

Ordre...../F.S.S.A/UAMOB/2020

**REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE
MINISTRE DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR ET DE LA RECHERCHE
SCIENTIFIQUE
UNIVERSITE AKLI MOHAND OULHADJE-BOUIRA**



Faculté des Sciences et des Sciences Appliquées
Département : **Génie Mécanique**

Mémoire de fin d'étude

Présenté par :

HALITIM Abdelhakim

SAADOUN Hamimi

En vue de l'obtention du diplôme de **Master 2en** :

Filière : **Génie Mécanique**

Option : **Énergétique**

Thème :

**Étude numérique de la convection mixte avec source de chaleur localisée
dans des cavités carrées**

Devant le jury composé de :

.....	UAMOB	Président
Ahmanache Abdennacer	Enseignant Chercheur	UAMOB	Encadreur
.....	UAMOB	Examineur
.....	UAMOB	Examineur

Année Universitaire 2019/2020

Remerciements

Nous tenons à remercier tout d'abord le bon Dieu qui nous a donné la volonté de réaliser ce travail.

*En premier lieu nous tenons à remercier chaleureusement, notre encadreur : **Dr. Abdennacer Ahmanache** qui n'a épargné aucun effort pour nous aider et diriger durant la réalisation de ce modeste travail. Nous sommes très reconnaissants pour la patience dont il a fait preuve le long de cette étude.*

Nous exprimons notre profonde gratitude au président et aux membres du Jury qui ont accepté d'évaluer notre travail.

Nous exprimons également notre profonde gratitude à tous les enseignants du département de Génie mécanique,

Enfin, nous remercions toutes les personnes qui ont contribué de près ou de loin, à la réalisation de ce travail.

Merci

Dédicaces

Je dédie ce modeste travail

A

Ma mère

Mon père

Mes sœurs et frères

*Toute la promotion génie mécanique énergétique
Et tous ceux qui m'ont aidé et encouragé.*

Hamimi

Dédicaces

Je dédie ce modeste travail

A

Ma mère

Mon père

Ma femme et mes enfants

Mes sœurs et frères

Toute ma famille

Tous mes proches

Toute la promotion génie mécanique énergétique

Et tous ceux qui m'ont aidé et encouragé.

Abdelhakim

RESUME

Le travail exposé dans ce mémoire, porte sur l'étude numérique de la convection mixte avec source de chaleur localisée dans des cavités carrées.

La géométrie étudiée est une cavité carrée dont les parois latérales sont différentiellement chauffées, la paroi supérieure refroidie est soumise à une vitesse constante et la paroi inférieure est adiabatique avec une source de chaleur localisée.

Dans ce travail, une étude détaillée sur le transfert de chaleur par convection naturelle, forcée et mixte est présentée. Une revue bibliographique sur les travaux les plus importants trouvés dans la littérature pour les configurations physiques étudiées est présentée.

L'étude numérique a été réalisée avec la version académique et gratuite du code ANSTYS/Fluent [11] cela nous a permis d'étudier l'effet du nombre de Richardson sur l'écoulement du fluide interne, à travers la fonction courant, et sur le champ de température et d'estimer ainsi les transferts de chaleur à travers le nombre adimensionnel de Nusselt.

Mots clés : *convection naturelle, Convection mixte, cavité carrée, cavité entraînée, Ansys Académique fluent, Méthode des volumes finis.*

ABSTRACT

The work presented in this thesis focuses on the numerical study of mixed convection with a heat source located in square cavities.

The studied geometry is a square cavity whose side walls are differentially heated, the cooled upper wall is subjected to a constant speed and the lower wall is adiabatic with a localized heat source.

In this work, a detailed study on heat transfer by natural, forced and mixed convection is presented. A bibliographic review of the most important works found in the literature for the physical configurations studied is presented.

The numerical study was carried out with the academic and free version of the ANSTYS / Fluent code (refer to the web site) that allowed us to study the effect of the Richardson number on the internal fluid flow, through the current function, and on the temperature field and thus estimate the heat transfers through the dimensionless Nusselt number.

Keywords: *natural convection, mixed convection, square cavity, driven cavity, Ansys Academic fluent, finite volume method.*

ملخص

يركز العمل المقدم في هذه الرسالة على الدراسة الرقمية للحمل الحراري المختلط بمصدر حرارة يقع في تجاويف مربعة. الهندسة المدروسة عبارة عن تجاويف مربع يتم تسخين جدرانه الجانبية بشكل تفاضلي، ويتعرض الجدار العلوي المبرد إلى سرعة ثابتة والجدار السفلي ثابت الحرارة مع مصدر حرارة موضعي. في هذا العمل، تم تقديم دراسة مفصلة عن انتقال الحرارة بالحمل الحراري الطبيعي والقسري والمختلط. تم تقديم مراجعة ببليوغرافية لأهم الأعمال الموجودة في المنشورات العلمية. تم إجراء الدراسة الرقمية باستخدام الإصدار الأكاديمي المجاني من كود ANSYS / Fluent (راجع موقع الويب) الذي سمح لنا بدراسة تأثير العدد رينولدسون Re على تدفق السوائل الداخلية، من خلال الوظيفة الحالية، وعلى درجة الحرارة وبالتالي تقدير انتقال الحرارة من خلال العدد $Nusselt$ عديم الأبعاد. الكلمات المفتاحية: الحمل الحراري الطبيعي، الحمل الحراري المختلط، التجاويف المربع، التجاويف المتحرك Ansys ، الأكاديمي.

Table des matières

Nomenclature

Symboles grecques

Liste des tableaux

Liste des figures

Introduction Générale 1

I. Etude Bibliographique 3

I.1 Convection naturelle dans des cavités sans sources de chaleur 3

I.1.1 Gradient thermique vertical : 3

I.1.2 Gradient thermique horizontal (la cavité est différentiellement chauffée) 3

I.1.3 Gradient thermique multidirectionnel. 4

I.2 Cavités sans sources de chaleur : 4

I.2.1 Gradient thermique horizontal : parmi les travaux fait sur cette étude on a .. 4

I.2.2 Gradient thermique multidirectionnel : 5

I.3 Cavités avec sources de chaleur : 5

I.4 CONCLUSION 7

I.5 Généralité sur le transfert de chaleur 7

I.5.1 Introduction 7

I.5.2 Transfert de chaleur par conduction 7

I.5.3 Transfert de chaleur par rayonnement 7

I.5.4 Transfert de chaleur par convection 8

I.5.4.1 Les différents types de Convection 8

I.5.4.2 La Convection Naturelle 8

I.6 Les nombres sans dimension 9

I.6.1 Nombre de Reynolds 10

I.6.2 Nombre de Prandtl 10

I.6.3 Nombre de Nusselt 11

I.6.4 Nombre de Grashof 11

I.6.5 Nombre de Rayleigh 11

I.6.6	Le nombre de Richardson (Ri).....	12
I.7	La convection dans les cavités	13
I.7.1	Cavité avec gradient horizontal de température	14
I.7.2	Cavités avec gradient verticale de température	15
II.	FORMULATION MATHÉMATIQUE	17
II.1	Introduction	17
II.2	Géométrie du problème G De vahl Davis	17
II.3	Les équations gouvernant l'écoulement	17
II.3.1	Equation de continuité	17
II.3.2	Equation de quantité de mouvement	17
II.3.3	Equation de conservation d'énergie	18
II.4	Les hypothèses	18
II.5	Propriétés thermo-physiques.....	19
II.6	Equations du problème	20
II.6.1	Equations de continuité	20
II.6.2	Equations de quantité de mouvement.....	20
II.6.3	Equations de l'énergie	20
II.7	Les équations adimensionnelles	20
II.8	Conditions aux limites	21
II.9	Le Nombre de Nusselt	22
II.10	Le Coefficient d'échange convectif	23
III.	FORMULATION NUMÉRIQUE	26
III.1	Introduction :	26
III.2	Principe de la méthode des volumes finis	26
III.3	Discrétisation des équations par la méthode des volumes finis	26
III.4	Présentation du domaine sous forme des grilles (Maillage)	27
III.5	Mise en équations du problème et Modèle Mathématique	29
III.6	Discrétisation par la méthode des volumes finis	29
III.7	Présentation du logiciel de calcul.....	31
III.8	La version académique du logiciel ANSYS	31

III.9	Fluent :	31
III.9.1	Procédure sous "Fluent" :	32
III.9.1.1	Simple précision ou double précision :	32
III.9.1.2	Choix de la formulation du solveur :	32
III.9.1.3	Schémas de discrétisation :	33
III.9.1.4	Choix du schéma d'interpolation de la pression :	33
III.9.1.5	Choix de la méthode de couplage Pression-Vitesse :	33
III.9.1.6	Facteurs de relaxation :	34
III.9.2	Les avantages de la simulation numérique :	34
III.10	Conclusion :	35
III.11	Organigramme de calcul	36
IV.	Résultats et discussions	38
IV.1	Cavité différentiellement chauffée (G. De vahl Davis [3])	38
IV.1.1	Optimisation du maillage	38
IV.1.2	Effet du maillage sur la stabilité des résultats numérique	38
IV.1.2.1	Effet du maillage sur la solution numérique $Ra= 10^3$	38
IV.1.2.2	Effet du maillage sur la solution numérique $Ra= 10^4$	39
IV.1.2.3	Effet du maillage sur la solution numérique $Ra= 10^5$	40
IV.1.2.4	Effet du maillage sur la solution numérique $Ra= 10^6$	41
IV.1.3	Effet du nombre de Rayleigh les lignes de courant	42
IV.1.3.1	Interprétation des résultats de Champ thermique	45
IV.1.3.2	Interprétation des résultats Champ dynamique des lignes de courant	46
IV.1.4	Comparaisons des Résultats quantitatives	46
IV.2	Cavité avec source de chaleur (configuration de Sharif) [9]	47
IV.2.1	Effet du maillage sur la solution numérique (SHARIF [9])	48
IV.2.1.1	Effet du maillage sur les résultats numérique $Gr= 10^3$	48
IV.2.1.2	Effet du maillage sur les résultats numérique $Gr= 10^4$	49
IV.2.1.3	Effet du maillage sur les résultats numérique $Gr= 10^5$	50
IV.2.1.4	Effet du maillage sur les résultats numérique $Gr= 10^6$	51
IV.2.2	Effet du nombre de Grashof Gr les lignes de courant	52

IV.2.2.1	Variation de Nu en fonction de Nombre de Gr.....	56
IV.2.2.2	Variation de Tmax en fonction de Nombre de Gr	56
IV.3	Cavité entraînée (Ghia & Ghia [10]).....	57
IV.3.1	Variables adimensionnelles :	57
IV.3.2	Conditions aux limites :.....	58
IV.3.3	Effet du nombre de Reynolds Re sur les lignes de courant	59
IV.3.4	Etudes quantitative et comparatives des résultats.....	63
IV.3.4.1	U-vitesse le long de la ligne verticale, x=0.5.....	63
IV.3.4.2	V-Vitesse le long de la ligne horizontale, Y=0.5.....	63
IV.3.4.3	Résultats pour le tourbillon W du maillage : 129×129, Y=1	64
IV.3.4.4	Résultats pour le tourbillon W du maillage : 257×257 , Y=1	64
IV.4	Convection Mixte :.....	65
IV.4.1	Variables adimensionnelles :	65
IV.4.2	Les Cas d'études de la convection mixte :	67
IV.4.2.1	Le 1 ^{er} Cas : $Ri \gg 1$ la convection naturelle est dominante.....	67
IV.4.2.2	Le 2eme Cas $Ri \ll 1$ la convection forcée est dominante	68
IV.4.2.3	Le 3eme Cas $Ri=1$ la convection est dite mixte.....	70
Conclusion et Perspectives		73

Nomenclature

A	Surface de la partie chauffée	[m ²]
C _p	Chaleur spécifique à pression constante [J/k...k]	[J/kg.k]
g	Accélération de la gravite,	[m/s ²]
Gr	Nombre de Grashof	[-]
i,j	Coordonnées indicielle des nœuds	[-]
k	Conductivité thermique	[W/m. K]
L	Longueur de la cavité	[m]
Nu	Nombre de Nusselt local	[-]
P	Pression	[Pa]
Pr	Nombre de Prandtl	[-]
Ra	Nombre de Rayleigh	[-]
Re	Nombre de Reynolds	[-]
Ri	Nombre de Richardson	[-]
T	Température	[K]
u,v	Composantes des vitesses	[m/s]
V,U	Composantes adimensionnelles des vitesses	[-]
x,y	Coordonnées d'espace dimensionnelles	[m]
X,Y	Coordonnées d'espace adimensionnelles	[-]

Symboles grecques

α	Diffusivité thermique	[m ² /s]
β	Coefficient d'expansion thermique à pression constante	[1/ K]
θ	Température adimensionnelle	[-]
\varnothing	Variable dépendante générale	[-]
ν	Viscosité cinématique	[m ² /s]
μ	Viscosité dynamique	[kg /m ² .s]
ρ	Masse volumique	[kg/ m ³]
φ	«Fonction de dissipation» puissance locale des forces de viscosité	[w/ m ³]
ψ	Fonction de courant adimensionnelle	[-]
ω	Vorticité adimensionnelle	
Δ	Différence	

Liste des tableaux

Table 1: Nombres sans dimension utiles en convection.....	13
Table 2: Les propriétés thermo-physiques du fluide utilisé (l'air)	19
Table 3: Les conditions aux limites appliquées.	22
Table 4: Tableau récapitulatif des résultats de simulation	46
Table 5: Tableau récapitulatif des résultats	55
Table 6: U- vitesse le long de la ligne verticale	63
Table 7: V- Vitesse le long de la ligne horizontale	63
Table 8: Résultats pour le tourbillon W	64
Table 9: Résultats pour le tourbillon W	64
Table 10 : Les conditions aux limites appliquées	66

Liste des figures

Figure I.1: Schéma représentant la configuration de la convection de Rayleigh-Bénard ³	
Figure I.2: Schéma représentant la configuration de la convection De Vahl Davis	3
Figure I.3: La convection dans une cavité avec gradient horizontale de température ..	14
Figure I.4: La convection dans une cavité avec gradient verticale de température	15
Figure II.1: Géométrie du problème	17
Figure II.2: Les conditions aux limites.	22
Figure III.1: Schéma représentant le volume de contrôle bidimensionnel.....	27
Figure III.2: Schéma représentant le maillage décalé.....	28
Figure III.3: Organigramme de calcul.	36
Figure IV.1: Graphe de N_0 et Ψ max en fonction de Maillage $Ra=10E3$	39
Figure IV.2: Graphe de N_0 et Ψ max en fonction de Maillage $Ra=10E4$	40
Figure IV.3: Graphe de N_0 et Ψ max en fonction de Maillage $Ra=10E5$	41
Figure IV.4: Graphe de N_0 et Ψ max en fonction de Maillage $Ra=10E6$	42

Figure IV.5: Contours des isothermes pour $Ra= 10^3$	43
Figure IV.6: Contours des lignes de courant pour $Ra= 10^3$	43
Figure IV.7: Contours des isothermes pour $Ra= 10^4$	43
Figure IV.8: Contours des lignes de courant pour $Ra= 10^4$	44
Figure IV.9: Contours des isothermes pour $Ra= 10^5$	44
Figure IV.10: Contours des lignes de courant pour $Ra= 10^5$	44
Figure IV.11: Contours des isothermes pour $Ra= 10^6$	45
Figure IV.12: Contours des lignes de courant pour $Ra= 10^6$	45
Figure IV.13: Cavité avec source de chaleur.....	45
Figure IV.14: Graphe de Nu et Tmax en fonction de Maillage $Gr=10E3$	49
Figure IV.15: Graphe de Nu et Tmax en fonction de Maillage $Gr=10E4$	50
Figure IV.16: Graphe de Nu et Tmax en fonction de Maillage $Gr=10E5$	51
Figure IV.17: Graphe de Nu et Tmax en fonction de Maillage $Gr=10E6$	52
Figure IV.18: Contours des isothermes pour $Ga= 10^3$	52
Figure IV.19: Contours des lignes de courant pour $Ga= 10^3$	53
Figure IV.20: Contours des isothermes pour $Ga= 10^4$	53
Figure IV.21: Contours des lignes de courant pour $Ga= 10^4$	53
Figure IV.22: Contours des isothermes pour $Ga= 10^5$	54
Figure IV.23: Contours des lignes de courant pour $Ga= 10^5$	54
Figure IV.24: Contours des isothermes pour $Ga= 10^6$	54
Figure IV.25: Contours des isothermes pour $Ga= 10^6$	55
Figure IV.26: Nu en fonction de Nombre de Gr.....	56
Figure IV.27: Tmax en fonction de Nombre de Gr	56
Figure IV.28: Cavité entraînée.....	567
Figure IV.29: Ligne du courant pour $RE=100$. UNIFORM GRID (129x129).....	59
Figure IV.30: Ligne du courant pour $RE=400$. UNIFORM GRID (129x129).....	60
Figure IV.31: Ligne du courant pour $RE=400$. UNIFORM GRID (257x257).....	61

Figure IV.32: Ligne du courant pour $RE=1000$. UNIFORM GRID (129x129)	62
Figure IV.32: Ligne du courant pour $RE=1000$. UNIFORM GRID (129x129)	625
Figure IV.34: Stabilité de la valeur de Nu en fonction de Maillage pour $Ri \gg 1$	67
Figure IV.35: Stabilité de la valeur de Nu en fonction de Maillage pour $Ri < 1$	69
Figure IV.36: Stabilité de la valeur de Nu en fonction de Maillage pour $Ri = 1$	70

Introduction Générale

Introduction Générale

La simulation numérique des écoulements de fluide et des phénomènes de transferts thermiques, occupe une place très importante dans la recherche et l'industrie. La modélisation mathématique du phénomène est fondée sur les équations de la mécanique des fluides, couplées avec l'équation de l'énergie et leur résolution est rendue possible en utilisant une des nombreuses méthodes numériques. Parmi les méthodes les plus utilisées, on citera celle des éléments finis et volumes finis. Cette dernière est à l'origine de plusieurs code de calcul (CFD) comme le logiciel FLUENT, qu'on va utiliser par la suite dans notre travail.

Bien que les échanges thermiques se manifestent sous diverses formes rayonnement, conduction et convection, cette dernière est la plus visée dans certains domaines bien spécifiés tels que le refroidissement des processeurs et composants électroniques, les radiateurs et les échangeurs de chaleurs dans les procédés industriels etc. Le transfert de chaleur par convection est un phénomène très complexe car la solution dépend de plusieurs paramètres dont la géométrie du problème étudié, la nature du fluide, la nature de l'écoulement ...etc.

L'amélioration du transfert de chaleur par convection est l'objet principal de plusieurs travaux. Ainsi, un grand nombre de chercheurs ont mené une multitude d'études tant numériques qu'expérimentales sur la description des phénomènes gérant la convection tant naturelle que forcée ou mixte.

Dans ce présent travail, nous intéresserons à la convection naturelle d'un fluide incompressible et newtonien dans une cavité carrée différentiellement chauffée

(Configuration de De Vahl Davis), avec présence de la source de chaleur (configuration de Sharif), puis la convection dans une cavité entraînée (Configuration de Ghia) et on termine par une convection mixte qui est le résultat principal de cette étude.

CHAPITRE I : Etude Bibliographique et Théorique sur la Convection Naturelle

I. Etude Bibliographique

I.1 Convection naturelle dans des cavités sans sources de chaleur

Dans l'étude de la convection naturelle dans des cavités on distingue trois types de configurations :

I.1.1 Gradient thermique vertical :

La cavité qui est chauffée par le bas et refroidie par le haut correspond à la configuration de la convection de Rayleigh Bénard qui traite de la stabilité et le mouvement d'un fluide confiné entre deux plaques horizontales qui sont maintenues à des températures uniformes et distinctes (fig. I.1). La convection de Rayleigh-Bénard a une longue et riche histoire, elle a été étudiée durant des décennies aussi bien pour ses différentes applications industrielles que du point de vue recherche fondamentale

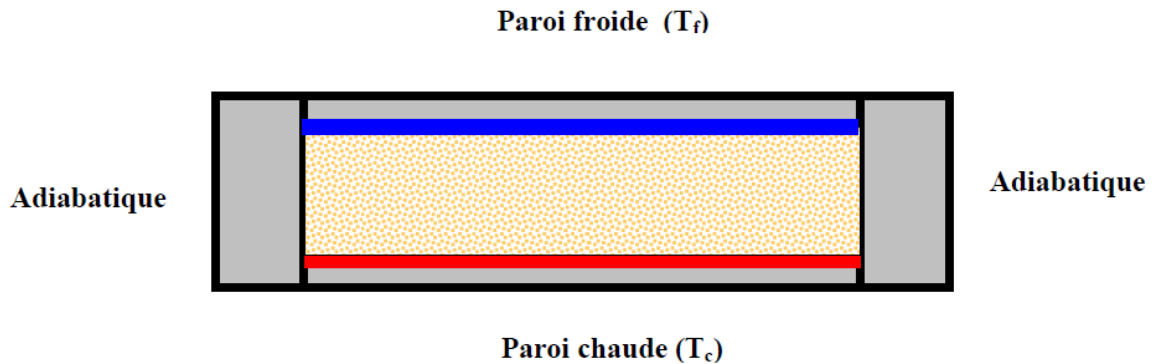


Figure I.1: Schéma représentant la configuration de la convection de Rayleigh-Bénard

I.1.2 Gradient thermique horizontal (la cavité est différentiellement chauffée)

Dans cette configuration, l'une des parois verticales est chauffée tandis que l'autre est refroidie, les parois horizontales étant considérées comme adiabatiques (Fig. I.2). Pour cette configuration, il n'y a pas de gradient critique de température et le fluide est alors ascendant le long de la paroi chaude et descendante le long de la paroi froide

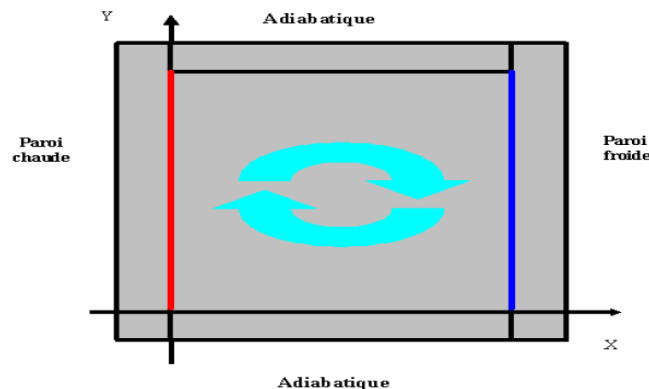


Figure I.2: Schéma représentant la configuration de la convection De Vahl Davis

I.1.3 Gradient thermique multidirectionnel.

Dans un travail de synthèse **Oztop [1]** passe en revue les différents travaux, aussi bien expérimentaux que de simulation numérique, concernant la convection naturelle dans des cavités, remplies de fluides simples ou de nano-fluides, contenant des sources de chaleur localisées. L'objectif de ce travail est d'examiner les effets du type et de la position des sources de chaleur ainsi que des différentes configurations et des conditions aux limites sur l'écoulement du fluide et le transfert de chaleur.

I.2 Cavités sans sources de chaleur :

I.2.1 Gradient thermique horizontal : parmi les travaux fait sur cette étude on a

➤ **Ostrach [2]**

Etude expérimentale de la stabilisation des gradients thermiques dans une enceinte rectangulaire a été faite par Ostrach et Raghavan (1954). Les flux correspondent à Pr d'ordre 10^4 et commande unitaire Gr . Il a été constaté que la réduction des vitesses dépendait du rapport hauteur / largeur, Gr (basé sur l'horizontale différence de température), et sur le rapport des différences de température verticales à horizontales. Il n'a pas été possible d'arrêter complètement l'écoulement généré par la différence de température horizontale dans la plage de gradients stabilisants imposés.

Une suite plus détaillée de ce travail a été faite par **Fu et Ostrach** (1981) dans lequel plus de données quantitatives étaient obtenues pour la même gamme de conditions dans une cavité carrée et quelques résultats numériques ont été obtenus. Les quatre murs de l'enceinte était soit chauffée, soit refroidie pour fournir les conditions aux limites. Pour une paire de données horizontal et vertical différences de température, ΔT_H et ΔT_V , il existe de nombreuses façons d'imposer les températures des murs. La plupart des travaux ont porté sur les cas dans lesquels les moyennes des températures verticales et horizontales étaient identiques, c'est-à-dire des cas symétriques. Certains cas asymétriques ont également été étudiés. Rationalise et les vitesses ont été déterminées par visualisation par injection de colorant et Les isothermes ont été mesurées par un thermocouple cuivre-constantan qui traversait le plan médian de l'enceinte. Les gradients de stabilisation provoquent le motif de ligne symétrique pour que le flux de base ($\Delta T_V = 0$) devienne un motif en forme de parallélogramme avec contre-rotation secondaire cellules apparaissant parfois dans deux coins diamétraux. Les isothermes sont stratifiées de manière beaucoup plus stable dans le noyau. La plus grande diminution du flux massique total était de 62 pour cent quand $\Delta T_V / \Delta T_H = 6$ est imposé symétriquement. Autres aspects tels qu'une mise à l'échelle appropriée, des flux secondaires de base et des asymétries que nous avons étudiées. Pour le même $\Delta T_V / \Delta T_H$ l'imposition Symétrique du gradient de stabilisation donne la plus grande réduction de convection naturelle.

➤ **De Vahl Davis [3]**

A mené une étude numérique sur la convection naturelle au sein d'une cavité carrée bidimensionnelle dont les parois horizontales sont thermiquement isolées et les parois verticales maintenues à des respectivement chaude et froide. Il a fourni un ensemble de solutions de références stables pour un nombre de Rayleigh allant de 10^3 à 10^6 . Depuis, ses résultats sont utilisées comme référence.

I.2.2 Gradient thermique multidirectionnel :

➤ **Hasnaoui [4]**

La convection naturelle transitoire dans une cavité carrée soumise par le bas à une variation sinusoïdale de la température a été étudiée numériquement pour un nombre de Prandtl de 0,72 (air) et pour des nombres de Rayleigh variant de 10^5 à 10^6 . On y montre que si l'on s'intéresse au transfert thermique moyen, le chauffage périodique est avantageux si l'amplitude de l'excitation est grande et si l'intensité de la convection est importante.

I.3 Cavités avec sources de chaleur :

➤ **Chu [5]**

Chu and Churchill furent les premiers à étudier la convection naturelle au sein d'une cavité rectangulaire bidimensionnelle munie d'une source de chaleur discrète. Avec des parois horizontales thermiquement isolées, une paroi verticale froide isotherme et une source de chaleur installée sur l'autre paroi verticale, ils ont obtenu numériquement la position de la source qui optimise le transfert thermique, en fonction du nombre de Rayleigh. Cette position optimale se trouve près du centre de la paroi verticale, mais glisse légèrement vers le bas à mesure que le nombre de Rayleigh augmente.

