières asymétrique ou symétriques. Il a été démontré que la fréquence à laquelle le bruit est évalué correspond à l'énergie fournie ou absorbé par le détecteur [13] ou par l'environnement électromagnétique, et que les fluctuations de courant produisent un rayonnement de photons/plasmons dans un conducteur en cohérence de phase [16, 17]. Pour résoudre ce problème sur le plan théorique, on peut utiliser soit la théorie de la diffusion [18, 19], ou bien la technique de fonction Green dans le cadre du formalisme de

Keldysh.

Dans de plusieurs expériences, c'est le bruit en excès qui est mesuré. Il correspond à la différence entre le bruit à tension non nulle et le bruit à une tension nulle, et son spectre est symétrique en fréquence en l'absence d'interaction [20]. Dans le travail de Lesovik et Loosen [10] un scénario de mesure a été proposé permettant de déterminer quelle densité spectrale est mesurée. Dans ce scénario, le système est couplé au détecteur de façon inductive : le bruit est mesuré par les fluctuations de la charge à l'intérieur d'un circuit LC quantique. Le bruit non-symétrisé à fréquence finie a été mesuré aussi pour un point quantique [21] avec des fréquences dans la gamme de 4-8 GHz. Les bruits d'émission et d'absorption ont été mesurés séparément à l'aide d'une jonction supraconducteur-isolant-supraconducteur comme un détecteur quantique, dans le régime quantique d'un circuit supraconducteur résonnant à l'équilibre [22].

Le mémoire est organisé comme suit, dans un premier chapitre nous présentons les généralités sur le bruit, sa définition, ses types. Puis nous abordons quelques notions fondamentales qui concernent les outils mathématiques utilisés. Dans un deuxième chapitre nous présentons le système étudié, nous décrivons le Hamiltonien ainsi que le schéma de calcul. Le dernier chapitre contient les calculs et les résultats obtenus. Principalement l'expression du bruit non-symétrisé à fréquence finie ainsi qu'une tentative d'interprétation globale.

# Chapitre 1

## Généralités

### 1.1 Bruit

Le bruit résulte de la nature stochastique du transport. Généralement on regroupe le bruit en trois catégories : le bruit en  $1/f$ , qui est un bruit hors équilibre résultant de la résistance du système au mouvement des impuretés dans le réseau cristallin . Ce bruit se mesure à basses fréquences et il est proportionnel à l'inverse de la fréquence. Le second type du bruit est le bruit thermique. Celui-ci apparaît suite à l'agitation thermique des électrons et aux vibrations du réseau causées par l'augmentation de la température [23, 24]. C'est un bruit d'équilibre présent également en l'absence d'une tension appliquée . Le dernier type du bruit est le bruit de grenaille "shot noise" . Ce bruit hors équilibre est une conséquence de la granularité du courant . Nous nous sommes intéressés dans ce travail à ce dernier type de bruit. Le bruit se calcule par le moyen de la fonction de corrélation courant-courant :

$$C(t) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_0^T dt' \langle I(t') I(t+t') \rangle \quad (1.1)$$

La densité spectrale de la fonction de corrélation représente le bruit. Elle est obtenue en calculant sa transformée de Fourier :

$$S(\omega) = \int dt C(t) e^{-i\omega t} \quad (1.2)$$

Notons que cette définition est fondée sur l'hypothèse d'ergodicité. Celle-ci stipule que les moyennes d'ensemble d'un processus stochastique  $I$  sont équivalentes aux moyennes temporelles de chaque réalisation  $I(t)$ .

### 1.2 Bruit et corrélations de courant

Le courant moyen et la conductance ne décrivent que l'aspect moyen du transport. Cependant, le courant présente des fluctuations autour d'une valeur moyenne. Longtemps considérées comme un phénomène parasite qu'il faut supprimer, les fluctuations de courant ont acquis un grand intérêt par la suite. Celles-ci contiennent des informations indispensables permettant de mieux comprendre le phénomène de transport. L'une des manières de caractériser ces fluctuations est de calculer la transformée de Fourier de la fonction de corrélations du courant. C'est ce qu'on appelle le bruit.

### 1.2.1 Bruit poissonnien : formule de Schottky

Schottky a prédit qu'il y avait deux sortes de fluctuations dans un tube à vide : le bruit thermique et le bruit de grenaille qui est dû aux fluctuations statistiques des porteurs de charge. Le bruit est proportionnel à la variance, qui dans ce cas est égale au nombre moyen de particules transmises. La formule de Schottky s'écrit [25] :

$$S = 2e\langle I \rangle . \quad (1.3)$$

Elle s'applique à n'importe quel système où une diffusion tunnel est réalisable. Elle permet d'avoir des informations sur la charge effective des porteurs. Dans le régime de l'effet Hall quantique fractionnaire par exemple, la charge effective correspond à la charge des quasi-particules de Laughlin [26, 27].

### 1.2.2 Description du bruit dans le cas quantique

La densité spectrale de la fonction de corrélations courant-courant s'écrit :

$$S(\omega) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_0^T dt \int_{-\infty}^{+\infty} dt' e^{i\omega t'} \left[ \langle I(t)I(t+t') \rangle - \langle I(t) \rangle \langle I(t+t') \rangle \right] . \quad (1.4)$$

Dans le cas classique, on remarque que le bruit est symétrique  $S(\omega) = S(-\omega)$ , où  $I(t)$  et  $I(t+t')$  sont des fonctions et donc commutent. La nature quantique des porteurs de charge impose au courant d'être un opérateur hermitien. Par contre, le produit de deux opérateurs courant n'est pas hermitien. Ce que pensait Landau [28], est que pour avoir une quantité réelle et mesurable, il faut symétriser le bruit :

$$S_{sym}(\omega) = \frac{1}{2} (S_+(\omega) + S_-(\omega)) , \quad (1.5)$$

où  $S_+$  et  $S_-$  représentent les densités spectrales non-symétrisées. Cette considération de Landau s'avère pas nécessaire. Connaissant de l'état initial  $|i\rangle$  et de l'état final  $|f\rangle$ , ces densités spectrales s'écrivent :

$$S_+(\omega) = 4\pi \sum_{if} |\langle f|I(0)|i\rangle|^2 P(i) \delta(\omega + E_f - E_i) , \quad (1.6)$$

$$S_-(\omega) = 4\pi \sum_{if} |\langle f|I(0)|i\rangle|^2 P(i) \delta(\omega + E_i - E_f) , \quad (1.7)$$

ici  $P(i)$  représente la distribution de probabilité des états initiaux. Les densités spectrales  $S_+$  et  $S_-$  s'interprètent physiquement comme : fréquence positive (resp. négative),  $S_+$  (resp.  $S_-$ ) correspond au taux d'émission (d'absorption) de photon du système mésoscopique couplé avec l'environnement.

### 1.2.3 Les différents types de bruit

#### Bruit thermique (bruit de Johnson-Nyquist)

Dans un conducteur, à cause des fluctuations thermiques ( $T \neq 0$ ) des fluctuations du courant sont présentes. Ceci a été établi expérimentalement par Johnson en

1928 et interprété par Nyquist. La moyenne du courant  $I$  est nulle mais sa variance est donnée par la formule :

$$\langle \Delta I^2(t) \rangle = 4K_B T B / R . \quad (1.8)$$

Ce qui donne pour la densité spectrale le bruit que nous allons mesurer :

$$S_I(\omega) = 4K_B T / R . \quad (1.9)$$

### Bruit de grenaille

Ce bruit est d'origine quantique : il est lié à la granularité de la charge [4], on peut exprimer ce bruit de grenaille dans le cas général  $V_{ds} \neq 0$  (ou tension aux bornes de l'échantillon) à  $T \neq 0$  :

$$S_I = \frac{4e^2}{h} \sum_{n=1}^N \left[ T_n (1 - T_n) e V_{ds} \coth \left( \frac{e V_{ds}}{2K_B T} \right) \right] , \quad (1.10)$$

où les  $T_n$  représentent les facteurs de transmission des différents canaux de conduction à travers l'échantillon. Le bruit de grenaille est un bruit hors-équilibre : il est proportionnel à la polarisation appliquée à l'échantillon. L'expression (1.10) n'est pas fréquemment utilisée, à la place on utilise le facteur de Fano  $F$ , rapport entre le bruit mesuré et le bruit de grenaille classique associé à un processus poissonien, qui est le bruit de Schottky [29] :

$$S_I^p(\omega \rightarrow 0) = 2eI , \quad (1.11)$$

donc :

$$F = \frac{S_I}{S_I^p} . \quad (1.12)$$

On parle de bruit sur-poissonien si  $F > 1$  ou sous-poissonien si  $F < 1$ .

### Bruit en 1/f

Le bruit en  $1/f$  est un bruit très général. Il est observé dans beaucoup de situations expérimentales. Ici, ce bruit est lié aux fluctuations de conductance liées aux défauts du conducteur, des impuretés, comme des dopants qui sont capables de piéger des électrons. C'est un bruit hors-équilibre, proportionnel à  $I^2$ . Ainsi ce bruit  $1/f$  va devenir prépondérant devant le bruit de grenaille, proportionnel à  $I$ , à basse fréquence et à courant fort.

#### 1.2.4 Bruit à fréquence nulle

Considérons un conducteur mésoscopique couplé à deux réservoirs. On suppose que le conducteur contient plusieurs canaux de conduction (voir figure 1.1). L'expression du bruit à fréquence nulle dans l'un des réservoirs L pour gauche et R pour droit s'écrit [30] :

$$\begin{aligned} S_{LL(RR)} = & \frac{2e^2}{h} \sum_n \int d\varepsilon \left[ \mathbb{T}_n(\varepsilon) \left( f_L(\varepsilon) (1 - f_L(\varepsilon)) + f_R(\varepsilon) (1 - f_R(\varepsilon)) \right) \right. \\ & \left. + \mathbb{T}_n(\varepsilon) (1 - \mathbb{T}_n(\varepsilon)) (f_L(\varepsilon) - f_R(\varepsilon))^2 \right] . \end{aligned} \quad (1.13)$$

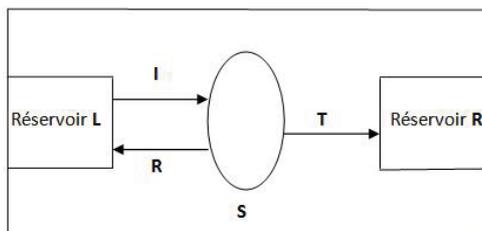


FIGURE 1.1 – Schéma représentant un conducteur multi-canaux  $S$  connecté à deux réservoirs. Un électron incident peut être transmis ou réfléchi.

Une expression équivalente est obtenue dans l'approche du paquet d'onde. Les fréquences sont considérées assez basses par rapport à l'inverse du temps nécessaire pour qu'un électron traverse le système [31]. Cette méthode se base sur l'hypothèse que le courant est une superposition de pulses [32] :

$$I(t) = \sum_n j(t - n\tau)g_n , \quad (1.14)$$

où  $j$  est le courant associé à un pulse et  $g_n$  un facteur d'occupation. Ce facteur prend la valeur 1 si l'électron passe de la gauche vers la droite du système et prend la valeur -1 si l'électron passe de la droite vers la gauche. An l'absence d'une tension appliquée, et dans la limite des hautes températures ( $\hbar\omega \ll k_B T$ ), la contribution du bruit thermique dans l'expression (1.13) domine. L'utilisation de la relation  $f_i(1 - f_i) = -k_B T \frac{\partial f_i}{\partial \varepsilon}$  permet de retrouver l'expression standard du bruit thermique [33] :

$$S(0) = 4Gk_B T , \quad (1.15)$$

où  $G$  est la conductance de Landauer. Dans l'autre limite, et pour une tension appliquée  $V$  et une température nulle, c'est la contribution du bruit hors-équilibre qui domine. Ce qui correspond à une réduction du bruit, qui devient dans ce cas le bruit de grenaille quantique [3, 34] :

$$S_{LL(RR)}(0) = \frac{4e^2}{h} eV \sum_n \mathbb{T}_n (1 - \mathbb{T}_n) . \quad (1.16)$$

Dans la limite d'une transmission parfaite, le bruit s'annule. Ce qui conduit à un comportement de la conductance en marche d'amplitude  $2e^2/h$  [35, 36, 37]. Pour une transmission faible on retrouve la formule de Schottky du bruit. La réduction du bruit dans le cas d'un conducteur à un canal correspond à la formule de Schottky multiplié par un facteur  $1 - \mathbb{T}$  :

$$S_{LL(RR)}(0) = 2e\langle I \rangle (1 - \mathbb{T}) . \quad (1.17)$$

Notons enfin que dans le régime intermédiaire  $\hbar\omega \approx k_B T$ , il n'est pas possible de dissocier les deux contributions du bruit.

### 1.2.5 Bruit à fréquence finie

Notons d'abord que le courant total est conservé, composé du courant de particules et du courant de déplacement  $\varepsilon_0 \partial E / \partial t$ . Contrairement au cas du bruit à fréquence nulle où le courant total se compose uniquement du courant de particules qui est conservé. Dans le cas dynamique la considération des interactions électroniques conduit à la non-conservation du courant de particules [4]. Ce qui montre que l'équation (1.13) calculée pour une fréquence nulle n'est pas valable à fréquence finie. Une restriction est possible lorsque la matrice de diffusion ne dépend pas de l'énergie. Dans ce cas l'expression du bruit s'écrit :

$$S_{LL(RR)}(\omega) = \frac{2e^2}{h} \left[ \sum_n \mathbb{T}_n^2 \int d\varepsilon \left( f_{LL}(\varepsilon, \omega) (1 - f_{LL}(\varepsilon, \omega)) + f_{RR}(\varepsilon, \omega) (1 - f_{RR}(\varepsilon, \omega)) \right) + \sum_n \mathbb{T}_n (1 - \mathbb{T}_n) \int d\varepsilon (f_{LR}(\varepsilon, \omega) + f_{RL}(\varepsilon, \omega)) \right], \quad (1.18)$$

Après intégration, l'expression devient :

$$S_{LL(RR)}(\omega) = \frac{2e^2}{h} \left[ \sum_n \mathbb{T}_n^2 \frac{2\hbar\omega}{e^{\hbar\omega/k_B T} - 1} + \sum_n \mathbb{T}_n (1 - \mathbb{T}_n) \left[ \frac{\hbar\omega + eV}{e^{\hbar\omega/k_B T} - 1} + \frac{\hbar\omega - eV}{e^{\hbar\omega/k_B T} - 1} \right] \right]. \quad (1.19)$$

Le comportement dans les deux limites de température est semblable au cas du bruit à fréquence nulle. Pour une tension nulle et dans la limite des hautes températures le bruit s'écrit :

$$S_{LL(RR)}^{V=0}(\omega) = \frac{2\hbar\omega G}{e^{\hbar\omega/k_B T} - 1}, \quad (1.20)$$

qui se réduit à l'équation (1.15) si  $\omega \rightarrow 0$ . Dans la limite opposée, le bruit à fréquence finie contient deux contributions : une contribution à l'équilibre  $(4e^2\hbar\omega) \sum_n \mathbb{T}_n^2$ , et une contribution hors-équilibre qui diffère suivant le régime choisi. Si  $\hbar|\omega| > eV$  la contribution est nulle. Si par contre  $\hbar|\omega| < eV$  cette contribution vaut :

$$S_{LL(RR)}^{heq}(\omega) = \frac{4e^2(eV - \hbar|\omega|)}{h} \sum_n \mathbb{T}_n (1 - \mathbb{T}_n). \quad (1.21)$$

On définit le bruit en excès par l'expression suivante :

$$S_{exces}(\omega) = S_{LL}(\omega) - S_{V=0}(\omega). \quad (1.22)$$

Dans les expériences c'est le bruit en excès qui est mesuré. Celui-ci est symétrique en l'absence d'interaction, il est donc difficile de distinguer entre le bruit en excès correspondant au spectre d'absorption et celui qui correspond au spectre d'émission. Autrement dit, il n'est pas possible de séparer les deux contributions non-symétrisées du bruit symétrisé. Il faut rajouter à cela l'influence du mode de détection [38].

## Chapitre 2

# Outils et modèle

### 2.1 Fonctions green

Dans ce qui suit, nous travaillons dans l'image de Heisenberg, donc l'équation de Schrödinger se transforme en :

$$i\hbar\dot{A} = [A; \hat{H}] \quad (2.1)$$

où  $\hat{H}$  est le Hamiltonien. Nous définissons la fonction de Green  $G_{AB}^t(t, \hat{t})$  par :  
 $G_{AB}^t(t, \hat{t}) = -i \langle T \{ A(t) B(\hat{t}) \} \rangle$ , où  $T$  est l'opérateur d'ordre temporel, défini comme :

$$\langle T \{ A(t) B(\hat{t}) \} \rangle = \ominus(t - \hat{t}) A(t) B(\hat{t}) - \ominus(\hat{t} - t) B(\hat{t}) A(t) \quad (2.2)$$

Avec la fonction de Heaviside :

$$\ominus(x) = \begin{cases} 1 & x > 0 \\ 0 & x < 0 \end{cases} \quad (2.3)$$

Nous définissons encore quatre autres fonctions de Green, respectivement la fonction de Green retardée et avancée :

$$G_{AB}^r(t, \hat{t}) = -i \ominus(t - \hat{t}) \langle \{ A(t), B(\hat{t}) \} \rangle \quad (2.4)$$

$$G_{AB}^a(t, \hat{t}) = i \ominus(t - \hat{t}) \langle \{ A(t), B(\hat{t}) \} \rangle \quad (2.5)$$

et les fonctions Green plus grande et moindre :

$$G_{AB}^<(t, \hat{t}) = i \langle B(\hat{t}), A(t) \rangle \quad (2.6)$$

$$G_{AB}^>(t, \hat{t}) = -i \langle A(t), B(\hat{t}) \rangle \quad (2.7)$$

Dans le cas hors-équilibre, toutes les fonctions de Green ont la propriété suivante :

$$G_{AB}^a(t, \hat{t}) = G_{AB}^a(t - \hat{t}) \quad (2.8)$$

où  $a \in \{t, r, a <, >\}$ .

