

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية
République Algérienne Démocratique et Populaire

Ministère de l'Enseignement Supérieur
et de la Recherche Scientifique

Université Akli Mohand Oulhadj - Bouira -
X•⊙V•εX •K||ε E:κ:|A :||κ•X - X•⊙εO:t -



وزارة التعليم العالي والبحث العلمي
جامعة أكلي محمد أولحاج
- البويرة -

FACULTE DES SCIENCES ET DES SCIENCES APPLIQUÉES
DEPARTEMENT DE GENIE MECANIQUE

PROJET DE FIN D'ETUDES

Présenté pour l'obtention du Diplôme de Master en Génie Mécanique
Option : Énergétique

Thème :

Simulation des écoulements diphasiques Gaz-LIQUIDE

Présenté par :

AgagAhmed etRemaciHamouche

Évalue le /06/2022

Par le jury composé :

Président : M K.IEKHAL

Encadreur : M^r. B.MAHFOUD MCA Université Bouira

Examineurs : M^r. M.Merzouk Université Bouira



Remerciement

*Je remercie en premier lieu Dieu le tout puissant
pour m'avoir donné la force et la volonté
d'accomplir ce travail.*

*J'adresse mes sincères remerciements à notre
promoteur pour son encadrement, pour sa
contribution, sa patience et son aide tout le long de
ce travail.*

*J'adresse mes vifs remerciements au président du
jury pour l'honneur qu'il me fait de présider mon
jury de soutenance.*

*Mes remerciements vont également à tous les
membres de jury pour l'honneur qu'ils me font en
acceptant de participer au jury.*

*Je ne saurais oublier tous ceux qui de près ou de
loin, m'ont prodigué leurs encouragements et m'ont
offert leurs soutiens.*



Dédicace

*A celle qui a attendu avec patience les fruits de
sa bonne éducation de ces dévouements*

A ma chère mère.

*A celui que s'est changé la nuit en jour pour
m'assurer les bonnes conditions*

A mon cher père.

A ma petite famille qui m'a toujours soutenue

A tous mes collègues et amis

Je dédie ce modeste travail

Ahmed & Hamouche

Résumé

Les écoulements diphasiques sont rencontrés dans diverses applications industrielles à l'instar de génie pétrolier, le génie chimique, nucléaire, etc. Les écoulements diphasiques dans ce type de singularité restent encore mal connus et constituent un sérieux handicap pour les concepteurs des installations industrielles.

L'objectif de cette travail est une étude numérique d'un écoulement diphasique air-liquide pour voir l'effet de la distribution des bulle dans une mini conduite verticale. Nous simulons le problème diphasique sous Fluent en utilisant la méthode « VOF » ont été présentées pour différentes valeurs de vitesse d'entrée de l'air $v=0.02$ et 0.09 et 0.2 m/s. (vitesse constante à l'entrée).

Mots clés : écoulement diphasique, VOF, , air-liquide ,Fluent,simulation.

Abstract

Two-phase flows are encountered in various industrial applications such as petroleum engineering, chemical engineering, nuclear, etc. Two-phase flows in this type of singularity are still poorly understood and constitute a serious handicap for the designers of industrial installations.

The objective of this work is a numerical study of a two-phase air-liquid flow to see the effect of the distribution of bubbles in a mini vertical pipe. We simulate the two-phase problem under Fluent using the "VOF" method. presented for different values of air inlet velocity $v=0.02$ and 0.09 and 0.2 m/s. (constant speed at the entrance).

Keywords: two-phase flow, VOF, , air-liquid, Fluent,simulation.

المخلص

تتم مواجهة التدفقات على ثنائية الطور في العديد من التطبيقات الصناعية مثل هندسة البترول والهندسة الكيميائية والنووية وما إلى ذلك. لا تزال التدفقات ثنائية الطور في هذا النوع من التفرد غير مفهومة جيداً وتشكل عائقاً خطيراً لمصممي المنشآت الصناعية.

الهدف من هذا العمل هو دراسة عددية لتدفق هواء-سائل على مرحلتين لمعرفة تأثير توزيع الفقاعات في أنبوب عمودي صغير. نقوم بمحاكاة المشكلة ذات المرحلتين في إطار الطلاقة باستخدام طريقة "VOF" " قدمت لقيم مختلفة لسرعة مدخل الهواء $v = 0.02$ و 0.09 و 0.2 م / ث. (سرعة ثابتة عند المدخل).

الكلمات المفتاحية: تدفق على مرحلتين VOF ، هواء-سائل ، ، Fluent.. محاكاة.

Table de matière

Liste des figures	
Nomenclatures	
Introduction générale	01
Chapitre I Généralité sur les écoulements diphasique	
I.1. Introduction	02
I.2. Généralité.....	03
1.3 Régimes d'écoulements dans les conduites verticales	03
I.4. Régimes d'écoulements dans les conduites inclinées.....	05
I.5. Cartes	07
d'écoulements	
I.6. Caractéristiques et modélisation des écoulements en colonnes à bulles.....	08
I.6.1. Les régimes d'écoulements en colonnes à bulles	08
I.6.1.1 Le régime homogène	10
I.6.1.2. La transition	11
I.6.1.3 Le régime hétérogène	13
I.7 Revue bibliographique	14
Chapitre II Paramètre et formulation mathématique des écoulements diphasique	
II.1. Introduction	19
II.2.Géométrie du problème.....	19
II.3. Paramètres d'écoulement	20
II.3.1. La fraction de vide	20
II.3.2. Les vitesses	21
II.3.3. Le taux de vide (taux de présence du gaz)	21
II.3.4. Le titre	21
II.3.5. Débit volumique	22
II.3.6. Rapport de glissement	22