➤ **Keyhani [6]**

Les recherches de **M. Keyhani et al** ont clairement démontré qu'il est avantageux d'utiliser des sources discrètes plutôt qu'une paroi chauffée uniformément afin d'optimiser le transfert de chaleur. Ces travaux expérimentaux portaient sur une enceinte munie de 11 sources à flux de chaleur uniformes

➤ **Chadwick [7]**

L'étude de **Chadwick and Heaton** a apporté plus de précision sur la position optimale d'une source lorsqu'elle dégage un flux de chaleur uniforme. Après avoir examiné, expérimentalement et par simulation numérique, trois positions différentes, ils ont constaté que la position la plus basse (2/10 de la hauteur) conduisait au meilleur transfert de chaleur. Bien qu'une étude paramétrique plus complète ait été utile ici, il est tout de même clair que le comportement thermique est très différent pour des sources avec flux de chaleur que pour des sources isothermes. Il est également opportun de mentionner le très bon accord qu'ont obtenu ces auteurs entre les mesures expérimentales et les prédictions numériques des nombres de Nusselt locaux sur la source.

➤ **Ho et Chang [8]**

Plus récemment, **Ho and Chang** ont examiné, numériquement, l'effet du rapport de forme ($1 < A < 10$) sur le transfert de chaleur dans une enceinte munie de 4 sources équidistantes à flux de chaleur uniformes. Leurs résultats montrent que l'augmentation du rapport de forme conduit à une diminution substantielle du transfert de chaleur, ce qui fait augmenter les températures des sources de chaleur. Cependant, ils ont remarqué que cet effet diminue lorsque le nombre de Rayleigh est augmenté.

➤ Sharif [9]

La convection naturelle dans les cavités rectangulaires est étudiée numériquement en utilisant une procédure de calcul basée sur un volume fini. Dans de nombreuses applications, notamment pour le refroidissement des composants électroniques, on rencontre une configuration de convection naturelle où un chauffage à flux constant à la surface inférieure est refroidi à partir des parois latérales isothermes tandis que la paroi supérieure peut être considérée comme adiabatique.

L'étude de Sharif est basée sur une telle configuration où une source de chaleur à flux constant est symétriquement noyée dans la paroi inférieure. La longueur de la source chaleur varie de 20 à 80% de la longueur totale de la paroi inférieure. Les parties non chauffées de la paroi inférieure sont considérées comme adiabatiques.

Le nombre de Grashof varie de 10^3 à 10^6 . L'étude comprend des calculs pour les cavités à divers rapports d'aspect, allant de 0,5 à 2, et angles d'inclinaison de la cavité de 0° à 30° .

Les effets du rapport hauteur / largeur, des angles d'inclinaison et de la longueur de la source de chaleur sur la convection et processus de transfert de chaleur dans la cavité sont analysés. Les résultats sont présentés sous forme de graphiques de rationalisation et d'isothermes ainsi que la variation de Nombre de Nusselt et température maximale à la surface de la source de chaleur dans différentes conditions.

➤ Ghia [10]

Les écoulements incompressibles laminaires bidimensionnels ont été étudié de manière approfondie par plusieurs chercheurs utilisant les équations de Navier Stokes formulées en termes de vorticité et la fonction de flux ψ . Cette formulation, bien que remarquablement utile pour les flux bidimensionnels en régions connectées, n'est pas facilement extensible à trois dimensions, pour l'écoulement compressible ou turbulent.

Deux des formulations alternatives pour des problèmes complexes sont : la formulation vitesse vorticité et la formulation vitesse-pression.

Dans la présente étude, il est prévu de développer une méthode utilisant les variables primitives (u, v, p) pour résoudre les équations de Navier-Stokes, en vue d'étendre ultérieurement la méthode à plus impliquées dans les configurations de flux.

Dans son récent article, Roache a souligné ce point. Une caractéristique essentielle désirée dans le problème du modèle actuel est que ce soit un vrai Problème de Navier-Stokes. Par conséquent, le flux entraîné dans la cavité carrée est sélectionnée comme problème de modèle. Et fourni des résultats pour le nombre de Reynolds Re , allant de zéro à 400. Plusieurs investigations ont utilisé la cavité comme problème de modèle pour tester de nouveaux schémas numériques, comme données expérimentales qualitatives ainsi que des résultats numériques sont disponibles pour ce problème. Ce dernier est obtenu par des schémas numériques précis au second ordre ou supérieur

Il est reconnu que les singularités de coin présentes dans la configuration de flux dans cavité posent des difficultés numériques.

Cependant, on pense que l'effet de ces singularités est uniquement local, et la solution globale n'est pas affectée significativement. Idéalement, il serait souhaitable de traiter ces singularités analytiquement et déterminer la solution numérique de sorte qu'il corresponde parfaitement à l'analyse des solutions locales en ces points singuliers.

I.4 CONCLUSION

La convection naturelle dans des cavités de différentes formes en passant des cavités carrées, rectangulaires est un sujet très important, si on observe le nombre des publications existant dans la littérature. L'ensemble de ces travaux mentionnés ci-dessus marquent une claire préférence pour les approches numériques et analytiques par rapport à l'expérimentation très coûteuse financièrement et qui prend un temps de travail énorme.

Du point de vue analytique, ces travaux portent sur le développement des méthodologies de résolution, en s'appuyant sur un nombre important d'hypothèses simplificatrices puis de simuler sur des logiciels spécialisés. A ce titre on citera le logiciel Fluent qui est le leader dans son domaine par l'immense choix d'options et de paramètres qu'il met à la disposition des thermiciens.

Sur la base de cette analyse bibliographique, nous allons modéliser un écoulement de convection naturelle dans une enceinte carrée en présence d'un obstacle de forme rectangulaire et nous allons analyser l'influence de ses dimensions, son orientation et le régime de l'écoulement sur la qualité des échanges de chaleurs sur les parois de la cavité externe.

I.5 Généralité sur le transfert de chaleur

I.5.1 Introduction

Le transfert de chaleur est un processus d'une grande importance dans le domaine de l'industrie et des technologies. Bien qu'il manifeste sous diverses formes (Rayonnement, conduction et convection), cette dernière est la plus visée dans certains domaines bien spécifiés tels que le refroidissement des processeurs et des composantes électroniques, les radiateurs et les échangeurs de chaleur, ... etc.

I.5.2 Transfert de chaleur par conduction

La conduction thermique est la propagation de chaleur de molécule à molécule, dans un corps ou dans plusieurs corps contigus et non réfléchissants, sans qu'il y ait mouvement du milieu ou que ce mouvement intervienne dans la transmission. Ce mode de transmission caractérise essentiellement les transferts de chaleur dans les solides ou entre corps solides contigus. La conduction intervient également dans les liquides et les gaz mais sauf dans le cas des liquides très visqueux ou des gaz emprisonnés dans des matériaux poreux, son effet est marginal par rapport à celui de la convection.

I.5.3 Transfert de chaleur par rayonnement

Le rayonnement est le transfert de chaleur d'un corps à un autre corps, sans aucun contact entre eux, par le déplacement d'ondes dans l'espace. Cette de transfert de chaleur concerne les longueurs d'ondes comprises entre 100 μm et 0,01 μm et va de l'infrarouge à l'ultraviolet en couvrant le visible.

I.5.4 Transfert de chaleur par convection

La convection est un mode de transport d'énergie par l'action combinée de la conduction, l'accumulation de l'énergie et le mouvement du milieu. La convection est le mécanisme le plus important de transfert d'énergie entre une surface solide et un liquide ou un gaz. Le transfert d'énergie par convection d'une surface dont la température est supérieure à celle du fluide qui l'entoure s'effectue en plusieurs étapes. D'abord la chaleur s'écoule par conduction de la surface aux particules fluides adjacentes. L'énergie ainsi transmise sert à augmenter la température et l'énergie interne de ces particules. Ensuite ces dernières vont se mélanger avec d'autres particules situées dans une région à basse température et transférer une partie de leur énergie, celle-ci est à présent emmagasinée dans les particules fluides et elle est transportée sous l'effet de leur mouvement. Des liquides très visqueux ou des gaz emprisonnés dans des matériaux poreux, son effet est marginal par rapport à celui de la convection.

I.5.4.1 Les différents types de Convection

La transmission de chaleur par convection est désignée, selon le mode d'écoulement du fluide, Selon la nature du mécanisme qui provoque le mouvement du fluide on distingue :

➤ ***La convection libre ou naturelle :***

Le fluide est mis en mouvement sous le seul effet des différences de masse volumique résultant des différences de températures sur les frontières et d'un champ de forces extérieures (la pesanteur).

➤ ***La convection forcée :***

Le mouvement du fluide est induit par une cause indépendante des différences de température (pompe, ventilateur...etc.).

L'étude du Transfert de chaleur par convection permet de déterminer les échanges de chaleur se produisant entre un fluide et une paroi.

➤ ***La convection mixte :***

La convection mixte correspond au couplage des deux phénomènes précédents (convection naturelle et forcée) quand les vitesses d'écoulement, fictives, dues aux deux types de convections sont considérées séparément, du même ordre de grandeur.

I.5.4.2 La Convection Naturelle

En convection naturelle, les mouvements du fluide sont provoqués par des gradients de densité dus au non uniformité de la température. Les couches chaudes, donc de poids spécifique plus faible, sont soumises à des forces dirigées vers le haut, suivant un mécanisme analogue à celui de la poussée d'Archimède. Dans les régions à température élevée, le fluide prend donc un mouvement ascendant. Le phénomène inverse de courants descendants se produit pour les parties du fluide dont la température est inférieure à celle du fluide chaud. Les courants de convection naturelle sont alors dus à des différences de poids spécifique et par conséquent le phénomène se produit-en raison de l'existence du champ de pesanteur terrestre. L'intervention du poids a pour effet de donner à la verticale un rôle privilégié. La définition de la géométrie d'un système convectif doit donc faire intervenir la forme et les dimensions ainsi que la disposition par rapport à la verticale.

Les effets de convection naturelle sont familiers. On peut les observer quotidiennement dans l'eau que l'on chauffe dans un récipient, dans les panaches de certaines cheminées d'usines, la circulation

atmosphérique, les vents et les tempêtes sont aussi des effets de la convection naturelle. Pour formaliser la convection naturelle, il faut décrire le couplage des champs de température, de pression et de vitesse à partir des équations de conservation de quantité de mouvement, de la masse et de l'énergie.

La convection 'libre' ou 'naturelle' est la forme d'échange convectif la plus couramment observée. Elle apparaît dans le champ des forces de masse extérieures dont la nature peut être différente. Donc la convection naturelle est le régime d'écoulement obtenu lorsque l'on chauffe un fluide sans qu'il n'y ait d'écoulement 'extérieur' imposé.

La convection naturelle est en fait un mouvement de fluide (à savoir gaz ou liquide) induit par des forces pesantes ou forces de poussée d'Archimède. Ces dernières sont dues à des différences de masse volumique.

$$\dot{B} = \Delta\rho \bar{g} \quad (I.1)$$

\dot{B} : Poussée d'Archimède [N.m⁻³]

$\Delta\rho$: Gradient de la masse volumique [Kg.m⁻³]

\bar{g} : Accélération de la pesanteur [m.s⁻²]

Ces différences de masse volumique peuvent être causées, par exemple, par des différences de température ou par des différences de la concentration des espèces chimiques.

En général, ce qui est le cas ici, c'est un gradient thermique qui est la cause de cet écoulement de convection naturelle. En effet, du fait de l'agitation thermique, la masse volumique du fluide diminue quand la température augmente.

I.6 Les nombres sans dimension

L'étude des problèmes de transfert de chaleur par convection implique la résolution d'équations différentielles qui décrivent la mécanique des fluides, les échanges d'énergie, les transferts de masse. Ces équations sont généralement liées et difficiles à résoudre théoriquement, ce qui conduit à associer à la théorie l'expérimentation permettant de trouver les valeurs des grandeurs recherchées.

L'expérimentation est souvent menée à une échelle différente de la réalité industrielle.

La nécessité de définir des corrélations qui soient applicables à des appareils de tailles différentes opérant dans des situations différentes conduit à l'utilisation de paramètres adimensionnels qui permettent de définir des similitudes.

On peut déterminer les nombres sans dimensions en considérant toutes les forces qui peuvent s'appliquer sur un fluide. Ainsi, on a défini les forces et leurs unités de mesure dans le système international [SI] par rapport aux variables fondamentales :

-Les forces d'inertie : $F_a = ma$	$[F_a] = \rho L^2 V^2$
-Les forces de viscosité : $F_\mu = \tau s$	$[F_\mu] = \mu L V$
-Les forces de gravitation : $F_g = mg$	$[F_g] = \rho g L^3$

I.6.1 Nombre de Reynolds

Le nombre de Reynolds est proportionnel au rapport entre les forces d'inertie et les forces de viscosité.

Il peut être exprimé comme :

$$\frac{F_a}{F_\mu} = \frac{\text{forces d'inertie}}{\text{forces de viscosité}} \quad (\text{I. 2})$$

$$\frac{F_a}{F_\mu} = \frac{\rho L^2 V^2}{\mu L V} = \frac{\rho L V}{\mu} = R_\rho \quad (\text{I. 3})$$

Où V : La vitesse moyenne [m/s].

L : La longueur caractéristique [m].

Le nombre de Reynolds permet de quantifier les écoulements laminaires et turbulents.

Les écoulements à nombre de Reynolds élevé sont générale turbulents, alors que les écoulements où les forces d'inertie sont faibles par rapport aux forces visqueuses sont plus souvent laminaires.

I.6.2 Nombre de Prandtl

Le nombre de Prandtl est proportionnel au rapport entre le diffusivité de quantité de mouvement et la diffusivité thermique. Il caractérisé l'importance relative des effets thermiques et visqueux.

Il peut être exprimé comme :

$$P_r = \frac{\mu C_p}{K} \quad (\text{I. 4})$$

K : Conductivité thermique, [W.m⁻¹K⁻¹]

I.6.3 Nombre de Nusselt

Le nombre de Nusselt est proportionnel au rapport entre le transfert thermique convectif et le transfert par conduction.

Il peut être exprimé comme [1.4] :

$$N_u = \frac{hL}{K} \quad (\text{I. 5})$$

Où h : Le coefficient d'échange thermique [W.m⁻².K⁻¹].

I.6.4 Nombre de Grashof

Le nombre de Grashof est proportionnel au rapport entre les forces de gravité par les forces visqueuse.

Il peut être exprimé comme :

$$\frac{F_g}{F_\mu} = \frac{\text{forces de gravité}}{\text{forces de viscosité}} \quad (\text{I. 6})$$

$$\frac{F_g}{F_\mu} = \frac{g \cdot \beta \cdot \Delta T \cdot L^3 \cdot c \cdot \rho^2}{\mu^2} = G_r \quad (\text{I. 7})$$

Où : L'accélération de la pesanteur [m.s⁻²].

La différence de température [oc].

I.6.5 Nombre de Rayleigh

Le nombre de Rayleigh est proportionnel entre l'importance relative de la poussée d'Archimède et le produit de la traînée visqueuse par le taux de diffusion thermique.

Il peut être exprimé comme :

$$R_a = \frac{g \cdot \beta}{\nu \alpha} (T_s - T_\infty) L^3 c = G_r \cdot P_r \quad (\text{I. 8})$$

Où T_s : La température de la paroi [$^{\circ}\text{C}$]

T_{∞} : La température du fluide loin de la paroi [$^{\circ}\text{C}$]

ν : La viscosité cinématique = $\frac{\mu}{\rho}$ [$\text{m}^2.\text{s}^{-1}$].

α : la diffusivité thermique = $\frac{K}{\rho C}$ [$\text{m}^2.\text{s}^{-1}$].

I.6.6 Le nombre de Richardson (Ri)

C'est un nombre sans dimension utilisé surtout en thermodynamique. Ce nombre est en fait le rapport entre l'énergie potentielle gravitationnelle d'une parcelle du fluide et son énergie cinétique.

Ce nombre porte le nom de Lewis Fry Richardson, un physicien et mathématicien anglais.

On le définit de la manière suivante

$$Ri = \frac{g \cdot \beta \cdot \Delta T \cdot Lc}{\nu^2} = \frac{Gr}{Re^2} = \frac{1}{Fr^2} \quad (\text{I. 9})$$

Avec :

g - accélération de la pesanteur [m. s^{-2}]

β - Coefficient d'expansion thermique [$1/\text{K}$]

Lc - longueur caractéristique [m]

ΔT - Différence de température au sein de ΔZ [K]

ν - vitesse du fluide [m/s]

Gr - nombre de Grashof

Re - nombre de Reynolds

Fr - Nombre de Froude

Dans ces conditions, il en résulte que si :

$Ri \gg 1$: la convection naturelle est dominante

$Ri \ll 1$: la convection forcée est dominante

$Ri \approx 1$: la convection est dite mixte.

Table 1: Nombres sans dimension utiles en convection

Nombre de Nusselt	$Nu = \frac{hL}{\lambda}$	h : coefficient de convection L : longueur caractéristique λ : conductivité thermique du fluide	Nu traduit la qualité de l'échange thermique : une augmentation de ce nombre traduit une contribution importante de l'écoulement sur l'échange de chaleur avec la paroi
Nombre de Prandtl	$Pr = \frac{\nu}{\alpha}$	ν : viscosité cinématique α : diffusivité thermique du fluide	Pr compare l'aptitude du fluide à diffuser la quantité de mouvement par le biais de sa viscosité à son aptitude à diffuser la chaleur par le biais de sa diffusivité thermique
Nombre de Reynolds	$Re = \frac{Ud}{\nu}$	U vitesses moyenne de l'écoulement, d : dimension caractéristique et ν viscosité cinématique du fluide	
Nombre de Grashof	$Gr = \frac{g \cdot \beta \cdot \Delta T \cdot L^3 \cdot \rho^2}{\mu^2}$	β coefficient de dilatabilité du fluide , L : dimension caractéristique, g gravité et μ viscosité	une augmentation de Gr traduit une augmentation de l'intensité de la convection naturelle
Nombre de Rayleigh	$Ra = \frac{g \cdot \beta \cdot \Delta T \cdot L^3 \cdot c}{\nu \alpha}$	ν : viscosité cinématique, α : diffusivité thermique du fluide	$Ra = Gr \cdot Pr$ pour de l'air ou des fluides de nombre de Prandtl proche de l'unité, Ra et Gr sont très proches
Nombre de Richardson	$Ri = \frac{g \cdot \beta \cdot \Delta T \cdot Lc}{v^2}$		en convection mixte, $Ri \gg 1$ traduit l'importance de la convection naturelle par rapport à la convection forcée

I.7 La convection dans les cavités

La convection est le mécanisme le plus important de transfert de chaleur entre une surface solide et un liquide ou un gaz. Le transfert par convection d'une surface dont la température est supérieure à celle du fluide qui l'entoure (Figure.I.1) s'effectue en plusieurs étapes. D'abord la chaleur s'écoule par

conduction de la surface aux molécules adjacentes du fluide ou gaz. La chaleur ainsi transmise sert à faire augmenter la température et l'énergie interne de ces molécules. Ensuite les molécules vont se mélanger avec d'autres molécules situées dans une région à une température inférieure et transférer une partie de leur énergie. Dans ce cas l'écoulement transporte le fluide et l'énergie. L'énergie est, à présent, emmagasinée dans les molécules du fluide et elle est transportée sous l'effet de leur mouvement. La transmission de chaleur par convection est désignée, selon le mode d'écoulement du fluide, par convection libre ou convection forcée. Lorsqu'il se produit au sein du fluide des courants dus simplement aux différences de température, on dit que la convection est naturelle ou libre. Par contre si le mouvement du fluide est provoqué par une action externe, telle une pompe ou un ventilateur, le processus est alors appelé convection forcée. L'étude de la convection naturelle des fluides dans les cavités a fait l'objet d'un très grand nombre de travaux tant théoriques qu'expérimentaux. L'intérêt de son étude réside dans son implication dans de nombreux phénomènes naturels et industriels, tels que le refroidissement des circuits électroniques et des réacteurs nucléaires, l'isolation des bâtiments (cas du double vitrage), industrie métallurgique, la croissance des cristaux pour l'industrie des semi- conducteurs.

I.7.1 Cavité avec gradient horizontal de température

Dans cette configuration, l'une des parois verticales est chauffée tandis que l'autre est refroidie, les parois horizontales étant considérées comme adiabatiques (Figure.I.3). Pour cette configuration, il n'y a pas de gradient critique de température et le fluide est alors ascendant le long de la paroi chaude et descendante le long de la paroi froide [2].

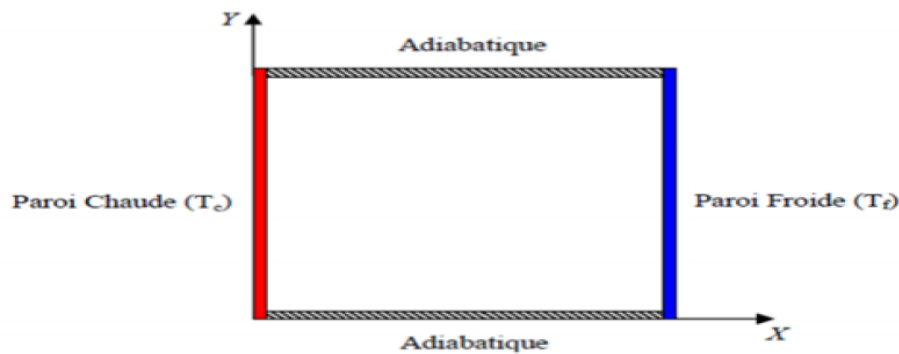


Figure I.3: schéma de la convection dans une cavité avec gradient horizontale de température

L'étude du transfert de chaleur par convection est un domaine de recherche depuis plusieurs décennies. Il existe une grande quantité de publications scientifiques consacrées à l'étude de la convection naturelle dans les cavités. La plupart des études ayant été généralement menés avec l'eau, l'huile ou l'air comme fluide de base. On sait que les transferts de chaleur par convection peuvent augmenter considérablement en changeant la configuration de l'écoulement ou en augmentant les surfaces.

I.7.2 Cavités avec gradient verticale de température

L'enceinte qui est chauffée par le bas et refroidie par le haut correspond à la configuration de la convection de Rayleigh-Bénard qui traite de la stabilité et le mouvement d'un fluide confiné entre deux plaques qui sont maintenues à des températures uniformes et distinctes (figure I.4). La convection de Rayleigh-Bénard a une longue et riche histoire, elle a été étudiée durant des enceintes aussi bien pour ses différentes applications industrielles que du point de vue de recherche fondamentale.

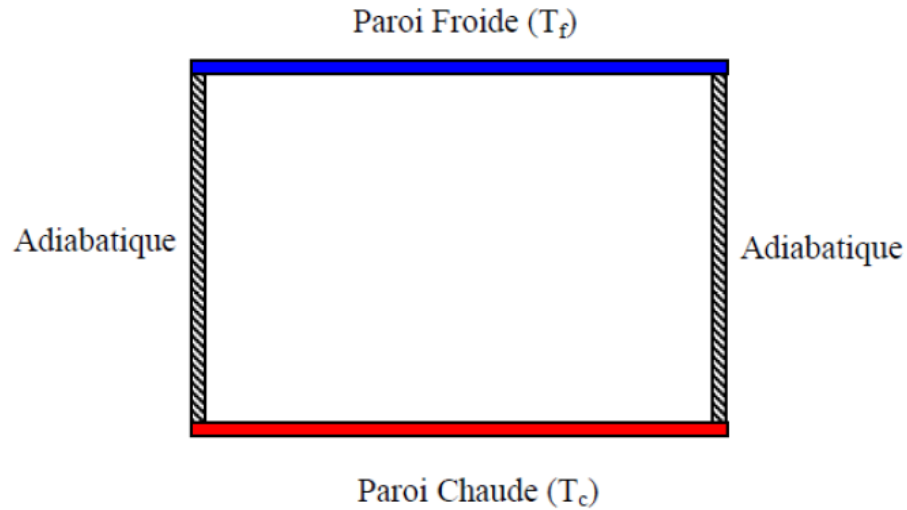


Figure I.4: schéma de la convection dans une cavité avec gradient verticale de température

Chapitre II: Formulation

Mathématique

II. FORMULATION MATHÉMATIQUE

II.1 Introduction

Chaque phénomène physique est souvent formulé par des équations mathématiques (équations différentielles) qui représentent une modélisation de ce phénomène. Une modélisation doit obligatoirement exprimer le comportement du phénomène dans l'espace et dans le temps. En mécanique des fluides, on suppose que le fluide est un milieu continu, ce qui permet d'utiliser les lois classiques de conservation à savoir :

1. Conservation de masse.
2. conservation quantité de mouvement.
3. Conservation d'énergie.

II.2 Géométrie du problème G De vahl Davis

La géométrie considérée (représenté sur la Figure II.1) est une enceinte carrée différentiellement chauffée. Cette cavité est composée de deux parois verticales en vis-à-vis dites parois actives, maintenues à des températures différentes (T_C , T_F), les autres parois sont supposées adiabatiques.

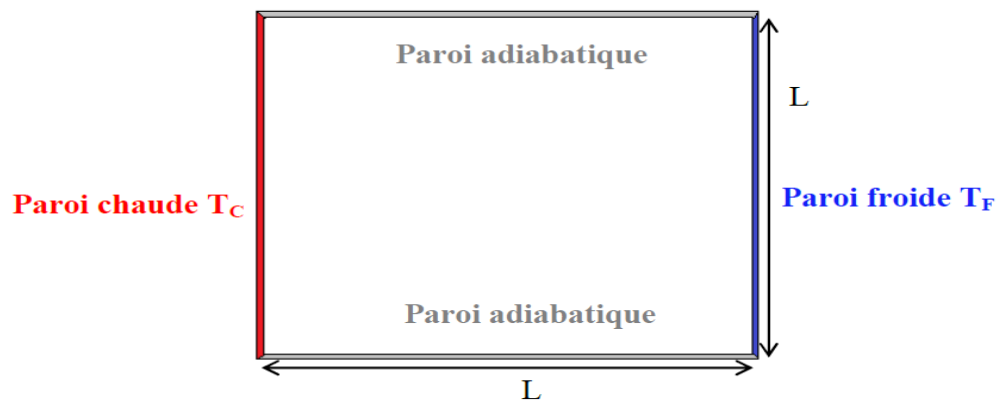


Figure II.1: Géométrie du problème

II.3 Les équations gouvernant l'écoulement

II.3.1 Equation de continuité

C'est l'équation qui exprime la loi de conservation de la masse pour un volume de contrôle matériel. Elle s'exprime mathématiquement sous la forme suivante :

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \text{div}(\rho \cdot V) = 0 \quad (II.1)$$

Où ρ : est la masse volumique et V est le vecteur de vitesse.

II.3.2 Equation de quantité de mouvement

Le principe de conservation de la quantité de mouvement permet d'établir les relations entre les caractéristiques du fluide lors de son mouvement et les causes qui le produisent. Il indique que le taux

de variation de quantité de mouvement contenu dans le volume de contrôle est égal à la somme de toutes les forces extérieures qui lui sont appliquées. Il s'écrit sous la forme suivante :

$$\frac{D}{Dt}(\rho \cdot V) = \rho F - \text{grad}(p) + \mu \Delta V + \frac{1}{3} \mu \text{grad}(\text{div}(V)) \quad (II.2)$$

Où F est une force par unité de volume, p est la pression et μ la viscosité dynamique.

II.3.3 Equation de conservation d'énergie

L'équation de conservation d'énergie est obtenue à partir du premier principe de la thermodynamique.