Les fonctions de Green suivent les équations du mouvement :

$$i\hbar \frac{d}{dt} G_{AB}^a(t, \hat{t}) = \hbar \delta(t - \hat{t}) \langle \{A(0), B(0)\} \rangle + G_{[A, H]B}^a(t, \hat{t}) \quad (2.9)$$

avec  $a \in \{t, r, a\}$

$$i\hbar \frac{d}{dt} G_{AB}^a(t, \hat{t}) = G_{[A, H]B}^a(t, \hat{t}) \quad (2.10)$$

avec  $a \in \{<, >\}$

## 2.2 Transformation de fourier

Nous utiliserons les conventions suivantes pour les transformations de Fourier entre le temps  $t$  et l'énergie  $E$  :

$$t \longrightarrow E : f(E) = \int_{-\infty}^{+\infty} dt f(t) \exp \frac{i}{\hbar} (Et) \quad (2.11)$$

$$E \longrightarrow t : f(t) = \frac{1}{2\pi\hbar} \int_{-\infty}^{+\infty} dt f(E) \exp \frac{i}{\hbar} (Et) \quad (2.12)$$

Pour la fonction delta, nous avons les identités importantes :

$$\delta(E - \hat{E}) = \int_{-\infty}^{+\infty} dt \exp \frac{i}{\hbar} (E - \hat{E})t \quad (2.13)$$

$$\delta(t - \hat{t}) = \frac{1}{2\pi\hbar} \int_{-\infty}^{+\infty} dE \exp \frac{i}{\hbar} E(t - \hat{t}) \quad (2.14)$$

## 2.3 Formalisme de Keldysh

### 2.3.1 Définitions et propriétés

Il s'agit de d'écrire un système irréversible fortement perturbé. En effet, même pour un temps asymptotiquement grand le système ne revient pas à son état d'équilibre. Typiquement, un tel système est transféré d'un état d'équilibre à  $t = -\infty$ , décrit par un Hamiltonien  $H_0$ , vers un état hors équilibre pour lequel un Hamiltonien  $H_{int}$ . L'état final hors équilibre n'est pas un état propre de l'Hamiltonien  $H_0$ . Un système de deux réservoirs portés à différents potentiels chimiques constitue un bon exemple. Un autre exemple est le transport dans un système unidimensionnel (fil quantique, nanotube de carbone) engendré par l'application d'une différence de potentiel entre les bornes du conducteur. Ces situations illustrent bien l'irréversibilité dans l'évolution du système. Le formalisme de Schwinger-Keldysh est une méthode de théorie des champs construite pour calculer les fonctions de corrélations d'un système hors équilibre. S'appuyant sur la transcription de la théorie de perturbation à l'équilibre pour des systèmes hors équilibre, elle constitue une extension de celle-ci. Cette approche est utile pour traiter divers cas de systèmes hors équilibres, à citer par exemple le phénomène de transport où le traitement des systèmes hors équilibre

thermique. Dans le formalisme de Keldysh, le système évolue de  $t \rightarrow -\infty$  à  $t \rightarrow +\infty$  puis cette évolution est renversée, de  $t \rightarrow -\infty$  à  $t \rightarrow +\infty$ . Ceci est traduit par un contour temporel dans le plan complexe. Plusieurs changements affectent l'expression de la fonction de Green décrite dans le cadre de la théorie de perturbation. À noter, l'opérateur évolution devient un opérateur identité  $U_K = 1$  et la matrice  $S_K$  s'écrit au moyen de produit de matrices  $S$  :

$$S_K = S(-\infty, \infty) S(\infty, -\infty) \quad (2.15)$$

Par conséquent, elle possède une nouvelle expression en fonction de l'intégrale de l'Hamiltonien  $\tilde{H}_{int}$  sur le contour  $K$  de Keldysh :

$$S_K = T_K \left( \exp \left( -i \int_K \tilde{H}_{int}(t) dt_1 \right) \right) \quad (2.16)$$

où  $T_K$  est le nouvel opérateur d'ordre temporel, qui ordonne les opérateurs sur le contour Keldysh. Ces opérateurs peuvent se trouver sur la branche supérieure indexée par  $\eta = +$  ou sur la branche inférieure  $\eta = -$ . Pour deux opérateurs  $A(t)$  et  $B(t)$  l'opérateur  $T_K$  s'écrit, si  $t >_K \hat{t}$  :  $T_K (A(t) B(\hat{t})) = A(t) B(\hat{t})$ ,

et si  $t <_K \hat{t}$  :

$$T_K (A(t) B(\hat{t})) = \pm B(\hat{t}) A(t),$$

où  $t >_K \hat{t}$  et  $t <_K \hat{t}$  expriment la relations d'ordre entre deux temps sur le contour Keldysh. Ces nouveaux opérateurs permettent de définir la fonction de Green dans le cadre du formalisme de Keldysh :

$$G(x, t ; \hat{x}, \hat{t}) = -i \frac{\langle \Phi_0 | T_K S_K \Psi(x, t) \Psi^+(\hat{x}, \hat{t}) | \Phi_0 \rangle}{\langle \Phi_0 | S_K | \Phi_0 \rangle} \quad (2.17)$$

L'opérateur  $T_K$  définit en fait quatre fonctions de Green suivant la position des temps de chaque opérateur. On peut donc récrire la fonction de Green en mettant en évidence l'ordre temporel par l'indice  $\eta = \pm$  :

$$G^{\eta i}(x, t ; \hat{x}, \hat{t}) = -i \langle \Phi_0 | T_K S_K \Psi(x, t) \Psi^+(\hat{x}, \hat{t}) | \Phi_0 \rangle \quad (2.18)$$

Cette écriture de la fonction de Green nous permet d'expliciter les quatre fonctions suivant l'ordre des temps sur le contour Keldysh. Les deux premières fonctions de Green correspondent au cas où les deux temps se trouvent dans des branches différentes :

$$G^{+(-)}(x, t ; \hat{x}, \hat{t}) = i \langle \Phi_0 | \Psi^+(\hat{x}, \hat{t}) \Psi(x, t) | \Phi_0 \rangle \quad (2.19)$$

$$G^{-(>)}(x, t ; \hat{x}, \hat{t}) = -i \langle \Phi_0 | \Psi(x, t) \Psi^+(\hat{x}, \hat{t}) | \Phi_0 \rangle \quad (2.20)$$

Dans le cas où les deux temps se trouvent sur la branche supérieure du contour, on définit la fonction de Green ordonnée dans le temps :

$$G^{++(t)}(x, t ; \hat{x}, \hat{t}) = -i \langle \Phi_0 | T \Psi(x, t) \Psi^+(\hat{x}, \hat{t}) | \Phi_0 \rangle \quad (2.21)$$

Si les deux temps se trouvent sur la branche inférieure, on définit alors la fonction de Green anti-ordonnée dans le temps :

$$G^{--(\bar{t})}(x, t ; \acute{x}, \acute{t}) = -i \langle \Phi_0 | \bar{T} \Psi(x, t) \Psi^+(\acute{x}, \acute{t}) | \Phi_0 \rangle \quad (2.22)$$

où  $\bar{T}$  est l'opérateur défini sur le contour Keldysh qui anti-ordonne le temps. Les fonctions de Green ordonnée et anti-ordonnée peuvent être exprimées en fonction de  $G^{+-}$  et  $G^{-+}$ , nous avons donc :

$$G^{++(t)}(x, t ; \acute{x}, \acute{t}) = \ominus(t - \acute{t}) G^{-+(>)}(x, t ; \acute{x}, \acute{t}) + \ominus(\acute{t} - t) G^{+-(<)}(x, t ; \acute{x}, \acute{t}) \quad (2.23)$$

$$G^{--(\bar{t})}(x, t ; \acute{x}, \acute{t}) = \ominus(\acute{t} - t) G^{-+(>)}(x, t ; \acute{x}, \acute{t}) + \ominus(t - \acute{t}) G^{+-(<)}(x, t ; \acute{x}, \acute{t}) \quad (2.24)$$

Les indices entre parenthèses  $<, >, t$  et  $\bar{t}$  représentent les autres notations de ces mêmes fonctions de Green qu'on peut trouver dans la littérature. L'ensemble de ces quatre fonctions vérifient la relation :

$$G^{++} + G^{--} = G^{+-} + G^{-+} \quad (2.25)$$

et permettent de définir une matrice  $2 \times 2$  :

$$G = \begin{pmatrix} G^{++} & G^{+-} \\ G^{-+} & G^{--} \end{pmatrix} \quad (2.26)$$

L'application d'une transformation unitaire sur cette matrice permet de définir trois fonctions de Green supplémentaires :

$$\begin{pmatrix} 0 & G^A \\ G^R & G^K \end{pmatrix} = \frac{1 - i\sigma_g}{2} \begin{pmatrix} G^{++} & G^{+-} \\ G^{-+} & G^{--} \end{pmatrix} \quad (2.27)$$

où  $G^A, G^R$  et  $G^K$  sont les fonctions de Green avancée retardée et la fonction de Green Keldysh respectivement. La fonction de Green avancée est définie par :

$$G^A(x, t ; \acute{x}, \acute{t}) = G^{++}(x, t ; \acute{x}, \acute{t}) - G^{+-}(x, t ; \acute{x}, \acute{t}) = i \ominus(t - \acute{t}) \langle \Phi_0 | [\Psi(x, t) \Psi^+(\acute{x}, \acute{t})]_{\mp} | \Phi_0 \rangle \quad (2.28)$$

où l'indice  $\mp$  dans le crochet  $[\ ]$  fait référence au commutateur des champs bosoniques et fermioniques respectivement. La fonction de Green retardée est donnée par la relation :

$$G^R(x, t ; \acute{x}, \acute{t}) = G^{++}(x, t ; \acute{x}, \acute{t}) - G^{-+}(x, t ; \acute{x}, \acute{t}) = -i \ominus(t - \acute{t}) \langle \Phi_0 | [\Psi(x, t) \Psi^+(\acute{x}, \acute{t})]_{\mp} | \Phi_0 \rangle \quad (2.29)$$

La dernière fonction est la fonction de Green Keldysh, spécifiques aux systèmes hors équilibre elle s'écrit :

$$G^K(x, t ; \acute{x}, \acute{t}) = -i \langle \Phi_0 | [\Psi(x, t), \Psi^+(\acute{x}, \acute{t})]_{\mp} | \Phi_0 \rangle \quad (2.30)$$

on peut écrire la relation :

$$G^A - G^R = G^{+-} - G^{-+} \quad (2.31)$$

Grâce au formalisme de Keldysh on peut définir plusieurs quantités physiques au moyen des fonctions de Green. De plus, quelque soit la dimension du système le formalisme est applicable car il ne dépend que de l'intensité de la perturbation.

### 2.3.2 A propos des notations de Keldysh

Les intégrales sur  $\int d\tau_1 \int d\tau_2$  peut être séparé et calculé un par un. En tant que exemple, définissons la fonction :

$$C(\tau, \hat{\tau}) = \int_k d\tau_1 A(\tau, \tau_1) B(\tau_1, \hat{\tau}) \quad (2.32)$$

Les fonctions de Keldysh Green sont :

$$G_K = \begin{pmatrix} G^{++} & G^{+-} \\ G^{-+} & G^{--} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} G^t & G^< \\ G^> & G^{\bar{t}} \end{pmatrix} \quad (2.33)$$

Ces quatre fonctions de Green ne sont pas indépendantes, mais reliées par la relation :

$$G^{++} + G^{--} = G^{+-} + G^{-+} \quad (2.34)$$

Souvent, il est préférable d'introduire une nouvelle palette de fonctions directement déduites des précédentes en posant la rotation suivante

$$\tilde{G} = \begin{pmatrix} 0 & G^A \\ G^R & G^K \end{pmatrix} = L\hat{G}L^{-1} \quad (2.35)$$

avec la transformation unitaire

$$L = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \quad (2.36)$$

Grâce à la rotation de la base Keldysh, les quatre fonctions de Green peuvent donc être réduites à trois

$$G^{R/A}(t - \hat{t}) = \pm\theta(\pm(t - \hat{t})) [G^{-+}(t - \hat{t}) - G^{+-}(t - \hat{t})] \quad (2.37)$$

$$G^K(t - \hat{t}) = G^{-+}(t - \hat{t}) + G^{+-}(t - \hat{t}) \quad (2.38)$$

avec  $G^R, G^A, G^K$  respectivement les fonctions de Green retardée, avancée et de Keldysh. Ces fonctions de Keldysh Green obéissent aux relations :

$$G^t = G^< + G^r = G^> + G^a \quad (2.39)$$

et

$$G^{\bar{t}} = G^< - G^a = G^> - G^r \quad (2.40)$$

Pour une fonction  $f(\tau_1)$  on peut écrire :

$$\int_k d\tau_1 f(\tau_1) = \sum \eta_1 \int_{-\infty}^{+\infty} d\tau_1 f(\tau_1^{\eta_1}) \quad (2.41)$$

pour la fonction  $C(\tau, \hat{\tau})$  on peut écrire de manière équivalente :

$$C^{\eta_1, \eta}(\hat{t}, t) = \sum \eta_1 \int dt_1 A^{\eta_1, \eta_1}(\hat{t}, t_1) B^{\eta_1, \eta}(t_1, t) \quad (2.42)$$

### 2.3.3 Vérification des relations de base

Nous allons vérifier ici quelques relations habituelles vérifiées par la fonction de Green sous les notations de Keldysh. Les détails des calculs sont dans l. Nous commençons par la relation Langreth pour la fonction  $C^{\eta_1, \eta}$ , nous prenons ici  $\eta_1 = +$  et  $\eta = -$

$$C^< = A^r B^< + A^< B^a \quad (2.43)$$

si on prend maintenant  $\eta_1 = -$  et  $\eta = +$  nous allons trouver :

$$C^> = A^> B^a + A^r B^> \quad (2.44)$$

La fonction de temps ordonnée de Green peut être écrite comme suit :

$$C^t = A^t B^t + A^r B^> \quad (2.45)$$

de la même manière que nous obtenons pour  $C^{\bar{t}}$

$$C^{\bar{t}} = A^> B^< - A^{\bar{t}} B^{\bar{t}} \quad (2.46)$$

Pour la fonction retardée de Green, nous avons :

$$C^r = A^r B^r \quad (2.47)$$

et enfin la fonction avancée de Green :

$$C^a = A^a B^a \quad (2.48)$$

## 2.4 Modèle

### 2.5 système de modèle et hamiltonien

Notre système se compose d'un point quantique avec plusieurs niveaux couplé à deux conducteurs ferromagnétiques via des barrières tunnel. L'interaction entre porteurs de charge est coulombienne. L'Hamiltonien du système est donné par l'expression suivante [39]

$$H = H_L + H_R + H_D + H_T \quad (2.49)$$

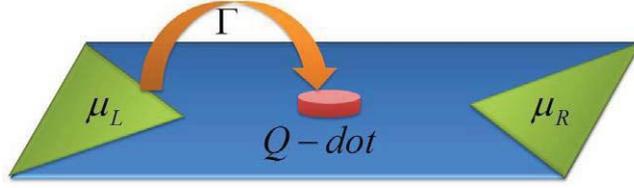


FIGURE 2.1 – Représentation schématique d'un point quantique sans interaction à un niveau d'énergie.