II.3.7. Le titre de vapeur	22
II.4. Les équations de Navier-Stokes	22
II.4.1. Equation de continuité	23
II.4.2. Equation de quantité de mouvement	23
II.5. Formulation mathématique	24
II.5.1. Généralités	24
II.6. Rappel mathématique	25
II.6.1. Théorème de transport de Reynolds	25
II.6.2. Théorème d'Ostrogradski (Théorème de Gauss)	26
II.7. Application à l'écoulement monophasique	26
II.7.1. Bilans de masse	26
II.7.2. Bilan de quantité de mouvement	27
II.7.3. Bilan d'énergie totale	27
II.8. Application à l'écoulement diphasique	27
II.8.1. Bilan de masse	28
II.8.2. Bilan de quantité de mouvement	29
II.8.3. Bilan d'énergie totale	29
II.9. Equations phasiques	29
II.10. Conditions d'interface (Equations diphasiques)	30
II.11. Les conditions aux limites et initiales	30
II.11 .1. Les conditions initiales	30
II.11.2. Les conditions aux limites	32
II.12. Paramètre d'analyse	32
II.12.1. La fonction de courant	32
 Chapitre III modélisation numérique des écoulements diphasique	
III.1. Introduction.....	34
III.2. Discrétisations des équations de transport	37
III.3. Algorithmes de résolution	39
III.4. Bases de la modélisation numérique par les méthodes de suivi et de capture d'interface	44

III.5. Défis des méthodes de suivi et de capture d'interface	45
III.6. Généralités sur la méthode volume de fluide VOF	46
III.6.1. Limitations du modèle VOF	47
III.6.2. Approximation de la variable densité pour la méthode VOF	47
III.6.3. La théorie du modèle VOF	48
III.6.4. Modèles de turbulence	52
III.7. Evolution de la méthode VOF et principales versions	53

Chapitre VI Résultats et discussion

IV .1.Introduction	56
IV.2. Maillage sous Gambit	57
IV.3. Etapes de simulation sous FLUENT	58
IV .4.Validation des résultats	62
IV.5.Effet de vitesse constante de l'air sur la chaîne continue de bulle	63
IV.6.comparaison de la vitesse axiale à trois vitesses différentes en fonction de l'axe z	65
IV.7.pression totale	68
IV.8.l'effet de la distribution d'air sur les sections internes	68

Listes des figures

Figure I.1	Régimes d'écoulements dans les conduites verticales.....	04
Figure I.2	Modèles d'écoulement pour toute la gamme d'angles d'inclinaison.....	05
Figure I.3	Exemple d'une carte d'écoulement expérimentale.....	07
Figure I.4	Exemplé d'une carte mécaniste.....	08
Figure I.5	Régimes de fonctionnement d'une colonne à bulle.....	09
Figure I.6	Évolution du taux de vide global avec la vitesse superficielle de gaz en colonnes à bulles pour une dispersion eau / air	10
Figure I.7	Photo d'une colonne à bulles fonctionnant en régime homogène près de l'injecteur (photo du bas) et en milieu de colonne	11
Figure I.8	Photo d'une colonne à bulles fonctionnant en régime hétérogène près de l'injecteur (photo du bas) et en milieu de colonne	14
Figure II.1	Géométrie du problème.....	20
Figure II.3.1	Organigramme de l'établissement des équations générales pour les écoulements diphasiques.....	25
Figure III.1	Maillages bidimensionnels et nœuds du maillage	35
Figure III.2	Volume de contrôle typique	36
Figure III.3	Volume de contrôle décalé pour u et v dans un maillage entrelacé	37
Figure III.4	Limitation du schéma explicite.....	51
Figure III.5	Schéma implicite.	52
Figure IV.2.1	Maillage utilisé 3D hexaédrique (71660nœuds).....	57
Figure IV.3.1	Démarrer la version 3d de Fluent	58
Figure IV.3.2	Fenêtre de sélection des matériaux	58
Figure IV.3.3	Fenêtre de sélection du modèle multiphasique.....	59
Figure IV.3.4	Fenêtre de sélection de la tension interfaciale.....	59
Figure IV.3.5	Fenêtre de sélection des schémas spatiaux.....	60
Figure IV.3.6	Fenêtre de sélection des conditions aux limites.....	60
Figure IV.3.7	Fenêtre de sélection le lancement des calculs.....	61
Figure IV.3.8	Exemple de répartition des phases (eau en bleu, air en rouge) après 1.82s.	62
Figure IV.4.1	comparaison avec Deckwer (1992). Vitesse d'élévation de la bulle en	62

	fonction de la vitesse d'entrée de l'air.....	
Figure IV.5.1	Effet tridimensionnel de vitesse constant superficielle de l'air sur la distribution de grandeurs de bulle. $V_{air} = 0.02 \text{ m/s}$ (a). $V_{air} = 0.09 \text{ m/s}$ (b). $V_{air} = 0.2 \text{ m/s}$ (c).....	65
Figure IV.6.1	axiale velocity en fonction la position(m).....	66
Figure IV.6.2	graphique montrant la vitesse axiale indiquée en orange	67
Figure IV.7.1	Résultat d'évolution de la pression totale pour la simulation a différents vitesses en fonction de la position (m).	68
Figure IV.8.1	vue de dessous de l'effet de l'air sur différents sections de colonne à $V_{air} = 0.02 \text{ m/s}$ à $t = 2.08 \text{ s}$ (a), $V_{air} = 0.2 \text{ m/s}$ à $t = 2.08 \text{ s}$	69

Nomenclature

a : Coefficients dans le système d'équations algébriques discrétisées.

V : Volume m³

D : diamètre de cylindre m

d : diamètre de trou m

F : force de volume N

U : la distribution de vitesse parabolique

V₀ : vitesse de l'air ms⁻¹

g : gravité ms⁻²

H : hauteur m

P : pression statique Pa

T : temps s

α_G : fraction volumique de la phase gazeuse

α_L : fraction volumique de la phase liquide

ρ : masse volumique kgm⁻³

μ : viscosité kgm⁻¹s⁻¹

σ : tension de Surface N/m

SK : Terme source

V O F : Volume Of Fluide

Pr_k, Pr_ε : Le nombre de Prandtl turbulent pour k et ε

C_{ε1}, C_{ε2} et C_{ε3} : Constantes

γ : Le rapport d'aspect fixe

q_G : Le débit volumique du gaz m³/s

ML : Débit massique kg/s

K : Phase.