Ce principe met en relation les différentes formes d'énergie, soit :

$$\frac{D}{Dt}(\rho c_p T) = \Delta(K \cdot T) + q + \beta T \frac{Dp}{DT} + \mu \Phi \quad (II.3)$$

Avec :

$\frac{D}{Dt}(\rho c_p T)$: La variation total d'énergie (par accumulation et convection)

$\Delta(K \cdot T)$: La variation d'énergie par conduction

q : puissance volumique dissipée.

$\beta T \frac{Dp}{DT}$: La variation d'énergie due à la compressibilité.

$\mu \Phi$: La dissipation irréversible due au frottement visqueux.

II.4 Les hypothèses

Il est maintenant nécessaire d'effectuer un certain nombre d'hypothèses afin d'établir un modèle mathématique simple qui décrit la physique de ce problème, donc on adopte les hypothèses suivantes

- L'écoulement est stationnaire et bidimensionnel.
- Le fluide est Newtonien et incompressible.
- L'écoulement engendré est laminaire.
- Le transfert de chaleur par rayonnement est négligeable.
- La puissance volumique dissipée est négligeable.
- Le travail, induit par les forces visqueuses et de pression, est négligeable.
- La masse volumique du fluide varie linéairement avec la température. Cette variation est donnée par la relation :

$$\rho = \rho_0 [1 - \beta(T - T_0)] \quad (II.4)$$

D'où

T: Représente la température du fluide en un point donné du système.

T₀: La température de référence qui correspond généralement à la valeur moyenne de la température dans le système.

ρ₀: La masse volumique du fluide à la température de référence.

β: Le coefficient d'expansion volumique thermique du fluide, il est donné par :

$$\beta = - \frac{1}{\rho_0} \left(\frac{\partial \rho}{\partial T} \right)_p \quad (II.5)$$

On utilise une hypothèse simplificatrice connue par l'approximation de Boussinesq repose sur le fait que, dans certains fluides où la température T(x ; t) varie faiblement, la densité ρ varie elle aussi faiblement et de manière proportionnelle. Cette variation de la densité en fonction de la température engendre l'existence d'un mouvement de convection (naturelle) porté par les forces de flottaison. Dans l'approximation de Boussinesq, la variation de la densité en fonction de la température est négligée partout, excepté pour le terme de flottaison.

Toutes les autres caractéristiques thermo-physiques du fluide (la viscosité dynamique μ, la conductivité thermique k et la chaleur massique à pression constante Cp) sont considérées comme constantes et définies à la température de référence T₀.

II.5 Propriétés thermo-physiques

Les propriétés thermo-physiques du fluide utilisé (l'air) dans ce travail sont résumées dans le tableau suivant.

Table 2: Les propriétés thermo-physiques du fluide utilisé (l'air)

Propriété	Valeur
ρ (Kg.m ⁻³)	1.225
Cp (J.Kg ⁻¹ .K ⁻¹)	1006.43
k (W.m ⁻¹ k ⁻¹)	0.0242
μ.10 ⁻⁵ (Kg/m.S)	1.46041
β .10 ⁻³ (k ⁻¹)	3.43

Les propriétés thermo physiques ρ , C_p , k , μ et β représentent respectivement la masse volumique, la capacité calorifique, la conductivité thermique, la viscosité dynamique et le coefficient d'expansion thermique.

II.6 Equations du problème

On peut établir les différentes équations nécessaires à la résolution du problème considéré dans notre étude, en coordonnées cartésiennes comme suit :

II.6.1 Equations de continuité

Après l'application des hypothèses précédentes on obtient :

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \quad (\text{II. 6})$$

U et v étant les composantes du champ de vitesse V (u.v.) dans la direction x et y respectivement.

II.6.2 Equations de quantité de mouvement

Dans notre cas, la forme de l'équation de quantité de mouvement est comme suit :

Suivant x :

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + \nu \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right) \quad (\text{II. 7})$$

Suivant y :

$$\frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y} + \nu \left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} \right) - g \beta (T - T_0) \quad (\text{II. 8})$$

II.6.3 Equations de l'énergie

L'équation de l'énergie est obtenue en appliquant le principe de la conservation de l'énergie dans la direction x et y comme suit :

$$\frac{\partial T}{\partial t} + u \frac{\partial T}{\partial x} + v \frac{\partial T}{\partial y} = k \left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \right) \quad (\text{II. 9})$$

Les équations différentielles de la continuité, de la quantité de mouvement et de l'énergie forment le modèle mathématique de l'écoulement de la convection naturelle laminaire

II.7 Les équations adimensionnelles

L'adimensionnement ou normalisation consiste à transformer les variables dépendantes et indépendantes en des variables sans dimension, c'est-à-dire qu'elles seront normalisées par rapport à

certaines dimension caractéristiques. Cela permet de spécifier les conditions d'écoulement avec un nombre restreint de paramètres de façon à rendre la solution plus générale.

Pour rendre les équations précédentes adimensionnelles, elles seront transformées par les relations suivantes

$$X = \frac{x}{L} \quad Y = \frac{y}{L} \quad U = \frac{u}{\left(\frac{\alpha}{L}\right)} \quad V = \frac{v}{\left(\frac{\alpha}{L}\right)}$$

$$\bar{P} = \frac{P}{\rho \left(\frac{\alpha}{L}\right)^2} \quad \theta = \frac{T - T_F}{T_C - T_F}$$

Où : α est la diffusivité thermique du fluide $\alpha = \left(k/\rho \cdot C_p\right)$.

T_F : La température de paroi froide.

T_C : La température de paroi chaude.

En introduisant les grandeurs sans dimension dans les équations de conservation de masse (II.6), de mouvement (II.7 et II.8) et d'énergie (II.9), on obtient respectivement :

$$\frac{\partial U}{\partial X} + \frac{\partial V}{\partial Y} = 0 \quad (\text{II.10})$$

$$\frac{\partial U}{\partial t} + U \frac{\partial U}{\partial X} + V \frac{\partial U}{\partial Y} = -\frac{\partial \bar{P}}{\partial X} + Pr \left[\frac{\partial^2 U}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial Y^2} \right] \quad (\text{II.11})$$

$$\frac{\partial V}{\partial t} + U \frac{\partial V}{\partial X} + V \frac{\partial V}{\partial Y} = -\frac{\partial \bar{P}}{\partial X} + Pr \left[\frac{\partial^2 V}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial Y^2} \right] - Ra \cdot Pr \cdot \theta \quad (\text{II.12})$$

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} + U \frac{\partial \theta}{\partial X} + V \frac{\partial \theta}{\partial Y} = \left[\frac{\partial^2 \theta}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 \theta}{\partial Y^2} \right] \quad (\text{II.13})$$

Ou :

$$Pr = \frac{\mu \cdot C_p}{k} \quad (\text{Nombre de Prandtl})$$

$$Ra = \frac{g \beta L^3 (T_C - T_F)}{v \alpha} \quad (\text{Nombre de Rayleigh})$$

II.8 Conditions aux limites

La résolution du système d'équation obtenu précédemment nécessite l'incorporation des conditions aux limites pour chaque variable dépendante. (Figure.II.2), représente les conditions aux limites thermiques appliquées.

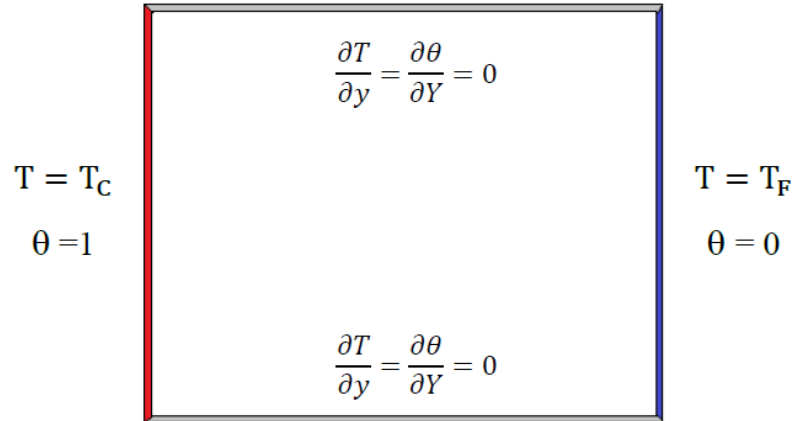


Figure II.2: Les conditions aux limites.

Les conditions de températures sont connues sur les deux parois verticales en vis-à-vis dites parois actives, maintenues à des températures différentes (T_C , T_F), les autres parois sont supposées adiabatiques. Ces différentes conditions aux limites (hydrodynamiques et thermiques), sous forme dimensionnelles et adimensionnelles sont résumées dans le tableau II.2.

Table 3: Les conditions aux limites appliquées.

Limites	Conditions hydrodynamiques		Conditions thermiques	
	Dimensionnel	Adimensionnel	Dimensionnel	Adimensionnel
Paroi chaude $x = 0$; $0 < y < L$	$u = 0$ $V = 0$	$U = 0$ $V = 0$	$T = T_C$	$\theta = 1$
Paroi froide $x = L$ $0 < y < L$	$u = 0$ $V = 0$	$U = 0$ $V = 0$	$T = T_F$	$\theta = 0$
Paroi supérieur $y = L$; $0 < x < L$	$u = 0$ $V = 0$	$U = 0$ $V = 0$	$\frac{\partial T}{\partial y} = 0$	$\frac{\partial \theta}{\partial y} = 0$
Paroi inférieur $y = 0$; $0 < x < L$	$u = 0$ $V = 0$	$U = 0$ $V = 0$	$\frac{\partial T}{\partial y} = 0$	$\frac{\partial \theta}{\partial y} = 0$

II.9 Le Nombre de Nusselt

En convection, le phénomène de transfert de chaleur à la surface est évalué et caractérisé par le nombre de Nusselt, qu'il désigne le rapport entre les quantités de chaleur échangées par convection et par la conduction pur.

Cette grandeur traduit donc l'importance du flux thermique échangé par convection à la paroi du flux équivalent transmis par seule conduction (en l'absence tout mouvement du fluide), sous l'effet de même écart de température.

Le nombre de Nusselt (Nu) est un rapport de la convection à la conduction pure. Pour bien comprendre cette définition donnons l'exemple suivant.

Considérons une certaine couche L de fluide en écoulement entre deux parois solides dont les températures sont T_1 et T_2 respectivement ($\Delta T = T_2 - T_1$). Le transfert de chaleur à travers la couche de fluide se fait par convection et par conduction. D'où on a

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{Flux convectif} = h \cdot \Delta T \\ \text{Flux conductif} = \frac{k \cdot \Delta T}{L} \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{\text{Flux convectif}}{\text{Flux conductif}} = \frac{h \cdot \Delta T}{\frac{k \cdot \Delta T}{L}} = Nu = \frac{h \cdot L}{k} \quad (\text{II. 14})$$

Par conséquent, le nombre de Nusselt représente le perfectionnement du transfert de chaleur dans la couche de fluide comme étant le rapport des deux phénomènes. Si la valeur de Nu est grande cela veut dire que la convection est dominante. Si $Nu = 1$, cela veut dire que le transfert de chaleur se fait par conduction pure.

Où h: Le coefficient de transfert par convection. $[W/m^2 K]$

II.10 Le Coefficient d'échange convectif

Quoi qu'une représentation exacte du processus de transfert thermique par convection à l'interface entre une paroi et un fluide soit très complexe, par analogie avec les transferts thermiques par conduction, le coefficient d'échange thermique superficiel (h) peut être définie tel que

$$h = \frac{q}{(T_p - T_{réf})} \quad (\text{II. 15})$$

Avec (q), (T_p) et ($T_{réf}$) respectivement la densité du flux de chaleur à travers un élément de surface de la paroi, la température de cet élément de surface et la température de référence du fluide en dehors de la couche limite thermique.

Le concept de température de référence permet de considérer les propriétés du fluide à cette température pour calculer les paramètres caractéristiques de l'écoulement tels que les nombres Ra et Pr. Cependant, il n'y a pas de base unanime de choix de la température de référence d'une étude à l'autre. Ainsi, dans la littérature on trouve ceux qui utilisent comme température de référence la température résiduelle appropriée L de l'enceinte, le transférant de la paroi chaude, ou la moyenne entre la température de la paroi et du mélange fluide ou bien la moyenne arithmétique des températures des parois chaude et froide. Dans les cavités fermées, la difficulté de calcul du coefficient de transfert, et surtout dans la mesure de la température de référence du mélange. Cette difficulté est liée entre autres à l'inaccessibilité du fluide confiné dans l'enceinte et aux inconvénients associés aux méthodes de

mesures expérimentales. Pour contourner cette difficulté, on utilise une formulation qui intègre la différence de température entre les parois actives chaude (T_C) et froide (T_F) exprimée sous la forme :

$$h = \frac{q}{(T_c - T_f)} \quad (\text{II. 16})$$

On peut exprimer, alors le nombre de Nusselt en fonction des températures T_C et T_F comme suit :

$$Nu = \frac{q L}{(T_C - T_F)} \quad (\text{II. 17})$$

D'après l'équation (II.17), et les variables adimensionnelles on déduit le nombre de Nusselt pour le cas adimensionnel

$$Nu(X) = -\frac{d\theta}{dX} \quad (\text{II. 18})$$

Le nombre de Nusselt moyen, est défini comme suit :

$$Nu_m = \frac{1}{L} \int_0^L Nu(x) dx \quad (\text{II. 19})$$

Chapitre III: Formulation

Chapitre III: Formulation **Numérique**

III. FORMULATION NUMERIQUE

III.1 Introduction :

Depuis des années le développement des ordinateurs a encouragé les scientifiques à résoudre des problèmes de plus en plus complexes pour lesquelles les solutions analytiques ne peuvent être trouvées. Ces types de problèmes sont généralement modélisés par des équations aux dérivées partielles (E.D.P) non-linéaires. Pour obtenir une solution numérique, le modèle mathématique constitué par une équation différentielle aux dérivées partielles (EDP) ou par un système d'EDP est transformé, à l'aide d'une méthode de discrétisation en système d'équations algébriques. Il existe plusieurs schémas de discrétisations des équations aux dérivées partielles (E.D.P), les différences finies, les volumes finis, les éléments finis et les méthodes spectrales.

Le logiciel de simulation utilisé dans cette étude « FLUENT », fonctionne selon la méthode des volumes finis.

III.2 Principe de la méthode des volumes finis

La méthode des volumes finis est une technique de discrétisation qui converti les équations de conservation aux dérivées partielles en équations algébriques dont la résolution numérique est possible. Elle est basée sur l'intégration des équations aux dérivés partielles sur chaque volume de contrôle pour obtenir les équations discrétisés qui assurent la conservation de toutes les grandeurs physiques sur un volume de contrôle

III.3 Discrétisation des équations par la méthode des volumes finis

Dans la simulation par la méthode des volumes finis, le domaine de calcul est divisé en un nombre fini de sous-domaines élémentaires, appelés de contrôle. La méthode des volumes finis consiste à intégrer les équations aux dérivées partielles, décrites au chapitre précédent, sur chaque volume de contrôle. Chacun de ces derniers (volume de contrôle) contenant un nœud appelé le nœud principale. Un exemple de volume de contrôle est montré dans la figure ci-dessous. Pour un nœud principale (P'), les points E et W (E : Est, W : West) sont des voisins dans la direction X, tandis que N et S (N : Nord, S : Sud) sont ceux dans la direction Y. Le volume de contrôle entourant (P') est montré par les lignes discontinues. Les faces du volume de contrôle sont localisées aux point (e) et (w) dans la direction X, (n) et (s) dans la direction Y

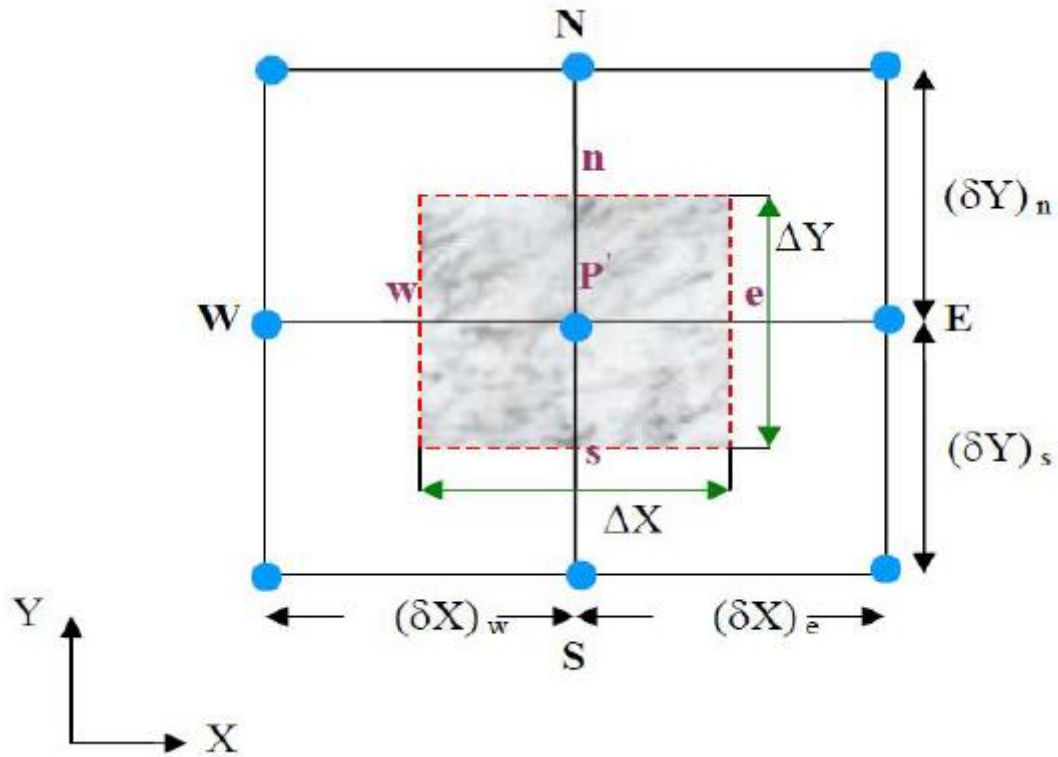


Figure III.1: Schéma représentant le volume de contrôle bidimensionnel.

III.4 Présentation du domaine sous forme des grilles (Maillage)

Le maillage est subdivision du domaine d'étude en grilles longitudinales et transversales dont l'intersection représente un nœud.

La discrétisation du domaine est obtenue par un maillage constitué d'un réseau de points (nœuds). Ainsi un élément de volume (volume de contrôle) est défini autour de chaque nœud.

Les grandeurs scalaires sont stockées dans le nœud (P') du maillage, tandis que les grandeurs vectorielles sont stockées aux milieux des segments reliant les nœuds. L'équation générale de transport est intégrée sur le volume de contrôle associé aux variables scalaires et les équations de quantité de mouvement sont intégrées sur le volume de contrôle associé aux composantes de la vitesse. Le volume de contrôle de la composante longitudinale (U) est décalé suivant la direction (X) par rapport au volume de contrôle principal, celui de la composante transversale (V) est décalé suivant la direction (Y). Ce type de maillage appelé le maillage décalé, qui permet une bonne approximation des flux convectifs et une stabilisation numérique de la solution.

La construction des volumes de contrôle et le maillage décalé sont montrés dans le schéma suivant

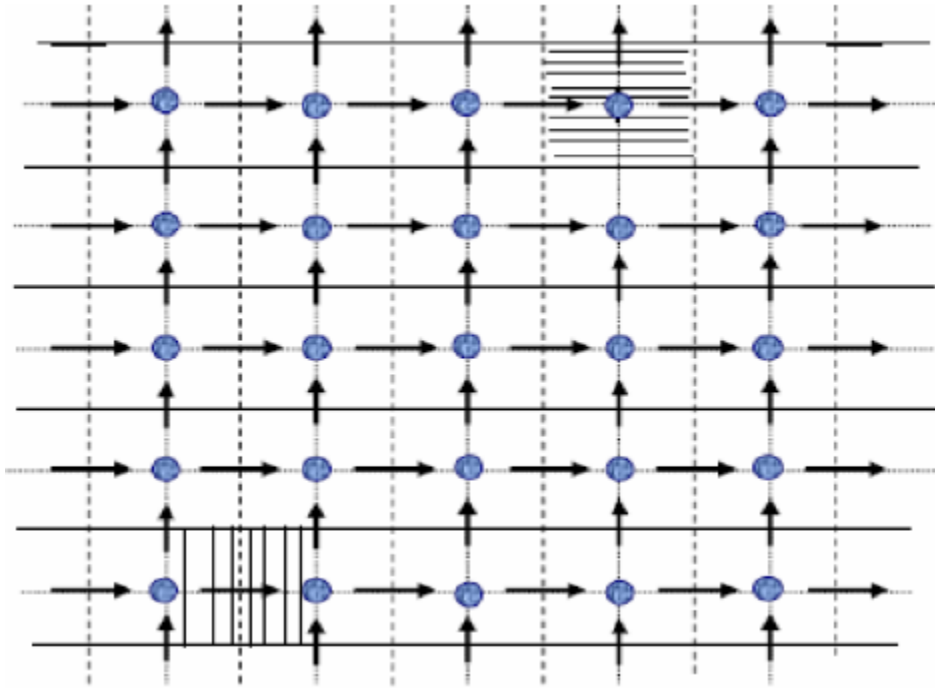
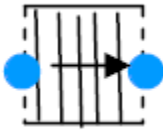


Figure III.2: Schéma représentant le maillage décalé.

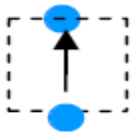
→ Nœud de vitesse ;  Nœud des variables scalaires



Volume de contrôle pour les variables ;



Volume de contrôle pour U ;



Volume de contrôle pour V.

III.5 Mise en équations du problème et Modèle Mathématique

Les équations mathématiques exposées au chapitre précédent et régissant l'écoulement expriment le transport des quantités de masse, de mouvement et d'énergie dans le système.

On peut procéder à la conversion des équations différentielles de transport en systèmes d'équations algébriques. Ce procédé est simplifié si on traite le cas d'une équation généralisée de transport d'une variable

ϕ . Cette équation s'écrit dans le cas stationnaire et bidimensionnel :

$$\frac{\partial}{\partial x}(\rho U \phi) + \frac{\partial}{\partial y}(\rho V \phi) = \frac{\partial}{\partial x}\left(\Gamma_{\phi} \frac{\partial \phi}{\partial x}\right) + \frac{\partial}{\partial y}\left(\Gamma_{\phi} \frac{\partial \phi}{\partial y}\right) + S_{\phi} \quad (III. 1)$$

Où

ϕ : La propriété transportée ;

Γ_{ϕ} : Le coefficient de diffusion ;

S_{ϕ} : Le terme source.

III.6 Discrétisation par la méthode des volumes finis

Pour bien comprendre cette méthode, on considère le cas le plus simple. Soit l'écoulement permanent unidimensionnel dans lequel seuls les termes de convection et de diffusion sont présents. L'équation différentielle gouvernante est :

$$\frac{d}{dX}(\rho U \phi) = \frac{d}{dX}\left(\frac{d\phi}{dX}\right) \quad (III. 2)$$

L'équation de continuité s'écrit :

$$\frac{d}{dx}(\rho u) = 0 \quad (III. 3)$$

Pour obtenir l'équation discrétisée, on utilise le système à 03 nœuds de la figure III.1. On suppose que "e" est localisé au milieu entre P et E et w et entre W et P.

$$(\rho u \phi)_e - (\rho u \phi)_w = \left(\Gamma_{\phi} \frac{\partial \phi}{\partial x}\right)_e - \left(\Gamma_{\phi} \frac{\partial \phi}{\partial x}\right)_w \quad (III. 4)$$

$$(\rho u)_e - (\rho u)_w = 0 \quad (III. 5)$$

Pour arranger l'équation d'une façon compacte, on définit deux nouveaux termes F et D.

$$F = \rho u \quad \text{et} \quad D = \frac{\Gamma}{\delta X} \quad (\text{III. 6})$$

Les deux termes ont les mêmes dimensions ; F indique l'intensité de la convection, D est la conductance de diffusion.

Avec ces nouveaux symboles, les équations deviennent :

$$F_e \phi - F_w \phi_w = D_e (\phi_E - \phi_P) - D_w (\phi_P - \phi_W) \quad (\text{III. 7})$$

$$F_e - F_w = 0 \quad (\text{III. 8})$$

L'approximation par un schéma de différences centrées est utilisée pour représenter le terme de diffusion. Pour le cas unidimensionnel, on peut écrire la valeur de la grandeur scalaire ϕ aux faces du volume de contrôle comme :

$$\phi_e = \frac{\phi_P + \phi_E}{2} \quad (\text{III. 9})$$

$$\phi_w = \frac{\phi_W + \phi_P}{2} \quad (\text{III. 10})$$

L'introduction des deux expressions (III.9) et (III.10) dans l'équation (III.2) donne :

$$\frac{F_e}{2} (\phi_P + \phi_E) - \frac{F_w}{2} (\phi_W + \phi_P) = D_e (\phi_E - \phi_P) - D_w (\phi_P - \phi_W) \quad (\text{III. 11})$$

En réarrangeant cette équation, on aboutit à l'équation discrétisée :

$$a_P \phi_P = a_W \phi_W + a_E \phi_E \quad (\text{III. 12})$$

$$a_E = D_e - \frac{F_e}{2} ; \quad a_W = D_w + \frac{F_w}{2}$$

$$a_P = D_e + \frac{F_e}{2} + D_w - \frac{F_w}{2} = a_E + a_W + (F_e - F_w) \quad (\text{III. 13})$$

Enfin, l'application de cette dernière équation dans tous les nœuds de maillage choisis, permet d'obtenir d'un système d'équations algébriques.

III.7 Présentation du logiciel de calcul

Dans cette partie, nous exposons les résultats de simulation des trois cas de configuration des cavités (De vahl Davis [3], Sharif [9] et Ghia [10]) obtenus à l'aide du code CFD « FLUENT ».

En premier lieu nous allons présenter le logiciel Ansys. Puis exposerons nos résultats que nous comparerons à la littérature.

III.8 La version académique du logiciel ANSYS

Nous avons effectué une simulation numérique avec **Ansys Academic**. [11]

Des milliers d'universités à travers le monde utilisent le logiciel de simulation d'ingénierie **Ansys Academic** pour aider les étudiants de premier cycle à apprendre les principes de la physique ; les chercheurs résolvent des problèmes d'ingénierie complexes ; et les étudiants produisent des données pour leurs thèses de maîtrise ou de doctorat.

Le programme académique offre également des ressources uniques d'éducation, qui soutiennent l'enseignement des programmes d'ingénierie, de sciences et de design. De plus, les étudiants profitent de nos téléchargements de logiciels gratuits pour les projets de synthèse, les concours étudiants et plus encore.

III.9 Fluent :

"Fluent" est un code de calcul pour modéliser les écoulements des fluides et les transferts thermiques dans des géométries complexes. Il peut résoudre des problèmes d'écoulement avec des mailles non structurées, qui peuvent être produites pour des géométries complexes, avec une facilité relative. Les types de mailles supportées sont des mailles, en 2D, triangulaires ou quadrilatérales, ou en 3D tétraédriques/hexaédriques/pyramidales, et les mailles (hybrides) mélangées. "Fluent" est écrit en langage de programmation C et utilise pleinement la flexibilité et la puissance offertes par ce langage (allocation de la mémoire dynamique). En outre, il utilise une architecture qui lui permet de s'exécuter en tant que plusieurs processus simultanés sur le même poste de travail ou sur des postes séparés, pour une exécution plus efficace.