Les trois premiers termes de l'équation correspondent aux trois différents régions : gauche ( $L$ ), droite ( $R$ ) et le point ( $D$ ). Le dernier terme  $H_T$  est hybride ces trois régions permettant ainsi aux électrons de traverser d'une région à l'autre. Ce terme donne lieu au courant en présence d'une tension de polarisation. Plus explicitement, nous avons pour les fils ferromagnétiques :

$$H_\eta = \sum_{k\sigma} \epsilon_{k\sigma\eta} c_{k\sigma\eta}^\dagger c_{k\sigma\eta} \quad (2.50)$$

où  $\epsilon_{k\sigma\eta} = \epsilon_{k\sigma} + (-1)^{\delta_{\sigma\downarrow}} \Delta$  (Modèle Stoner) est énergie dépendante du spin de l'électron  $\eta = (L, R)$ , avec le séparation de spin de bande  $\Delta, \sigma = \uparrow, \downarrow$  et  $\delta_{\uparrow(\downarrow)} = 1; \delta_{\downarrow(\uparrow)} = 0$ . le opérateur  $c_{k\sigma\eta} (c_{k\sigma\eta}^\dagger)$  on note le vecteur d'onde  $k$  et le spin  $\sigma$ . L'hamiltonien du point quantique s'écrit :

$$H_D = \sum_{\sigma} \epsilon_{\sigma} d_{\sigma}^{\dagger} d_{\sigma} + U n_{\uparrow} n_{\downarrow} + R (d_{\uparrow}^{\dagger} d_{\downarrow} + d_{\downarrow}^{\dagger} d_{\uparrow}) \quad (2.51)$$

où  $\epsilon_{\sigma}$  est le niveau du point et  $d_{\sigma} (d_{\sigma}^{\dagger})$  annihile (crée) un électron dans le point avec spin  $\sigma$ . Dans ce modèle on suppose l'existence d'un seul niveau d'interaction spin-orbite dégénéré dans le point,  $\epsilon_{\uparrow} = \epsilon_{\downarrow} = \epsilon_d$ . Plus précisément, notre point peut être occupé seul par un électron qui peut tourner vers le haut ou vers le bas, ou doublement occupé par deux électrons avec des spins opposés. Nous tenons compte de l'interaction de Coulomb dans le point via le terme de Hubbard avec le paramètre de corrélation  $U$ . Nous supposons une chute de tension linéaire à travers le système :  $\epsilon_d = \epsilon_0 - \frac{eV}{2}$  où  $e > 0$ ,  $V$  est la tension appliquée, et  $\epsilon_0$  est le point niveau pour  $V = 0$ . Le potentiel chimique gauche  $\mu_L$  et le potentiel chimique droit  $\mu_R$  sont liés par  $\mu_L - \mu_R = eV$ . Ici, nous supposons que  $\mu_L$  est constante et définit l'origine de l'énergie. Pour une polarisation positive ( $\mu_L > \mu_R$ ) le conducteur de gauche est l'émetteur d'électrons. Le dernier terme dans l'Hamiltonien du point quantique peut représenter, par exemple, un champ magnétique transversal local qui tourne de manière cohérente le spin électronique, qui peut être réalisé expérimentalement via résonance de spin électronique. Nous effectuons la transformation canonique suivante :

$$d_{\sigma} = \frac{1}{\sqrt{2}} \sum_{i=1,2} (-1)^{i\delta_{\sigma\downarrow}} d_i \quad (2.52)$$

C'est une propriété hors-équilibre. Dans le régime de la réponse linéaire le théorème de fluctuation-dissipation tient permet d'écrire :  $S(\omega) = 4K_B T G(\omega)$  où

$G(\omega)$  à l'équilibre, le bruit contient même information que la conductance. Loin de l'équilibre cette relation n'est plus valide et le spectre de bruit peut fournir des informations supplémentaires. Nous définissons le bruit via  $S_{\eta\hat{\eta}} = \langle \{ \delta\hat{I}_\eta(t), \delta\hat{I}_{\hat{\eta}}(\hat{t}) \} \rangle$  où  $\delta\hat{I}_\eta = \hat{I}_\eta(t) - I_\eta$

$$S_{\eta\hat{\eta}} = \langle \{ \hat{I}_\eta(t) - I_\eta, \hat{I}_{\hat{\eta}}(\hat{t}) - I_{\hat{\eta}} \} \rangle \quad (2.53)$$

est la fluctuation actuelle à un moment  $t$   $\eta$  De manière équivalente

$$S_{\eta\hat{\eta}}(t, \hat{t}) = \langle \{ \hat{I}_\eta(t), \hat{I}_{\hat{\eta}}(\hat{t}) \} \rangle - 2I_\eta^2 \quad (2.54)$$

où nous utilisons le fait que  $I_\eta = \langle \hat{I}_\eta(t) \rangle = \langle \hat{I}_{\hat{\eta}}(\hat{t}) \rangle$ .

## Chapitre 3

# Calculs et résultat

### 3.1 Le calcul

#### 3.1.1 Expression en terme de fonctions de Green

L'objectif principal dans ce travail est le calcul du bruit non symétrisé à fréquence finie dans le réservoir gauche  $S_{LL}$  en s'appuyant sur le formalisme de Green-Keldysh. La généralisation au corrélateur  $S_{RR}$  et aux corrélateurs croisés  $S_{LR}$  et  $S_{RL}$  peut se faire de la même manière. Nous considérons un corrélateur courant-courant non symétrisé

$$S_{LL}(t, \hat{t}) = \langle \delta I_L(t) \delta I_L(\hat{t}) \rangle = \langle I_L(t) I_L(\hat{t}) \rangle - \langle I_L \rangle^2. \quad (3.1)$$

avec cette convention on définit le bruit d'absorption ( $S(\omega > 0)$ ). Le bruit d'émission peut être défini par la convention  $S_{LL}(t, \hat{t}) = \langle \delta I_L(\hat{t}) \delta I_L(t) \rangle$ . L'expression du courant à travers la barrière de gauche est donné par [39]

$$I_L(t) = \frac{ie}{h} \sum_{k, \sigma, i} \frac{1}{\sqrt{2}} (-1)^{i\delta_{\sigma\downarrow}} (t_{k\sigma} c_{k\sigma L}^\dagger d_i - t_{k\sigma}^* d_i^\dagger c_{k\sigma L}) \quad (3.2)$$

Après un certain arrangement, on peut écrire le bruit comme la somme de quatre les fonctions green :

$$\begin{aligned} S_{LL}(t, \hat{t}) &= \left(\frac{ie}{h}\right)^2 T \sum_{kk, \sigma\sigma, ij} \frac{1}{2} (-1)^{i\delta_{\sigma\downarrow}} (-1)^{j\delta_{\hat{\sigma}\downarrow}} \\ &\times [t_{k\sigma} t_{\hat{k}\hat{\sigma}} \langle c_{k\sigma L}^\dagger(t) d_i(t) c_{\hat{k}\hat{\sigma}L}^\dagger(\hat{t}) d_j(\hat{t}) \rangle \\ &- t_{k\sigma} t_{\hat{k}\hat{\sigma}}^* \langle c_{k\sigma L}^\dagger(t) d_i(t) d_j^\dagger(\hat{t}) c_{\hat{k}\hat{\sigma}L}(\hat{t}) \rangle \\ &- t_{k\sigma}^* t_{\hat{k}\hat{\sigma}} \langle d_i^\dagger(t) c_{k\sigma L}(t) c_{\hat{k}\hat{\sigma}L}^\dagger(\hat{t}) d_j(\hat{t}) \rangle \\ &+ t_{k\sigma}^* t_{\hat{k}\hat{\sigma}} \langle d_i^\dagger(t) c_{k\sigma L}(t) d_j^\dagger(\hat{t}) c_{\hat{k}\hat{\sigma}L}(\hat{t}) \rangle] - \langle I_L \rangle^2 \end{aligned} \quad (3.3)$$

Les expressions des fonctions de Green :

$$G_1^{cd,>}(t, \hat{t}) = i^2 \langle T c_{k\sigma L}^\dagger(t) d_i(t) c_{\hat{k}\hat{\sigma}\hat{L}}^\dagger(\hat{t}) d_j(\hat{t}) \rangle \quad (3.4)$$

$$G_2^{cd,>}(t, \hat{t}) = i^2 \langle T c_{k\sigma L}^\dagger(t) d_i(t) d_j^\dagger(\hat{t}) c_{\hat{k}\hat{\sigma}\hat{L}}(\hat{t}) \rangle \quad (3.5)$$

$$G_3^{cd,>}(t, \hat{t}) = i^2 \langle T d_i^\dagger(t) c_{k\sigma L}(t) c_{\hat{k}\hat{\sigma}\hat{L}}^\dagger(\hat{t}) d_j(\hat{t}) \rangle \quad (3.6)$$

$$G_4^{cd,>}(t, \hat{t}) = i^2 \langle T d_i^\dagger(t) c_{k\sigma L}(t) d_j^\dagger(\hat{t}) c_{\hat{k}\hat{\sigma}\hat{L}}(\hat{t}) \rangle \quad (3.7)$$

Le bruit s'exprime alors sous la forme condensée suivante :

$$\begin{aligned} S_{LL}(t, \hat{t}) &= \left(\frac{ie}{\hbar}\right)^2 T \sum_{k\hat{k}, \sigma\hat{\sigma}, ij} \frac{1}{2} (-1)^{i\delta_{\sigma\downarrow}} (-1)^{j\delta_{\hat{\sigma}\downarrow}} \\ &\quad \times [t_{k\sigma} t_{\hat{k}\hat{\sigma}} G_1^{cd,>}(t, \hat{t}) - t_{k\sigma} t_{\hat{k}\hat{\sigma}}^* G_2^{cd,>}(t, \hat{t}) \\ &\quad - t_{k\sigma}^* t_{\hat{k}\hat{\sigma}} G_3^{cd,>}(t, \hat{t}) + t_{k\sigma}^* t_{\hat{k}\hat{\sigma}}^* G_4^{cd,>}(t, \hat{t})] - \langle I_L \rangle^2 \end{aligned} \quad (3.8)$$

Afin d'introduire les fonctions de Green, on choisi de travailler sur le contour Keldysh. On introduit alors une transformation vers la représentation interaction :

$$S = \sum_{j=0}^{\infty} \frac{(-i)^j}{j!} \int dT_j \dots \int_c dT_j \langle T_c \tilde{H}_T(\tau_i) \dots \tilde{H}_T(\tau_j) \rangle \quad (3.9)$$

$\tilde{H}_T$  est l'Hamiltonien de transfert et  $T_C$  est l'opérateur ordre temporel sur le contour Keldysh et  $\tau$  est le temps sur le contour  $C$

Après transformation, on peut écrire le bruit en termes de  $G^{dd}$ , les fonctions de Green à quatre point du point quantique :

$$\begin{aligned} S_{LL}(\tau, \hat{\tau}) &= \left(\frac{ie}{\hbar}\right)^2 \left( \sum_{k,\sigma,i} \frac{(-1)^{i\delta_{\sigma\downarrow}}}{\sqrt{2}} |t_{k,\sigma}|^2 [g_{k,\sigma,L}^0(\hat{\tau}, \tau) G(\tau, \hat{\tau}) + g_{k,\sigma,L}^0(\tau, \hat{\tau}) G(\hat{\tau}, \tau)] \right. \\ &\quad + \sum_{k,\hat{k}, \sigma,\hat{\sigma}, i_1, i_2} \frac{1}{2} (-1)^{i_1\delta_{\sigma\downarrow}} (-1)^{i_2j\delta_{\hat{\sigma}\downarrow}} \int dt_1 \int dt_2 \\ &\quad \times [ -g_{k,\sigma,L}^0(\tau_1, \tau) g_{\hat{k},\hat{\sigma},\hat{L}}^0(\tau_2, \hat{\tau}) i^2 \langle T_C d_i(\tau) d_j(\hat{\tau}) d_{i_1}^\dagger(\tau_1) d_{i_2}^\dagger(\tau_2) \rangle \\ &\quad + g_{k,\sigma,L}^0(\tau_2, \tau) g_{\hat{k},\hat{\sigma},\hat{L}}^0(\hat{\tau}, \tau_1) i^2 \langle T_C d_i(\tau) d_j^\dagger(\hat{\tau}) d_{i_1}^\dagger(\tau_1) d_{i_2}(\tau_2) \rangle \\ &\quad - g_{k,\sigma,L}^0(\tau, \tau_1) g_{\hat{k},\hat{\sigma},\hat{L}}^0(\tau_2, \hat{\tau}) i^2 \langle T_C d_i^\dagger(\tau) d_j(\hat{\tau}) d_{i_1}(\tau_1) d_{i_2}^\dagger(\tau_2) \rangle \\ &\quad \left. - g_{k,\sigma,L}^0(\tau, \tau_1) g_{\hat{k},\hat{\sigma},\hat{L}}^0(\hat{\tau}, \tau_2) i^2 \langle T_C d_i^\dagger(\tau) d_j^\dagger(\hat{\tau}) d_{i_1}(\tau_1) d_{i_2}(\tau_2) \rangle \right] - \langle I_L \rangle^2 \end{aligned} \quad (3.10)$$

avec les fonctions de Green qui s'écrive comme :

$$G_1^{dd}(\tau, \hat{\tau}, \tau_1, \tau_2) = i^2 \langle T_C d_i(\tau) d_j(\hat{\tau}) d_{i_1}^\dagger(\tau_1) d_{i_2}^\dagger(\tau_2) \rangle \quad (3.11)$$

$$G_2^{dd}(\tau, \hat{\tau}, \tau_1, \tau_2) = i^2 \langle T_C d_i(\tau) d_j^\dagger(\hat{\tau}) d_{i_1}^\dagger(\tau_1) d_{i_2}(\tau_2) \rangle \quad (3.12)$$

$$G_3^{dd}(\tau, \hat{\tau}, \tau_1, \tau_2) = i^2 \langle T_C d_i^\dagger(\tau) d_j(\hat{\tau}) d_{i_1}(\tau_1) d_{i_2}^\dagger(\tau_2) \rangle \quad (3.13)$$

$$G_4^{dd}(\tau, \hat{\tau}, \tau_1, \tau_2) = i^2 \langle T_C d_i^\dagger(\tau) d_j^\dagger(\hat{\tau}) d_{i_1}(\tau_1) d_{i_2}(\tau_2) \rangle \quad (3.14)$$

Les  $g^0$  sont les fonctions de Green nues du point quantique sans interaction, alors que les  $G$  des fonctions de Green . le point d'interaction. Afin de rendre les calculs plus simples, on utilise le théorème de Wick pour décomposer les fonctions de Green à quatre point en des fonctions de Green à deux points.

$$S_{LL}(\tau, \hat{\tau}) = \left(\frac{e}{\hbar}\right)^2 \left( \sum_{k,\sigma,i} \frac{(-1)^{i\delta_{\sigma\downarrow}}}{\sqrt{2}} |t_{k,\sigma}|^2 [g_{k,\sigma,L}^0(\hat{\tau}, \tau) G(\tau, \hat{\tau}) + g_{k,\sigma,L}^0(\tau, \hat{\tau}) G(\hat{\tau}, \tau)] \right) \quad (3.15)$$

$$\begin{aligned} &+ \sum_{k,\hat{k},\sigma,\hat{\sigma},i_1,i_2} \frac{1}{2} (-1)^{i_1\delta_{\sigma\downarrow}} (-1)^{i_2j\delta_{\hat{\sigma}\downarrow}} \int dt_1 \int dt_2 \times [ \\ &-g_{k,\sigma,L}^0(\tau_1, \tau) g_{\hat{k},\hat{\sigma},\hat{L}}^0(\tau_2, \hat{\tau}) G(\tau, \tau_2) G(\hat{\tau}, \tau_1) \\ &+g_{k,\sigma,L}^0(\tau_2, \tau) g_{\hat{k},\hat{\sigma},\hat{L}}^0(\hat{\tau}, \tau_1) G(\tau, \hat{\tau}) G(\tau_1, \tau_2) \\ &+g_{k,\sigma,L}^0(\tau, \tau_1) g_{\hat{k},\hat{\sigma},\hat{L}}^0(\tau_2, \hat{\tau}) G(\hat{\tau}, \tau) G(\tau_1, \tau_2) \\ &-g_{k,\sigma,L}^0(\tau, \tau_1) g_{\hat{k},\hat{\sigma},\hat{L}}^0(\hat{\tau}, \tau_2) G(\tau_2, \tau) G(\tau_1, \hat{\tau}) ] \end{aligned} \quad (3.16)$$

Cette expression contient cinq termes. Le premier, est le plus simple écrit en tant que  $g \times G$ . Le reste des termes est un produit de quatre fonctions de Green en tant que  $ggGG$ . le deuxième et le cinquième sont équivalents, les troisième et quatrième termes sont équivalent.

En utilisant une continuation analytique on trouve directement pour le premier terme :

$$P_1(t, \hat{t}) = \left(\frac{e}{\hbar}\right)^2 \sum_{k,\sigma,i} \frac{(-1)^{i\delta_{\sigma\downarrow}}}{\sqrt{2}} |t_{k,\sigma}|^2 [g_{k,\sigma,L}^{0,<}(\hat{t}, t) G(t, \hat{t}) + g_{k,\sigma,L}^{0,>}(t, \hat{t}) G^<(\hat{t}, t)] \quad (3.17)$$

Les autres termes s'obtiennent en appliquant les propriétés du formalisme de Keldysh :

$$P_2(t, \hat{t}) = - \left(\frac{e}{\hbar}\right)^2 \sum_{k,\hat{k},\sigma,\hat{\sigma},i_1,i_2} \frac{1}{2} (-1)^{i_1\delta_{\sigma\downarrow}} (-1)^{i_2j\delta_{\hat{\sigma}\downarrow}} |t_{k\sigma}|^2 |t_{\hat{k}\hat{\sigma}}|^2$$

$$\begin{aligned} & \times \int dt_1 \left[ G^r(\acute{t}, t_1) g_{k,\sigma,L}^{0,<}(t_1, t) + G^<(\acute{t}, t_1) g_{k,\sigma,L}^{0,a}(t_1, t) \right] \\ & \times \int dt_2 \left[ G^>(t, t_2) g_{\acute{k},\acute{\sigma},\acute{L}}^{0,a}(t_2, \acute{t}) + G^r(t, t_2) g_{\acute{k},\acute{\sigma},\acute{L}}^{0,>}(t_2, \acute{t}) \right] \end{aligned} \quad (3.18)$$

$$\begin{aligned} P_3(t, \acute{t}) &= \left(\frac{e}{\hbar}\right)^2 \sum_{k,\acute{k},\sigma,\acute{\sigma},i_1,i_2} \frac{1}{2} (-1)^{i_1\delta_{\sigma\downarrow}} (-1)^{i_2j\delta_{\acute{\sigma}\downarrow}} |t_{k\sigma}|^2 |t_{\acute{k}\acute{\sigma}}|^2 G^>(t, \acute{t}) \int dt_1 \int dt_2 \\ & \quad \times [g_{\acute{k},\acute{\sigma},\acute{L}}^{0,r}(\acute{t}, t_1) G^r(t_1, t_2) g_{k,\sigma,L}^{0,<}(t_2, t) \\ & \quad + g_{\acute{k},\acute{\sigma},\acute{L}}^{0,r}(\acute{t}, t_1) G^<(t_1, t_2) g_{k,\sigma,L}^{0,a}(t_2, t) \\ & \quad + g_{\acute{k},\acute{\sigma},\acute{L}}^{0,<}(\acute{t}, t_1) G^a(t_1, t_2) g_{k,\sigma,L}^{0,a}(t_2, t)]. \end{aligned} \quad (3.19)$$

$$\begin{aligned} P_4(t, \acute{t}) &= \left(\frac{e}{\hbar}\right)^2 \sum_{k,\acute{k},\sigma,\acute{\sigma},i_1,i_2} \frac{1}{2} (-1)^{i_1\delta_{\sigma\downarrow}} (-1)^{i_2j\delta_{\acute{\sigma}\downarrow}} |t_{k\sigma}|^2 |t_{\acute{k}\acute{\sigma}}|^2 G^<(t, \acute{t}) \int dt_1 \int dt_2 \\ & \quad \times [g_{k,\sigma,L}^{0,>}(t, t_1) G^a(t_1, t_2) g_{\acute{k},\acute{\sigma},\acute{L}}^{0,a}(t_2, \acute{t}) \\ & \quad + g_{k,\sigma,L}^{0,r}(t, t_1) G^>(t_1, t_2) g_{\acute{k},\acute{\sigma},\acute{L}}^{0,a}(t_2, \acute{t}) \\ & \quad + g_{k,\sigma,L}^{0,r}(t, t_1) G^r(t_1, t_2) g_{\acute{k},\acute{\sigma},\acute{L}}^{0,>}(t_2, \acute{t})] \end{aligned} \quad (3.20)$$

$$\begin{aligned} P_5(t, \acute{t}) &= -\left(\frac{e}{\hbar}\right)^2 \sum_{k,\acute{k},\sigma,\acute{\sigma},i_1,i_2} \frac{1}{2} (-1)^{i_1\delta_{\sigma\downarrow}} (-1)^{i_2j\delta_{\acute{\sigma}\downarrow}} |t_{k\sigma}|^2 |t_{\acute{k}\acute{\sigma}}|^2 \\ & \quad \times \int dt_1 [g_{k,\sigma,L}^{0,>}(t, t_1) G^a(t_1, \acute{t}) + g_{k,\sigma,L}^{0,r}(t, t_1) G^>(t_1, \acute{t})] \\ & \quad \times \int dt_2 [g_{\acute{k},\acute{\sigma},\acute{L}}^{0,r}(\acute{t}, t_2) G^<(t_2, t) + g_{\acute{k},\acute{\sigma},\acute{L}}^{0,<}(\acute{t}, t_2) G^a(t_2, t)] \end{aligned} \quad (3.21)$$