S_φ : Terme source de φ par unité de volume

G_k : Représente la génération de l'énergie cinétique due au gradient de vitesse

G_b : La génération de k due au décollement des forces de volume

Y_{ML} : contribution de la dilatation fluctuante dans la turbulence compressible pour (ε)

U_f : Flux volumique à travers la force.

Introduction
générale

Introduction générale

Les régimes d'écoulements diphasiques sont des configurations dans lesquelles le phénomène de répartition des phases est important. Les nombreuses études, tant expérimentales que théoriques, puis numériques réalisées sur les écoulements diphasiques liquide-gaz verticaux, horizontaux et inclinés ascendants ou descendants, ont permis de mieux comprendre l'importance de la structure globale des phases sur le phénomène de transition du régime entre les phases.

Leurs diverses utilisations industrielles sont l'une des raisons de ces recherches approfondies. En effet, les colonnes à bulles sont souvent utilisées comme contacteurs gaz-liquide, aussi bien dans l'industrie chimique, dans l'agroalimentaire, la biotechnologie et même dans l'industrie du traitement de l'eau, dans les procédés d'ébullition et les systèmes d'extraction et de transport des produits pétroliers.

Ils offrent de nombreux avantages tels qu'une conception mécanique simple sans pièces mobiles internes, un entretien facile et d'excellentes capacités de mélange et de transfert grâce à de grandes zones interraciales.

❖ Objectif de l'étude

Notre effort se concentrera sur l'éclaircissement de l'écoulement multiphasique dans une colonne à bulle. Nous simulons le problème multiphasique sous Fluent en utilisant la méthode « Volume Of Fluid ». Et la fonction « Ptch » pour modifier localement les conditions initiales

❖ Organisation du mémoire

- **Le premier chapitre** : L'intérêt pratique dédié au sujet est à l'origine de l'importance initiale de l'étude des écoulements diphasiques. Par conséquent, les études de la littérature rapportent des colonnes de bulles et un écoulement dans les bulles
- **Le deuxième chapitre** : détaille la géométrie, le modèle mathématique décrivant les écoulements monophasiques en régime transitoire et turbulents
- **Le troisième chapitre** : Une méthode numérique de volumes finis pour résoudre des systèmes couplés et non linéaires d'équations aux dérivées partielles est présentée, ainsi qu'un modèle VOF (volume de fluide).
- **Le quatrième chapitre** : présente les résultats obtenus à l'aide de CFD Fluent en (3D) de l'écoulement diphasiques.

Chapitre I
Généralité sur
les écoulements
diphásique

Chapitre I Généralité sur les écoulements diphasiques

I.1. Introduction

Les régimes d'écoulement diphasique proposés dans la littérature dépendent des configurations d'écoulements, c'est-à-dire de la topologie des interfaces entre les deux fluides ou entre air-liquide et de la dispersion d'une phase au sein de l'autre phase. Il convient donc d'identifier la cartographie des écoulements étudiés, c'est-à-dire d'identifier les configurations observées en fonction des vitesses débitantes entre air-liquide.

Plusieurs exemples d'écoulement diphasique existent dans la nature et l'industrie telle que la brume, la fumée, la pluie, les nuages, la neige, le transport par canalisation des hydrocarbures, le génie nucléaire... etc.

Dans le transport gaz-liquide on peut observer trois types d'écoulements, à savoir le modèle homogène, le modèle de glissement et modèle à deux fluides. Lorsque du gaz et du liquide sont injectés simultanément dans une conduite, l'interface entre les deux fluides peut prendre des formes variées, cataloguées en configurations.

Les formulations analytiques correspondant à ces régimes trouvent des applications industrielles différentes. Dans le premier cas appelé homogène, les phases sont fortement couplées avec une vitesse unique ou un léger glissement. Les études appropriées pour cela concernent l'étude des coups de bélier et la propagation d'ondes dynamiques dans les réseaux. Le modèle de glissement, qui introduit une relation entre les vitesses de deux phases est appliqué pour les écoulements relativement lents. Le modèle à deux fluides a fait l'objet d'une écriture distincte des équations pour chaque phase en présence. Il est utilisé pour la description des interactions entre effluents.

Différents travaux théoriques et expérimentaux ont été réalisés au cours des dernières années sur les écoulements diphasiques gaz-liquide horizontaux, verticaux et inclinés, dans le but de définir et d'améliorer les modèles physiques nécessaires à l'établissement d'outils de calculs industriels. La compréhension des phénomènes liés au développement des différents régimes d'écoulement en conduite se révèle être une étape importante dans l'amélioration de la simulation de ces écoulements en régime transitoire

I.2. Généralité

Les écoulements diphasiques peuvent être classés selon les phases en présence (liquide, solide, ou gaz) ou selon la distribution spatiale des interfaces. Pour le premier cas, les combinaisons possibles sont les suivantes :

- mélange de deux liquides non miscibles (échangeurs à contact direct).
- mélange gaz-solide (transport pneumatique du blé, fumées, poussières).
- mélange solide -liquide (transport de boue).
- mélange gaz-liquide (extraction pétrolière).
- Mélange plasma solide (synthèse de nanoparticule).

Concernant le second cas, on distingue les écoulements suivants :

- à phase dispersées.
- à phase séparées.
- de transition.

En écoulement diphasique gaz-liquide, les calculs et les descriptions sont effectués pour une configuration donnée de l'écoulement. Ces configurations sont basées sur la description d'interfaces qu'on appelle " régime d'écoulement", et qu'on peut prévoir à l'aide des cartes d'écoulement.