"Fluent" s'utilise à travers une interface graphique. L'utilisateur avancé peut adapter ou augmenter aux besoins l'interface en écrivant des macros et des fonctions de menu, afin d'automatiser certaines procédures.

Ainsi, à titre non exhaustif, il a les capacités de modélisation suivantes :

- Ecoulements 2D ou 3D.
- Etats permanents ou transitoires.
- Ecoulements incompressibles ou compressibles incluant toute vitesse de régimes (subsoniques, transsoniques, supersoniques et hypersoniques).
- Ecoulements non visqueux, laminaires ou turbulents.
- Ecoulements Newtonien ou non.
- Transfert de chaleur forcé, par conduction, par convection ou radiatif.
- Les écoulements avec changements de phases.

- Ecoulements en milieu poreux.

Ce code de calcul emploie la méthode des volumes finis comme procédé de discrétisation. Les équations intégrales qui gouvernent l'écoulement, tels que l'équation de continuité, l'équation de conservation de la masse, celle de l'énergie ainsi que d'autres scalaires, comme la turbulence, sont résolues par cette méthode statistique. En utilisant cette technique basée sur un volume de contrôle, "Fluent" passe par les étapes suivantes :

- Division du domaine en volumes de contrôle discrets en utilisant une grille (maillage) de calcul.
- Intégration des équations gouvernantes sur les volumes de contrôle individuels, afin de construire les équations algébriques pour les variables discrètes dépendantes, (les inconnues), telles que les vitesses, pression, température...
- Linéarisation des équations discrétisées et solution du système d'équations linéaires résultant, pour pouvoir mettre à jour les valeurs des variables dépendantes (inconnues).

III.9.1 Procédure sous "Fluent" :

Au chargement du maillage sous "Fluent", avant tout, nous devons mettre la géométrie à l'échelle, (millimètre, mètre...). Le logiciel permet aussi de réordonner les nœuds, les surfaces et les cellules en mémoire, de telle façon qu'ils aient la même disposition dans la grille et dans la mémoire, pour améliorer les performances du calcul et l'efficacité de l'accès à la mémoire.

III.9.1.1 Simple précision ou double précision :

"Fluent" offre deux modes de calcul, le mode "double précision" et le mode "simple précision".

Dans le mode "double précision", les nombres à virgule flottante sont représentés en utilisant 64 bits, alors que le mode "simple précision" utilise une représentation à 32 bits.

Le revers de cette précision est que le premier mode requiert beaucoup plus de mémoire. En outre, Le mode "double précision" est préconisé, entre autres, pour les écoulements impliquant des longueurs d'échelles très disparates.

III.9.1.2 Choix de la formulation du solveur :

En démarrant "Fluent" on peut choisir entre plusieurs formulations du solveur,

- La formulation "Segregated", ou isolée (implicite), Cette formulation résout les équations de continuité, de quantité de mouvement et quand c'est nécessaire celle de l'énergie, séquentiellement, c'est-à-dire isolées les unes des autres (implicite par défaut). Le solveur isolé est classiquement employé pour les écoulements incompressibles à modérément compressibles.
- La formulation "Coupled", ou couplée soit implicite ou explicite, Cette option permet aux équations gouvernantes d'être résolues simultanément, c'est-à-dire couplées les unes avec les autres. Cependant, les autres scalaires, tels que les quantités de la turbulence, sont traité
- Isolément. Initialement, ce mode a été conçu pour les écoulements compressibles à grandes vitesses. Ce qui lui donne un avantage pour le traitement des écoulements hautement couplés (forte interdépendance entre la densité, l'énergie et les moments) avec des forces de volumes (ex. flottabilité et forces de rotation). Il faut signaler que le solveur couplé implicite requiert presque le double de la mémoire qu'utiliserait le solveur isolé, alors que le solveur couplé explicite vient au

milieu, en terme de besoins en ressources, mais convergera plus lentement que la formulation implicite et n'est conseillé que pour les écoulements instationnaires.

III.9.1.3 Schémas de discrétisation :

Sous "Fluent", les variables stockées au centre de la cellule doivent être interpolées aux faces du volume de contrôle. Il est possible de choisir entre différents schémas de discrétisation pour les termes convectifs des équations gouvernantes, alors que les termes visqueux sont automatiquement discrétisés au second ordre pour plus de précision. Il reste que la discrétisation au premier ordre procure une meilleure convergence. Alors que le "Second Order Upwind Scheme" est de rigueur pour les écoulements non alignés au maillage.

Il existe aussi d'autres schémas de discrétisation :

- Le schéma "QUICK" (Quadratic Upwind Interpolation for Convective Kinetics) : Il procure une meilleure précision que le schéma au second ordre pour les écoulements rotationnels et tourbillonnaires (Swirling) avec un maillage régulier. Cependant, il ne s'applique pas à un maillage triangulaire.
- Le schéma "Power Law" est plus précis que le "First Order Upwind Scheme" pour les écoulements à très bas nombres de Reynolds (< 5). Sinon, il procure en général le même degré de précision.

III.9.1.4 Choix du schéma d'interpolation de la pression :

Pour la plupart des cas, le schéma "Standard" est acceptable. Pour des écoulements spécifiques, on peut choisir parmi les options suivantes :

- Le schéma force de volume pondéré "Body-Force-Weighted" est recommandé pour les écoulements impliquant d'importantes forces de volume (ex. convection naturelle à haut nombre de Rayleigh).
- Le schéma "PRESTO !" (Pressure Staggering Option): est approprié pour les écoulements hautement tourbillonnaires, à grande vitesse de rotation ou les écoulements dans des domaines fortement courbés. Le schéma au second ordre est à utiliser pour les écoulements compressibles et pour améliorer la précision en écoulements incompressibles.
- Le schéma linéaire "Liner" est disponible comme alternative au cas où les autres options ont des difficultés de convergence ou génèreraient des comportements non physiques.

III.9.1.5 Choix de la méthode de couplage Pression-Vitesse :

Si les vitesses sont définies aux nœuds d'un volume de contrôle ordinaire (comme les autres scalaires : pression, température), il est démontré qu'un champ de pression hautement non uniforme agira comme un champ uniforme sur les équations de quantité de mouvement discrétisées, Versteeg (1995). La solution passe par la définition des vitesses sur une grille décalée "Staggeredgrid" et l'emploi d'algorithmes tels que "SIMPLE" pour résoudre ce lien ou couplage entre la pression et la vitesse. La famille des algorithmes "SIMPLE" est essentiellement une procédure d' "estimation et correction" pour le calcul de la pression sur la "grille décalée" des composantes de la vitesse.

"Fluent" propose trois méthodes pour le couplage pression-vitesse (seulement avec la formulation "isolé") :

- Les deux premières, très similaires, sont la méthode "SIMPLE" (Semi-Implicite Method for a Pressure Linked Equations) et la méthode "SIMPLEC" (SIMPLE Consistent). Cette dernière méthode se différencie de la première par le fait qu'on peut lui assigner un facteur de relaxation (correction) de pression proche de 1, ce qui accélère la convergence dans la plupart des cas, mais peut conduire à des instabilités de la solution.
- Méthode "PISO" (Pressure-Implicite with Splitting of Operators), Cette méthode fait partie des algorithmes de la famille "SIMPLE". Elle est recommandée pour les écoulements instationnaires ou pour les maillages contenant des cellules très obliques "highly skewed".

III.9.1.6 Facteurs de relaxation :

Afin de contrôler et réduire le changement produit durant chaque itération d'une variable de l'écoulement ϕ ; "Fluent" permet d'agir sur les facteurs de relaxation assignés à un nombre de variables comme suit :

$$\phi = \phi_0 + \alpha \cdot \Delta\phi$$

$$\Delta\phi = \phi_{cc} - \phi_0$$

Ou ϕ_0 : Ancienne valeur de ϕ .

$\Delta\phi$: Changement dans la valeur de ϕ .

ϕ_{cc} : Valeur de ϕ calculée

α : Facteur de relaxation.

Le code de calcul offre les meilleures valeurs des facteurs de relaxation pour une large gamme d'écoulements. Néanmoins, si on voit qu'au cours du calcul les résidus commencent à s'amplifier, il est préférable de réduire ces derniers. Par contre, si on observe une convergence très lente mais sûre là, on pourra les augmenter prudemment, surtout le facteur de relaxation lié à l'équation de continuité.

III.9.2 Les avantages de la simulation numérique :

La simulation numérique permet la réduction du temps de la conception (design) et du développement d'un projet donnée. L'étude expérimentale en soufflerie passe par la conception d'un modèle qui consomme énormément de temps et d'argent, alors qu'en simulation numérique on peut rapidement, facilement et pour un moindre coût tester plusieurs configuration géométrique, un large éventail de nombre de Reynolds, de nombre de Mach,...etc. la seule limite étant la capacité du chercheur a analysé le flux énorme de donnée issues du calcul.

On peut aussi tester un large éventail de conditions très difficiles, voire impossible à réaliser expérimentalement tel que certains problèmes de combustion, le cas des très hautes températures, et certaines catégories d'écoulements non stationnaires.

Alors que lors d'une étude expérimentale il est très difficile de mesurer un champ global de pression ou de températures, en simulation numérique l'obtention de toutes les variables dans la totalité du domaine de calcul est réalisée avec un minimum d'efforts.

L'avancement spectaculaire de l'informatique a fait que les calculateurs deviennent de plus en plus performants en vitesse de calcul et capacité de stockage des données sans oublier que les prix de telles machines sont en baisse constant. Par contre du côté expérimentale les équipements nécessaires deviennent de plus en plus compliquées et coûteux. En conclusion la conduite d'une étude numérique devient de plus en plus économique est abordable contrairement aux études expérimentales. [8]

L'investigation numérique est de moins en moins consommatrice d'énergie puisque les calculateurs deviennent de plus en plus rapide et les méthodes de calcul plus élaborées et efficaces. La disponibilité des machines multi processeurs et de type vectoriel ne fait que réduire les temps nécessaires à la simulation des processeurs de plus en plus complexe. Le développement de telles machines a permis d'utiliser des méthodes plus précises et gourmandes en capacité mémoire telle que la simulation directe pour le traitement de la turbulence.

Quelques domaines d'application

- Aviation : aérodynamique des profils d'ailes utilisés dans l'aviation (portance traîne)
- Industrie naval : hydrodynamique de coque et engin submersible.
- Production de l'énergie, combustion, moteurs à C.I et turbines à gaz (perte de charges...)
- Turbomachines,
- Refroidissement des équipements électrique : machines tournantes et circuits électrique.
- Génie- chimique : mélange, séparation, polymères...etc.
- Environnements : dispersion des polluants (air et mer)
- Architecture et sécurité : climatisation, ventilation, vent...etc.
- Génie- civil : Grand ouvrage, pont, tunnel...etc.
- Océanographie : fleuve, océans....etc.
- Bio- médical : prothèses, écoulement du sang, climatisation...etc.
- Industrie automobile : optimisation du design, climatisation...etc.
- Balistique : aérodynamique des projectiles (missile)
- Les jets industriels : injecteurs, refroidissement par film, chambre de combustion et cheminées.

III.10 Conclusion :

A travers ce chapitre, on perçoit mieux les difficultés que l'on peut rencontrer lors de la modélisation numérique d'un problème en mécanique des fluides même très simple, que ce soit lors de la création de la géométrie, la génération du maillage, l'implémentation du problème sous "Fluent", le contrôle de la convergence et même le traitement des données de la simulation.

Par ailleurs, l'analyse des différents paramètres à régler qu'offre le logiciel "Fluent" nous a permis d'adopter la bonne méthode de résolution en passant par des choix judicieux qui ont été systématiquement justifiés.

III.11 Organigramme de calcul

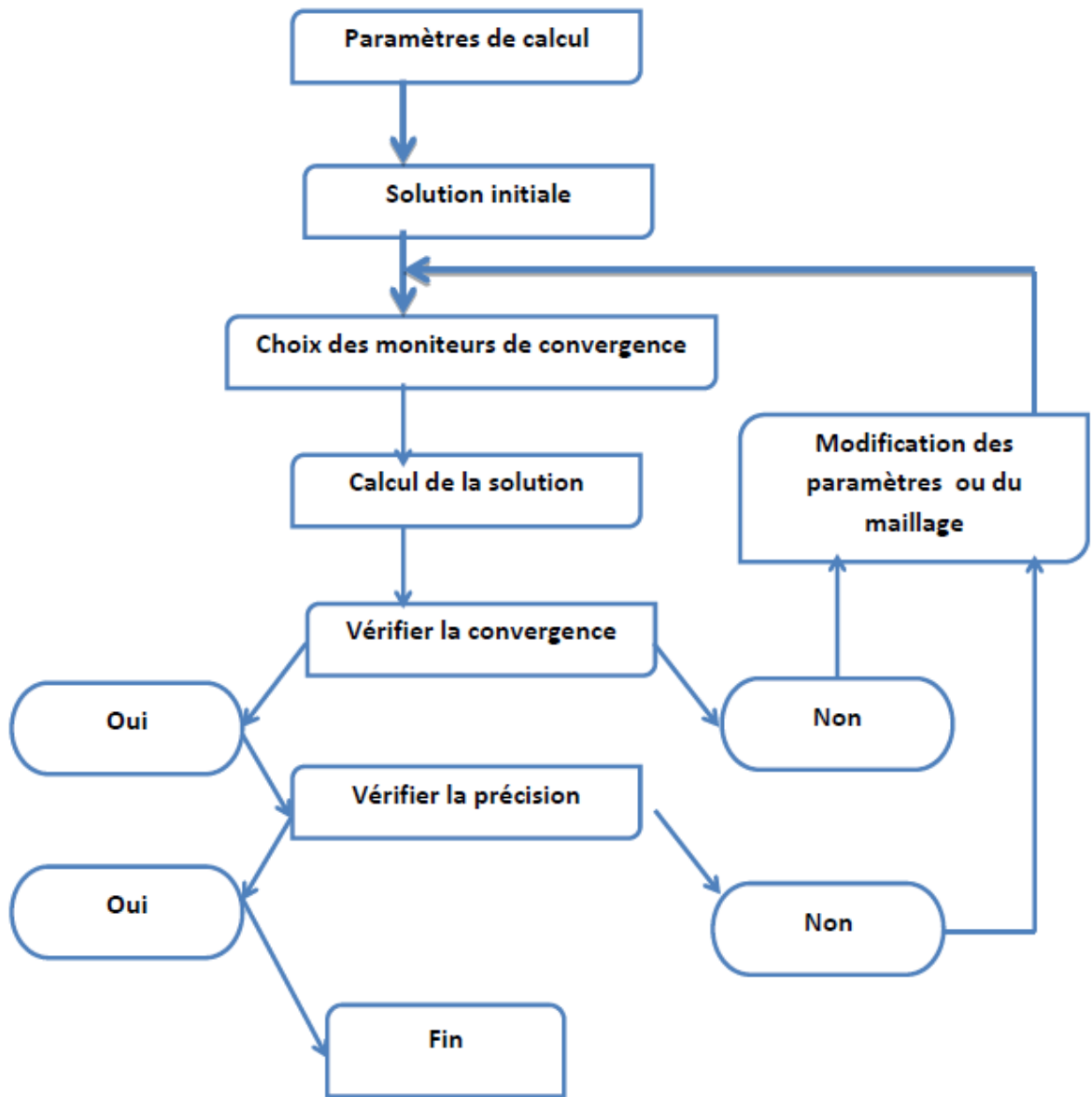


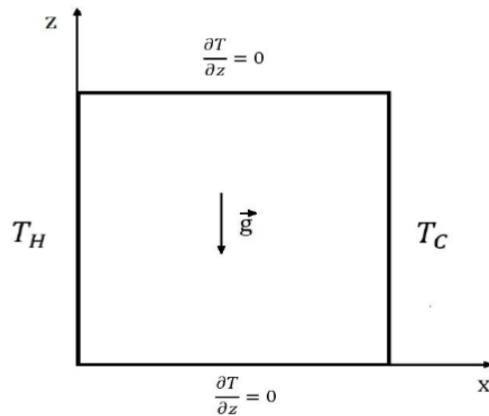
Figure III.3: Organigramme de calcul.

Chapitre IV: Résultats de la Simulation et Discussion

*Chapitre IV: Résultats de
la Simulation et Discussion*

IV. Résultats et discussions

IV.1 Cavité différentiellement chauffée (G. De vahl Davis [3])



IV.1.1 Optimisation du maillage

Nous avons mené une étude systématique de l'effet du maillage sur les résultats.

Les résultats de cette étude sont exposés dans les tableaux ci-dessous.

Pour cela, une répartition uniforme des nœuds a été utilisée.

Une série de cas a été proposée pour étudier l'indépendance du maillage pour $Ra = 10^3 - 10^6$

Les valeurs de Ψ_{max} et Nu_0 ont été évaluées en fonction des nombres des nœuds

Dans les tableaux ci-dessous il apparaît que $\max \psi$ et Nu_0 deviennent insensibles au nombre de nœuds à partir d'un certain maillage que nous allons adopter dans la suite de notre travail.

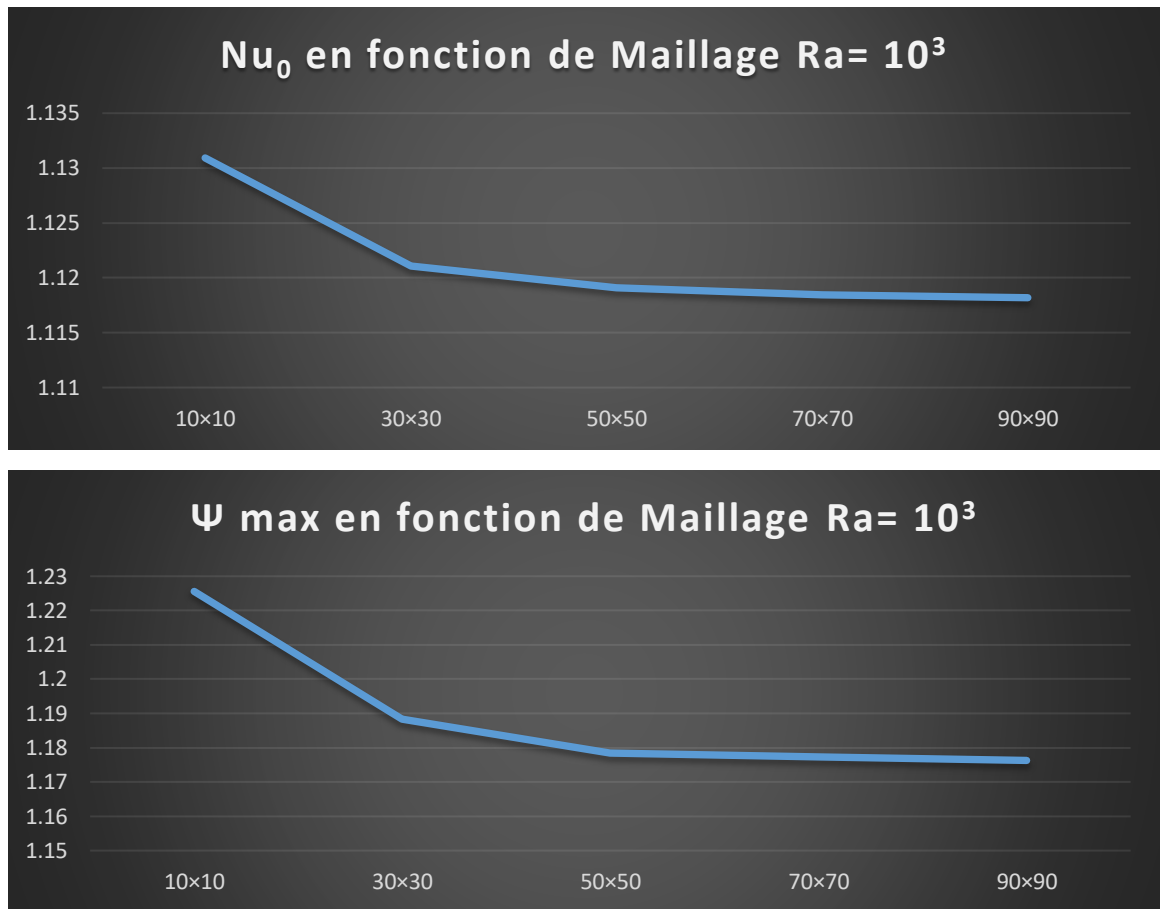
IV.1.2 Effet du maillage sur la stabilité des résultats numérique

Pour examiner et évaluer l'indépendance du maillage sur la solution numérique, on a essayé plusieurs maillages dans la simulation pour voir la stabilité des résultats numériques pour les différentes valeurs de $Ra = 10^3$   10^6 .

Les résultats de la variation du maillage sont présentés comme suit :

IV.1.2.1 Effet du maillage sur la solution numérique $Ra = 10^3$

N� Test	Nombre des nœuds	Ψ_{max}	u_{max}	w_{max}	Nu_0
1	30×30	1.188	3.672	3.718	1.121
2	50×50	1.178	3.654	3.705	1.119
3	70×70	1.177	3.654	3.705	1.118
4	90×90	1.176	3.654	3.701	1.118
The bench mark solution [3]		1.174	3.649	3.697	1.117



FigureIV.1: Graphe de N0 et Ψ max en fonction de Maillage Ra=10E3

On constate que la variation du nombre de Nusselt et Ψ max restent presque constante à compter du maillage 70 X 70nœuds. Donc on va adopter dans notre étude, le maillage 70 X 70 pour le calcul.

IV.1.2.2 Effet du maillage sur la solution numérique Ra= 10⁴

N° Test	Nombre des nœuds	Ψ max	u _{max}	w _{max}	Nu ₀
1	10×10	5.246	-0.610	19.83	2.355
2	30×30	5.118	16.177	19.707	2.271
3	50×50	5.086	16.212	19.612	2.255
4	70×70	5.081	16.178	19.643	2.249
5	90×90	5.078	16.172	19.647	2.247
The bench mark solution [3]		5.071	16.178	19.617	2.238

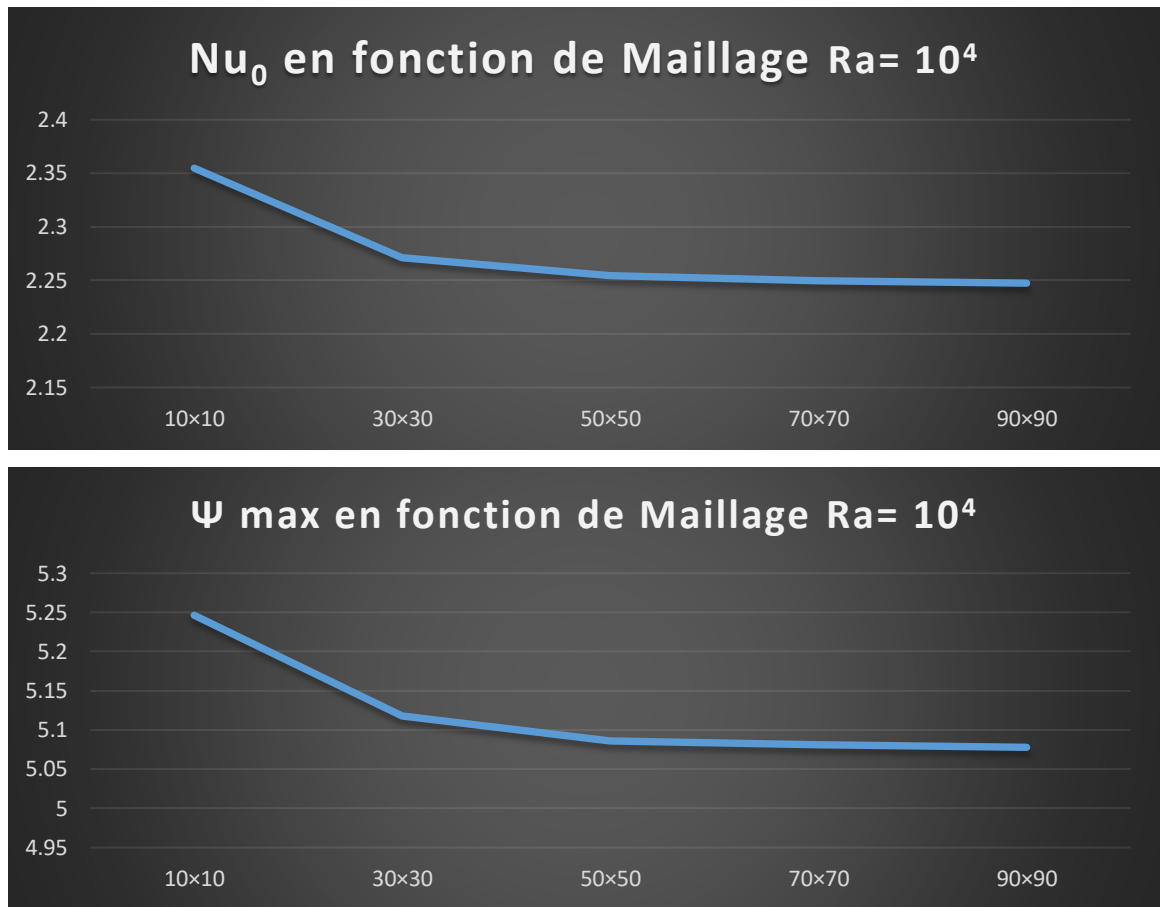


Figure IV.2: Graphe de Nu_0 et Ψ max en fonction de Maillage $Ra=10E4$

De la même façon On constate que la variation du nombre de Nusselt et Ψ max restent presque constants à compter du maillage 70 X 70 nœuds. Donc on va utiliser dans notre étude, le maillage 70X 70 pour le calcul.