Afin de mettre en évidence la dépendance en fréquence, on choisi d'appliquer une transformée de Fourier. On obtient pour le premier terme :

$$P_1(\omega) = \left(\frac{e}{\hbar}\right)^2 \sum_{i,k,\sigma,L} \frac{(-1)^{i\delta_{\sigma\downarrow}}}{\sqrt{2}} |t_{k,\sigma}|^2 \int d\varepsilon [g_{i,k,\sigma,L}^{0,<}(\varepsilon) G^>(\varepsilon + \omega) + g_{i,k,\sigma,L}^{0,>}(\varepsilon + \omega) G^>(\varepsilon)] \quad (3.22)$$

La transformée de Fourier de cette contribution peut s'écrire comme la somme des quatre termes notés  $P_2(\omega) = a(\omega) + b(\omega) + c(\omega) + d(\omega)$  Le calcul est exactement le de même pour les termes, Les autres termes de  $P_2$  peuvent être calculés de la même manière. Ces termes sont :

$$a(\omega) = -\frac{e^2}{h} \sum_{k,\acute{k},\sigma,\acute{\sigma},i,j} \frac{1}{2} (-1)^{i\delta_{\sigma\downarrow}} (-1)^{j\delta_{\acute{\sigma}\downarrow}} |t_{k\sigma}|^2 |t_{\acute{k}\acute{\sigma}}|^2 \int d\varepsilon G^r(\varepsilon) g_{k,\sigma,L}^{0,<}(\varepsilon) G^r(\varepsilon + \omega) g_{\acute{k},\acute{\sigma},\acute{L}}^{0,>}(\varepsilon + \omega) \quad (3.23)$$

$$b(\omega) = -\frac{e^2}{h} \sum_{k,\acute{k},\sigma,\acute{\sigma},i,j} \frac{1}{2} (-1)^{i\delta_{\sigma\downarrow}} (-1)^{j\delta_{\acute{\sigma}\downarrow}} |t_{k\sigma}|^2 |t_{\acute{k}\acute{\sigma}}|^2 \times \int d\varepsilon \left[ G^r(\varepsilon) g_{k,\sigma,L}^{0,<}(\varepsilon) G^>(\varepsilon + \omega) g_{\acute{k},\acute{\sigma},\acute{L}}^{0,a}(\varepsilon + \omega) \right] \quad (3.24)$$

$$c(\omega) = -\frac{e^2}{h} \sum_{k,\acute{k},\sigma,\acute{\sigma},i,j} \frac{1}{2} (-1)^{i\delta_{\sigma\downarrow}} (-1)^{j\delta_{\acute{\sigma}\downarrow}} |t_{k\sigma}|^2 |t_{\acute{k}\acute{\sigma}}|^2 \int d\varepsilon G^<(\varepsilon) g_{k,\sigma,L}^{0,a}(\varepsilon) G^r(\varepsilon + \omega) g_{\acute{k},\acute{\sigma},\acute{L}}^{0,>}(\varepsilon + \omega) \quad (3.25)$$

$$d(\omega) = -\frac{e^2}{h} \sum_{k,\acute{k},\sigma,\acute{\sigma},i,j} \frac{1}{2} (-1)^{i\delta_{\sigma\downarrow}} (-1)^{j\delta_{\acute{\sigma}\downarrow}} |t_{k\sigma}|^2 |t_{\acute{k}\acute{\sigma}}|^2 \int d\varepsilon G^<(\varepsilon) g_{k,\sigma,L}^{0,a}(\varepsilon) G^>(\varepsilon + \omega) g_{\acute{k},\acute{\sigma},\acute{L}}^{0,a}(\varepsilon + \omega) \quad (3.26)$$

$$P_2(\omega) = -\frac{e^2}{h} \sum_{k,\acute{k},\sigma,\acute{\sigma},i,j} \frac{1}{2} (-1)^{i\delta_{\sigma\downarrow}} (-1)^{j\delta_{\acute{\sigma}\downarrow}} |t_{k\sigma}|^2 |t_{\acute{k}\acute{\sigma}}|^2 \int d\varepsilon \left[ G^r(\varepsilon) g_{k,\sigma,L}^{0,<}(\varepsilon) G^r(\varepsilon + \omega) g_{\acute{k},\acute{\sigma},\acute{L}}^{0,>}(\varepsilon + \omega) \right] \quad (3.27)$$

$$\begin{aligned} &+ G^r(\varepsilon) g_{k,\sigma,L}^{0,<}(\varepsilon) G^>(\varepsilon + \omega) g_{\acute{k},\acute{\sigma},\acute{L}}^{0,a}(\varepsilon + \omega) \\ &+ G^<(\varepsilon) g_{k,\sigma,L}^{0,a}(\varepsilon) G^r(\varepsilon + \omega) g_{\acute{k},\acute{\sigma},\acute{L}}^{0,>}(\varepsilon + \omega) \\ &+ G^<(\varepsilon) g_{k,\sigma,L}^{0,a}(\varepsilon) G^>(\varepsilon + \omega) g_{\acute{k},\acute{\sigma},\acute{L}}^{0,a}(\varepsilon + \omega) \end{aligned} \quad (3.28)$$

On peut écrire la transformée de Fourier comme la somme de trois termes

$$P_3(\omega) = \tilde{a}(\omega) + \tilde{b}(\omega) + \tilde{c}(\omega)$$

$$\tilde{a}(\omega) = \frac{e^2}{h} \sum_{k,\acute{k},\sigma,\acute{\sigma},i,j} \frac{1}{2} (-1)^{i\delta_{\sigma\downarrow}} (-1)^{j\delta_{\acute{\sigma}\downarrow}} |t_{k\sigma}|^2 |t_{\acute{k}\acute{\sigma}}|^2 \int d\varepsilon G^>(\varepsilon + \omega) g_{\acute{k},\acute{\sigma},\acute{L}}^{0,r}(\varepsilon) G^r(\varepsilon) g_{k,\sigma,L}^{0,<}(\varepsilon) \quad (3.29)$$

$$\tilde{b}(\omega) = \frac{e^2}{h} \sum_{k,\acute{k},\sigma,\acute{\sigma},i,j} \frac{1}{2} (-1)^{i\delta_{\sigma\downarrow}} (-1)^{j\delta_{\acute{\sigma}\downarrow}} |t_{k\sigma}|^2 |t_{\acute{k}\acute{\sigma}}|^2 \int d\varepsilon G^>(\varepsilon + \omega) g_{\acute{k},\acute{\sigma},\acute{L}}^{0,r}(\varepsilon) G^<(\varepsilon) g_{k,\sigma,L}^{0,a}(\varepsilon) \quad (3.30)$$

$$\tilde{c}(\omega) = \frac{e^2}{h} \sum_{k,\acute{k},\sigma,\acute{\sigma},i,j} \frac{1}{2} (-1)^{i\delta_{\sigma\downarrow}} (-1)^{j\delta_{\acute{\sigma}\downarrow}} |t_{k\sigma}|^2 |t_{\acute{k}\acute{\sigma}}|^2 \int d\varepsilon G^>(\varepsilon + \omega) g_{\acute{k},\acute{\sigma},\acute{L}}^{0,<}(\varepsilon) G^a(\varepsilon) g_{k,\sigma,L}^{0,a}(\varepsilon) \quad (3.31)$$

$$\begin{aligned}
P_3(\omega) &= \frac{e^2}{h} \sum_{k,\acute{k},\sigma,\acute{\sigma},i,j} \frac{1}{2} (-1)^{i\delta_{\sigma\downarrow}} (-1)^{j\delta_{\acute{\sigma}\downarrow}} |t_{k\sigma}|^2 |t_{\acute{k}\acute{\sigma}}|^2 \int d\varepsilon [G^>(\varepsilon + \omega) g_{\acute{k},\acute{\sigma},\acute{L}}^{0,r}(\varepsilon) G^r(\varepsilon) g_{k,\sigma,L}^{0,<}(\varepsilon) \\
&\quad + G^>(\varepsilon + \omega) g_{\acute{k},\acute{\sigma},\acute{L}}^{0,r}(\varepsilon) G^<(\varepsilon) g_{k,\sigma,L}^{0,a}(\varepsilon) + G^>(\varepsilon + \omega) g_{\acute{k},\acute{\sigma},\acute{L}}^{0,<}(\varepsilon) G^a(\varepsilon) g_{k,\sigma,L}^{0,a}(\varepsilon)] \quad (3.32)
\end{aligned}$$

En utilisant la même approche, on peut effectuer la transformation de Fourier pour l'autre contributions.

$$P_4(\omega) = \hat{a}(\omega) + \hat{b}(\omega) + \hat{c}(\omega)$$

$$\hat{a}(\omega) = \frac{e^2}{h} \sum_{k,\acute{k},\sigma,\acute{\sigma},i,j} \frac{1}{2} (-1)^{i\delta_{\sigma\downarrow}} (-1)^{j\delta_{\acute{\sigma}\downarrow}} |t_{k\sigma}|^2 |t_{\acute{k}\acute{\sigma}}|^2 \int d\varepsilon G^<(\varepsilon) g_{k,\sigma,L}^{0,>}(\varepsilon + \omega) G^a(\varepsilon + \omega) g_{\acute{k},\acute{\sigma},\acute{L}}^{0,a}(\varepsilon + \omega) \quad (3.33)$$

$$\hat{b}(\omega) = \frac{e^2}{h} \sum_{k,\acute{k},\sigma,\acute{\sigma},i,j} \frac{1}{2} (-1)^{i\delta_{\sigma\downarrow}} (-1)^{j\delta_{\acute{\sigma}\downarrow}} |t_{k\sigma}|^2 |t_{\acute{k}\acute{\sigma}}|^2 \int d\varepsilon G^<(\varepsilon) g_{k,\sigma,L}^{0,r}(\varepsilon + \omega) G^>(\varepsilon + \omega) g_{\acute{k},\acute{\sigma},\acute{L}}^{0,a}(\varepsilon + \omega) \quad (3.34)$$

$$\hat{c}(\omega) = \frac{e^2}{h} \sum_{k,\acute{k},\sigma,\acute{\sigma},i,j} \frac{1}{2} (-1)^{i\delta_{\sigma\downarrow}} (-1)^{j\delta_{\acute{\sigma}\downarrow}} |t_{k\sigma}|^2 |t_{\acute{k}\acute{\sigma}}|^2 \int d\varepsilon G^<(\varepsilon) g_{k,\sigma,L}^{0,r}(\varepsilon + \omega) G^r(\varepsilon + \omega) g_{\acute{k},\acute{\sigma},\acute{L}}^{0,>}(\varepsilon + \omega) \quad (3.35)$$

$$\begin{aligned}
P_4(\omega) &= \frac{e^2}{h} \sum_{k,\acute{k},\sigma,\acute{\sigma},i,j} \frac{1}{2} (-1)^{i\delta_{\sigma\downarrow}} (-1)^{j\delta_{\acute{\sigma}\downarrow}} |t_{k\sigma}|^2 |t_{\acute{k}\acute{\sigma}}|^2 \\
&\quad \times \int d\varepsilon [G^<(\varepsilon) g_{k,\sigma,L}^{0,>}(\varepsilon + \omega) G^a(\varepsilon + \omega) g_{\acute{k},\acute{\sigma},\acute{L}}^{0,a}(\varepsilon + \omega) \\
&\quad + G^<(\varepsilon) g_{k,\sigma,L}^{0,r}(\varepsilon + \omega) G^>(\varepsilon + \omega) g_{\acute{k},\acute{\sigma},\acute{L}}^{0,a}(\varepsilon + \omega) \\
&\quad + G^<(\varepsilon) g_{k,\sigma,L}^{0,r}(\varepsilon + \omega) G^r(\varepsilon + \omega) g_{\acute{k},\acute{\sigma},\acute{L}}^{0,>}(\varepsilon + \omega)] \quad (3.36)
\end{aligned}$$

Pour la cinquième contribution nous avons :

$$P_5(\omega) = \acute{a}(\omega) + \acute{b}(\omega) + \acute{c}(\omega) + \acute{d}(\omega)$$

$$\acute{a}(\omega) = \frac{e^2}{h} \sum_{k,\acute{k},\sigma,\acute{\sigma},i,j} \frac{1}{2} (-1)^{i\delta_{\sigma\downarrow}} (-1)^{j\delta_{\acute{\sigma}\downarrow}} |t_{k\sigma}|^2 |t_{\acute{k}\acute{\sigma}}|^2 \int d\varepsilon G^a(\varepsilon + \omega) g_{k,\sigma,L}^{0,>}(\varepsilon + \omega) G^<(\varepsilon) g_{\acute{k},\acute{\sigma},\acute{L}}^{0,r}(\varepsilon) \quad (3.37)$$

$$\acute{b}(\omega) = \frac{e^2}{h} \sum_{k,\acute{k},\sigma,\acute{\sigma},i,j} \frac{1}{2} (-1)^{i\delta_{\sigma\downarrow}} (-1)^{j\delta_{\acute{\sigma}\downarrow}} |t_{k\sigma}|^2 |t_{\acute{k}\acute{\sigma}}|^2 \int d\varepsilon G^a(\varepsilon + \omega) g_{k,\sigma,L}^{0,>}(\varepsilon + \omega) G^a(\varepsilon) g_{\acute{k},\acute{\sigma},\acute{L}}^{0,<}(\varepsilon) \quad (3.38)$$

$$\dot{c}(\omega) = \frac{e^2}{\hbar} \sum_{k,\acute{k},\sigma,\acute{\sigma},i,j} \frac{1}{2} (-1)^{i\delta_{\sigma\downarrow}} (-1)^{j\delta_{\acute{\sigma}\downarrow}} |t_{k\sigma}|^2 |t_{\acute{k}\acute{\sigma}}|^2 \int d\varepsilon G^>(\varepsilon + \omega) g_{\acute{k},\acute{\sigma},\acute{L}}^{0,r}(\varepsilon + \omega) G^<(\varepsilon) g_{\acute{k},\acute{\sigma},\acute{L}}^{0,r}(\varepsilon) \quad (3.39)$$

$$\dot{d}(\omega) = \frac{e^2}{\hbar} \sum_{k,\acute{k},\sigma,\acute{\sigma},i,j} \frac{1}{2} (-1)^{i\delta_{\sigma\downarrow}} (-1)^{j\delta_{\acute{\sigma}\downarrow}} |t_{k\sigma}|^2 |t_{\acute{k}\acute{\sigma}}|^2 \int d\varepsilon G^>(\varepsilon + \omega) g_{k,\sigma,L}^{0,r}(\varepsilon + \omega) G^a(\varepsilon) g_{\acute{k},\acute{\sigma},\acute{L}}^{0,<}(\varepsilon) \quad (3.40)$$

$$\begin{aligned} P_5(\omega) &= \frac{e^2}{\hbar} \sum_{k,\acute{k},\sigma,\acute{\sigma},i,j} \frac{1}{2} (-1)^{i\delta_{\sigma\downarrow}} (-1)^{j\delta_{\acute{\sigma}\downarrow}} |t_{k\sigma}|^2 |t_{\acute{k}\acute{\sigma}}|^2 \\ &\times \int d\varepsilon [G^a(\varepsilon + \omega) g_{k,\sigma,L}^{0,>}(\varepsilon + \omega) G^<(\varepsilon) g_{\acute{k},\acute{\sigma},\acute{L}}^{0,r}(\varepsilon) \\ &\quad + G^a(\varepsilon + \omega) g_{k,\sigma,L}^{0,>}(\varepsilon + \omega) G^a(\varepsilon) g_{\acute{k},\acute{\sigma},\acute{L}}^{0,<}(\varepsilon) \\ &\quad + G^>(\varepsilon + \omega) g_{\acute{k},\acute{\sigma},\acute{L}}^{0,r}(\varepsilon + \omega) G^<(\varepsilon) g_{\acute{k},\acute{\sigma},\acute{L}}^{0,r}(\varepsilon) \\ &\quad + G^>(\varepsilon + \omega) g_{k,\sigma,L}^{0,r}(\varepsilon + \omega) G^a(\varepsilon) g_{\acute{k},\acute{\sigma},\acute{L}}^{0,<}(\varepsilon)] \quad (3.41) \end{aligned}$$