I.3. Régimes d'écoulements dans les conduites verticales

Les régimes d'écoulements verticaux sont généralement plus symétriques comparés aux écoulements horizontaux. Les systèmes d'écoulement qui se produisent dans le tuyau vertical, sont similaires à ceux trouvés dans le tube horizontal, mais il y a une différence est qu'il y a un côté inférieur du tube favorisée par le liquide le plus dense. L'une des conséquences est que l'écoulement stratifié n'est pas possible dans le tube le vertical (**Figure. I.1**).

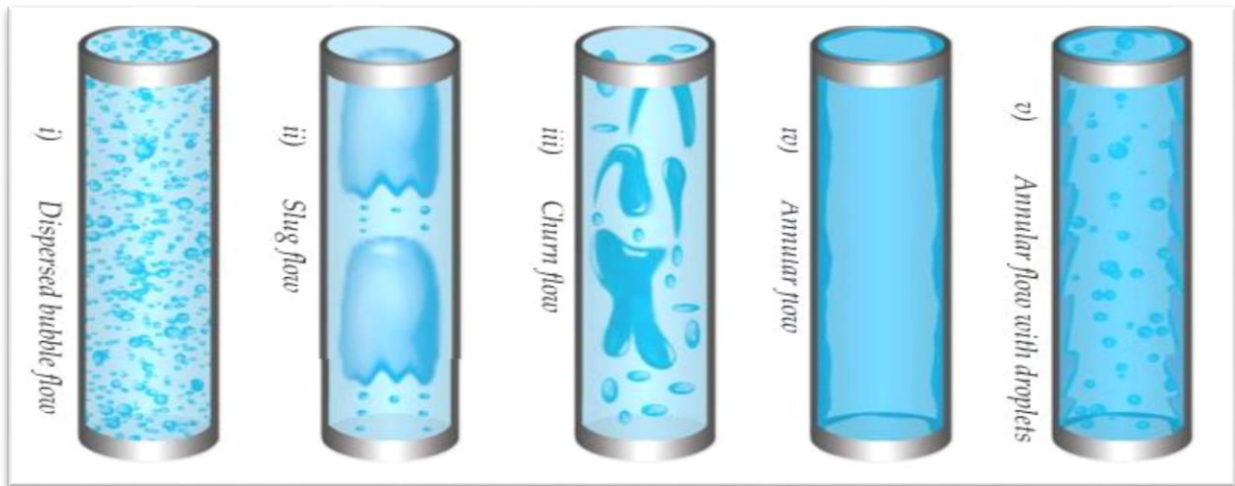


Figure 1.1. Régimes d'écoulements dans les conduites verticales [1].

a) Écoulement à bulles

Observé à faible débit de gaz, caractérisé par la présence de bulles dispersées de taille relativement petite.

b) Écoulement à poches

En augmentant le débit de gaz, les bulles coalescents pour donner lieu à des poches séparées par des bouchons de liquide de sections voisines de celle de la conduite.

c) Écoulement a forte coalescence

L'écoulement à poches peut mener à des instabilités. Dans cette situation la forme du bouchon est très irrégulière, avec une interface instable et allongée.

d) Écoulement annulaire

La phase liquide circule comme un film près des parois du tube, avec ou sans bulle. Cette phase est aussi présente sous une forme dispersée, dans la phase gazeuse qui s'écoule dans le centre du tube.

e) Écoulement annulaire dispersées

La phase liquide se présente comme de petites gouttes dispersées dans la phase gazeuse continue, le liquide mouille la paroi de la conduite. Généralement, l'écoulement dispersé n'est pas obtenu pour les conditions adiabatiques, où il y a une quantité de liquide même petite est généralement présente.

à la partie supérieure du tube. L'écoulement à poches se nomme également écoulement de bulles ovales

c) Écoulement stratifié

L'écoulement stratifié provient de la ségrégation des deux phases sous l'influence de la gravité. L'interface gaz liquide est plus ou moins courbée. Cet écoulement apparaît en écoulement ascendant à des très faibles inclinaisons, mais en écoulement descendant, il peut apparaître même pour de très grandes pentes. En fonction des forces de capillarité ou des ondes de gravité, l'écoulement stratifié peut être lisse (stratifiedsmooth flow) ou à vague (stratifiedwavy flow) pour les angles d'inclinaison supérieurs à 5 degrés. La théorie et l'expérience montrent que des vagues existent dans la totalité de la zone d'écoulement stratifié. La configuration stratifiée concerne généralement les conduites horizontales ou faiblement inclinées, où le liquide s'écoule dans la partie inférieure et le gaz dans la partie supérieure

d) Écoulement à vagues

Quand la vitesse de gaz augmente dans un écoulement à poches, le liquide forme des bouchons. L'écoulement est plus désordonné comparé à l'écoulement à poches et l'interface entre le gaz et le liquide n'est pas nettement définie. L'écoulement à poches et l'écoulement à bouchons sont souvent considérés comme un seul régime d'écoulement appelé écoulement intermittent.

f) Écoulement annulaires

Un film de liquide se forme sur la paroi du tube. Habituellement, le film liquide en bas du tube est beaucoup plus épais que le film au-dessus. La distribution de l'épaisseur de film dépend de la vitesse de gaz.

g) Écoulement dispersés

Ceci se produit quand tout le liquide est entraîné par la vitesse élevée du gaz dans un noyau de gaz. La phase de vapeur est la phase continue et le liquide forme un brouillard dans le gaz (des gouttelettes pulvérisées qui peuvent être trop petites pour être vues).

h) Écoulement à forte coalescence

Lorsque la vitesse de l'écoulement est augmentée, les bouchons se décomposent en un régime instable. C'est un régime entre l'écoulement à bouchons et l'écoulement annulaire.