IV.1.2.3 Effet du maillage sur la solution numérique $Ra= 10^5$

N° test	Nombre des nœuds	Ψ max	u _{max}	w _{max}	Nu ₀
1	110×110	9.616	-0.077	68.467	4.531
2	130×130	9.611	34.674	68.560	4.527
3	150×150	9.608	34.695	68.512	4.525
4	170×170	9.596	-3.155e-07	-9.521e-07	4.523
5	190×190	9.597	4.292e-08	-2.246e-08	4.522
The bench mark solution [3]		9.612	34.73	68.59	4.509

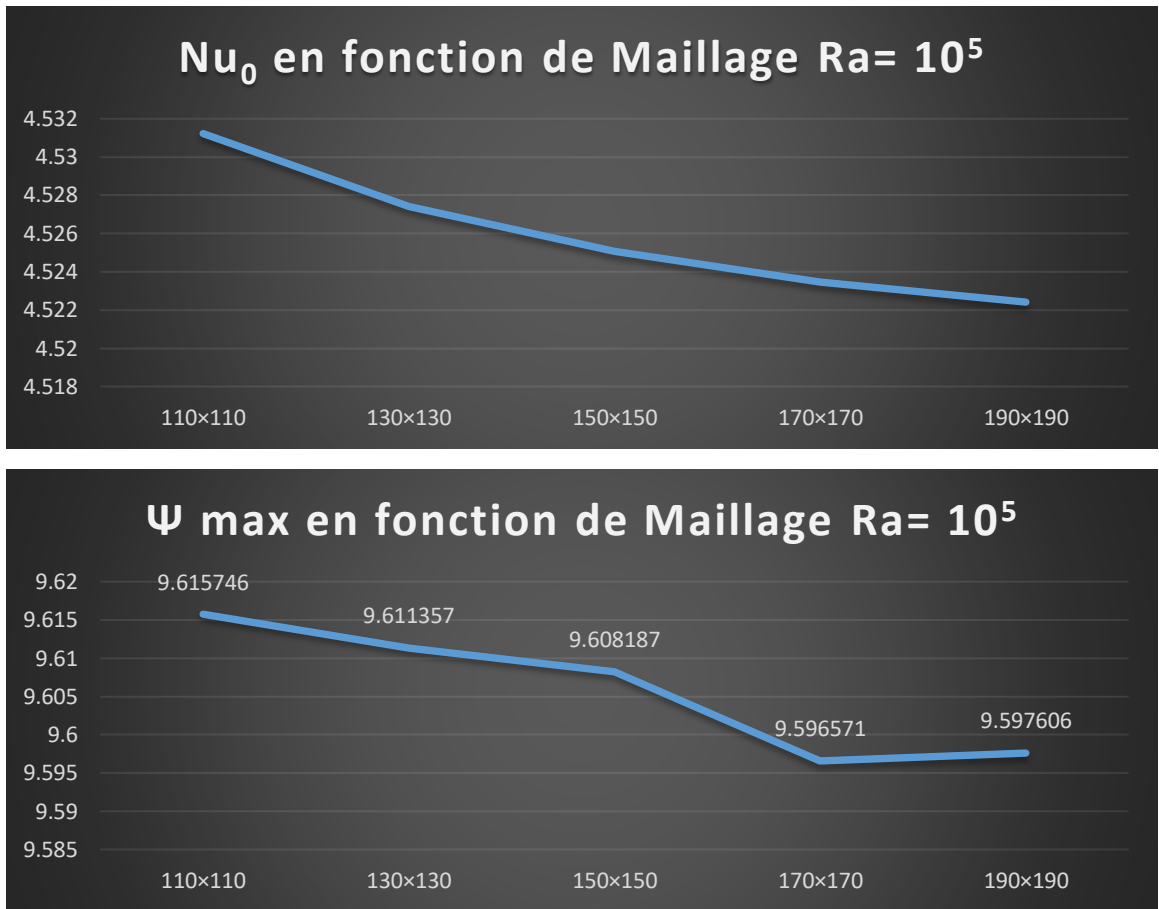


Figure IV.3: Graphe de Nu_0 et Ψ max en fonction de Maillage $Ra=10^5$

Pour $Ra= 10^5$ On constate que le nombre de Nusselt et Ψ max restent presque constante entre les maillages 110 X 110 et 130 X 130 nœuds. Donc on va adopter pour le maillage 130 X 130 dans notre étude et le calcul.

IV.1.2.4 Effet du maillage sur la solution numérique $Ra= 10^6$

N° test	Nombre des nœuds	Ψ max	u _{max}	w _{max}	Nu ₀	Nu _{max}	Nu _{min}
1	100×100	16.934	65.427	221.078	8.927	18.325	0.967
2	120×120	16.898	65.231	221.218	8.896	18.108	0.971
3	140×140	16.874	65.112	220.651	8.877	17.949	0.973
4	180×180	16.859	65.039	219.949	8.865	17.855	0.975
The bench mark solution [3]		16.75	64.63	219.36	8.817	17.925	0.989

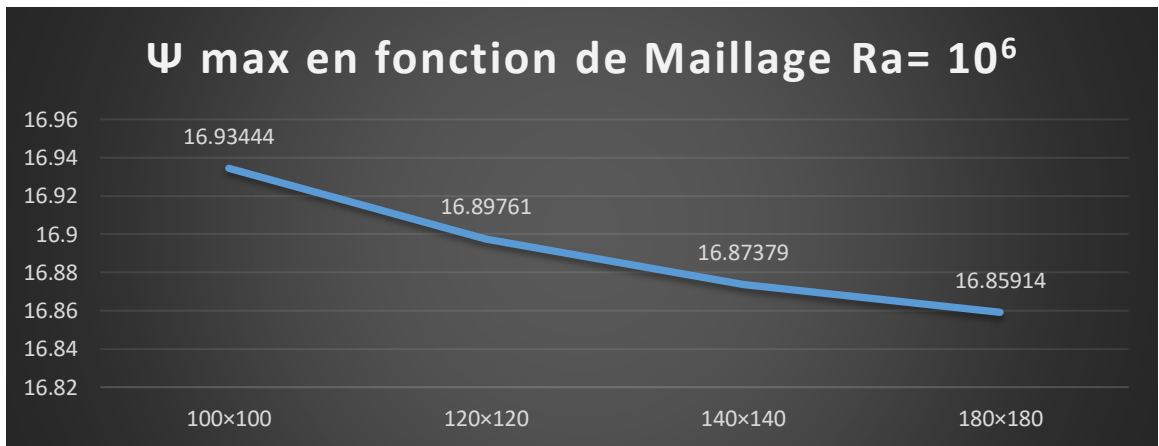
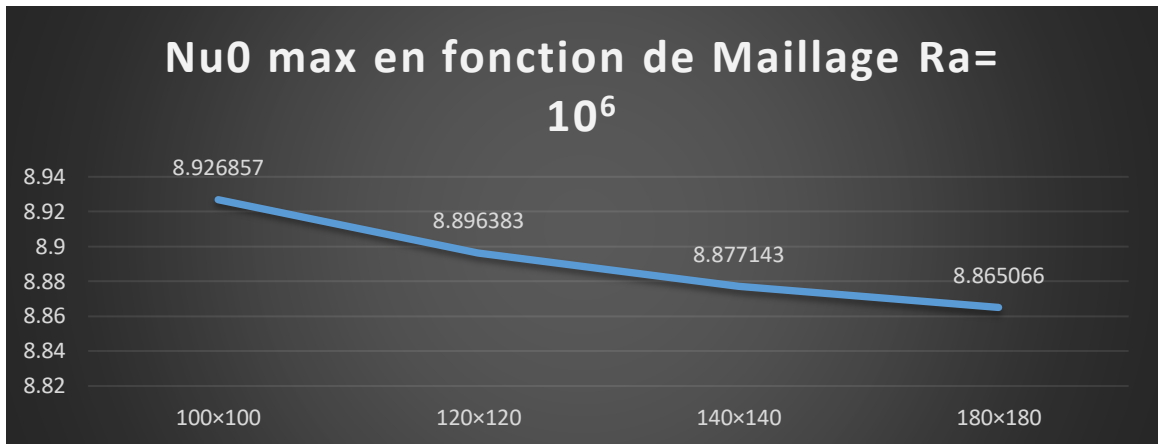


Figure IV.4: Graphe de N_0 et Ψ max en fonction de Maillage Ra=10E6

IV.1.3 Effet du nombre de Rayleigh sur le Champ thermique et les lignes de courant

Pour examiner l'effet du nombre de Rayleigh sur la structure dynamique et thermique de l'écoulement de l'air dans une cavité carrée différentiellement chauffée, nous avons varié le nombre de Rayleigh entre 10^3 à 10^6 , où l'écoulement est laminaire.

➤ $Ra = 10^3$

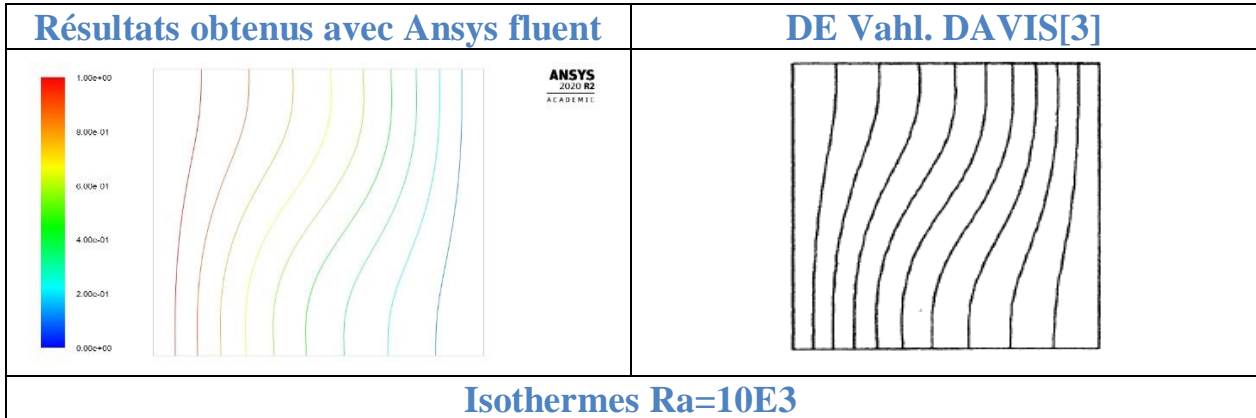


Figure IV.5: Contours des isothermes pour $Ra = 10^3$

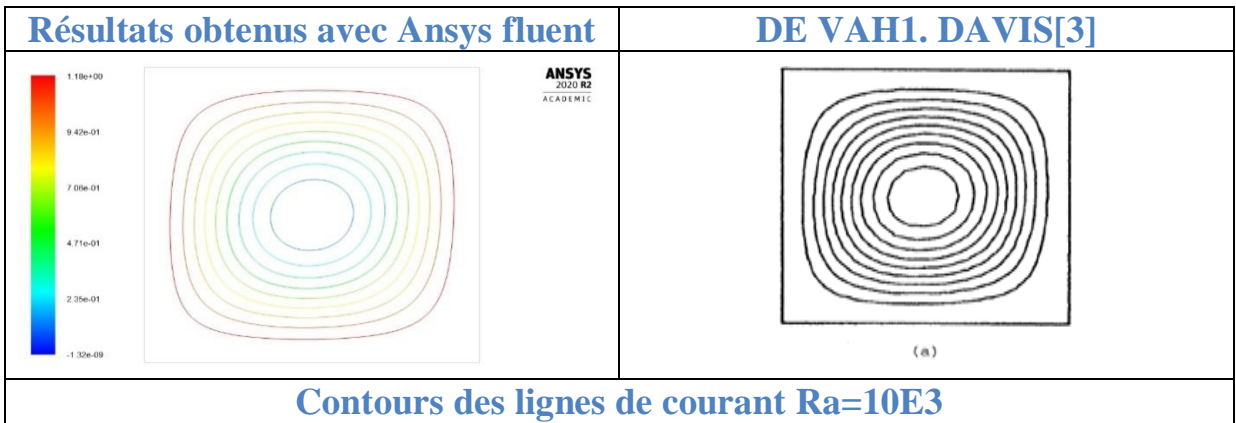


Figure IV.6: Contours des lignes de courant pour $Ra = 10^3$

➤ $Ra = 10^4$

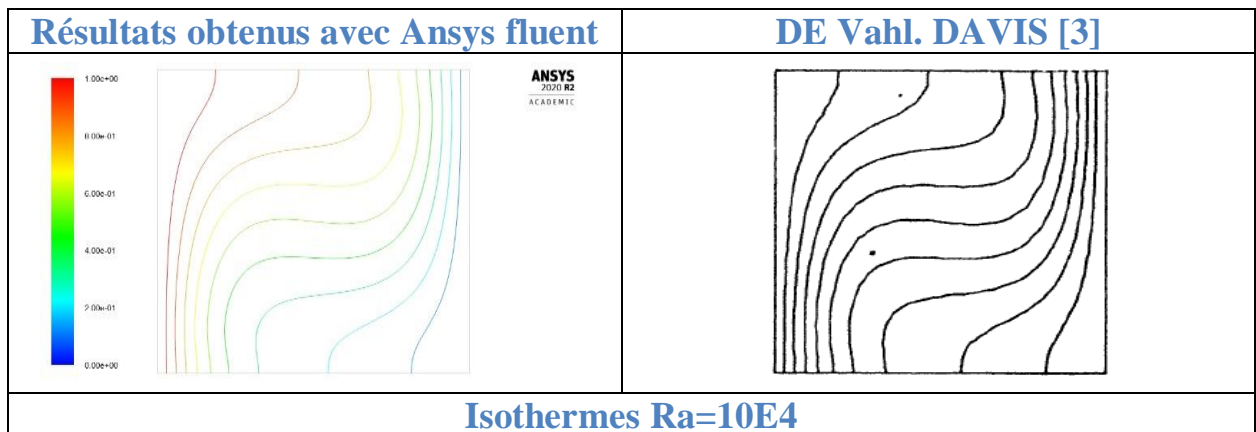


Figure IV.7: Contours des isothermes pour $Ra = 10^4$

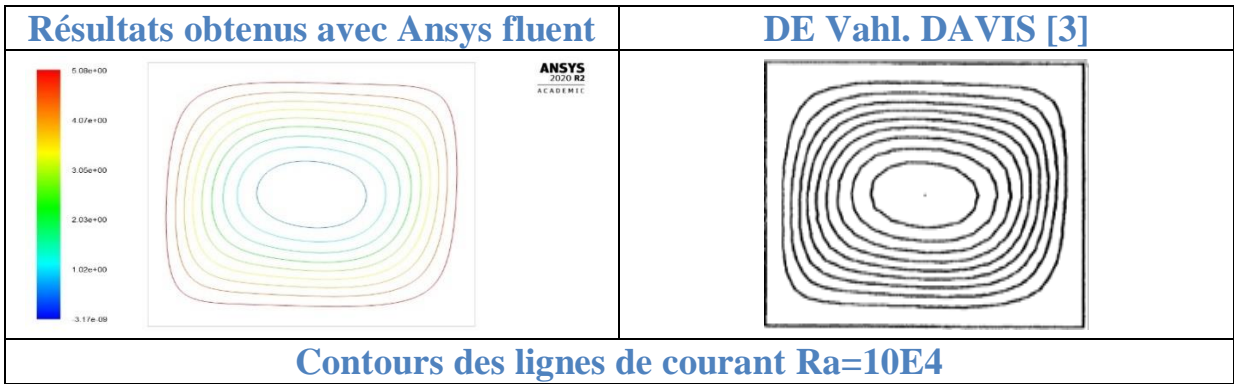


Figure IV.8: Contours des lignes de courant pour $Ra= 10^4$

➤ $Ra= 10^5$

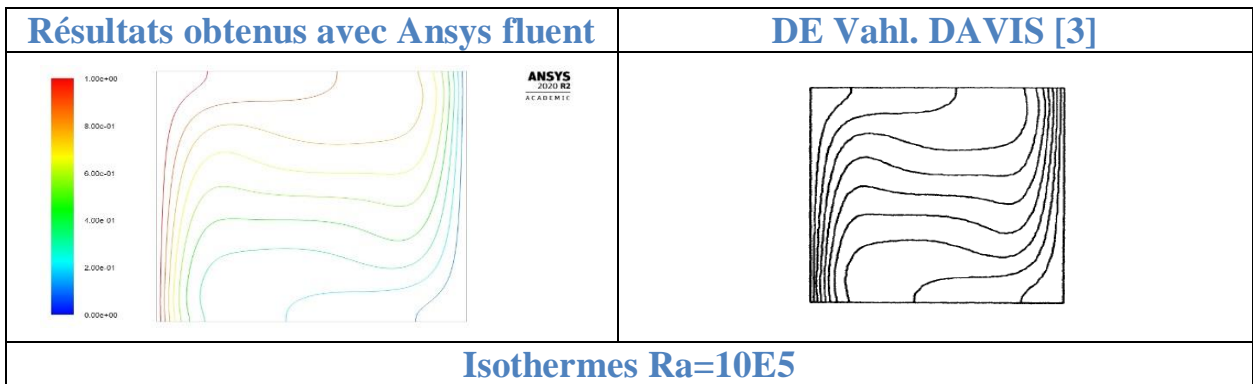


Figure IV.9: Contours des isothermes pour $Ra= 10^5$

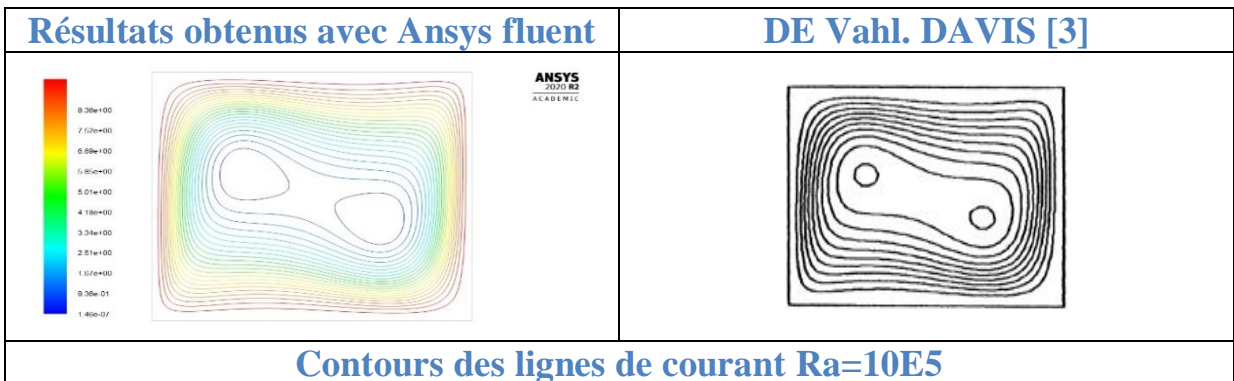


Figure IV.10: Contours des lignes de courant pour $Ra= 10^5$

➤ $Ra = 10^6$

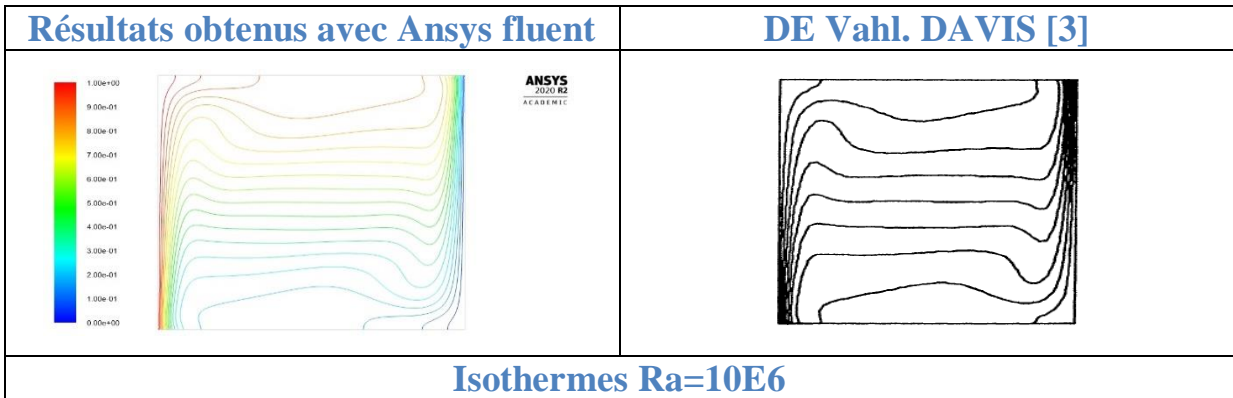


Figure IV.11: Contours des isothermes pour $Ra = 10^6$

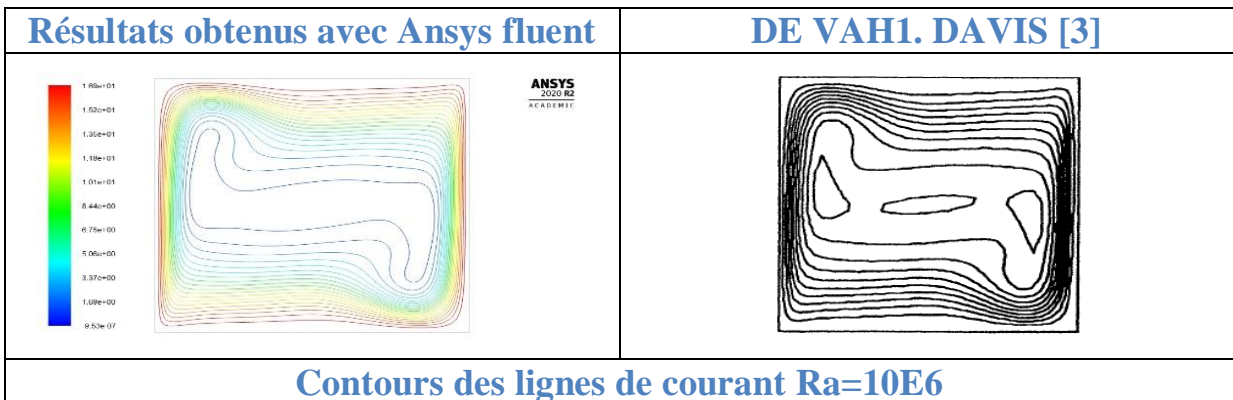


Figure IV.12: Contours des lignes de courant pour $Ra = 10^6$

IV.1.3.1 Interprétation des résultats de Champ thermique

Les contours des isothermes pour différents nombres de Rayleigh sont présentés dans les figures ci-dessus. Pour les faibles nombre de Rayleigh, on remarque que les isothermes sont presque parallèles à la paroi chaude au limite inférieure de cavité jusqu'à la ligne médiane horizontale ($y=1/2$), une légère déviation a été remarqué. Cette déviation augmente pour atteindre une valeur maximale à la limite supérieure de l'enceinte. Ce phénomène est le même pour la paroi froide, mais de sens inverse (la déviation commence à la limite inférieure). Ceci reflète directement l'effet de la gravité dans la convection naturelle.

Le même phénomène a été trouvé pour tous les nombres de Rayleigh, mais d'intensité de déviation progressive (proportionnelle) en fonction de nombre de Rayleigh.

IV.1.3.2 Interprétation des résultats Champ dynamique des lignes de courant

Les contours des lignes de courant pour différents nombres de Rayleigh sont présentés dans les figures ci-dessus.

Pour les cas des faibles nombres de Rayleigh (où la conduction domine le transfert de chaleur), notamment pour $Ra=10^3$, la fonction de courant minimale est de forme d'un cercle localisé au milieu de la cavité. Le rayon de ce cercle augmente d'une façon quasi-régulière jusqu'à atteindre la valeur maximale proche des parois de l'enceinte où la fonction est déformée.

Pour un nombre Rayleigh d'ordre $Ra=10^4$, la fonction de courant minimale prend une forme ellipsoïdale localisée au milieu de la cavité. Les deux rayons de l'ellipse augmentent d'une façon quasi-régulière aussi afin d'atteindre la valeur maximale proche des parois de l'enceinte où la fonction est déformée.

Pour un nombre de Rayleigh considérable de l'ordre $Ra=10^5$, deux cellules symétriques contrarotatives sont apparus au milieu de la cavité, ces cellules se fusionnent progressivement jusqu'à atteindre une seule forme proche à la paroi. Cependant la fusion de ces cellules pour un nombre de Rayleigh $Ra=10^6$, donne une forme aléatoire, et les lignes de courant sont circonscrites proche des parois horizontales.

IV.1.4 Comparaisons des Résultats quantitatives :

➤ Résultats De Vahl Davis [3]

Table 4: Tableau récapitulatif des résultats de simulation

Ra		1.00E+03	1.00E+04	1.00E+05	1.00E+06
ψ max	Vahl Davis	1.174	5.071	9.612	16.75
	Actuel étude	1.177	5.081	9.611	16.873
umax	Vahl Davis	3.649	16.178	34.73	64.63
	Actuel étude	3.654	16.178	34.673	65.112
wmax	Vahl Davis	3.697	19.617	68.59	219.36
	Actuel étude	3.705	19.643	68.560	220.650
Nu0	Vahl Davis	1.117	2.238	4.509	8.817
	Actuel étude	1.118	2.249	4.527	8.877
Numax	Vahl Davis	1.505	3.528	7.717	17.925
	Actuel étude	1.505	3.545	7.756	17.949
Numin	Vahl Davis	0.692	0.586	0.729	0.989
	Actuel étude	0.691	0.585	0.727	0.973

D'après les résultats obtenus par l'actuelle étude qui sont affichés dans le tableau ci-dessus comparativement aux résultats de DE Vahl Davis [3] on remarque que l'erreur est de l'ordre de 1% ou de 0.1% ce qui nous conduit à conclure que la simulation est réussie et le code de calcul est validé

Conclusion :

La comparaison des isothermes, des lignes de courant et la température adimensionnelle avec les résultats expérimentaux et numériques existants dans la littérature présente une excellente concordance, ce qui nous a permis de valider notre procédure de simulation numérique.