On remplace par les fonctions de Green nues :

$$P_1(\omega) = \frac{e^2}{\hbar} \sum_{k \in L} |t_k|^2 \int d\varepsilon [g_k^{0,<}(\varepsilon) G^>(\varepsilon + \omega) + g_k^{0,>}(\varepsilon + \omega) G^<(\varepsilon)] \quad (3.42)$$

$$\begin{aligned} P_1(\omega) &= \frac{e^2}{\hbar} \sum_{k \in L} |t_k|^2 \int d\varepsilon [2i\pi n_L(\varepsilon) \delta(\varepsilon - \varepsilon_k) G^<(\varepsilon + \omega) \\ &\quad + [1 - n_L(\varepsilon + \omega)] (-2i\pi) \delta(\varepsilon + \omega - \varepsilon_k) G^<(\varepsilon)] \quad (3.43) \end{aligned}$$

On effectue maintenant le passage de la somme à l'intégrale sur l'impulsion  $k$  :

$$\sum_{k \in L} = \frac{1}{2\pi} \sum_{ij} \frac{1}{2} (-1)^{i\delta_{\sigma\downarrow}} (-1)^{j\delta_{\acute{\sigma}\downarrow}} \int \rho_k d\varepsilon_k \quad (3.44)$$

avec  $\rho_k$  la densité d'états.

$$\begin{aligned} P_1(\omega) &= \frac{e^2}{\hbar} (2i\pi) (2i\pi) \sum_{ij} \frac{1}{2} (-1)^{i\delta_{\sigma\downarrow}} (-1)^{j\delta_{\acute{\sigma}\downarrow}} \\ &\times \int d\varepsilon [G^>(\varepsilon + \omega) n_L(\varepsilon) \frac{1}{2\pi} \int d\varepsilon_k \rho_k(\varepsilon_k) \delta(\varepsilon - \varepsilon_k) |t(\varepsilon_k)|^2 \\ &\quad - G^<(\varepsilon) [1 - n_L(\varepsilon + \omega)] \frac{1}{2\pi} \int d\varepsilon_k \rho_L(\varepsilon_k + \omega) \delta(\varepsilon + \omega - \varepsilon_k) |t_k|^2] \quad (3.45) \end{aligned}$$

$$P_1(\omega) = \frac{e^2}{\hbar} \int d\varepsilon i [G^>(\varepsilon + \omega) n_L(\varepsilon) \frac{1}{2\pi} \sum_{ij} \frac{1}{2} (-1)^{i\delta_{\sigma\downarrow}} (-1)^{j\delta_{\acute{\sigma}\downarrow}}$$

$$\times \rho_L(\varepsilon) |t_k|^2 - G^<(\varepsilon) [1 - n_L(\varepsilon + \omega)] \frac{1}{2\pi} \sum_{ij} \frac{1}{2} (-1)^{i\delta_{\sigma\downarrow}} (-1)^{j\delta_{\sigma\downarrow}} \rho_L(\varepsilon_k + \omega) |t_k|^2 \quad (3.46)$$

$$P_1(\omega) = \frac{e^2}{h} \int d\varepsilon i [G^>(\varepsilon + \omega) n_L(\varepsilon) \Gamma_L(\varepsilon) - G^<(\varepsilon) [1 - n_L(\varepsilon + \omega)] \Gamma_L(\varepsilon + \omega)] \quad (3.47)$$

$$a(\omega) = -\frac{e^2}{h} \sum_{k, \acute{k} \in L} |t_k|^2 |t_{\acute{k}}|^2 \int d\varepsilon \overline{G^r}(\varepsilon) g_k^{0,<}(\varepsilon) G^r(\varepsilon + \omega) g_{\acute{k}}^{0,>}(\varepsilon + \omega) \quad (3.48)$$

$$a(\omega) = -\frac{e^2}{h} \sum_{k, \acute{k} \in L} |t_k|^2 |t_{\acute{k}}|^2 \int d\varepsilon (2i\pi) n_L(\varepsilon) \delta(\varepsilon - \varepsilon_k) G^r(\varepsilon) (-2i\pi) \\ \times [1 - n_L(\varepsilon + \omega)] \delta(\varepsilon + \omega - \varepsilon_{\acute{k}}) G^r(\varepsilon + \omega) \quad (3.49)$$

$$\sum_{k \in L} = \frac{1}{2\pi} \sum_{ij} \frac{1}{2} (-1)^{i\delta_{\sigma\downarrow}} (-1)^{j\delta_{\sigma\downarrow}} \int \rho_k d\varepsilon_k \quad (3.50)$$

$$a(\omega) = -\frac{e^2}{h} (2\pi)(2\pi) \int d\varepsilon \int d\varepsilon_k \frac{1}{2\pi} \sum_{ij} \frac{1}{2} (-1)^{i\delta_{\sigma\downarrow}} (-1)^{j\delta_{\sigma\downarrow}} \rho_k G^r(\varepsilon) n_L(\varepsilon) \delta(\varepsilon - \varepsilon_k) \\ \times |t_k|^2 \int d\varepsilon_{\acute{k}} \frac{1}{2\pi} \sum_{ij} \frac{1}{2} (-1)^{i\delta_{\sigma\downarrow}} (-1)^{j\delta_{\sigma\downarrow}} \rho_k G^r(\varepsilon + \omega) [1 - n_L(\varepsilon + \omega)] \delta(\varepsilon + \omega - \varepsilon_{\acute{k}}) |t_{\acute{k}}|^2 \quad (3.51)$$

$$\Gamma_L = \frac{1}{2\pi} \sum_{ij} \frac{1}{2} (-1)^{i\delta_{\sigma\downarrow}} (-1)^{j\delta_{\sigma\downarrow}} \quad (3.52)$$

$$a(\omega) = -\frac{e^2}{h} \int d\varepsilon n_L(\varepsilon) \Gamma_L(\varepsilon) G^r(\varepsilon) G^r(\varepsilon + \omega) [1 - n_L(\varepsilon + \omega)] \Gamma_L(\varepsilon + \omega) \quad (3.53)$$

$$\acute{b}(\omega) = -\frac{e^2}{h} \sum_{k, \acute{k} \in L} |t_k|^2 |t_{\acute{k}}|^2 \int d\varepsilon \overline{G^a}(\varepsilon + \omega) g_k^{0,>}(\varepsilon + \omega) G^a(\varepsilon) g_{\acute{k}}^{0,<}(\varepsilon) \quad (3.54)$$

$$\acute{b}(\omega) = -\frac{e^2}{h} \sum_{k, \acute{k} \in L} |t_k|^2 |t_{\acute{k}}|^2 \int d\varepsilon G^a(\varepsilon + \omega) (-2i\pi) (1 - n_L(\varepsilon)) (1 - n_L(\varepsilon)) G^a(\varepsilon) (2i\pi) n_L \delta(\varepsilon - \varepsilon_k) \quad (3.55)$$

$$\sum_{k \in L} = \frac{1}{2\pi} \sum_{ij} \frac{1}{2} (-1)^{i\delta_{\sigma\downarrow}} (-1)^{j\delta_{\sigma\downarrow}} \int \rho_k d\varepsilon_k \quad (3.56)$$

$$\begin{aligned}
\dot{b}(\omega) &= -\frac{e^2}{h} (2i\pi) (2i\pi) \int d\varepsilon \int d\varepsilon_k \\
&\times \frac{1}{2\pi} \sum_{ij} \frac{1}{2} (-1)^{i\delta_{\sigma\downarrow}} (-1)^{j\delta_{\sigma\downarrow}} \rho_k G^a(\varepsilon + \omega) (1 - n_L(\varepsilon)) i\delta(\varepsilon + \omega - \varepsilon_k) |t_k|^2 \\
&\times n_L(\varepsilon) \int d\varepsilon_k \frac{1}{2\pi} \sum_{ij} \frac{1}{2} (-1)^{i\delta_{\sigma\downarrow}} (-1)^{j\delta_{\sigma\downarrow}} \rho_k G^a(\varepsilon) n_L(\varepsilon) i\delta(\varepsilon - \varepsilon_k) |t_k|^2 \quad (3.57)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\dot{b}(\omega) &= -\frac{e^2}{h} \int d\varepsilon \int d\varepsilon_k \frac{1}{2\pi} \sum_{ij} \frac{1}{2} (-1)^{i\delta_{\sigma\downarrow}} (-1)^{j\delta_{\sigma\downarrow}} \rho_k(\varepsilon + \omega) G^a(\varepsilon + \omega) \\
&\times [1 - n_L(\varepsilon + \omega)] 2\pi i \delta(\varepsilon + \omega - \varepsilon_k) |t_k|^2 n_L(\varepsilon) \int d\varepsilon_k \frac{1}{2\pi} \sum_{ij} \frac{1}{2} (-1)^{i\delta_{\sigma\downarrow}} (-1)^{j\delta_{\sigma\downarrow}} \\
&\times \rho_k(\varepsilon) G^a(\varepsilon) n_L(\varepsilon) 2\pi i \delta(\varepsilon - \varepsilon_k) |t_k|^2 \quad (3.58)
\end{aligned}$$

$$\dot{b}(\omega) = -\frac{e^2}{h} \int d\varepsilon G^a(\varepsilon + \omega) [1 - n_L(\varepsilon + \omega)] \Gamma_L(\varepsilon + \omega) n_L(\varepsilon) \Gamma_L(\varepsilon) G^a(\varepsilon) \quad (3.59)$$

$$I_L(\varepsilon) = \sum_{ij} \frac{1}{2} (-1)^{i\delta_{\sigma\downarrow}} (-1)^{j\delta_{\sigma\downarrow}} \int \rho_L(\varepsilon_k) |t(\varepsilon_k)|^2 g_k^{0,r}(\varepsilon) d\varepsilon_k \quad (3.60)$$

$$I_L^*(\varepsilon) = \sum_{ij} \frac{1}{2} (-1)^{i\delta_{\sigma\downarrow}} (-1)^{j\delta_{\sigma\downarrow}} \int \rho_L(\varepsilon_k) |t(\varepsilon_k)|^2 g_k^{0,a}(\varepsilon) d\varepsilon_k \quad (3.61)$$

$$\tilde{a}(\omega) = \frac{e^2}{h} \sum_{k,k \in L} |t_k|^2 |t_k|^2 \int d\varepsilon G^>(\varepsilon + \omega) g_k^{0,r}(\varepsilon) G^r(\varepsilon) g_k^{0,<}(\varepsilon) \quad (3.62)$$

$$\tilde{a}(\omega) = \frac{e^2}{h} \sum_{k,k \in L} |t_k|^2 |t_k|^2 \int d\varepsilon G^>(\varepsilon + \omega) g_k^{0,r}(\varepsilon) G^r(\varepsilon) (2i\pi) n_L(\varepsilon) \delta(\varepsilon - \varepsilon_k) \quad (3.63)$$

$$\tilde{a}(\omega) = \frac{e^2}{h} \int d\varepsilon \sum_{ij} \frac{1}{2} (-1)^{i\delta_{\sigma\downarrow}} (-1)^{j\delta_{\sigma\downarrow}} \int \rho_L(\varepsilon_k) |t_k(\varepsilon_k)|^2 g_k^{0,r}(\varepsilon) d\varepsilon_k \quad (3.64)$$

$$\begin{aligned}
&\times G^>(\varepsilon + \omega) G^r(\varepsilon) (2i\pi) n_L(\varepsilon) \frac{1}{2\pi} \sum_{ij} \frac{1}{2} (-1)^{i\delta_{\sigma\downarrow}} (-1)^{j\delta_{\sigma\downarrow}} \rho_k(\varepsilon) |t(\varepsilon_k)|^2 d\varepsilon_k \delta(\varepsilon - \varepsilon_k) \\
\tilde{a}(\omega) &= \frac{ie^2}{h} \int d\varepsilon G^r(\varepsilon) G^>(\varepsilon + \omega) n_L(\varepsilon) \Gamma_L(\varepsilon) I_L(\varepsilon). \quad (3.65)
\end{aligned}$$

$$\tilde{c}(\omega) = \frac{e^2}{h} \sum_{k,k \in L} |t_k|^2 |t_k|^2 \int d\varepsilon G^>(\varepsilon + \omega) g_k^{0,<}(\varepsilon) G^a(\varepsilon) g_k^{0,a}(\varepsilon) \quad (3.66)$$

$$\tilde{c}(\omega) = \frac{e^2}{h} \sum_{k, \hat{k} \in L} |t_k|^2 |t_{\hat{k}}|^2 \int d\varepsilon G^>(\varepsilon + \omega) (2i\pi) n_L(\varepsilon) \delta(\varepsilon - \varepsilon_{\hat{k}}) G^a(\varepsilon) g_k^{0,a}(\varepsilon) \quad (3.67)$$

$$\begin{aligned} \tilde{c}(\omega) &= \frac{e^2}{h} \int d\varepsilon G^>(\varepsilon + \omega) n_L(\varepsilon) (2i\pi) \frac{1}{2\pi} \sum_{ij} \frac{1}{2} (-1)^{i\delta_{\sigma\downarrow}} (-1)^{j\delta_{\hat{\sigma}\downarrow}} \rho_k(\varepsilon) d\varepsilon_k \delta(\varepsilon - \varepsilon_{\hat{k}}) |t_{\hat{k}}|^2 \\ &\quad \times G^a(\varepsilon) \sum_{ij} \frac{1}{2} (-1)^{i\delta_{\sigma\downarrow}} (-1)^{j\delta_{\hat{\sigma}\downarrow}} \int \rho_L(\varepsilon_k) |t(\varepsilon_k)|^2 g_k^{0,a}(\varepsilon) d\varepsilon_k \end{aligned} \quad (3.68)$$

$$\tilde{c}(\omega) = \frac{ie^2}{h} \int d\varepsilon G^a(\varepsilon) G^>(\varepsilon + \omega) n_L(\varepsilon) \Gamma_L(\varepsilon) I_L^*(\varepsilon). \quad (3.69)$$

$$I_L(\varepsilon + \omega) = \sum_{ij} \frac{1}{2} (-1)^{i\delta_{\sigma\downarrow}} (-1)^{j\delta_{\hat{\sigma}\downarrow}} \int \rho_L(\varepsilon + \omega) |t_k(\varepsilon)|^2 g_k^{0,r}(\varepsilon + \omega) d\varepsilon_k \quad (3.70)$$

$$I_L^*(\varepsilon + \omega) = \sum_{ij} \frac{1}{2} (-1)^{i\delta_{\sigma\downarrow}} (-1)^{j\delta_{\hat{\sigma}\downarrow}} \int \rho_L(\varepsilon + \omega) |t_k(\varepsilon)|^2 g_k^{0,a}(\varepsilon + \omega) d\varepsilon_k \quad (3.71)$$

$$\hat{b}(\omega) = \frac{e^2}{h} \sum_{k, \hat{k} \in L} |t_k|^2 |t_{\hat{k}}|^2 \int d\varepsilon G^<(\varepsilon) g_k^{0,r}(\varepsilon + \omega) G^>(\varepsilon + \omega) g_{\hat{k}}^{0,a}(\varepsilon + \omega) \quad (3.72)$$

$$\begin{aligned} \hat{b}(\omega) &= \frac{e^2}{h} \int d\varepsilon G^<(\varepsilon) G^>(\varepsilon + \omega) \sum_{ij} \frac{1}{2} (-1)^{i\delta_{\sigma\downarrow}} (-1)^{j\delta_{\hat{\sigma}\downarrow}} \\ &\quad \times \int \rho_L(\varepsilon + \omega) |t(\varepsilon_k)|^2 g_k^{0,<}(\varepsilon + \omega) d\varepsilon_k \\ &\quad \times \sum_{ij} \frac{1}{2} (-1)^{i\delta_{\sigma\downarrow}} (-1)^{j\delta_{\hat{\sigma}\downarrow}} \int \rho_L(\varepsilon + \omega) |t(\varepsilon_{\hat{k}})|^2 g_{\hat{k}}^{0,a}(\varepsilon_{\hat{k}} + \omega) d\varepsilon_{\hat{k}} \end{aligned} \quad (3.73)$$

$$\hat{b}(\omega) = \frac{ie^2}{h} \int d\varepsilon G^<(\varepsilon) G^>(\varepsilon + \omega) I_L(\varepsilon + \omega) I_L^*(\varepsilon + \omega) \quad (3.74)$$

$$\acute{c}(\omega) = -\frac{e^2}{h} \sum_{k, \hat{k} \in L} |t_k|^2 |t_{\hat{k}}|^2 \int d\varepsilon G^>(\varepsilon + \omega) g_k^{0,r}(\varepsilon + \omega) G^<(\varepsilon) g_{\hat{k}}^{0,r}(\varepsilon) \quad (3.75)$$

$$\begin{aligned} \acute{c}(\omega) &= -\frac{e^2}{h} \int d\varepsilon G^<(\varepsilon) G^>(\varepsilon + \omega) \sum_{ij} \frac{1}{2} (-1)^{i\delta_{\sigma\downarrow}} (-1)^{j\delta_{\hat{\sigma}\downarrow}} \int \rho_L(\varepsilon + \omega) |t(\varepsilon_k)|^2 \\ &\quad \times g_k^{0,r}(\varepsilon + \omega) d\varepsilon_k \sum_{ij} \frac{1}{2} (-1)^{i\delta_{\sigma\downarrow}} (-1)^{j\delta_{\hat{\sigma}\downarrow}} \int \rho_L(\varepsilon) |t(\varepsilon_k)|^2 g_{\hat{k}}^{0,r}(\varepsilon) d\varepsilon_k \end{aligned} \quad (3.76)$$