I.5. Cartes d'écoulements

Une carte d'écoulement, comme son nom l'indique, est une représentation graphique bidimensionnelle des domaines d'existence des différents régimes. Les systèmes de coordonnées qui la définissent sont choisis parmi les variables de l'écoulement diphasique. Ces derniers sont différents selon les auteurs, et il n'existe pas de consensus sur le meilleur système. Les paramètres qui sont souvent employée sont ceux utilisés par l'expérimentateur pour contrôler l'écoulement, à savoir les vitesses superficielles du liquide et du gaz, etc. Les frontières entre les différents régimes n'ont jamais été bien définies et les zones de transition sont relativement étendues, d'ou le caractère subjectif de ces cartes d'écoulement.

La génération des cartes d'écoulements est deux types. L'une est une carte expérimentale (**Figure. I.3**). Pour prendre en considération les effets des propriétés des fluides et du diamètre de la conduite, des corrélations additionnelles doivent être introduites. Les cartes mécanistes sont par contre développées en analysant les mécanismes physiques de transition modélisés à travers les équations fondamentales (**Figure. I.4**). Les corrélations empiriques sont toujours utilisées dans les modèles mécanistes pour la fermeture de modèle.

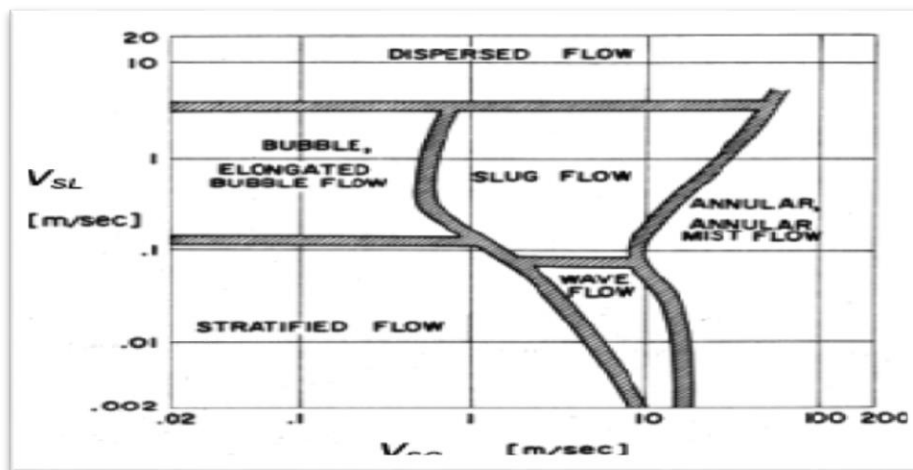


Figure I.3 : Exemple d'une carte d'écoulement expérimentale.

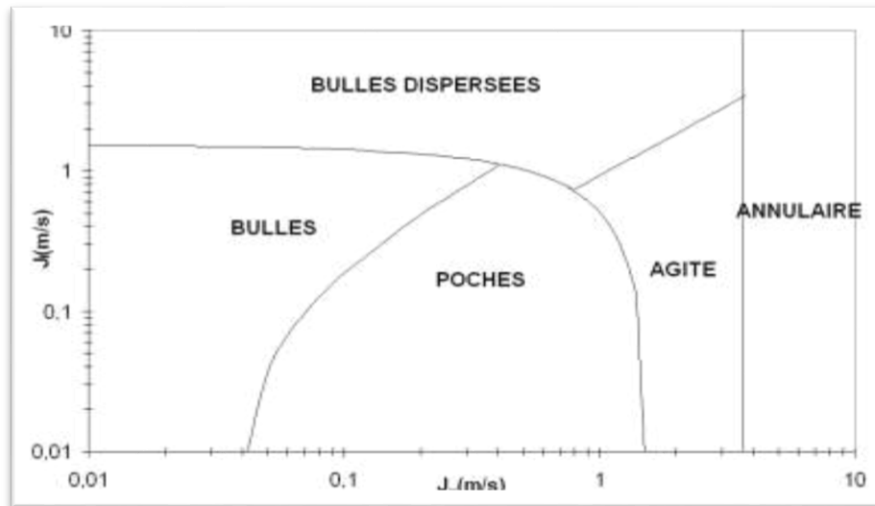


Figure I.4: Exemple d'une carte mécaniste.

I.6. Caractéristiques et modélisation des écoulements en colonnes à bulles

D'une manière générale, une colonne à bulles est un dispositif permettant la mise en contact entre une phase gazeuse sous forme de bulles et une phase continue liquide.

En raison de l'étendue de leurs applications, elles sont très étudiées depuis plusieurs dizaines d'années et certains résultats importants sont maintenant bien connus : c'est le cas des régimes de fonctionnement dont l'existence a été mise en évidence par **Shah et al [4]**.

Ces régimes dépendent principalement de la vitesse superficielle de gaz imposée à l'entrée de la colonne (J_g).

I.6.1. Les régimes d'écoulements en colonnes à bulles

Nous allons détailler dans ce paragraphe, les caractéristiques principales des trois régimes de fonctionnement d'une colonne à bulle, classiquement observés pour une alimentation uniforme en gaz **Deckwer et al [5]**. Ces trois régimes sont schématiquement représentés sur la (**figure. I.5**), **Chen et al [6]**.

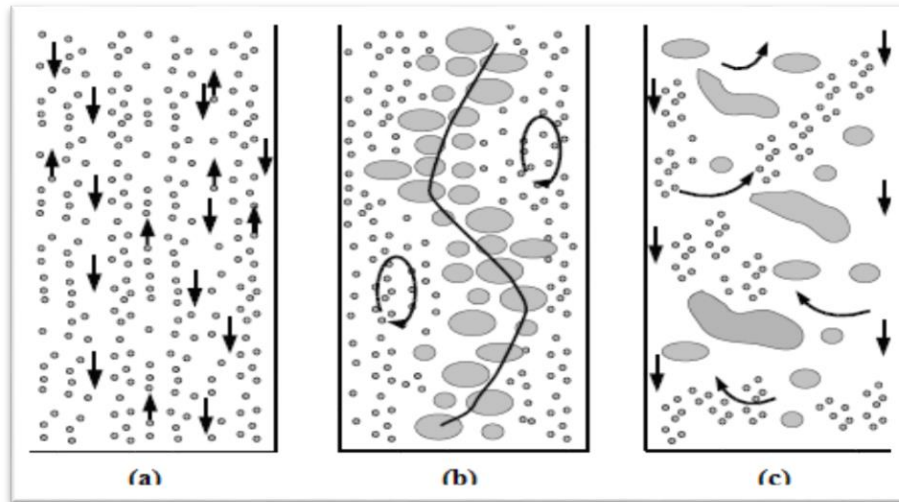


Figure I.5 : Régimes de fonctionnement d'une colonne à bulle d'après **Chen et al [6]**.