IV.2 Cavité avec source de chaleur (configuration de Sharif) [9]

Dans cette partie on va prendre le cas de la configuration de Sharif où $A=1$ et $\varepsilon = 0.2$ & $\gamma = 0$

▪ Les équations adimensionnelles :

$$\frac{\partial U}{\partial X} + \frac{\partial V}{\partial Y} = 0 \quad (\text{IV-1})$$

$$U \frac{\partial U}{\partial X} + V \frac{\partial U}{\partial Y} = -\frac{\partial P}{\partial X} + \left(\frac{\partial^2 U}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial Y^2} \right) + (Gr \sin \gamma) \theta \quad (\text{IV-2})$$

$$U \frac{\partial V}{\partial X} + V \frac{\partial V}{\partial Y} = -\frac{\partial P}{\partial Y} + \left(\frac{\partial^2 V}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial Y^2} \right) + (Gr \cos \gamma) \theta \quad (\text{IV-3})$$

$$U \frac{\partial \theta}{\partial X} + V \frac{\partial \theta}{\partial Y} = \frac{1}{Pr} \left(\frac{\partial^2 \theta}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 \theta}{\partial Y^2} \right) \quad (\text{IV-4})$$

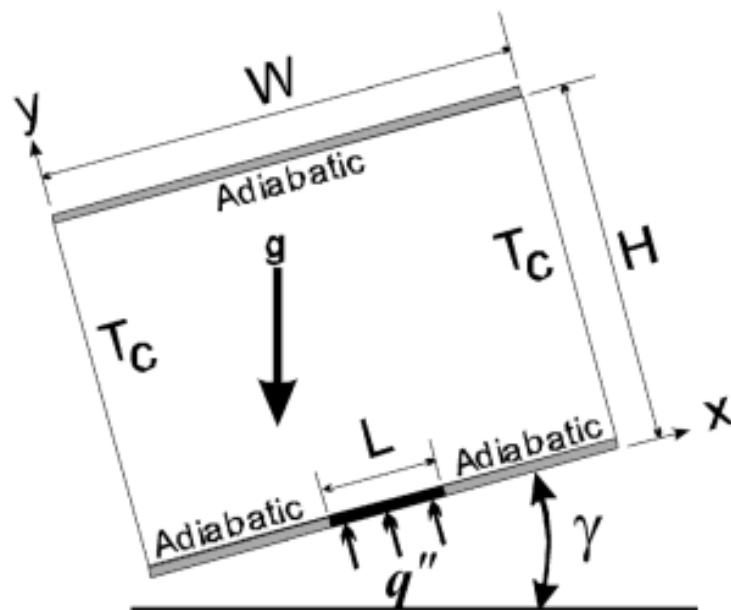


Figure IV.13: Cavité avec source de chaleur (configuration de Sharif)

▪ **Nombres adimensionnels**

$$Gr = \frac{g W^3 \beta \theta}{\nu^2} \quad (\text{IV} - 5)$$

$$\theta = T_C - T_F = \frac{Gr \nu^2}{g W^3 \beta} \quad (\text{IV} - 6)$$

$$\varepsilon = \frac{L}{W} \quad (\text{IV-7})$$

$$A = \frac{H}{W} \quad (\text{IV} - 8)$$

▪ **Conditions aux limites**

$$g=1$$

$$B=Gr$$

$$K=q=1/Pr=1.428 \quad \rho=1, cp=1, \mu=1$$

$$\theta_{cold}=0, \theta_{hot}=1$$

IV.2.1 Effet du maillage sur la solution numérique dans la cavité carré avec présence de source de chaleur (configuration de SHARIF [9])

IV.2.1.1 Effet du maillage sur les résultats numérique Gr= 10³

Cas test	Nombre des nœuds	Nusselt moyen	Tmax
1	10×10	5.549	0.188
2	20×20	5.702	0.183
3	30×30	5.815	0.182
4	40×40	5.862	0.182
5	50×50	5.885	0.182
6	60×60	5.899	0.182
7	70×70	5.909	0.182
8	80×80	5.915	0.182
9	90×90	5.919	0.182
10	100×100	5.922	0.182
M.A.R. Sharif [9]		5.926	0.182

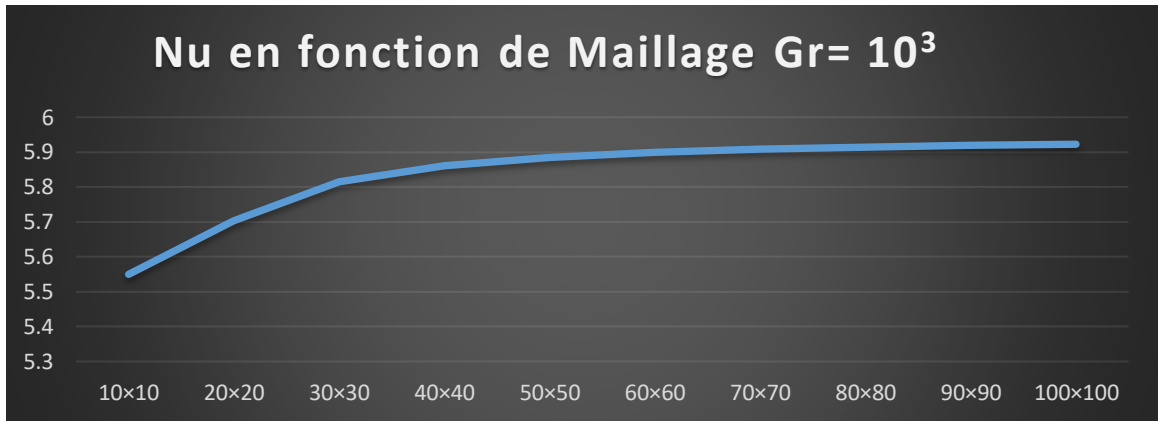
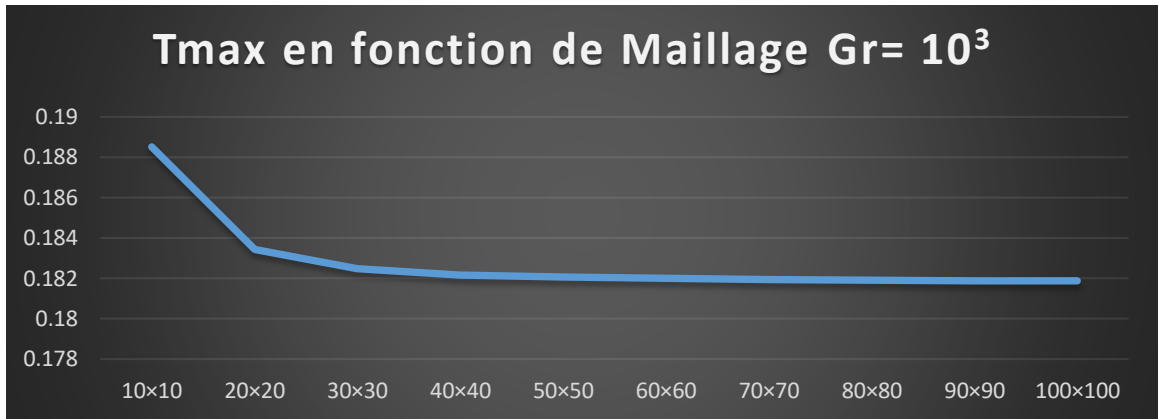


Figure IV.14: Graphe de Nu et Tmax en fonction de Maillage Gr=10E3

On a d'après le tableau et les graphes les résultats sont stable et s'approchent des résultats de Sharif à partir de maillage 90 X90 qu'on va l'utilisé pour la simulation pour Gr=10E3

IV.2.1.2 Effet du maillage sur les résultats numérique Gr= 10⁴

Cas test	Nombre des nœuds	AverageNusselt	Tmax
3	30x30	5.829	0.182
4	40x40	5.876	0.182
5	50x50	5.899	0.181
6	60x60	5.914	0.181
7	70x70	5.924	0.181
8	80x80	5.930	0.181
9	90x90	5.934	0.181
10	100x100	5.938	0.181
11	110x110	5.940	0.181
12	120x120	5.942	0.181
13	120x120	5.943	0.181
M.A.R. Sharif [9]		5.946	0.181

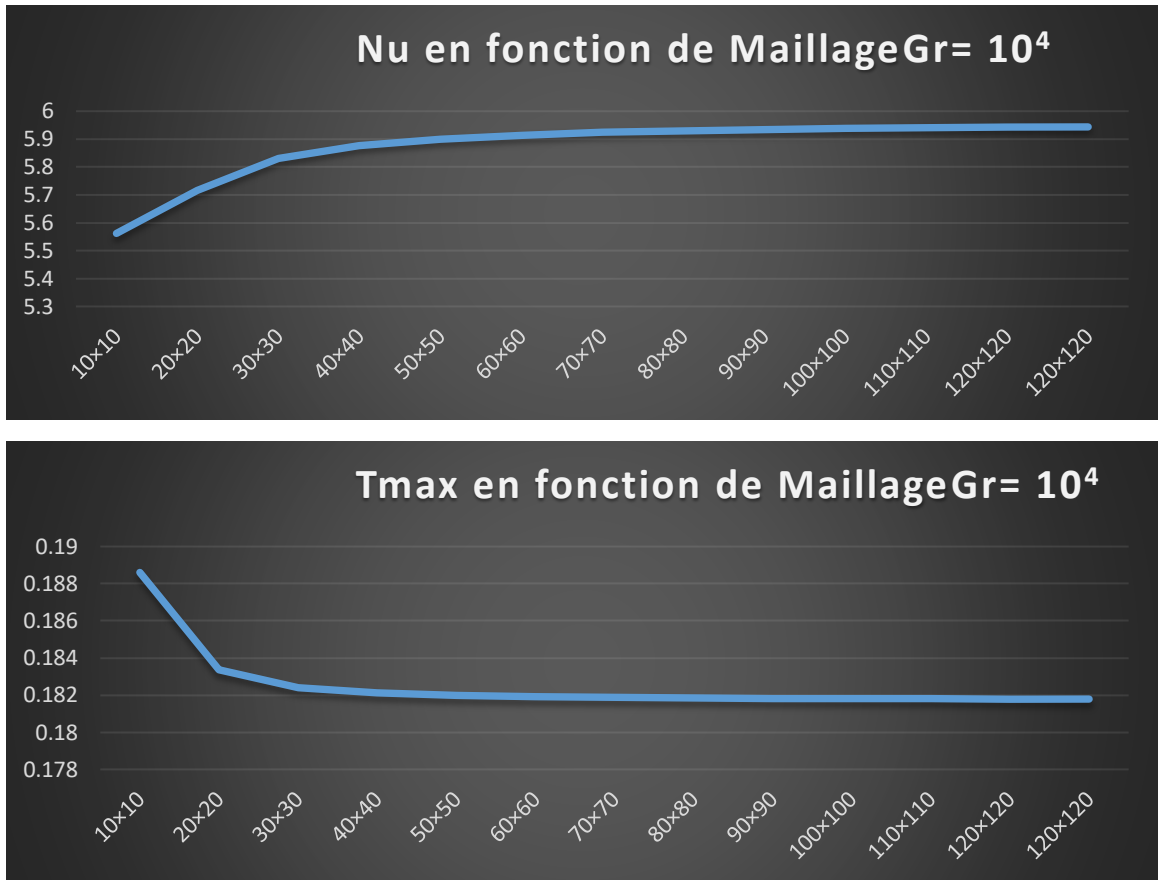


Figure IV.15: Graphe de Nu et Tmax en fonction de Maillage Gr=10E4

On a d'après le tableau et les graphes les résultats sont stable et s'approchent des résultats de Sharif à partir de maillage 100 X100 qu'on va l'utiliser pour la simulation pour Gr=10E4

IV.2.1.3 Effet du maillage sur les résultats numérique Gr= 10⁵

Cas test	Nombre des nœuds	AverageNusselt	Tmax
1	10x10	6.656	0.163
2	20x20	6.839	0.157
3	30x30	6.967	0.157
4	40x40	7.017	0.157
5	50x50	7.042	0.157
6	60x60	7.057	0.157
7	70x70	7.068	0.157
8	80x80	7.075	0.157
M.A.R. Sharif [9]		7.124	0.157

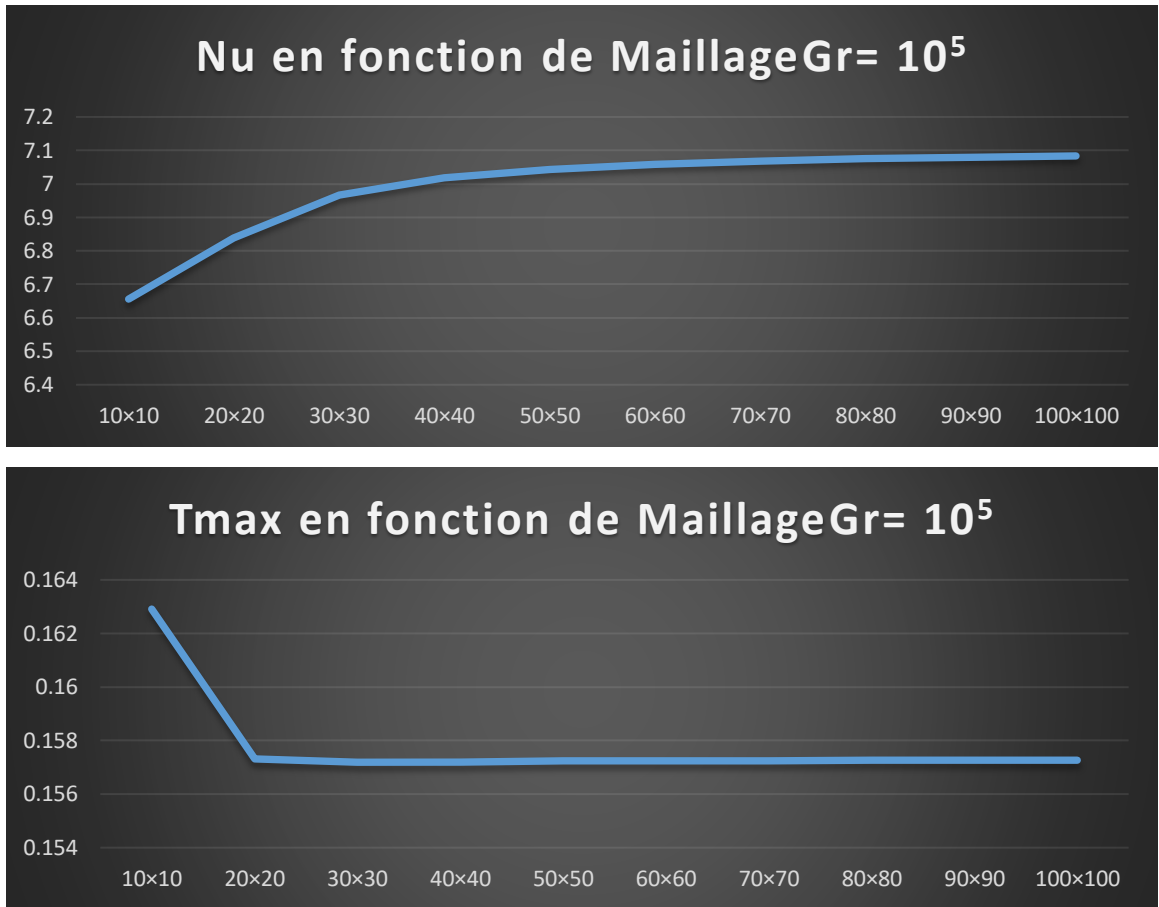


Figure IV.16: Graphe de Nu et Tmax en fonction de Maillage Gr=10E5

On a d'après le tableau et les graphes les résultats sont stable et s'approchent des résultats de Sharif à partir de maillage 70 X70 qu'on va l'utilisé pour la simulation pour Gr=10E5

IV.2.1.4 Effet du maillage sur les résultats numérique Gr= 10⁶

Cas test	Nombre des nœuds	Average Nusselt	Tmax
1	10x10	10.445	0.115
2	20x20	10.815	0.108
3	30x30	10.968	0.109
4	40x40	11.054	0.109
5	50x50	11.099	0.110
6	60x60	11.126	0.110
7	70x70	11.144	0.110
8	80x80	11.156	0.110
9	90x90	11.165	0.110
10	100x100	11.171	0.110
M.A.R. Sharif [9]		11.341	0.1092

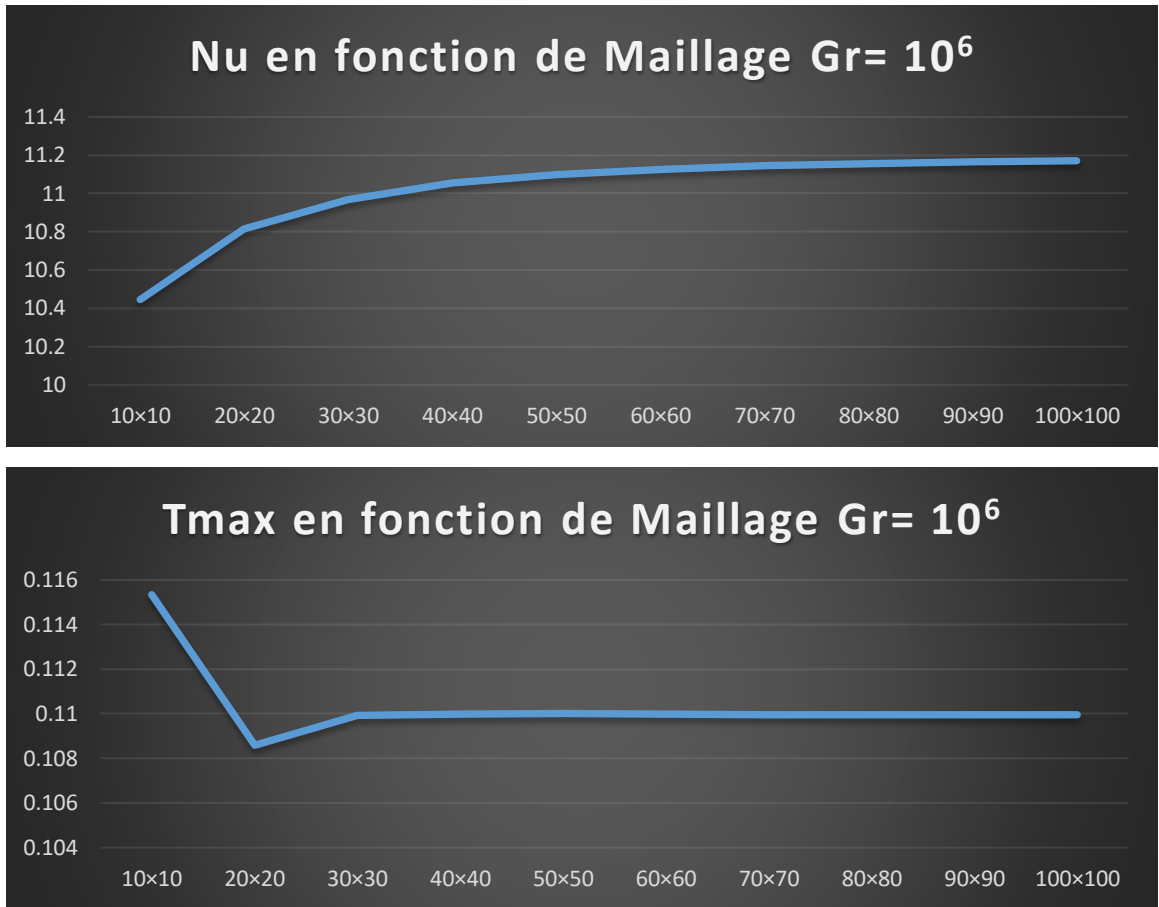


Figure IV.17: Graphe de Nu et Tmax en fonction de Maillage Gr=10E6

On a d'après le tableau et les graphes les résultats sont stable et s'approchent des résultats de Sharif à partir de maillage 100X100 qu'on va l'utilisé pour la simulation pour Gr=10E6

IV.2.2 Effet du nombre de Grashof Gr sur le Champ thermique et les lignes de courant

➤ **Ga= 10³**

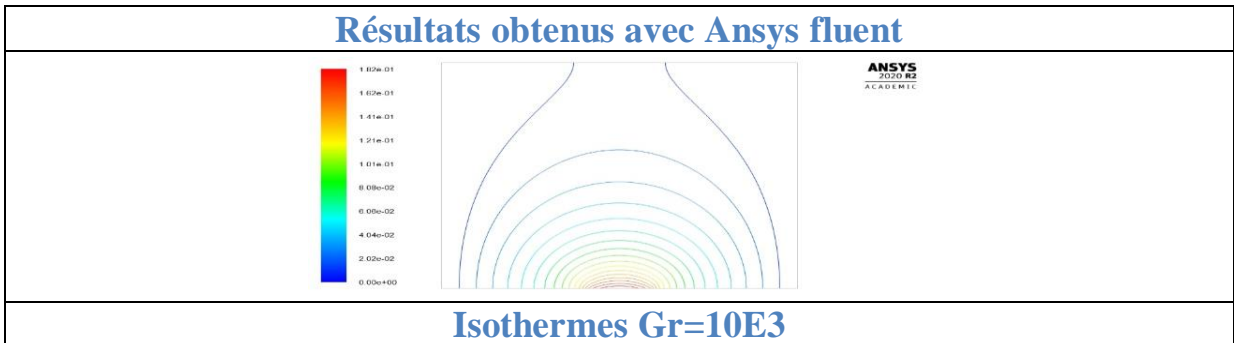


Figure IV.18: Contours des isothermes pour Ga= 103



Figure IV.19: Contours des lignes de courant pour $Gr= 103$

➤ $Ga= 10^4$

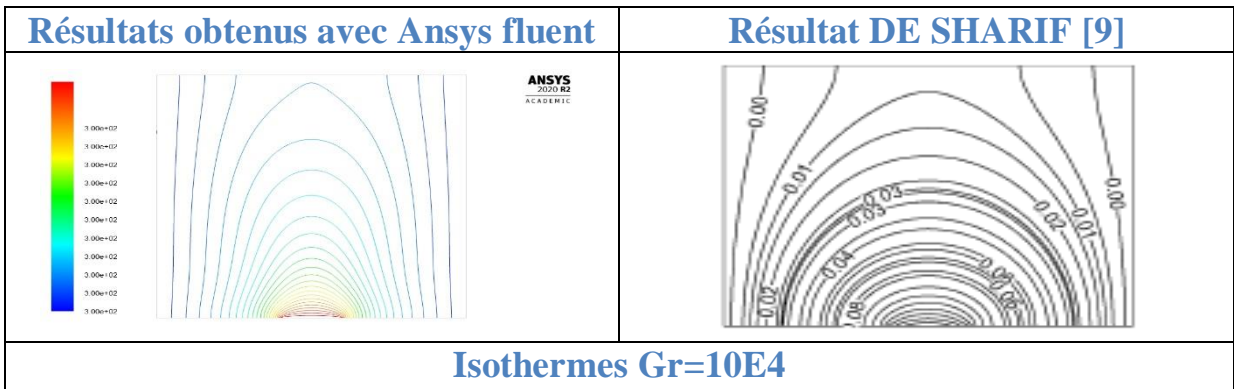


Figure IV.20: Contours des isothermes pour $Ga= 10^4$

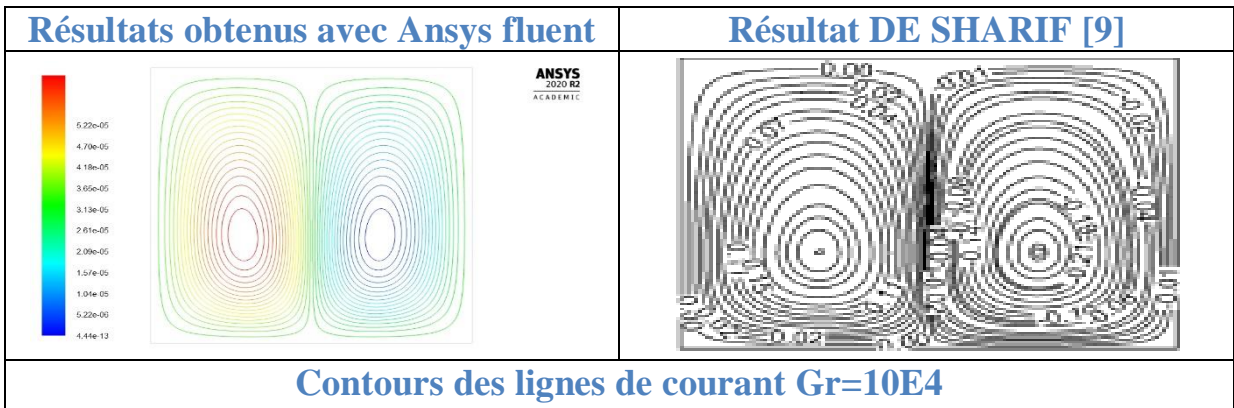


Figure IV.21: Contours des lignes de courant pour $Ga= 10^4$

➤ $Ga = 10^5$

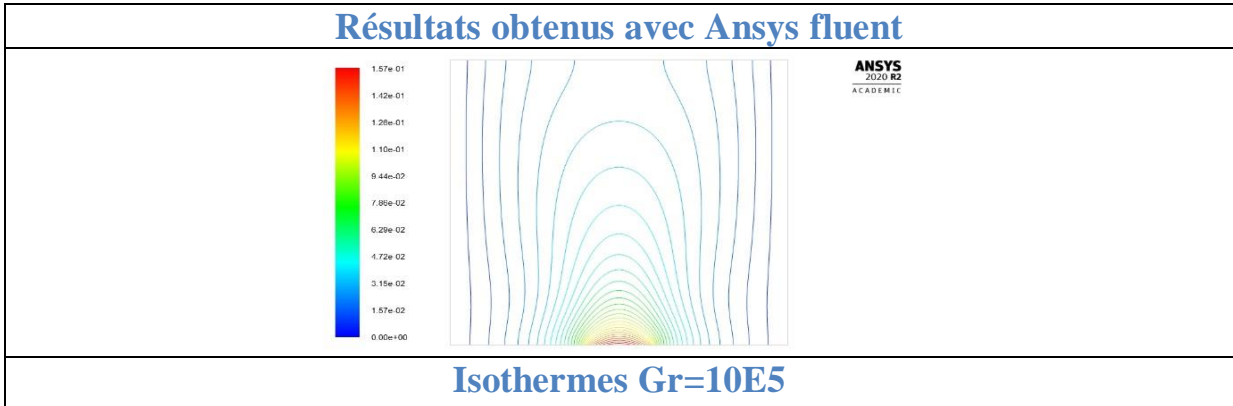


Figure IV.22: Contours des isothermes pour $Ga = 10^5$

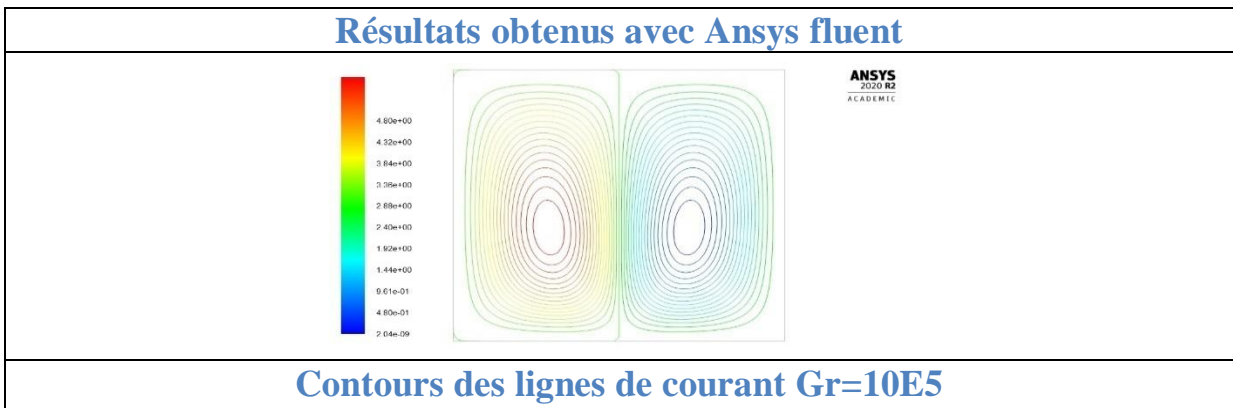


Figure IV.23: Contours des lignes de courant pour $Ga = 10^5$

➤ $Ga = 10^6$

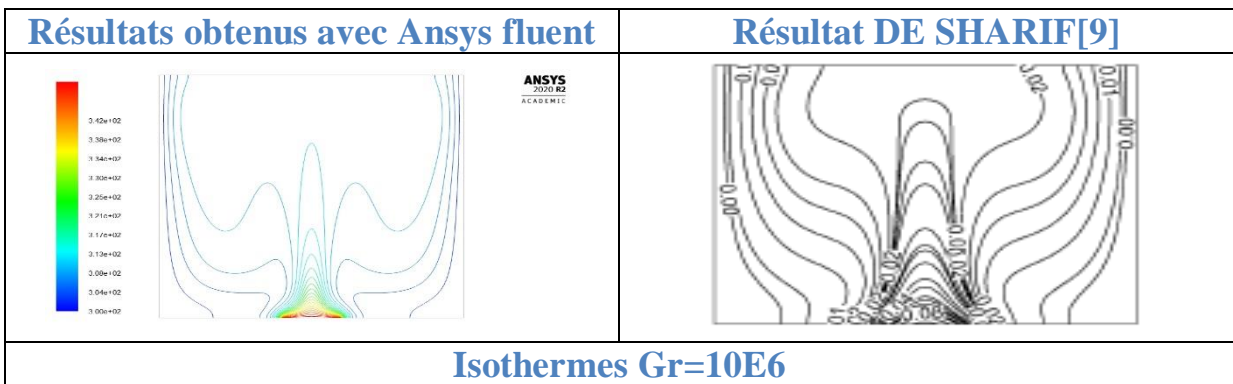


Figure IV.24: Contours des isothermes pour $Ga = 10^6$

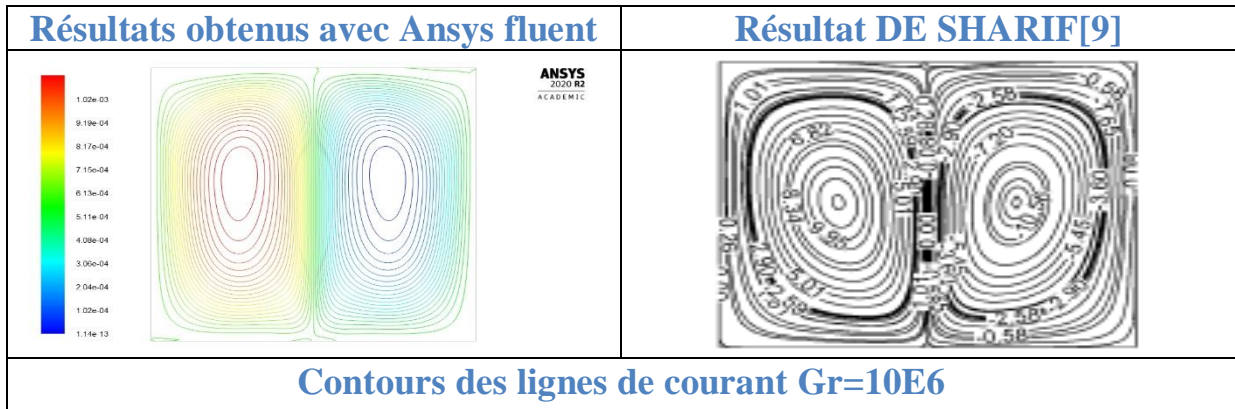


Figure IV.25: Contours des isothermes pour $Ga= 10^6$

Table 5: Tableau récapitulatif des résultats

Nusselt Moyen et Température maximale					
Dimensionless heat source length, $\varepsilon = 0.2$		Inclination angle, $\gamma=0$		Aspect ratio, $A=1$	
Grashof number Gr		1.00E+03	1.00E+04	1.00E+05	1.00E+06
Nusselt	Résulta Sharif [9]	5.926608	5.946352	7.124055	11.34151
	Actuel étude	5.919411	5.937687	7.068357	11.17095
Température maximale	Résulta Sharif [9]	0.18194	0.18176	0.15682	0.1092
	Actuel étude	0.1818921	0.1818099	0.1572539	0.1099644

On voit clairement que les résultats obtenus par l'actuelle étude sont proches des résultats de référence de Sharif l'erreur et de 1% pour le Nombre de Nusselt Nu et de 0.1% pour la Température maximale.