$$\acute{c}(\omega) = -\frac{ie^2}{h} \int d\varepsilon G^<(\varepsilon) G^>(\varepsilon + \omega) I_L(\varepsilon) I_L(\varepsilon + \omega). \quad (3.77)$$

$$b(\omega) = -\frac{ie^2}{h} \int d\varepsilon G^r(\varepsilon) G^>(\varepsilon + \omega) n_L(\varepsilon) \Gamma_L(\varepsilon) I_L^*(\varepsilon + \omega), \quad (3.78)$$

$$c(\omega) = \frac{ie^2}{h} \int d\varepsilon G^<(\varepsilon) G^r(\varepsilon + \omega) [1 - n_L(\varepsilon + \omega)] \Gamma_L(\varepsilon + \omega) I_L^*(\varepsilon), \quad (3.79)$$

$$\hat{a}(\omega) = -\frac{ie^2}{h} \int d\varepsilon G^<(\varepsilon) G^a(\varepsilon + \omega) [1 - n_L(\varepsilon + \omega)] \Gamma_L(\varepsilon + \omega) I_L^*(\varepsilon + \omega), \quad (3.80)$$

$$\hat{c}(\omega) = -\frac{ie^2}{h} \int d\varepsilon G^<(\varepsilon) G^r(\varepsilon + \omega) [1 - n_L(\varepsilon + \omega)] \Gamma_L(\varepsilon + \omega) I_L(\varepsilon + \omega), \quad (3.81)$$

$$\acute{a}(\omega) = \frac{ie^2}{h} \int d\varepsilon G^<(\varepsilon) G^a(\varepsilon + \omega) [1 - n_L(\varepsilon + \omega)] \Gamma_L(\varepsilon + \omega) I_L(\varepsilon), \quad (3.82)$$

$$\acute{d}(\omega) = -\frac{ie^2}{h} \int d\varepsilon G^a(\varepsilon) G^>(\varepsilon + \omega) n_L(\varepsilon) \Gamma_L(\varepsilon) I_L(\varepsilon + \omega), \quad (3.83)$$

$$d(\omega) = -\frac{ie^2}{h} \int d\varepsilon G^<(\varepsilon) G^>(\varepsilon + \omega) I_L^*(\varepsilon) I_L^*(\varepsilon + \omega), \quad (3.84)$$

$$\tilde{b}(\omega) = -\frac{ie^2}{h} \int d\varepsilon G^<(\varepsilon) G^>(\varepsilon + \omega) I_L(\varepsilon) I_L^*(\varepsilon), \quad (3.85)$$

Notons que  $n$  représente la fonction de distribution de Fermi-Dirac, et  $\Gamma_L$  représente la largeur de bande en rapport avec le réservoir de gauche. On peut maintenant écrire le bruit comme la somme des termes résultants  $S(\omega) = P_1 + Y_1(\omega) + Y_2(\omega) + Y_3(\omega) + Y_4(\omega) + Y_5(\omega) + Y_6(\omega)$  et on trouve :

$$\begin{aligned} S_{LL}(\omega) &= \frac{e^2}{h} \int d\varepsilon [i[n_L(\varepsilon) \Gamma_L(\varepsilon) (G^r(\varepsilon + \omega) - G^a(\varepsilon + \omega)) \\ &+ n_L(\varepsilon) \Gamma_L(\varepsilon) G^<(\varepsilon + \omega) - G^<(\varepsilon) [1 - n_L(\varepsilon + \omega)] \Gamma_L(\varepsilon + \omega)] \\ &- n_L(\varepsilon) \Gamma_L(\varepsilon) [1 - n_L(\varepsilon + \omega)] \Gamma_L(\varepsilon + \omega) [G^r(\varepsilon) G^r(\varepsilon + \omega) + G^a(\varepsilon) G^a(\varepsilon + \omega)] \\ &+ iG^r(\varepsilon) G^>(\varepsilon + \omega) n_L(\varepsilon) \Gamma_L(\varepsilon) [I_L(\varepsilon) - I_L^*(\varepsilon + \omega)] \\ &+ iG^<(\varepsilon) G^r(\varepsilon + \omega) [1 - n_L(\varepsilon + \omega)] \Gamma_L(\varepsilon + \omega) [I_L^*(\varepsilon) - I_L(\varepsilon + \omega)] \\ &+ iG^a(\varepsilon) G^>(\varepsilon + \omega) n_L(\varepsilon) \Gamma_L(\varepsilon) [I_L^*(\varepsilon) - I_L(\varepsilon + \omega)] \end{aligned}$$

$$+iG^<(\varepsilon)G^a(\varepsilon+\omega)[1-n_L(\varepsilon+\omega)]\Gamma_L(\varepsilon+\omega)[I_L(\varepsilon)-I_L^*(\varepsilon+\omega)]$$

$$+G^<(\varepsilon)G^>(\varepsilon+\omega)[I_L^*(\varepsilon)I_L(\varepsilon)-I_L^*(\varepsilon+\omega)+I_L(\varepsilon+\omega)(I_L^*(\varepsilon+\omega)-I_L(\varepsilon))] \quad (3.86)$$

Si nous prenons en compte le fait que le bruit est calculé dans un réservoir ce qui signifie  $\sum_k = \sum_k'$  le bruit sera écrit sous la forme simplifiée suivante :

$$S_{LL}(\omega) = \frac{e^2}{h} \int d\varepsilon [i[n_L(\varepsilon)\Gamma_L(\varepsilon)(G^r(\varepsilon+\omega)-G^a(\varepsilon+\omega))$$

$$+n_L(\varepsilon)\Gamma_L(\varepsilon)G^<(\varepsilon+\omega)-G^<(\varepsilon)[1-n_L(\varepsilon+\omega)]\Gamma_L(\varepsilon+\omega)]$$

$$+iG^>(\varepsilon+\omega)n_L(\varepsilon)\Gamma_L(\varepsilon)[G^r(\varepsilon)(I_L(\varepsilon)-I_L^*(\varepsilon+\omega))+G^a(\varepsilon)(I_L(\varepsilon)-I_L^*(\varepsilon+\omega))^*]$$

$$+iG^<(\varepsilon)[1-n_L(\varepsilon+\omega)]\Gamma_L(\varepsilon+\omega)$$

$$\times[G^r(\varepsilon+\omega)(I_L^*(\varepsilon)-I_L(\varepsilon+\omega))+G^a(\varepsilon+\omega)(I_L^*(\varepsilon)-I_L(\varepsilon+\omega))^*]$$

$$+G^<(\varepsilon)G^>(\varepsilon+\omega)\|I_L(\varepsilon)-I_L^*(\varepsilon+\omega)\|^2$$

$$-n_L(\varepsilon)\Gamma_L(\varepsilon)[1-n_L(\varepsilon+\omega)]\Gamma_L(\varepsilon+\omega)[G^r(\varepsilon)G^r(\varepsilon+\omega)+G^a(\varepsilon)G^a(\varepsilon+\omega)] \quad (3.87)$$

Maintenant, nous devons développer tous les  $G^>$  en utilisant la relation  $G^> = G^r + G^< - G^a$ . Après cela, nous essayons d'obtenir une forme utile de l'expression de bruit :

$$S_{LL}(\omega) = \frac{e^2}{h} \int d\varepsilon [i[n_L(\varepsilon)\Gamma_L(\varepsilon)(G^r(\varepsilon+\omega)-G^a(\varepsilon+\omega))$$

$$+n_L(\varepsilon)\Gamma_L(\varepsilon)G^<(\varepsilon+\omega)-G^<(\varepsilon)[1-n_L(\varepsilon+\omega)]\Gamma_L(\varepsilon+\omega)]$$

$$+iG^<(\varepsilon+\omega)n_L(\varepsilon)\Gamma_L(\varepsilon)[G^r(\varepsilon)(I_L(\varepsilon)-I_L^*(\varepsilon+\omega))+G^a(\varepsilon)(I_L(\varepsilon)-I_L^*(\varepsilon+\omega))^*]$$

$$+i[G^r(\varepsilon+\omega)-G^a(\varepsilon+\omega)]n_L(\varepsilon)\Gamma_L(\varepsilon)[G^r(\varepsilon)(I_L(\varepsilon)-I_L^*(\varepsilon+\omega))+G^a(\varepsilon)(I_L(\varepsilon)-I_L^*(\varepsilon+\omega))^*]$$

$$+iG^<(\varepsilon)[1-n_L(\varepsilon+\omega)]\Gamma_L(\varepsilon+\omega)$$

$$\times[G^r(\varepsilon+\omega)(I_L^*(\varepsilon)-I_L(\varepsilon+\omega))+G^a(\varepsilon+\omega)(I_L^*(\varepsilon)-I_L(\varepsilon+\omega))^*]$$

$$+G^<(\varepsilon)G^<(\varepsilon+\omega)\|I_L(\varepsilon)-I_L^*(\varepsilon+\omega)\|^2$$

$$+G^<(\varepsilon) [G^r(\varepsilon + \omega) - G^a(\varepsilon + \omega)] \|I_L(\varepsilon) - I_L^*(\varepsilon + \omega)\|^2$$

$$-n_L(\varepsilon) \Gamma_L(\varepsilon) [1 - n_L(\varepsilon + \omega)] \Gamma_L(\varepsilon + \omega) [G^r(\varepsilon) G^r(\varepsilon + \omega) + G^a(\varepsilon) G^a(\varepsilon + \omega)] \quad (3.88)$$

Après avoir arrangé les termes, nous obtenons l'expression du bruit à fréquence finie pour le cas en interaction selon l'approximation de Hartree-Fock :

$$S_{LL}(\omega) = \frac{e^2}{\hbar} \int d\varepsilon [i [G^r(\varepsilon + \omega) - G^a(\varepsilon + \omega)] n_L(\varepsilon) \Gamma_L(\varepsilon)$$

$$\times [1 + G^r(\varepsilon) (I_L(\varepsilon) - I_L^*(\varepsilon + \omega)) + G^a(\varepsilon) (I_L(\varepsilon) - I_L^*(\varepsilon + \omega))^*]$$

$$+in_L(\varepsilon) \Gamma_L(\varepsilon) G^<(\varepsilon + \omega) [1 + G^r(\varepsilon) (I_L(\varepsilon) - I_L^*(\varepsilon + \omega)) + G^a(\varepsilon) (I_L(\varepsilon) - I_L^*(\varepsilon + \omega))^*]$$

$$+iG^<(\varepsilon) [1 - n_L(\varepsilon + \omega)] \Gamma_L(\varepsilon + \omega)$$

$$\times [-1 + G^r(\varepsilon + \omega) (I_L^*(\varepsilon) - I_L(\varepsilon + \omega)) + G^a(\varepsilon + \omega) (I_L^*(\varepsilon) - I_L(\varepsilon + \omega))^*]$$

$$+G^<(\varepsilon) G^<(\varepsilon + \omega) \|I_L(\varepsilon) - I_L^*(\varepsilon + \omega)\|^2 + G^<(\varepsilon) G^r(\varepsilon + \omega) - G^a(\varepsilon + \omega) \|I_L(\varepsilon) - I_L^*(\varepsilon + \omega)\|^2$$

$$-n_L(\varepsilon) \Gamma_L(\varepsilon) [1 - n_L(\varepsilon + \omega)] \Gamma_L(\varepsilon + \omega) [G^r(\varepsilon) G^r(\varepsilon + \omega) + G^a(\varepsilon) G^a(\varepsilon + \omega)] \quad (3.89)$$

### 3.1.2 L'approximation de la bande large

Laissez-nous d'abord réécrire le  $I(I^*)$  intégrales utilisant la largeur de bande  $\Gamma$  et en remplaçant la  $g_k^{0,r}$  et  $g_k^{0,a}$  :

$$I_L^{(*)}(\varepsilon) = \int \frac{\Gamma_L(\varepsilon_k)}{\varepsilon - \varepsilon_k \pm i\delta} \frac{d\varepsilon_k}{2\pi} \quad (3.90)$$

Dans cette approximation, la largeur de bande  $\Gamma_L$  n'est pas dépendant de l'énergie. En conséquence, on peut sortir  $\Gamma$  à des intégrales et écrire à nouveau l'expression de bruit. Donc, les intégrales ci-dessus peuvent être écrites comme :

$$I_L^{(*)}(\varepsilon) = \Gamma_L \int \frac{1}{\varepsilon - \varepsilon_k \pm i\delta} \frac{d\varepsilon_k}{2\pi} \quad (3.91)$$

Nous voulons évaluer la quantité  $I_L(\varepsilon) - I_L^*(\varepsilon + \omega)$ , pour cela nous appliquons le changement de variables  $\varepsilon_k - \omega = \varepsilon_m$  à  $I_L^*(\varepsilon + \omega)$ , il devient :

$$\dot{I}_L^{(*)}(\varepsilon) = \Gamma_L \int \frac{1}{\varepsilon - \varepsilon_m \pm i\delta} \frac{d\varepsilon_m}{2\pi} \quad (3.92)$$

Ce qui implique que nous évaluons la relation recherchée comme :

$$I_L(\varepsilon) - I_L^*(\varepsilon + \omega) = I_L(\varepsilon) - \dot{I}_L^*(\varepsilon) = \frac{\Gamma_L}{2\pi} \int d\varepsilon_k \left( g_k^{0,r}(\varepsilon) - g_k^{0,a}(\varepsilon) \right) \quad (3.93)$$

et en utilisant la relation  $g^r - g^a = g^> - g^<$  on trouve :

$$\dot{I}_L(\varepsilon) - \dot{I}_L^*(\varepsilon) = -i\Gamma_L \quad (3.94)$$

La même approche est valable pour les autres quantités, nous avons :

$$I_L^*(\varepsilon) - I_L(\varepsilon + \omega) = i\Gamma_L \quad (3.95)$$

et :

$$\|I_L(\varepsilon) - I_L^*(\varepsilon + \omega)\|^2 = \Gamma_L^2 \quad (3.96)$$

L'équation(2.111) peut être écrite comme suit :

$$\begin{aligned} S_{LL}(\omega) = & \frac{e^2}{h} \int d\varepsilon [i[n_L(\varepsilon) \Gamma_L (G^r(\varepsilon + \omega) - G^a(\varepsilon + \omega)) \\ & + n_L(\varepsilon) \Gamma_L G^<(\varepsilon + \omega) - G^<(\varepsilon) [1 - n_L(\varepsilon + \omega)] \Gamma_L] \\ & + G^>(\varepsilon + \omega) \Gamma_L n_L(\varepsilon) \Gamma_L [G^r(\varepsilon) - G^a(\varepsilon)] \\ & - G^<(\varepsilon) [1 - n_L(\varepsilon + \omega)] \Gamma_L \Gamma_L [G^r(\varepsilon + \omega) - G^a(\varepsilon + \omega)] \\ & + G^<(\varepsilon) \Gamma_L G^>(\varepsilon + \omega) \Gamma_L \\ & - n_L(\varepsilon) \Gamma_L [1 - n_L(\varepsilon + \omega)] \Gamma_L [G^r(\varepsilon) G^r(\varepsilon + \omega) + G^a(\varepsilon) G^a(\varepsilon + \omega)]] \end{aligned} \quad (3.97)$$

Introduisons maintenant la relation  $G^> = G^< + G^r - G^a$ , ce qui donne :

$$\begin{aligned} S_{LL}(\omega) = & \frac{e^2}{h} \int d\varepsilon [i[n_L(\varepsilon) \Gamma_L (G^r(\varepsilon + \omega) - G^a(\varepsilon + \omega)) \\ & + n_L(\varepsilon) \Gamma_L G^<(\varepsilon + \omega) - G^<(\varepsilon) [1 - n_L(\varepsilon + \omega)] \Gamma_L] \\ & + G^<(\varepsilon + \omega) \Gamma_L n_L(\varepsilon) \Gamma_L [G^r(\varepsilon) - G^a(\varepsilon)] \\ & + [G^r(\varepsilon + \omega) - G^a(\varepsilon + \omega)] \Gamma_L n_L(\varepsilon) \Gamma_L [G^r(\varepsilon) - G^a(\varepsilon)] \\ & - G^<(\varepsilon) [1 - n_L(\varepsilon + \omega)] \Gamma_L \Gamma_L [G^r(\varepsilon + \omega) - G^a(\varepsilon + \omega)] \\ & + G^<(\varepsilon) \Gamma_L G^<(\varepsilon + \omega) \Gamma_L + G^<(\varepsilon) \Gamma_L [G^r(\varepsilon + \omega) - G^a(\varepsilon + \omega)] \Gamma_L \end{aligned}$$

$$-n_L(\varepsilon)\Gamma_L[1-n_L(\varepsilon+\omega)]\Gamma_L\Gamma_L[G^r(\varepsilon)G^r(\varepsilon+\omega)+G^a(\varepsilon)G^a(\varepsilon+\omega)] \quad (3.98)$$

qui est l'expression du bruit de fréquence finie non symétrisé dans le cas d'interaction sous les approximations de Hartree-Fock et à large bande. Le problème est comment définir le coefficient de transmission et comment introduire la fonction de distribution du réservoir droit  $n_R$ . Le plus important à noter est le fait que toute l'information sur le spin, le ferromagnétisme des réservoirs, ainsi que sur le spin et l'interaction spin-orbite est encodée dans le  $\Gamma_L$ .