- (a) Régime homogène
- (b) Régime de transition
- (c) Régime hétérogène

La prédiction du régime de fonctionnement d'un réacteur est primordiale pour son utilisation industrielle car le comportement hydrodynamique et les caractéristiques de transfert et de mélange sont très différents selon les régimes. L'évolution du taux global de rétention gazeuse (α_{glob}) en fonction de la vitesse superficielle de gaz (**figure.I.5**) est un moyen de déterminer les transitions entre les régimes en colonnes à bulles, caractérisées par des changements de pente dans la courbe.

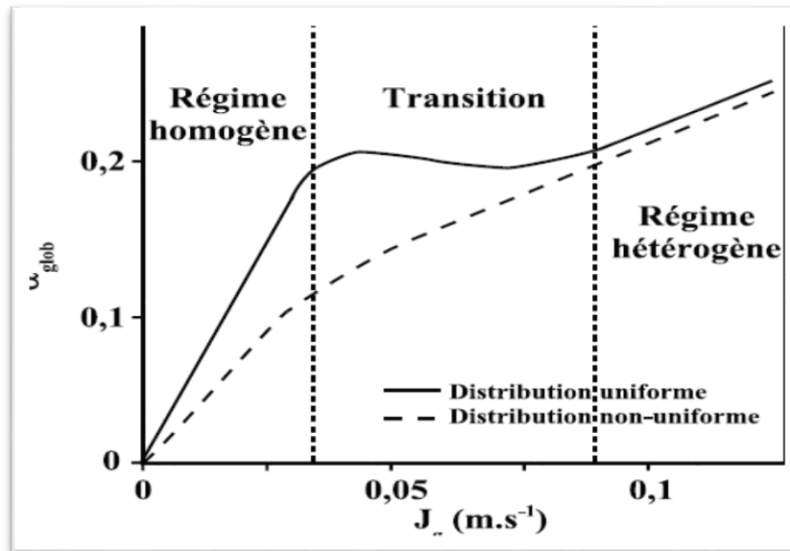


Figure I.6 : Évolution du taux de vide global avec la vitesse superficielle de gaz en colonnes à bulles pour une dispersion eau/ air **Deckwer** [5].

I.6.1.1 Le régime homogène

Aux plus petites vitesses superficielles de gaz, et lorsque le gaz est injecté uniformément dans la colonne, le régime d'écoulement est homogène (**figure.I.6**). Il est caractérisé par une population uniforme de petites bulles qui montent verticalement dans la colonne, sans interagir entre elles et avec une faible dispersion axiale **Zahradnik et al** [7]. Le profil radial de taux de vide est plat et on ne note pas d'effets des sillages à l'arrière des bulles.

Le liquide entraîné vers le haut par les bulles, redescend entre elles. L'écoulement moyen de liquide se présente sous la forme d'une structure convection avec une redescente de liquide près des parois. Dans ce régime, les phénomènes de coalescence et de rupture sont négligeables et le taux de vide est déterminé par la configuration du distributeur et les propriétés physico-chimiques de la dispersion. Il peut être approximativement déterminé par un modèle unidimensionnel de flux de glissement, en supposant que toutes les bulles montent verticalement à leur vitesse infinie, selon :

$$\alpha_{glob} = \frac{U_G}{U_\infty} \quad (I.1)$$

Le régime homogène correspond ainsi à la première partie de la courbe $\alpha_{glob} = f(U_G)$ de la (**figure I.7**) dans laquelle la rétention gazeuse augmente effectivement linéairement avec le débit de gaz injecté.

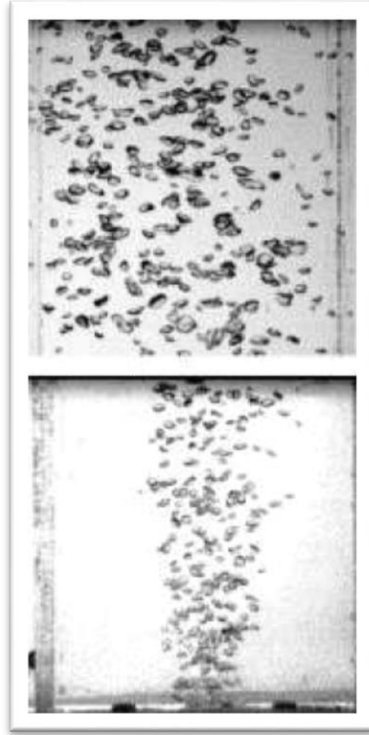


Figure I.7 : Photo d'une colonne à bulles fonctionnant en régime homogène près de l'injecteur (photo du bas) et en milieu de colonne (photo du haut) d'après **Mouza et al [8]**.

I.6.1.2 : La transition

Lorsque la vitesse superficielle de gaz augmente, toujours dans le cas d'une aération uniforme en gaz, le régime de transition apparaît. Il est caractérisé par l'apparition d'agrégats de bulles, appelés clusters, et par la naissance d'une population polydispense de bulles, liée à l'apparition de phénomènes de coalescence et de rupture.

Les plus grosses bulles se concentrent au centre de la colonne créant ainsi un profil radial de taux de vide. Des macrostructures pour l'écoulement liquide apparaissent. Dans ce régime, le taux de vide global cesse d'augmenter avec la vitesse superficielle de gaz, et peut parfois même diminuer par suite de l'évolution de la vitesse relative des bulles (**figure. I.5**).