Conclusion :

La comparaison des isothermes, des lignes de courant et la température adimensionnelle avec les résultats expérimentaux et numériques existants dans la littérature présente une excellente concordance, ce qui nous a permis de valider notre procédure de simulation numérique.

IV.2.2.1 Variation de Nu en fonction de Nombre de Gr

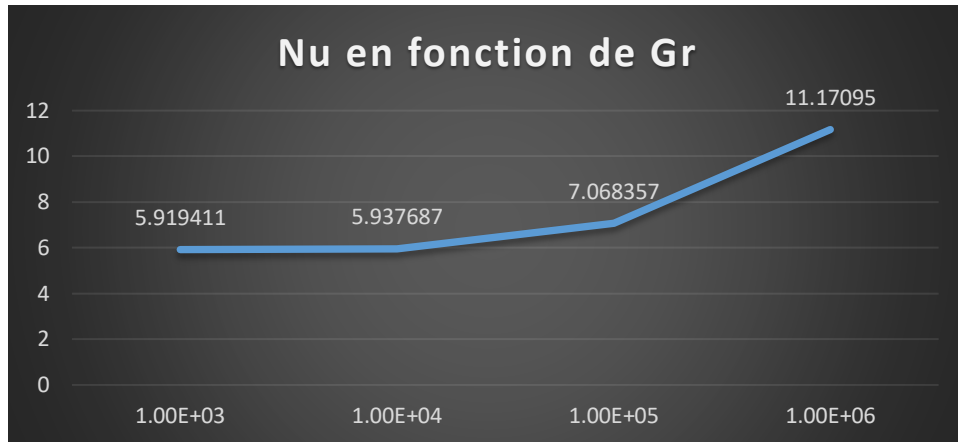


Figure IV.26: Nu en fonction de Nombre de Gr

IV.2.2.2 Variation de Tmax en fonction de Nombre de Gr

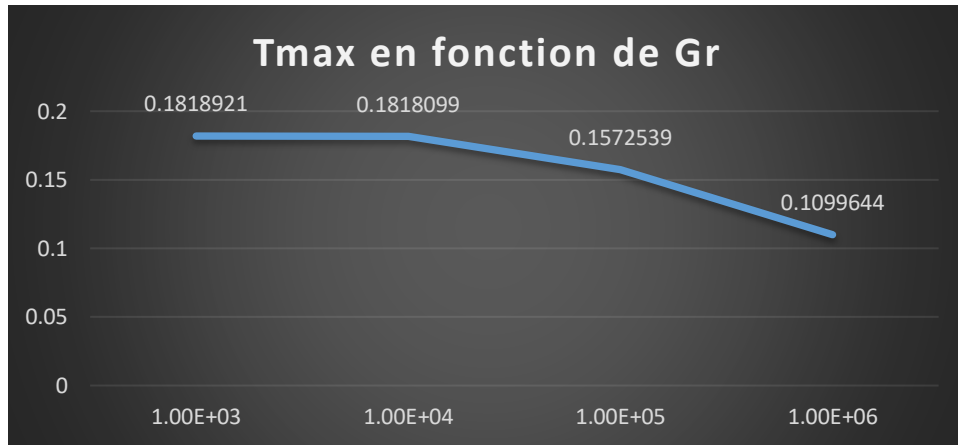


Figure IV.27: Tmax en fonction de Nombre de Gr

Interprétation des courbes

Nous notons que l'intensité du transfert de chaleur augmente avec l'augmentation des valeurs du nombre de Grashof pour un nombre de Reynolds fixe. Ceci entrainera une augmentation de taux de transfert de chaleur. Et ceci est éclairé dans les graphes on remarque que Nu augmente avec l'augmentation de nombre de Gr tandis que Tmax diminue ce qui expliquer par l'augmentation de transfert de chaleur par convection.

Conclusion

A partir de cette étude on conclue que dans les cavités qui contiennent une source de chaleur le nombre adimensionnel de Gr gouverne le transfert de chaleur et que la convection naturelle est proportionnelle avec le nombre Gr.

IV.3 Cavité entrain e (Ghia & Ghia [10])

Dans cette partie on va étudier le cas de la configuration de Ghia [10] comme indiqué dans le schéma suivant

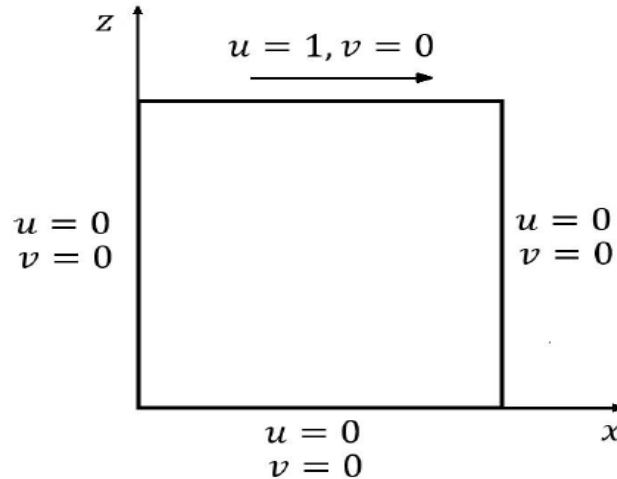


Figure IV.28: Cavité entrain e

IV.3.1 Variables adimensionnelles :

Les équations ci-dessus ont été ramené à une forme adimensionnelle où :

$$X = \frac{x}{L} \quad Y = \frac{y}{L} \quad (\text{IV-9})$$

$$U = \frac{u}{v_0} \quad V = \frac{v}{v_0} \quad (\text{IV-10})$$

- Equation de continuité :

$$\frac{\partial U}{\partial X} + \frac{\partial V}{\partial Y} = 0 \quad (\text{IV} - 11)$$

- Equation de continuité de mouvement suivant l'axe x :

$$U \frac{\partial U}{\partial X} + V \frac{\partial U}{\partial Y} = \frac{1}{\text{Re}} \left(\frac{\partial^2 U}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial Y^2} \right) \quad (\text{IV-12})$$

- Equation de continuité de mouvement suivant l'axe y :

$$U \frac{\partial V}{\partial X} + V \frac{\partial V}{\partial Y} = \frac{1}{\text{Re}} \left(\frac{\partial^2 V}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial Y^2} \right) \quad (\text{IV-13})$$

- Equation d'énergie :

$$U \frac{\partial \theta}{\partial X} + V \frac{\partial \theta}{\partial Y} = - \frac{\partial P}{\partial X} + \frac{1}{\text{Re.Pr}} \left(\frac{\partial^2 \theta}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 \theta}{\partial Y^2} \right) = 0 \quad (\text{IV-14})$$

IV.3.2 Conditions aux limites :

$$v = \frac{1}{\text{Re}} = \frac{\mu}{\rho}, \quad \rho=1$$

g : pas de gravité

Energie : désactive

Top Wall: $u=1$; $v=0$

Bottom Wall: $u=0$; $v=0$

Right Wall: $u=0$; $v=0$

Left Wall: $u=0$; $v=0$; $\theta = 0$

IV.3.3 Effet du nombre de Reynolds Re sur les lignes de courant

Dans la présentation des contours de courant vu que le fluide ne fait pas apparaître les vortex des coins de la cavité comme indiqué dans le document de Ghia [10].

➤ **RE=100** UNIFORM GRID (129x129)

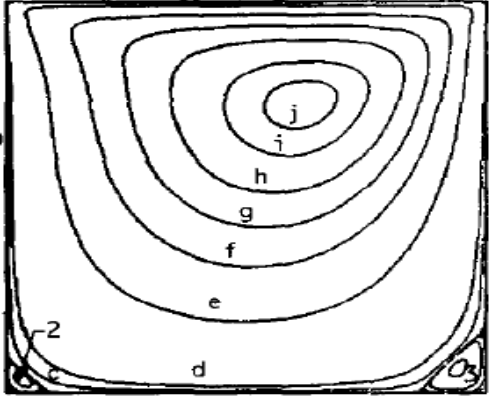
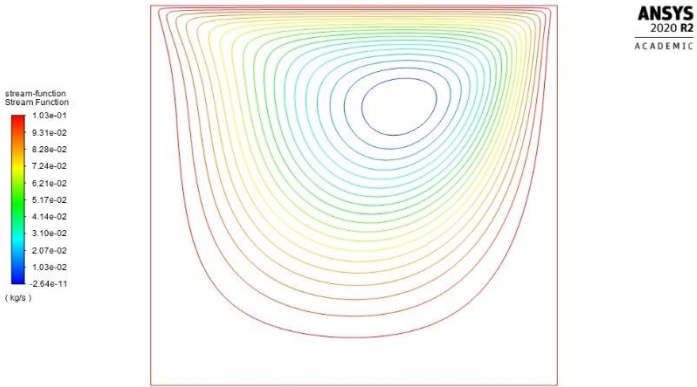
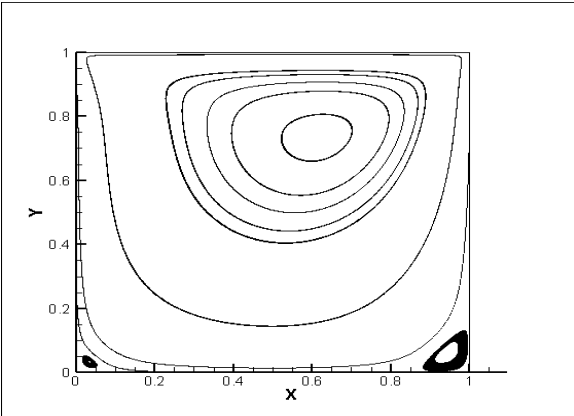
	<p>Ligne du courant pour RE=100. UNIFORM GRID (129x129) Résultat de GHIA [10]</p>
	<p>Résultat obtenu par Fluent</p>
	<p>Résultat obtenu</p>

Figure IV.29: Ligne du courant pour RE=100. UNIFORM GRID (129x129)

➤ **RE=400** UNIFORM GRID (129x129)

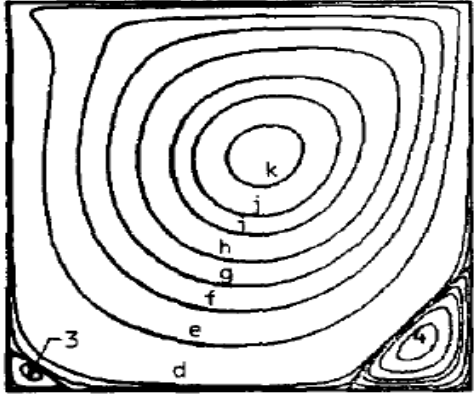
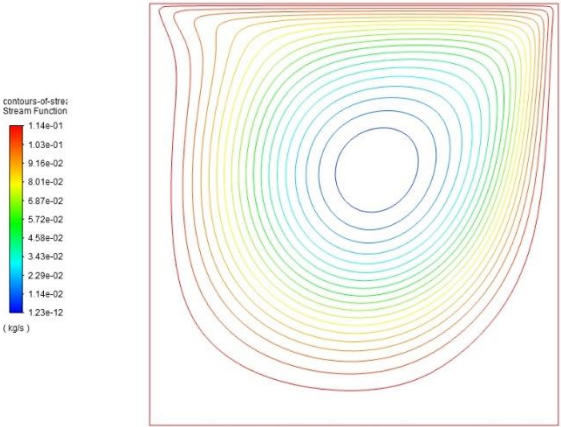
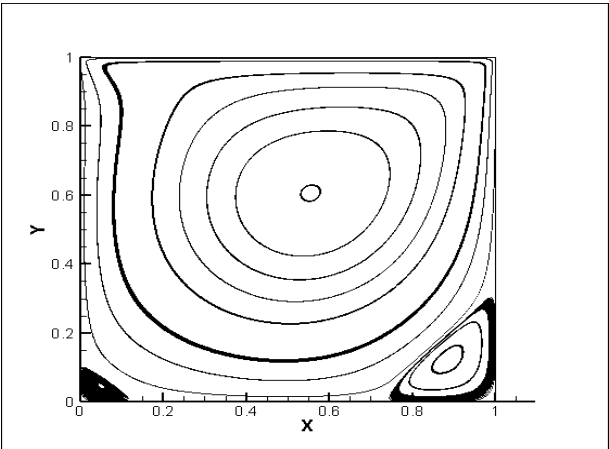
	<p>Ligne du courant pour RE=400. UNIFORM GRID (129x129) Résultat de GHIA [10]</p>
 <p>ANSYS 2020 R2 ACADEMIC</p>	<p>Résultat obtenu par Fluent</p>
	<p>Résultat obtenu</p>

Figure IV.30: Ligne du courant pour RE=400. UNIFORM GRID (129x129)

➤ **RE=400**UNIFORM GRID (257x257)

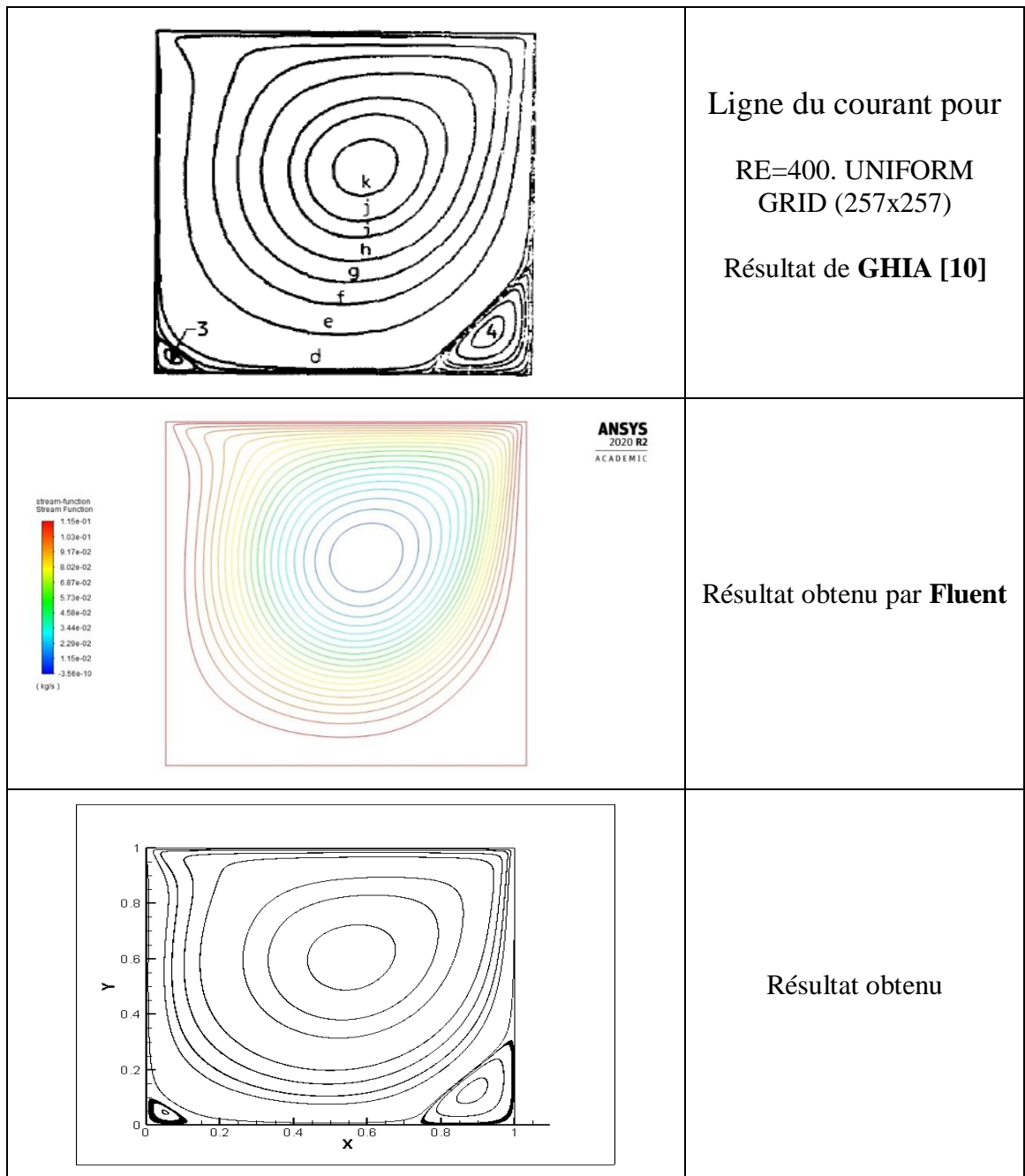


Figure IV.31: Ligne du courant pour RE=400. UNIFORM GRID (257x257)

➤ **RE=1000** UNIFORM GRID (129x129)

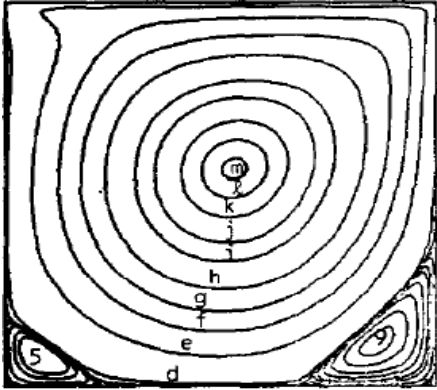
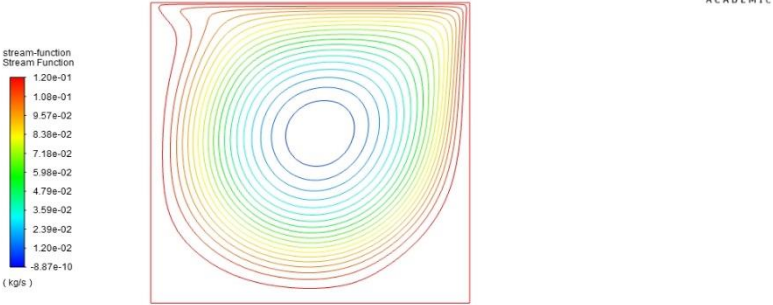
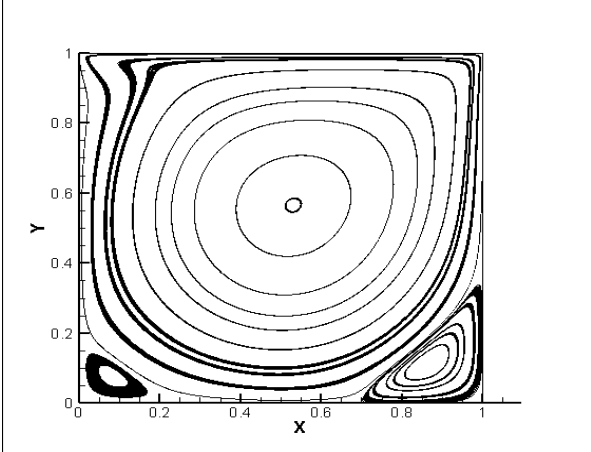
	<p>Ligne du courant pour RE=1000. UNIFORM GRID (129x129) Résultat de GHIA[10]</p>
	<p>Résultat obtenu par Fluent</p>
	<p>Résultat obtenu</p>

Figure IV.32: Ligne du courant pour RE=1000. UNIFORM GRID (129x129)

IV.3.4 Etudes quantitative et comparatives des résultats pour les différentes vitesses

IV.3.4.1 U-vitesse le long de la ligne verticale passant par le centre géométrique de la cavité, x=0.5

Table 6: U- vitesse le long de la ligne verticale

Maillage	Y	Re=100		Re=400		Re=1000	
		GHIA[10]	Present travail	GHIA	Present travail	GHIA	Present travail
129	1.0000	1.00000	1	1.00000	1	1.00000	1
125	0.9688	0.78871	0.791867	0.68439	0.687039	0.57492	0.579877
124	0.9609	0.73722	0.740458	0.61756	0.620091	0.51117	0.516597
123	0.9531	0.68717	0.691055	0.55892	0.562087	0.46604	0.472268
65	0.5	-0.20581	-0.208567	-0.11477	-0.117586	-0.0608	- 0.0635296

IV.3.4.2 V-Vitesse le long de la ligne horizontale passant par le centre géométrique de la cavité, Y=0.5

Table 7: V- Vitesse le long de la ligne horizontale

Maillage	X	Re=100		Re=400		Re=1000	
		GHIA[10]	Present travail	GHIA	Present travail	GHIA	Present travail
129	1.0000	0	0	0	0	0	0
125	0.9688	-0.05906	-0.0620452	-0.12146	-0.123631	-0.21388	-0.220672
124	0.9609	-0.07391	-0.0777587	-0.15663	-0.159611	-0.27669	-0.284758
123	0.9531	-0.08864	-0.0931388	-0.19254	-0.195821	-0.33714	-0.345021
65	0.5	0.05454	0.0571238	0.05186	0.0518595	0.02526	0.0242967

IV.3.4.3 Résultats pour le tourbillon W le long de la limite mobile du maillage : 129×129, Y=1

Table 8: Résultats pour le tourbillon W

X	Re=100		Re=400		Re=1000	
	GHIA[10]	Notre travail	GHIA	Notre travail	GHIA	Notre travail
0.25	12.7844	12.8098	21.0985	21.3401	32.2953	32.9091
0.5	6.5745	6.61483	10.0545	10.2439	14.8901	15.3509
0.75	8.2211	8.04048	11.2018	10.764	16.0458	15.2243

IV.3.4.4 Résultats pour le tourbillon W le long de la limite mobile du maillage : 257×257 , Y=1

Table 9: Résultats pour le tourbillon W

Re=400	
X	Notre travail
0.25	21.1688
0.5	10.1238
0.75	10.9824

Interprétation des tableaux :

D'après les résultats obtenus par l'actuelle étude qui sont affichés dans les tableaux ci-dessus (Tableaux 6, 7, 8) et comparativement aux résultats de GHIA [10] on remarque que l'erreur et de l'ordre de 1% ou de 0.1% pour les deux premier tableaux et de 10% pour le troisième tableau ce qui nous conduit à conclure que la simulation est réussie et le code de calcul est validé

- Vitesse U le long de la ligne verticale passant par le centre géométrique de la cavité, $x=0.5$ diminue progressivement en s'approche du centre de la cavité et elle est maximale à $Y=1$, et varie inversement proportionnel avec la valeur de nombre de Re
- Vitesse V le long de la ligne horizontale passant par le centre géométrique de la cavité, $Y=0.5$ est nulle à $X=1$ et elle augmente en s'approche du centre de la cavité. Elle varie aussi inversement proportionnel avec Re.
- le tourbillon W varie proportionnellement avec Re et il est au maximum à $X=0.25$

Conclusion

La comparaison des lignes de courant avec les résultats expérimentaux et numériques existants dans la littérature présente une excellente concordance, ce qui nous a permis de valider notre procédure de simulation numérique.