### Le cas sans interaction

Dans ce cas, on peut utiliser les relations suivantes

$$G^<(\varepsilon) = -iG^r(\varepsilon)[n_L(\varepsilon)\Gamma_L + n_R(\varepsilon)\Gamma_R]G^a(\varepsilon) \quad (3.99)$$

$$[G^r(\varepsilon) - G^a(\varepsilon)] = iG^r(\varepsilon)[\Gamma_L + \Gamma_R]G^a(\varepsilon) \quad (3.100)$$

$$\begin{aligned} \Gamma_L\Gamma_L[G^r(\varepsilon)G^r(\varepsilon+\omega) + G^a(\varepsilon)G^a(\varepsilon+\omega)] &= [G^r(\varepsilon) - G^a(\varepsilon)]\Gamma_L[G^r(\varepsilon+\omega) - G^a(\varepsilon+\omega)]\Gamma_L \\ &+ G^r(\varepsilon)\Gamma_LG^a(\varepsilon+\omega)\Gamma_LG^a(\varepsilon)\Gamma_L \end{aligned} \quad (3.101)$$

Ceci conduit à la relation suivante :

$$\begin{aligned} S_{LL}(\omega) &= \frac{e^2}{h} \int d\varepsilon [n_L(\varepsilon)\Gamma_LG^r(\varepsilon+\omega)[\Gamma_L + \Gamma_R]G^a(\varepsilon+\omega) \\ &- n_L(\varepsilon)\Gamma_LG^r(\varepsilon+\omega)[n_L(\varepsilon+\omega)\Gamma_L + n_R(\varepsilon+\omega)\Gamma_R]G^a(\varepsilon+\omega) \\ &+ [1 - n_L(\varepsilon+\omega)]\Gamma_LG^r(\varepsilon)[n_L(\varepsilon)\Gamma_L + n_R(\varepsilon)\Gamma_R]G^a(\varepsilon) \\ &+ G^r(\varepsilon+\omega)[n_L(\varepsilon+\omega)\Gamma_L + n_R(\varepsilon+\omega)\Gamma_R]G^a(\varepsilon+\omega)n_L(\varepsilon)\Gamma_L\Gamma_LG^r(\varepsilon)[\Gamma_L + \Gamma_R]G^a(\varepsilon) \\ &- G^r(\varepsilon+\omega)[\Gamma_L + \Gamma_R]G^a(\varepsilon+\omega)n_L(\varepsilon)\Gamma_L\Gamma_LG^r(\varepsilon)[\Gamma_L + \Gamma_R]G^a(\varepsilon) \\ &- G^r(\varepsilon)[n_L(\varepsilon)\Gamma_L + n_R(\varepsilon)\Gamma_R]G^a(\varepsilon)[1 - n_L(\varepsilon+\omega)]\Gamma_L\Gamma_LG^r(\varepsilon+\omega)[\Gamma_L + \Gamma_R]G^a(\varepsilon+\omega) \\ &- G^r(\varepsilon)[n_L(\varepsilon)\Gamma_L + n_R(\varepsilon)\Gamma_R]G^a(\varepsilon)\Gamma_L\Gamma_LG^r(\varepsilon+\omega)[n_L(\varepsilon+\omega)\Gamma_L + n_R(\varepsilon+\omega)\Gamma_R]G^a(\varepsilon+\omega) \\ &+ G^r(\varepsilon)[n_L(\varepsilon)\Gamma_L + n_R(\varepsilon)\Gamma_R]G^a(\varepsilon)\Gamma_L\Gamma_LG^r(\varepsilon+\omega)[\Gamma_L + \Gamma_R]G^a(\varepsilon+\omega) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& +n_L(\varepsilon) [1 - n_L(\varepsilon + \omega)] G^r(\varepsilon) [\Gamma_L + \Gamma_R] G^a(\varepsilon) \Gamma_L \Gamma_L G^r(\varepsilon + \omega) [\Gamma_L + \Gamma_R] G^a(\varepsilon + \omega) \\
& -n_L(\varepsilon) [1 - n_L(\varepsilon + \omega)] [G^r(\varepsilon) \Gamma_L G^a(\varepsilon + \omega) \Gamma_L + G^r(\varepsilon + \omega) \Gamma_L G^a(\varepsilon) \Gamma_L] \quad (3.102)
\end{aligned}$$

Le développement de ces termes conduit à trois contributions :

$$\begin{aligned}
U(\omega) &= n_L(\varepsilon) \Gamma_L G^r(\varepsilon + \omega) \Gamma_L G^a(\varepsilon + \omega) + n_L(\varepsilon) \Gamma_L G^r(\varepsilon + \omega) \Gamma_R G^a(\varepsilon + \omega) \\
& -n_L(\varepsilon) \Gamma_L G^r(\varepsilon + \omega) n_L(\varepsilon + \omega) \Gamma_L G^a(\varepsilon + \omega) - n_L(\varepsilon) \Gamma_L G^r(\varepsilon + \omega) n_R(\varepsilon + \omega) \Gamma_R G^a(\varepsilon + \omega) \\
& +\Gamma_L [1 - n_L(\varepsilon + \omega)] G^r(\varepsilon) n_L(\varepsilon) \Gamma_L G^a(\varepsilon) + \Gamma_L [1 - n_L(\varepsilon + \omega)] G^r(\varepsilon) n_R(\varepsilon) \Gamma_R G^a(\varepsilon) \quad (3.103)
\end{aligned}$$

La deuxième contribution provient des termes non-disparus générés par le prochain cinq lignes de l'équation (2.126). La contribution se lit comme suit :

$$\begin{aligned}
V(\omega) &= G^r(\varepsilon + \omega) n_R(\varepsilon + \omega) \Gamma_R G^a(\varepsilon + \omega) n_L(\varepsilon) \Gamma_L \Gamma_L G^r(\varepsilon) \Gamma_R G^a(\varepsilon) \\
& -G^r(\varepsilon + \omega) \Gamma_R G^a(\varepsilon + \omega) n_L(\varepsilon) \Gamma_L \Gamma_L G^r(\varepsilon) \Gamma_R G^a(\varepsilon) \\
& -\Gamma_L G^r(\varepsilon) n_R(\varepsilon) \Gamma_R G^a(\varepsilon) \Gamma_L G^r(\varepsilon + \omega) n_R(\varepsilon + \omega) \Gamma_R G^a(\varepsilon + \omega) \\
& -G^r(\varepsilon) n_R(\varepsilon) \Gamma_R G^a(\varepsilon) [1 - n_L(\varepsilon + \omega)] \Gamma_L \Gamma_L G^r(\varepsilon + \omega) \Gamma_R G^a(\varepsilon + \omega) \\
& +\Gamma_L G^r(\varepsilon) n_R(\varepsilon) \Gamma_R G^a(\varepsilon) \Gamma_L G^r(\varepsilon + \omega) \Gamma_R G^a(\varepsilon + \omega) \quad (3.104)
\end{aligned}$$

La troisième contribution provient des dernières lignes de l'équation (2.126) et contient deux termes non-disparus :

$$\begin{aligned}
W(\omega) &= n_L(\varepsilon) [1 - n_L(\varepsilon + \omega)] G^r(\varepsilon) \Gamma_R G^a(\varepsilon) \Gamma_L G^r(\varepsilon + \omega) \Gamma_R G^a(\varepsilon + \omega) \Gamma_L \\
& -n_L(\varepsilon) [1 - n_L(\varepsilon + \omega)] G^r(\varepsilon) \Gamma_L G^a(\varepsilon + \omega) \Gamma_L - n_L(\varepsilon) [1 - n_L(\varepsilon + \omega)] G^r(\varepsilon + \omega) \Gamma_L G^a(\varepsilon) \Gamma_L \quad (3.105)
\end{aligned}$$

Nous définissons maintenant le coefficient de transmission  $T_{L/R}(\varepsilon) = \Gamma_{L/R} G^r(\varepsilon) \Gamma_{L/R} G^a(\varepsilon + \omega)$  et l'amplitude de transmission  $t_{L/R}(\varepsilon) = \Gamma_{L/R} G^r(\varepsilon)$  et  $t_{L/R}^*(\varepsilon) = \Gamma_{L/R} G^a(\varepsilon)$ . nous réécrivons maintenant les trois contributions avec ces nouvelles quantités, nous avons :

$$U(\omega) = n_L(\varepsilon) T_L(\varepsilon + \omega) + n_L(\varepsilon) t_L(\varepsilon + \omega) t_R^*(\varepsilon + \omega) - n_L(\varepsilon) n_L(\varepsilon + \omega) T_L(\varepsilon + \omega)$$

$$\begin{aligned}
& -n_L(\varepsilon) n_R(\varepsilon + \omega) t_L(\varepsilon + \omega) t_R^*(\varepsilon + \omega) + [1 - n_L(\varepsilon + \omega)] n_L(\varepsilon) T_L(\varepsilon) \\
& \quad + [1 - n_L(\varepsilon + \omega)] n_R(\varepsilon) t_L(\varepsilon) t_R^*(\varepsilon), \tag{3.106}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
V(\omega) &= n_R(\varepsilon + \omega) n_L(\varepsilon) T_R(\varepsilon + \omega) T_L(\varepsilon) - n_L(\varepsilon) T_R(\varepsilon + \omega) T_L(\varepsilon) \\
& \quad - n_R(\varepsilon + \omega) n_R(\varepsilon) T_R(\varepsilon + \omega) T_L(\varepsilon) \\
& - n_R(\varepsilon) [1 - n_L(\varepsilon + \omega)] T_R(\varepsilon + \omega) T_L(\varepsilon) + n_R(\varepsilon) T_R(\varepsilon + \omega) T_L(\varepsilon) \tag{3.107}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
W(\omega) &= n_L(\varepsilon) [1 - n_L(\varepsilon + \omega)] T_R(\varepsilon + \omega) T_L(\varepsilon) \\
& - n_L(\varepsilon) [1 - n_L(\varepsilon + \omega)] t_L(\varepsilon) t_L^*(\varepsilon + \omega) - n_L(\varepsilon) [1 - n_L(\varepsilon + \omega)] t_L(\varepsilon + \omega) t_L^*(\varepsilon) \tag{3.108}
\end{aligned}$$

Le bruit est défini par  $S_{LL}(\omega) = \frac{e^2}{h} \int d\varepsilon [U + V + W]$ . Rejoindre les trois contributions ensemble donne :

$$\begin{aligned}
S_{LL}(\omega) &= \frac{e^2}{h} \int d\varepsilon [T_L(\varepsilon + \omega) n_L(\varepsilon) [1 - n_L(\varepsilon + \omega)] + T_L(\varepsilon) n_L(\varepsilon) [1 - n_L(\varepsilon + \omega)] \\
& \quad + t_L(\varepsilon + \omega) t_R^*(\varepsilon + \omega) n_L(\varepsilon) [1 - n_R(\varepsilon + \omega)] + t_L(\varepsilon) t_R^*(\varepsilon) n_R(\varepsilon) [1 - n_L(\varepsilon + \omega)] \\
& \quad + T_R(\varepsilon + \omega) T_L(\varepsilon) [n_L(\varepsilon) [1 - n_L(\varepsilon + \omega)] + n_R(\varepsilon) [1 - n_R(\varepsilon + \omega)] \\
& \quad \quad - n_L(\varepsilon) [1 - n_R(\varepsilon + \omega)] - n_R(\varepsilon) [1 - n_L(\varepsilon + \omega)]] \\
& \quad - n_L(\varepsilon) [1 - n_L(\varepsilon + \omega)] [t_L(\varepsilon) t_L^*(\varepsilon + \omega) + t_L(\varepsilon + \omega) t_L^*(\varepsilon)], \tag{3.109}
\end{aligned}$$

après quelques arrangements, on obtient l'expression du bruit non-symétrisé à fréquence finie dans le cadre de l'approximation de Hartree-Fock :

$$\begin{aligned}
S_{LL}(\omega) &= \frac{e^2}{h} \int d\varepsilon [n_L(\varepsilon) [1 - n_L(\varepsilon + \omega)] [T_R(\varepsilon + \omega) T_L(\varepsilon) + |t_L(\varepsilon) - t_L(\varepsilon + \omega)|^2] \\
& \quad + T_R(\varepsilon + \omega) T_L(\varepsilon) n_R(\varepsilon) [1 - n_R(\varepsilon + \omega)] \\
& \quad + n_L(\varepsilon) [1 - n_R(\varepsilon + \omega)] [t_L(\varepsilon + \omega) t_R^*(\varepsilon + \omega) - T_R(\varepsilon + \omega) T_L(\varepsilon)] \\
& \quad + n_R(\varepsilon) [1 - n_L(\varepsilon + \omega)] [t_L(\varepsilon) t_R^*(\varepsilon) - T_L(\varepsilon + \omega) T_R(\varepsilon)]] \tag{3.110}
\end{aligned}$$

avec  $|t_L(\varepsilon) - t_L(\varepsilon + \omega)|^2 = T_L(\varepsilon + \omega) + T_L(\varepsilon) - t_L(\varepsilon) t_L^*(\varepsilon + \omega) - t_L(\varepsilon + \omega) t_L^*(\varepsilon)$

### 3.1.3 Barrières symétriques

Dans ce cas, la largeur de bande dans les deux réservoirs est supposée égale à  $\Gamma_L = \Gamma_R$ . Comme conséquence, les coefficients de transmission et les amplitudes de transmission sont sans index. À partir de l'équation(2.134) et en utilisant cette propriété, on peut écrire le expression du bruit :

$$\begin{aligned}
S_{LL}(\omega) = & \frac{e^2}{h} \int d\varepsilon [n_L(\varepsilon) [1 - n_R(\varepsilon + \omega)] [T(\varepsilon + \omega) T(\varepsilon) + |t_L(\varepsilon) - t_L(\varepsilon + \omega)|^2] \\
& + T(\varepsilon + \omega) T(\varepsilon) n_R(\varepsilon) [1 - n_R(\varepsilon + \omega)] \\
& + n_L(\varepsilon) [1 - n_R(\varepsilon + \omega)] T(\varepsilon + \omega) [1 - T(\varepsilon)] \\
& n_R(\varepsilon) [1 - n_R(\varepsilon + \omega)] T(\varepsilon) [1 - T(\varepsilon + \omega)]] \quad (3.111)
\end{aligned}$$

### 3.1.4 Le bruit symétrisé

Il est très intéressant de calculer le bruit symétrisé afin de comparer avec des travaux antérieurs. Le bruit symétrisé est défini comme :

$$S_{sym} = \frac{S(\omega) + S(-\omega)}{2} \quad (3.112)$$

Nous pouvons écrire directement  $S(-\omega)$  à partir de l'équation(2.135) :

$$\begin{aligned}
S_{LL}(-\omega) = & \frac{e^2}{h} \int d\varepsilon n_L(\varepsilon) [1 - n_R(\varepsilon - \omega)] [T(\varepsilon + \omega) T(\varepsilon) + |t_L(\varepsilon) - t_L(\varepsilon - \omega)|^2] \\
& + T(\varepsilon - \omega) T(\varepsilon) n_R(\varepsilon) [1 - n_R(\varepsilon - \omega)] \\
& + n_L(\varepsilon) [1 - n_R(\varepsilon - \omega)] T(\varepsilon - \omega) [1 - T(\varepsilon)] \\
& n_R(\varepsilon) [1 - n_R(\varepsilon - \omega)] T(\varepsilon) [1 - T(\varepsilon - \omega)], \quad (3.113)
\end{aligned}$$

on met le changement de variables  $\varepsilon - \omega = \varepsilon'$  avec donne  $\varepsilon = \varepsilon' + \omega$  . On obtient :

$$\begin{aligned}
S_{LL}(-\omega) = & \frac{e^2}{h} \int d\varepsilon' [n_L(\varepsilon' + \omega) [1 - n_R(\varepsilon')] [T(\varepsilon') T(\varepsilon' + \omega) + |t_L(\varepsilon') - t_L(\varepsilon' + \omega)|^2] \\
& + T(\varepsilon' + \omega) T(\varepsilon') n_R(\varepsilon' + \omega) [1 - n_R(\varepsilon')] \\
& + n_L(\varepsilon' + \omega) [1 - n_R(\varepsilon')] T(\varepsilon') [1 - T(\varepsilon' + \omega)] \\
& n_R(\varepsilon' + \omega) [1 - n_R(\varepsilon')] T(\varepsilon' + \omega) [1 - T(\varepsilon')]] \quad (3.114)
\end{aligned}$$

L'utilisation de ces deux expressions sur peut enfin écrire le bruit symétrisé :

$$\begin{aligned}
S_{sym}(\omega) &= \frac{e^2}{h} \int d\varepsilon [ \\
&\times [T(\varepsilon) T(\varepsilon + \omega) + |t(\varepsilon) - t(\varepsilon - \omega)|^2] (n_L(\varepsilon) [1 - n_L(\varepsilon - \omega)] + n_L(\varepsilon + \omega) [1 - n_L(\varepsilon)]) \\
&+ T(\varepsilon + \omega) T(\varepsilon) (n_R(\varepsilon) [1 - n_R(\varepsilon + \omega)] + n_R(\varepsilon + \omega) [1 - n_R(\varepsilon)]) \\
&+ T(\varepsilon + \omega) [1 - T(\varepsilon)] (n_L(\varepsilon) [1 - n_R(\varepsilon + \omega)] + n_R(\varepsilon + \omega) [1 - n_L(\varepsilon)]) \\
&+ T(\varepsilon) [1 - T(\varepsilon + \omega)] (n_R(\varepsilon) [1 - n_L(\varepsilon + \omega)] + n_L(\varepsilon + \omega) [1 - n_R(\varepsilon)]) ] \quad (3.115)
\end{aligned}$$

Nous définissons maintenant la quantité suivante :

$$F_{\alpha,\beta} = n_\alpha(\varepsilon) [1 - n_\beta(\varepsilon + \omega)] + n_\beta(\varepsilon) [1 - n_\alpha(\varepsilon + \omega)] [1 - n_\alpha(\varepsilon)], \quad (3.116)$$

le bruit de fréquence finie symétrisé devient :

$$\begin{aligned}
S_{sym}(\omega) &= \frac{e^2}{h} \int d\varepsilon [ [T(\varepsilon) T(\varepsilon + \omega) + |t(\varepsilon) - t(\varepsilon - \omega)|^2] F_{L,L} \\
&+ T(\varepsilon + \omega) T(\varepsilon) F_{R,R} + T(\varepsilon + \omega) [1 - T(\varepsilon)] F_{L,R} + T(\varepsilon) [1 - T(\varepsilon + \omega)] F_{R,L} ] \quad (3.117)
\end{aligned}$$

Cette expression du bruit symétrisé correspond exactement à celle calculée . Pour mieux voir les processus physiques , il faut réécrire le bruit sous une autre forme :

$$\begin{aligned}
S_{sym}(\omega) &= \frac{e^2}{h} \int d\varepsilon [ [T(\varepsilon) (n_R(\varepsilon) [1 - n_L(\varepsilon + \omega)] + n_L(\varepsilon + \omega) [1 - n_R(\varepsilon)]) \\
&+ T(\varepsilon + \omega) (n_L(\varepsilon) [1 - n_R(\varepsilon + \omega)] + n_R(\varepsilon + \omega) [1 - n_L(\varepsilon)]) \\
&+ |t(\varepsilon) - t(\varepsilon - \omega)|^2 (n_L(\varepsilon) [1 - n_L(\varepsilon + \omega)] + n_L(\varepsilon + \omega) [1 - n_L(\varepsilon)]) \\
&- T(\varepsilon) T(\varepsilon + \omega) (2[n_L(\varepsilon)] - [n_R(\varepsilon)][n_L(\varepsilon + \omega)][n_R(\varepsilon + \omega)])], \quad (3.118)
\end{aligned}$$

cette forme correspond à celle calculée dans la référence . Les trois premiers termes dans l'équation (2.142) correspondent à un processus de transfert à un électron. La première ligne indique un transfert d'électron du conducteur droit avec une énergie  $\varepsilon$  vers la gauche conduire avec une énergie finale  $\varepsilon + \omega$  Dans la deuxième ligne se produit le transfert d'un électron entre le fil droit et le fil gauche, mais l'énergie initiale est égale à  $\varepsilon + \omega$  et le l'énergie finale est  $\varepsilon$ . Ces processus contribuent au bruit. Le dernier terme correspond à un processus de transfert de deux électrons.