La transition entre les régimes homogène et hétérogène intervient au-delà d'une vitesse superficielle de gaz qui dépend de géométrie du réacteur et d'autres paramètres, tels que le

type de distributeur de gaz, la vitesse de liquide imposée dans la colonne, la présence de tensio-actifs, la viscosité de la phase liquide, les pressions et les températures opératoires. L'impact de ces divers paramètres sur l'apparition de la transition a été étudié notamment par **Zahradnik et al [7]** et plus récemment par **Thorat et Joshi [9]** :

➤ **La distribution de gaz**

La stabilité du régime homogène est améliorée en diminuant la taille des orifices à de formation des bulles du distributeur. L'augmentation du nombre d'orifices a également un effet favorable sur la durée du régime homogène et permet d'augmenter la valeur maximale du taux de vide en régime homogène.

➤ **La géométrie de réacteur**

En diminuant le rapport hauteur H sur diamètre D d'une colonne à bulle, le régime homogène est favorisé et la vitesse superficielle de gaz marquant la transition devient plus grande. Ainsi, le taux de vide critique à la transition peut augmenter de 15 à 30% lorsque la hauteur de la dispersion est divisée par 10 (**Ruzika et al [10]**).

Cependant, pour un système de distribution ne permettant que l'existence de régime hétérogène dans la colonne (un seul large orifice par exemple), la diminution du rapport H/D n'a aucune influence sur le régime, ce qui met bien en évidence le caractère «robuste» du régime hétérogène. D'autre part, pour $H/D > 5$, l'influence de hauteur de la colonne peut être négligée.

Lorsque seul le diamètre de la colonne est augmenté, il a une influence négative sur la stabilité du régime homogène. Ceci peut s'expliquer d'une part par l'effet stabilisant des parois et d'autre part par le fait que la macrochelle de turbulence est, en régime hétérogène, proportionnelle au diamètre de la colonne et augmente donc avec D .

➤ **L'ajoute de tensio-actifs**

L'ajout de tensio-actifs (du butanol ou de l'éthanol par exemple) dans la phase liquide retarde l'apparition du régime homogène et augmente fortement le taux de vide maximal obtenu en régime homogène. Ainsi, **Zahradnik et al [7]** ont mesuré un taux de vide caractéristique de la transition qui peut passer de 20% pour une phase continue constituée d'eau distillée à 40% pour de l'eau distillée à laquelle du sulfate de sodium ou de chlorure de calcium a été ajouté.

L'ajout de coalescence en rigidifiant les interfaces, permettant donc l'existence de petites bulles, même pour de fortes vitesses superficielles de gaz. Ces bulles qui restent petites retardent donc l'apparition du régime hétérogène, caractérisé (et provoqué) par l'existence de grosses bulles. Au-delà d'une certaine concentration critique cependant, l'ajout de tensio-actifs ne change plus rien au taux de vide (saturation des interfaces).

➤ **La viscosité de la phase continue**

L'augmentation de viscosité de la phase liquide a un effet défavorable sur le régime homogène car elle favorise la coalescence des bulles dans la région proche du distributeur. Ainsi, lorsque la viscosité de la phase continue peut être divisé par 2 (**Zahradnik et al. [7]**).

I.6.1.3 Le régime hétérogène

Pour les plus fortes vitesses superficielles de gaz, un écoulement instable apparaît, c'est le régime hétérogène (**figure. I.7**). Dans le cas d'une distribution non uniforme en gaz, telle qu'une aération entrée, le régime hétérogène s'établit dans la colonne, quelle que soit J_g . Il est caractérisé par une large distribution de tailles de bulles et l'existence d'un profil parabolique de taux de vide, les grosses bulles s'accumulant au centre de la colonne.

Dans le cas d'une distribution centrée, le profil parabolique de taux de vide est plus prononcé dans la région proche du distributeur (**Dhotre et al [11]**). La recirculation de liquide observée en régime de transition disparaît et la macro-échelle de la turbulence mesurée dans la phase liquide est de l'ordre du diamètre de la colonne (**Zahradnik et al [7]**). Le régime hétérogène est caractérisé par le taux de vide global qui augmente de nouveau avec la vitesse superficielle de gaz, avec une pente toutefois inférieure à celle obtenue en régime homogène.

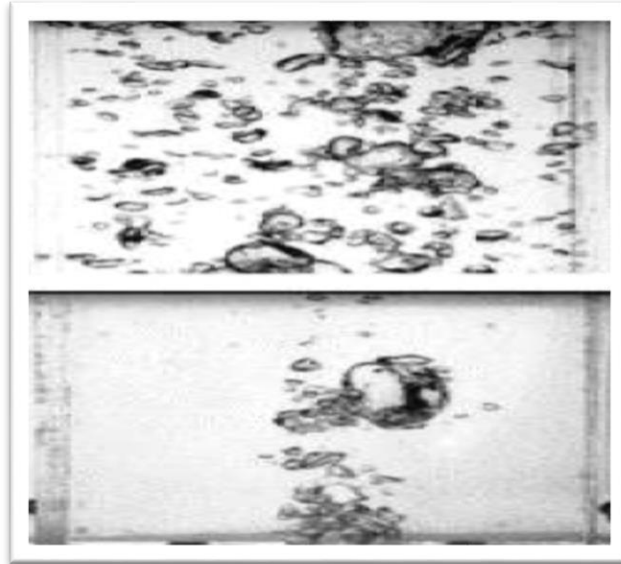


Figure I.8 : Photo d'une colonne à bulles fonctionnant en régime hétérogène près de l'injecteur (photo du bas) et en milieu de colonne (photo du haut) d'après **Mouza et al [8]**.