IV.4 Convection Mixte :

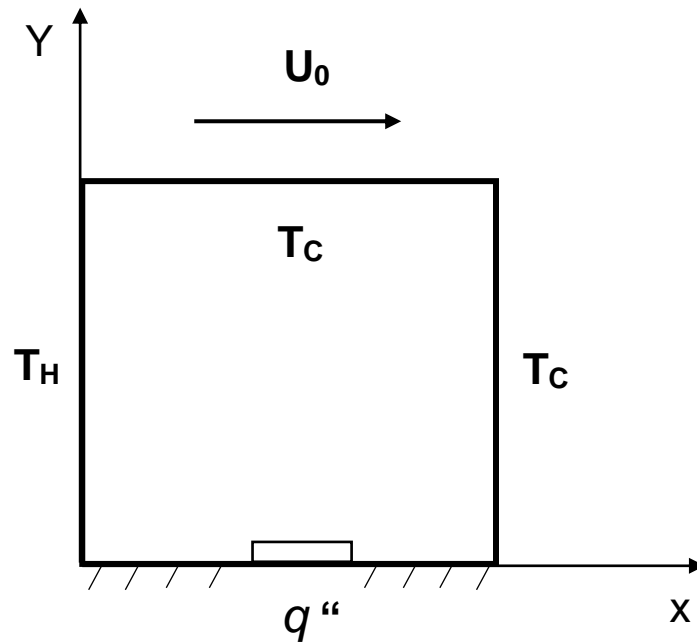


Figure IV.33: Cavité Mixte

IV.4.1 Variables adimensionnelles :

Les équations ci-dessus ont été ramenés à une forme adimensionnelle où :

$$\begin{aligned} X &= \frac{x}{L} & ; & & Y &= \frac{y}{L} \\ U &= \frac{u}{v_0} & ; & & V &= \frac{v}{v_0} \\ \theta &= \frac{T - T_f}{T_c - T_f} & ; & & \bar{P} &= \frac{P}{\rho v_0^2} \end{aligned}$$

- Equation de continuité :

$$\frac{\partial U}{\partial X} + \frac{\partial V}{\partial Y} = 0 \quad (\text{IV-15})$$

- Equation de continuité de mouvement suivant l'axe x :

$$U \frac{\partial U}{\partial X} + V \frac{\partial U}{\partial Y} = - \frac{\partial P}{\partial X} + \frac{1}{\text{Re}} \left(\frac{\partial^2 U}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial Y^2} \right) \quad (\text{IV} - 16)$$

- Equation de continuité de mouvement suivant l'axe y :

$$U \frac{\partial V}{\partial X} + V \frac{\partial V}{\partial Y} = - \frac{\partial P}{\partial X} + \frac{1}{\text{Re}} \left(\frac{\partial^2 V}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial Y^2} \right) + \frac{\text{Gr}}{\text{Re}^2} \theta \quad (\text{IV}-17)$$

Equation d'énergie :

$$U \frac{\partial \theta}{\partial X} + V \frac{\partial \theta}{\partial Y} = - \frac{\partial P}{\partial X} + \frac{1}{\text{Re.Pr}} \left(\frac{\partial^2 \theta}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 \theta}{\partial Y^2} \right) \quad (\text{IV}-18)$$

Table 10: Les conditions aux limites appliquées

Limites		Conditions hydrodynamiques		Conditions thermiques	
		Dimensionnel	Adimensionnel	Dimensionnel	Adimensionnel
Paroi chaude $x = 0$; $0 < y < L$		$u = 0$ $V = 0$	$u = 0$ $V = 0$	$T = T_C$	$\theta = 1$
		$u = 0$ $V = 0$	$u = 0$ $V = 0$	$T = T_F$	$\theta = 0$
Paroi froide $x = L$ $0 < y < L$		$u = 0$ $V = 0$	$u = 0$ $V = 0$	$T = T_F$	$\theta = 0$
Paroi supérieur $y = L$; $0 < x < L$		$u = u_0$ $V = 0$	$u = 1$ $V = 0$	$T = T_F$	$\theta = 0$
Paroi inférieur $y = 0$; $0 < x < L$	$0 < X < 0.5 - \varepsilon/2$	$u = 0$ $V = 0$	$u = 0$ $V = 0$	$\frac{\partial T}{\partial y} = 0$	$\frac{\partial \theta}{\partial y} = 0$
	$0.5 - \varepsilon/2 < X < 0.5 + \varepsilon/2$	$u = 0$ $V = 0$	$u = 0$ $V = 0$	$T = T_C$	$\theta = 1$
				$\Delta T = \frac{qL}{K}$	$\frac{\partial \theta}{\partial y} = -1$
$0.5 + \varepsilon/2 < X < 1$	$u = 0$ $V = 0$	$u = 0$ $V = 0$	$\frac{\partial T}{\partial y} = 0$	$\frac{\partial \theta}{\partial y} = 0$	

IV.4.2 Les Cas d'études de la convection mixte :

IV.4.2.1 Le 1^{er} Cas : $Ri \gg 1$ la convection naturelle est dominante

$$Ri = \frac{Gr}{Re^2} = \frac{10^6}{400^2} = 6,25$$

$$cp = Re = 400$$

$$g = \frac{1}{Re^2} = 0.00000625$$

$$\mu = V = \frac{1}{Re} = 0,0025$$

IV.4.2.1.1 Effet du maillage sur les résultats numérique de Nu

Maillage	30	60	90	100	110	120	130
Nmoy	9.834	9.899	10.064	10.109	10.152	10.191	10.244
Maillage	140	150	160	170	180	190	200
Nmoy	10.283	10.454	10.489	10.523	10.554	10.588	10.615

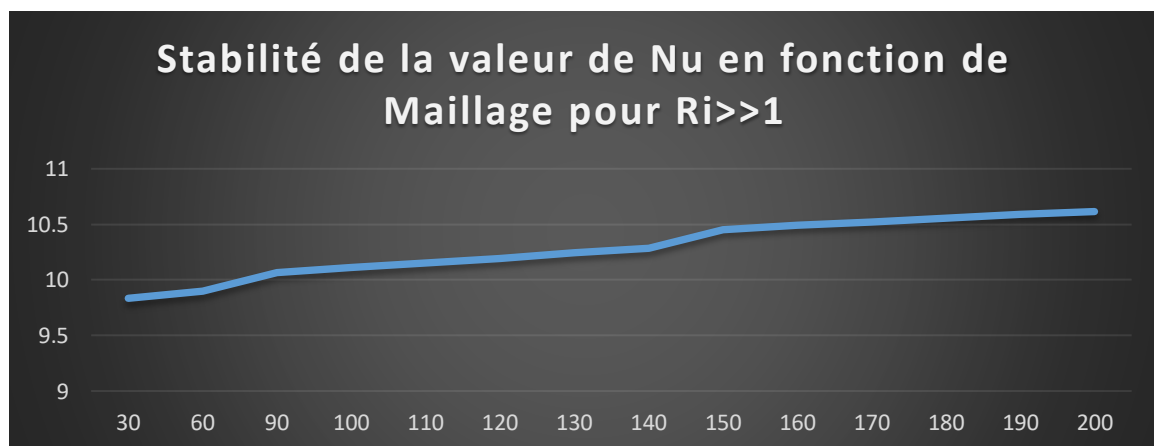
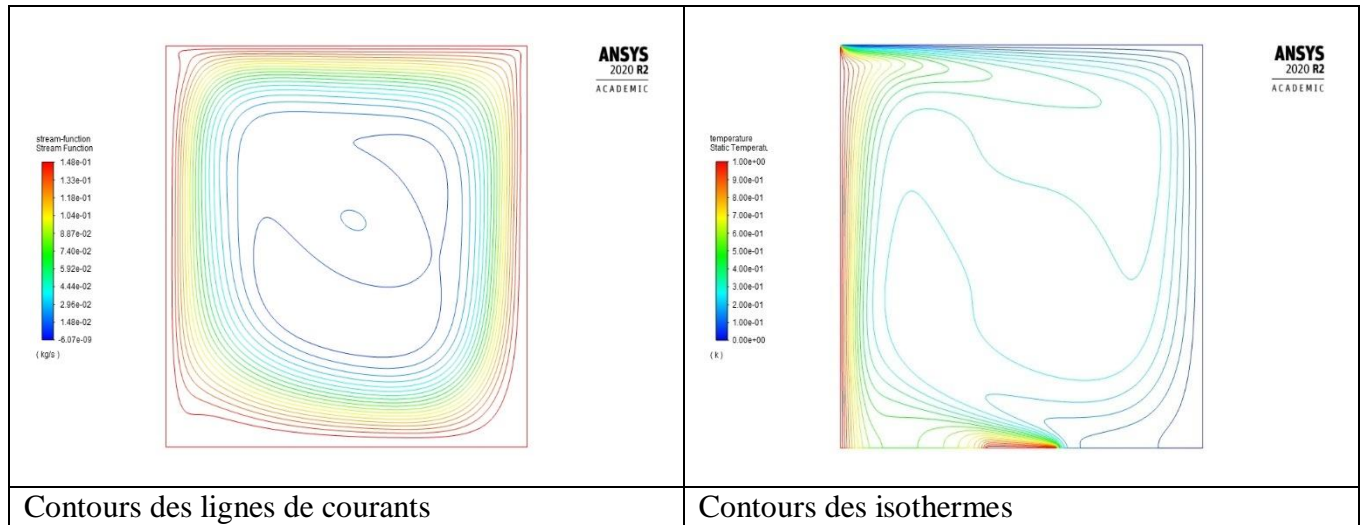


Figure IV.34: Stabilité de la valeur de Nu en fonction de Maillage pour $Ri \gg 1$

De la même façon que les premiers cas d'après le tableau et le graphe les résultats sont stable et s'approchent des résultats des uns aux autres à partir de maillage 170X170 qu'on va l'utiliser pour la simulation

IV.4.2.1.2 Contours des lignes de courants et des isothermes



IV.4.2.2 Le 2eme Cas $Ri \ll 1$ la convection forcée est dominante

$$Ri = \frac{Gr}{Re^2} = \frac{10^4}{1000^2} = 0,01$$

$$Pr = 0,71$$

$$Re = 1000$$

$$k = \frac{1}{Pr} = 1,409$$

$$cp = Re = 1000$$

$$\beta = Gr = 10000$$

$$\rho = 1$$

$$g = \frac{1}{Re^2} = 0,000001$$

$$\mu = V = \frac{1}{Re} = 0,001$$

IV.4.2.2.1 Effet du maillage sur les résultats numérique de Nu

Maillage	30	60	90	100	110	120	130
Nmoy	7.501	7.955	8.189	8.2433	8.292	8.336	8.391
Maillage	140	150	160	170	180	190	200
Nmoy	8.432	8.471	8.508	8.543	8.575	8.606	8.636

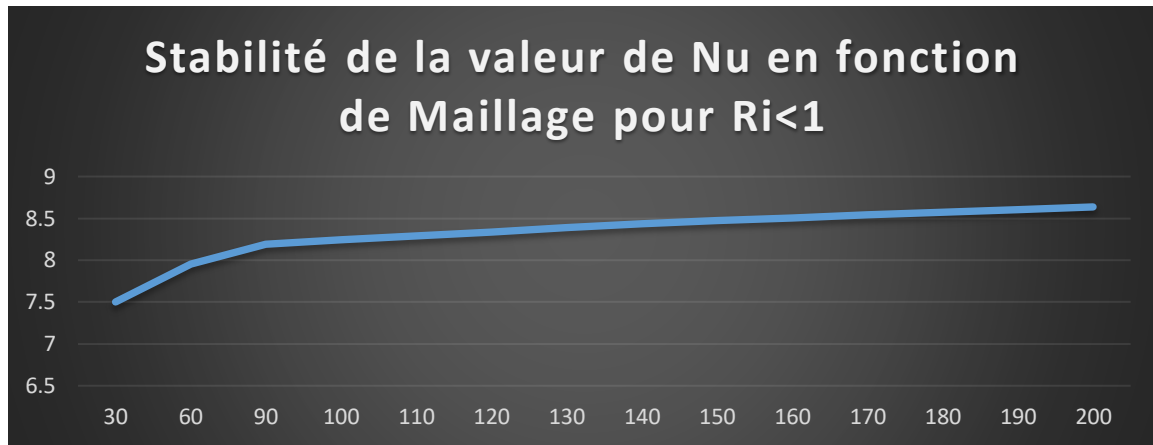
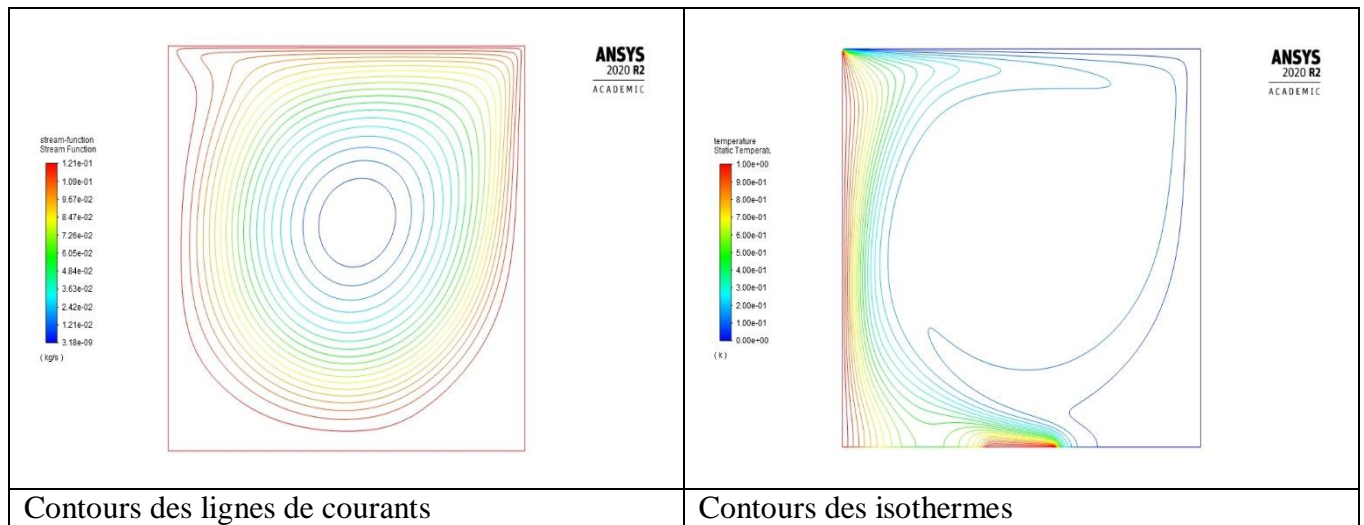


Figure IV.35: Stabilité de la valeur de Nu en fonction de Maillage pour Ri<1

D'après le tableau et le graphe les résultats sont stable et s'approchent des résultats des uns aux autres à partir de maillage 170X170 qu'on va l'utilisé pour la simulation

IV.4.2.2.2 Contours des lignes de courants et des isothermes



IV.4.2.3 Le 3eme Cas Ri=1 la convection est dite mixte

$$Ri = \frac{Gr}{Re^2} = \frac{10^6}{1000^2} = 1$$

$$\beta = Gr = 1000000$$

$$cp = Re = 1000$$

$$g = \frac{1}{Re^2} = 0.000001$$

$$\mu = V = \frac{1}{Re} = 0,001$$

IV.4.2.3.1 Effet du maillage sur les résultats numérique de Nu

Maillage	30	60	90	100	110	120	130
Nmoy	10.765	10.867	11.044	11.089	11.131	11.169	11.219
Maillage	140	150	160	170	180	190	200
Nmoy	11.257	11.293	11.327	11.367	11.388	11.418	11.446

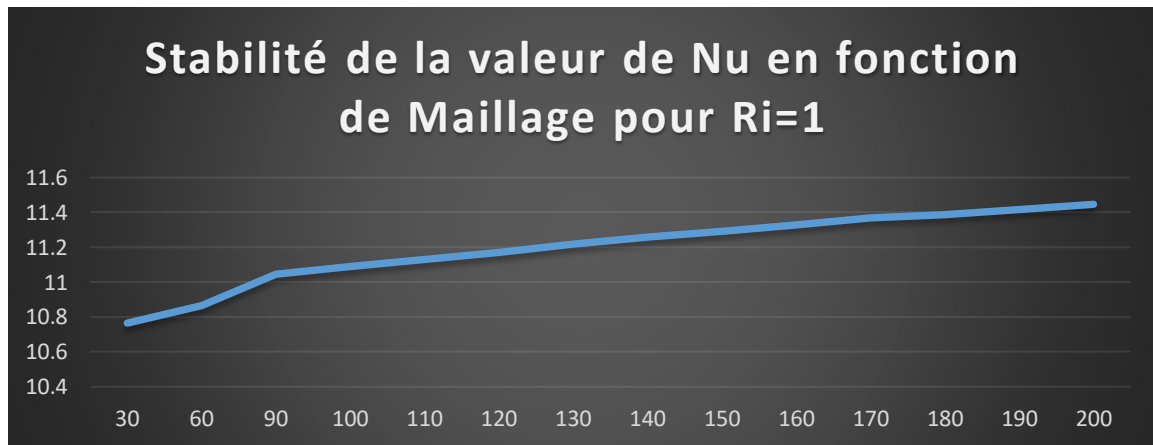
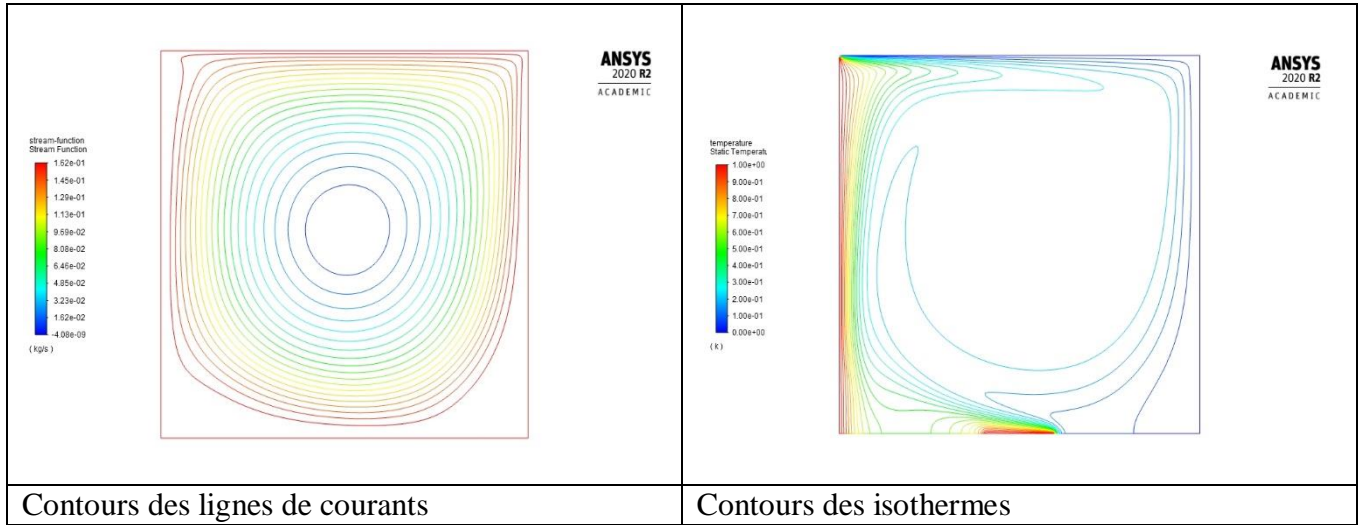


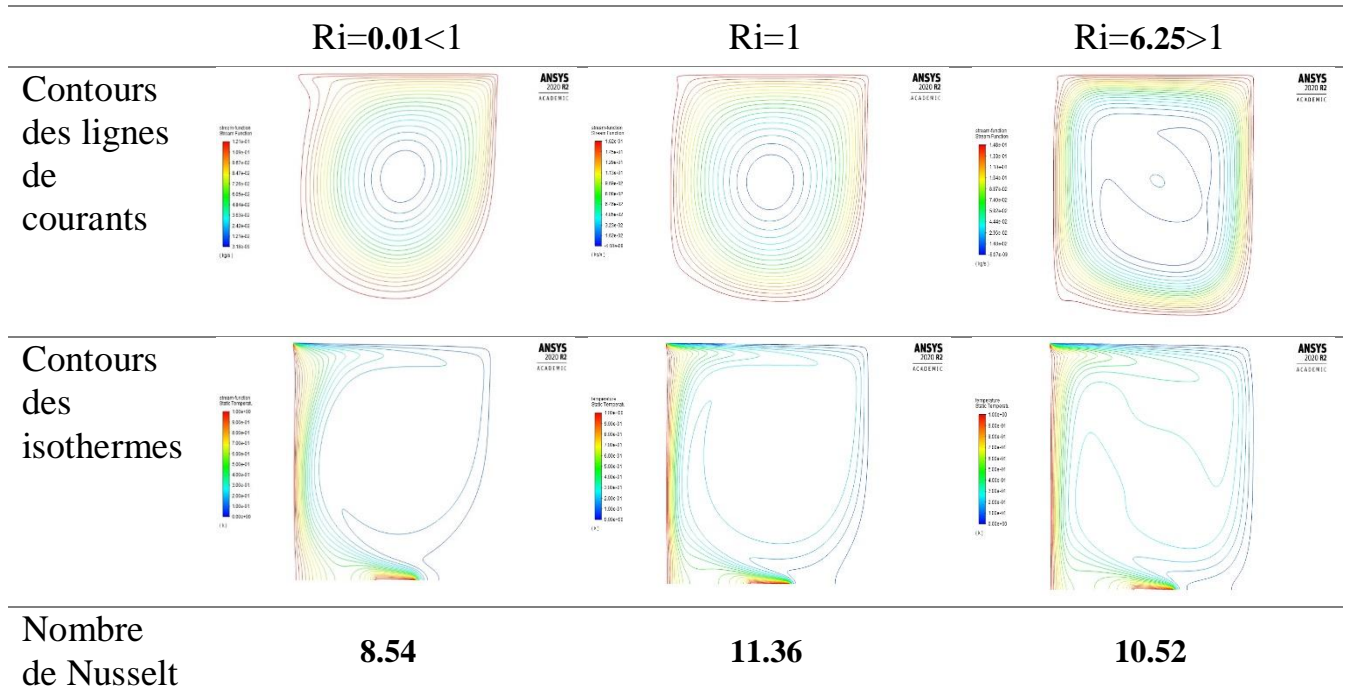
Figure IV.36: Stabilité de la valeur de Nu en fonction de Maillage pour Ri=1

De même que le 1^{er} cas d'après le tableau et le graphe les résultats sont stable et s'approchent des résultats des uns aux autres à partir de maillage 170X170 qu'on va l'utiliser pour la simulation

IV.4.2.3.2 Contours des lignes de courants et des isothermes



IV.4.2.3.3 Tableau Récapitulatif des résultats de la cavité mixte



IV.4.2.3.4 Interprétation des résultats :

Les résultats de nombre de Nusselt de cette étude de cavité mixte sont représentés dans le tableau suivant :

N° de cas	Nombre de Grashof	Nombre de Richardson	Nombre de Reynolds	Nombre de Nusselt
1er cas	1000000	6.25	400	10.52
2eme cas	10000	0.01	1000	8.54
3eme cas	1000000	1	1000	11.36

Les résultats du tableau précédent montrent que le transfert de chaleur, à travers le nombre de Nusselt est sensible au nombre de Richardson :

- 1- Le transfert de chaleur augmente avec Ri pour le même Re (1er cas et 2eme cas) cette augmentation importante est due à l'augmentation du nombre de Gr qui traduit l'effet de la convection naturelle.
- 2- Le 3eme cas montre que la contribution de la convection forcée, à travers Re , est aussi importante,
- 3- Afin de pouvoir conclure sur l'effet et la concurrence des deux modes de convection, forcée et naturelle il, faut faire une étude systématique ou l'on fera varier Re et Gr en même. Ceci n'a pu être fait faute de temps.

IV.4.2.3.5 Conclusion

Dans cette étude nous avons présenté la simulation numérique de la convection mixte laminaire, dans une cavité carrée, dont une partie du fond est soumise à un flux de chaleur constant et les parois latérales de cette cavité sont différentiellement chauffées, et la paroi supérieure soumise à une vitesse uniforme le long de l'axe des abscisses et une température TC . La paroi inférieure de la cavité est considérée adiabatique.

Les résultats préliminaires mettent en évidence la déformation des contours des lignes de courants pour les valeurs de Nombre de Richardson $\gg 1$ et sont un peu structurer de forme circulaire pour $Ri \leq 1$.

Conclusion et Perspectives

L'étude présentée dans ce mémoire porte sur la simulation de quatre cas de types de convection laminaire dans une cavité carrée remplie de l'air. La configuration géométrique du modèle physique est une cavité carrée,

L'étude systématique pour Re variant de 100 à 1000 et pour un Gr variant de 1000 à 1000000

- Le premier cas une cavité soumise à un gradient de température horizontal (cavité différentiellement chauffée).
- 2eme cas cavité carrée avec présence d'une source de chaleur sans dimension
- 3eme cas cavité carrée entraînée sa paroi supérieur mobile
- 4eme cas une cavité mixte qui est la combinaison des trois cas précédent c.à.d. une cavité carrée dont ces parois latérales verticale sont différentiellement chauffé avec présence d'une source de chaleur dans la paroi inférieur et la paroi supérieur mobile avec une température TC

Cette étude a été réalisée numériquement en utilisant le code du calcul FLUENT, basée sur la méthode des volumes finis.

Dans cette étude de convection on constate que les nombres adimensionnels sont utiles dans l'étude et l'interprétation des résultats tel que :

- ✓ Nombre de Rayleigh utilisé dans le 1^{er} cas
- ✓ Nombre de Grashof utilisé dans le 2eme cas
- ✓ Nombre de Reynolds utilisé dans le 3eme cas
- ✓ Nombre de Richardson dans le 4eme cas
- ✓ Nombre de Nusselt

L'influence de ces nombres sur les structures thermique et dynamique de l'écoulement, a été investigué numériquement, par la détermination des contours des lignes de courant et des isothermes, ainsi que les variations du nombre de Nusselt moyen en fonction du nombre de (Rayleigh, Grashof, Reynolds et Richardson).

La détermination du champ d'écoulement nous a permis d'analyser le comportement du fluide à l'intérieur de la cavité. Pour les différentes valeurs des quatre nombres adimensionnels

En revanche, on a conclu que le nombre de Nusselt moyen augmente parallèlement avec l'augmentation de l'échange thermique, ce qui montre que la convection naturelle est très sensible à la variation du nombre de Rayleigh. On peut dire, alors, que :

L'augmentation du nombre de Rayleigh améliore l'écoulement par la convection naturel.

➤ Afin de continuer les recherches dans notre domaine d'étude, qui concerne les cavités carrées de différentes configurations, nous recommandons :

- D'étendre cette étude à d'autres formes, et configurations plus complexes;
- D'élargir le domaine de simulation en trois dimensions;
- Etude du problème dans le cas de l'écoulement instationnaire et le régime turbulent;
- Comparaison entre plusieurs fluides, afin de trouver les meilleurs fluides, permettant d'optimiser le transfert de chaleur;
- Application d'autres types des conditions aux limites.

Références

Bibliographiques

Référence :

1. Öztop, H.F., et al. A brief review of natural convection in enclosures under localized heating with and without nanofluids. *International Communications in Heat and Mass Transfer*, 2015. **60**(0): p. 37-44.
2. Ostrach, S., Natural Convection in Enclosures. *Journal of Heat Transfer*, 1988. **110**(4B): p. 1175-1190.
3. De Vahl Davis, G. and I.P. Jones, Natural convection in a square cavity: A comparison exercise. *International Journal for Numerical Methods in Fluids*, 1983. **3**(3): p. 227-248.
4. Hasnaoui, M., E. Bilgen, and P. Vasseur, Natural convection heat transfer in rectangular cavities partially heated from below. *Journal of Thermophysics and Heat Transfer*, 1992. **6**(2): p. 255-264.
5. Chu, H.H.-S., S.W. Churchill, and C.V.S. Patterson, The Effect of Heater Size, Location, Aspect Ratio, and Boundary Conditions on Two-Dimensional, Laminar, Natural Convection in Rectangular Channels. *Journal of Heat Transfer*, 1976. **98**(2): p. 194-201.
6. Keyhani, M., V. Prasad, and R. Cox, An Experimental Study of Natural Convection in a Vertical Cavity With Discrete Heat Sources. *Journal of Heat Transfer*, 1988. **110**: p. 616-624.
7. Chadwick, M.L., B.W. Webb, and H.S. Heaton, Natural convection from two-dimensional discrete heat sources in a rectangular enclosure. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 1991. **34**(7): p. 1679-1693.
8. Ho, C.J. and J.Y. Chang, A study of natural convection heat transfer in a vertical rectangular enclosure with two-dimensional discrete heating: Effect of aspect ratio. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 1994. **37**(6): p. 917-925.
9. Sharif, M.A.R. and T.R. Mohammad, Natural convection in cavities with constant flux heating at the bottom wall and isothermal cooling from the sidewalls. *International Journal of Thermal Sciences*, 2005. **44**(9): p. 865-878.
10. Ghia, U., K.N. Ghia, and C.T. Shin, High-Re solutions for incompressible flow using the Navier-Stokes equations and a multigrid method. *Journal of Computational Physics*, 1982. **48**(3): p. 387-411.
11. [Free Software for Students | ANSYS Academic](#)