## 3.2 La limite de fréquence zéro

### 3.2.1 Cas général

Prendre une fréquence nulle  $\omega = 0$  nous permet d'évaluer les intégrales IL. le l'argument de  $I_L$  et  $I_L^*$  n'est que  $\varepsilon$  Sur la base de l'expression du bruit (2.111), nous donnons les valeurs des différentes intégrales présentes dans cette expression. Nous commençons par  $I_L - I_L^*$  :

$$\begin{aligned}
 I_L(\varepsilon) - I_L^*(\varepsilon) &= \int d\varepsilon_k \Gamma_L(\varepsilon_k) [g_k^{0,r}(\varepsilon) - g_k^{0,a}(\varepsilon)] \\
 &= \int d\varepsilon_k \Gamma_L(\varepsilon_k) [g_k^{0,>}(\varepsilon) - g_k^{0,<}(\varepsilon)] \\
 &= -2i\pi \int d\varepsilon_k \Gamma_L(\varepsilon_k) \delta(\varepsilon - \varepsilon_k) \\
 &= -i\Gamma_L(\varepsilon). \tag{3.119}
 \end{aligned}$$

De la même manière nous obtenons pour  $I_L^* - I_L$  :

$$I_L^*(\varepsilon) - I_L(\varepsilon) = i\Gamma_L(\varepsilon), \tag{3.120}$$

et enfin le terme  $\|I_L - I_L^*\|^2$  :

$$\|I_L(\varepsilon) - I_L^*(\varepsilon)\|^2 = \Gamma_L(\varepsilon) \Gamma_L(\varepsilon). \tag{3.121}$$

Nous pouvons maintenant écrire l'expression de bruit (2.111) dans le  $\omega = 0$  limite :

$$S_{LL}(\omega = 0) = \frac{e^2}{h} \int d\varepsilon [i[n_L(\varepsilon) \Gamma_L(\varepsilon) (G^r(\varepsilon) - G^a(\varepsilon))$$

Body Math

$$+n_L(\varepsilon) \Gamma_L(\varepsilon) G^<(\varepsilon) - G^<(\varepsilon) [1 - n_L(\varepsilon)] \Gamma_L(\varepsilon)]$$

Body Math

$$+G^>(\varepsilon) n_L(\varepsilon) \Gamma_L(\varepsilon) \Gamma_L(\varepsilon) [G^r(\varepsilon) - G^a(\varepsilon)]$$

Body Math

$$+G^<(\varepsilon) [n_L(\varepsilon) - 1] \Gamma_L(\varepsilon) \Gamma_L(\varepsilon) [G^r(\varepsilon) - G^a(\varepsilon)]$$

Body Math

$$+G^<(\varepsilon) G^>(\varepsilon) \Gamma_L(\varepsilon) \Gamma_L(\varepsilon)$$

Body Math

$$-n_L(\varepsilon) \Gamma_L(\varepsilon) [1 - n_L(\varepsilon)] \Gamma_L(\varepsilon) [G^r(\varepsilon) G^r(\varepsilon) + G^a(\varepsilon) G^a(\varepsilon)]]. \tag{3.122}$$

En utilisant la relation  $G^> = G^r + G^< - G^a$ , on peut récupérer la relation (2.34, 2.57)

:

$$S_{LL}(\omega = 0) = \frac{e^2}{h} \int d\varepsilon [i[n_L(\varepsilon) \Gamma_L(\varepsilon) (G^r(\varepsilon) - G^a(\varepsilon)) + G^<(\varepsilon) \Gamma_L(\varepsilon) [2n_L(\varepsilon) - 1]]$$

$$\begin{aligned}
&+[G^r(\varepsilon) - G^a(\varepsilon)]n_L(\varepsilon)\Gamma_L(\varepsilon)\Gamma_L(\varepsilon)[G^r(\varepsilon) - G^a(\varepsilon)] \\
&+[G^r(\varepsilon) - G^a(\varepsilon)][2n_L(\varepsilon) - 1]\Gamma_L(\varepsilon)\Gamma_L(\varepsilon)G^<(\varepsilon) \\
&+G^<(\varepsilon)\Gamma_L(\varepsilon)\Gamma_L(\varepsilon)[G^r(\varepsilon) - G^a(\varepsilon)] \\
&+G^<(\varepsilon)\Gamma_L(\varepsilon)G^<(\varepsilon)\Gamma_L(\varepsilon)
\end{aligned}$$

$$-n_L(\varepsilon)[1 - n_L(\varepsilon)]\Gamma_L(\varepsilon)\Gamma_L(\varepsilon)[G^r(\varepsilon)G^r(\varepsilon) + G^a(\varepsilon)G^a(\varepsilon)]. \quad (3.123)$$

L'équation (2.147) est une expression de bruit à fréquence nulle dans un cas général (interaction cas) dans l'approximation de Hartree-Fock. En comparaison avec l'éq(2.34, 2.57)uation d'après la référence [2], il existe un facteur 2 dû au bruit symétrisé.

### 3.2.2 Le cas sans interaction

On peut utiliser les relations suivantes [2] :

$$G^<(\varepsilon) = -iG^r(\varepsilon)[n_L(\varepsilon)\Gamma_L(\varepsilon) + n_R(\varepsilon)\Gamma_R(\varepsilon)]G^a(\varepsilon), \quad (3.124)$$

$$[G^r(\varepsilon) - G^a(\varepsilon)] = iG^r(\varepsilon)[\Gamma_L(\varepsilon) + \Gamma_R(\varepsilon)]G^a(\varepsilon), \quad (3.125)$$

$$\begin{aligned}
\Gamma_L(\varepsilon)\Gamma_L(\varepsilon)[G^r(\varepsilon)G^r(\varepsilon) + G^a(\varepsilon)G^a(\varepsilon)] &= [G^r(\varepsilon) - G^a(\varepsilon)]\Gamma_L(\varepsilon)[G^r(\varepsilon) - G^a(\varepsilon)]\Gamma_L(\varepsilon) \\
&+2G^r(\varepsilon)\Gamma_L(\varepsilon)G^a(\varepsilon)\Gamma_L(\varepsilon).
\end{aligned} \quad (3.126)$$

Définir le coefficient de transmission comme :

$$T_{LR}(\varepsilon) = \Gamma_L(\varepsilon)G^a(\varepsilon)\Gamma_R(\varepsilon)G^r(\varepsilon), \quad (3.127)$$

et en faisant des calculs , on trouve l'expression finale de la bruit de fréquence zéro, ce qui est en correspondance avec la formule de Büttiker du bruit :

$$\begin{aligned}
S_{LL}(\omega = 0) &= \frac{e^2}{h} \int d\varepsilon [[n_L(\varepsilon)[1 - n_L(\varepsilon)] + n_R(\varepsilon)[1 - n_R(\varepsilon)]]T_{LR}(\varepsilon) \\
&+[n_L(\varepsilon) - n_R(\varepsilon)]^2T_{LR}(\varepsilon)[1 - T_{LR}(\varepsilon)].
\end{aligned} \quad (3.128)$$

# Conclusion

Dans ce travail nous avons calculer le bruit non symétrisé à fréquence finie pour un point quantique en interaction connecté à deux réservoirs ferromagnétiques. Nous avons pris un Hamiltonien qui tient compte de l'interaction coulombienne ainsi qu'un couplage spin-orbite résultant des effets magnétiques. Le point quantique est considéré comme multi-niveaux. Nous nous sommes intéressé en particulier à l'auto-corrélation  $S_{LL}$ . Le calcul est similaire pour l'autre auto-corrélation ainsi que pour les corrélations croisées. Dans ce calcul, nous nous sommes appuyés sur le formalisme de Green-Keldysh dans le cadre du théorème de Wick. Nous avons pu obtenir une expression pour le bruit non symétrisé à fréquence finie compatible avec la littérature. Les coefficients de transmission et de réflexion sont définis à partir des fonctions de Green retardée et avancée du point quantique en interaction. Ces coefficients encode toute l'information sur le système, à savoir l'interaction, ainsi que tous les effets magnétiques et les effets de spin. La difficulté réside maintenant dans la détermination de ces coefficients qui se calculent numériquement à partir des fonctions de Green. Une expression du type Modèle d'Anderson n'est pas envisageable car elle ne tiens pas compte des effets magnétiques et des interactions.

# Bibliographie

- [1] V. Khlus, Sov . Phys. JETP **66**, 1243 (1987).
- [2] G. Lesovik, JETP Lett **49**, 592 (1989).
- [3] M. Büttiker, Phys. Rev. B **46**, 12485 (1992).
- [4] Y. blanter and M. Büttiker, Physics Reports **336**, (2000).
- [5] T. Martin and R. Landauer, Phys. Rev. B **45**, 1742 (1992).
- [6] M. Reznikov, M. Heiblum, H Shrikman, and D. Mahalu, Phys. Rev. Lett. **75**, 3340 (1995).
- [7] A. Kumar, L. Saminadayar, D.C. Glattli, Y. Jin, and B. Etienne, Phys. Rev. Lett. **76**, 2778 (1996).
- [8] R. Schoelkopf, P. Burke, A. Kozhevnikov, D. Prober, and M. Rook, Phys. Rev. Lett. **78**, 3370 (1997).
- [9] R. Deblock, E. Onac, L. Gurevich, and L. Kouwenhoven, Science **301**, 203 (2003).
- [10] G.B. Lesovik and R. Loosen, Pisma Zh. Eksp. Teor. Fiz. **65**, 280 (1997) [JETP Lett. 65, 295 (1997)].
- [11] E. Onac, F. Balestro, B. Trauzettel, C.F.J. Lodewijk, and L. P. Kouwenhoven, Phys. Rev. Lett. **96**, 026803 (2006).
- [12] O. Parlavecchio, C. Altimiras, J.-R. Souquet, P. Simon, I. Safi, P. Joyez, D. Vion, P. Roche, D. Esteve, and F. Portier, Phys. Rev. Lett. **114**, 126801 (2015).
- [13] H.-A. Engel and D. Loss, Phys. Rev. Lett. **93**, 136602 (2004).
- [14] B. Roussel, P. Degiovanni, and I. Safi, Phys. Rev. B **93**, 045102 (2016).
- [15] R. Zamoum, M. Lavagna, and A. Crépieux. Phys. Rev. B **93**, 235449 (2016). ArXiv :1511.08738.
- [16] B. Roussel, P. Degiovanni, and I. Safi, Phys. Rev. B **93**, 045102 (2016).
- [17] C.W.J. Beenakker and H. Schomerus, Phys. Rev. Lett. **86**, 700 (2001).
- [18] A. L. Grimsmo, F. Qassemi, B. Reulet, and A. Blais, Phys. Rev. Lett. **116**, 043602 (2016).
- [19] M. Büttiker, Phys. Rev. B **45**, 3807 (1992).
- [20] Y.V. Nazarov and Y.M. Blanter, in Quantum Transport :Introduction to Nanoscience, Cambridge University Press(2009).
- [21] P.-M. Billangeon, F. Pierre, H. Bouchiat, and R. Deblock, Phys. Rev. Lett **96**, 136804 (2006).
- [22] E. Zakka-Bajjani, J. S´egala, F. Portier, P. Roche, D.C. Glattli, A. Cavanna, and Y. Jin, Phys. Rev. Lett **99**, 236803 (2007).

- [23] Eva Zakka Bajjani. Bruit de grenaille quantique électronique et statistique de photons microondes. Physique [physics]. Université Pierre et Marie Curie - Paris VI, 2009. France.
- [24] J. B. Johnson, Phys. Rev. **32**, 97 (1928).
- [25] H. Nyquist, Phys. Rev. **32**, 97 (1928).
- [26] W. Schottky, Annalen der Physik, **57**, 541 (1918).
- [27] L. Saminadayar, D. C. Glattli, Y. Jin et B. Etienne, Phys. Rev. Lett., **79**, 2526 (1997).
- [28] R. de Picciotto, , M. Reznikov, M. Heiblum, V. Umansky, G. Bunin, et D. Mahalu, Nature, **389** :162 (1997).
- [29] L. D. Landau et E. M. Lifshitz. Statistical Physics part. 1. Butterworth Heinemann (1997).
- [30] R.A. Webb, S. Washburn, C. P. Umbach, and R.B. Laibowitz, Phys. Rev. Lett, 54(2696), 1985.
- [31] G. B. Lesovik, JETP Lett. **49**, 594 (1989).
- [32] M. Büttiker et R. Landauer, Phys. Rev. Lett. **49**, 1739 (1982).
- [33] T. Martin et R. Landauer. Phys. Rev. B **45**, 1742 (1992).
- [34] R. Landauer, Z. Phys. B **68**, 217 (1987).
- [35] M. Büttiker. Phys. Rev. Lett. **65**, 2901 (1990).
- [36] H. E. van den Brom et J. M. van Ruitenbeek, Phys. Rev. Lett. **82**, 1526 (1999).
- [37] M. Reznikov, M. Heiblum, H. Shtrikman et D. Mahalu, Phys. Rev. Lett. **75**, 3340 (1995).
- [38] L. Di Carlo. Phys. Rev. Lett. **97**, 036810 (2006).
- [39] F. M. Souza, A. P. Jauho, and J. C. Egues, Phys. Rev. B. **78**, 155303 (2008).

## Résumé

الهدف هو دراسة خصائص مادة صلبة أبعاد صغيرة التي يتناولها هذا الموضوع فيزياء المادة المكثفة ، فيزياء المايكروسكوبي حاولت النظريات أن تفهم وتصف الظاهرة التي تميز مقياس الميزوسكوبي ، التي نهتم بشكل خاص بالضوضاء او الأكثر علي وجه

التحديد الى الارتباطات الحالية, في هذا الجانب من الجسيمات الفيزيائيين المهتمين بالمادة الحالية لهذا قمنا في هذا العمل ، حساب الضوضاء غير المتماثلة عند تردد النقطة كمومية متصلة بخزانين مغنطيسيين ، باستعمال الشكلية كجزء من نظرية Keldysh.

قياس الضوضاء الزائدة وهو الفرق بين الضوضاء الجهد غير صفرية والضوضاء عند الجهد صفر.

L'objectif est d'étudier les propriétés d'un petit matériau unidimensionnel couvert par le sujet de la physique de la matière condensée, la physique du mésoscopique.

Les théories ont tenté de comprendre et de décrire le phénomène qui caractérise l'échelle mésoscopique, particulièrement concerné par le bruit.

Dans ce travail, nous avons calculé le bruit non symétrisé à fréquence finie d'un point quantique connecté à deux réservoirs magnétiques en utilisant le formalisme de Keldysh dans le cadre du théorème de Wick.

Dans l'expérience, le bruit en excès est mesuré est la différence entre le bruit de tension non nulle et le bruit à tension nulle.

The aim is to study the properties of a small dimensional material covered by the subject of condensed matter physics, the mesoscopic physics.

Theories have attempted to understand and describe the phenomenon that characterizes the mesoscopic scale, particularly concerned with noise.

In this work, we calculated the unsymmetrical noise at the frequency of the quantum dot connected to two magnetic reservoirs. Using the formalism of Keldysh under consideration of Wick's theorem.

In the experience, the excess noise is measured, which is the difference between non-zero voltage noise and zero voltage noise