I.7 Revue bibliographique

Sylvain Lefebvre [12] : Les applications industrielles des colonnes à bulles touchent principalement trois secteurs, soit l'industrie chimique, l'environnement et les biotechnologies. Le nombre d'exemples d'applications des colonnes à bulles dans l'industrie chimique est très grand. Ainsi, elles sont utilisées dans la production de l'acide acétique, du méthanol et dans la chlorination en chaîne des aromatiques alkylés. En environnement, elles sont utilisées dans le traitement des eaux usées, comme unité de flottaison dans la décontamination de gaz comme l'absorption du monoxyde d'azote, etc. En biotechnologies les colonnes à bulles sont utilisées dans la production de pénicilline, de protéines de cellules animales...etc.

Dans le but d'interpréter correctement les résultats de l'hydrodynamique dans l'écoulement gaz-liquide, il est nécessaire de connaître, sous des conditions opératoires données, le régime d'écoulement des fluides dans les colonnes à bulles. Il est également nécessaire de connaître si un régime d'écoulement sera maintenu après une extrapolation de l'échelle pilote à une colonne industrielle. De nombreuses études ont traité de l'identification et de la transition des régimes d'écoulement en colonnes bulles (**Zahradnik et al [7]** ; **Letzel et al [13]** ; **Vial et al [14]** ; **Ruzicka et al [10]** ; **Olmos et al [15]** ; **Ruthiya et al [16]**).

D'une manière générale, trois régimes d'écoulement ont été observés en colonnes à bulles classiques : homogène (homogeneous flow), la transition et l'hétérogène (heterogeneous flow ou churn-turbulent flow). Un autre régime, appelé écoulement à bouchons (slug flow), a

été aussi observé dans les colonnes de laboratoire (**Shah et al [4]**), mais il n'apparaît pas à l'échelle industrielle.

Plusieurs travaux de la littérature (**Sarrafi et al [17]** ; **Vial et al [14]** ; **Ruzicka et al [10]** ; **Mouza et al [8]**) ont montré que les principaux facteurs qui influent sur les transitions entre les deux régimes homogène et hétérogène sont : le débit de gaz, les propriétés physico-chimiques du système gaz-liquide, le type du distributeur ainsi que les dimensions géométriques de la colonne. **Sarrafi et al [17]** ont examiné l'influence de la géométrie de la colonne sur la transition entre régimes homogène et hétérogène.

Wilkinson et al [18] : Dans l'industrie, la majorité des colonnes à bulles fonctionnent en régime hétérogène. Cependant, le régime homogène est aussi bien rencontré, en particulier dans les colonnes à bulles fonctionnant à pression élevée.

La plupart des auteurs (**Deckwer [5]** ; **Zahradnik et al [7]** ; **Vial et al [14]** ; **Ruthiya et al [16]**) ont montré que le régime homogène est observé pour les faibles débits de gaz ($U_g < 5$ cm/s) et est caractérisé par une distribution de taille des bulles uniforme et un taux de rétention du gaz radialement uniforme. Les phénomènes de coalescence et de rupture des bulles sont négligeables ; la taille des bulles et la rétention gazeuse sont donc contrôlées par le type du distributeur du gaz et les propriétés physico-chimiques du système gaz-liquide utilisé. Les bulles se meuvent à peu près verticalement avec de faibles oscillations latérales et il n'y a pas de circulation liquide à grande échelle. Le régime hétérogène apparaissant aux grands débits de gaz ($U_g > 7$ cm/s).

Dans ce cas, le régime homogène ne peut pas être maintenu et un écoulement instable apparaît. On observe la formation de bulles de grande taille. Si le diamètre de la colonne est petit, ces grosses bulles atteignent la taille de la colonne et on obtient l'écoulement en bouchons. La transition et le régime hétérogène établi sont caractérisés par une large distribution de tailles de bulle et l'existence d'un profil radial de la rétention gazeuse. Une partie du gaz est transportée sous forme de grosses bulles, tandis que les petites se meuvent au voisinage des parois avec des vitesses ascensionnelles plus faibles.

Les phénomènes de coalescence et de rupture jouent donc un rôle important dans la formation des grosses bulles et la distribution des tailles de bulles ne dépend plus du distributeur à partir d'une hauteur de colonne supérieure à cinq fois son diamètre. Dans de nombreux travaux de la littérature, la transition et le régime hétérogène établi sont confondus (**Chen et al [6]** ; **Letzel et al [13]** ; **Zahradnik et al [7]**). Ces auteurs ont proposé une

description spatiale plus fine de la transition et du régime hétérogène établi en colonnes à bulles qu'ils ont nommés respectivement écoulement en spirale et turbulent.

- **Taitel et al [19]** distinguent les régimes à bulles, à poches, agité et annulaire et suggèrent des équations théoriques de transitions entre les régimes. Il est important de se référer à l'article original de **Taitel et al [19]** pour utiliser correctement les définitions topologiques des écoulements adaptés par les auteurs.

- **Clarke et al [20]** ont présenté une méthode numérique pour la détermination de la structure du champ d'écoulement dans un tube vertical. La méthode est basée sur l'ensemble des équations moyennées qui régissent l'écoulement au sein du liquide autour de bulle et dans le bouchon liquide derrière le culot de la poche.

- **Taha et al [21]** ont fait une tentative pour modéliser le processus d'ultrafiltration de l'écoulement à poches vertical employant la méthode (VOF) avec le but de comprendre et déterminer la quantité de flux pénétrant qui résulte du volume de gaz. Pour cette étude numérique, le logiciel Fluent est employé la méthode (VOF) pour calculer la forme et la vitesse de la poche, la distribution des vitesses et la distribution de la contrainte de cisaillement sur la paroi du tube.

- **Mr Abid Akhtar [22]** L'étude d'hydrodynamique d'une montée à chaînes de bulle continue par la colonne liquide a été exécutée pour la colonne de bulle d'échelle de laboratoire en utilisant l'approche du volume-de-fluide (VOF). L'effet des paramètres de fonctionnement et de conception sur la trajectoire de distribution et d'élévation de grandeurs de bulle a été étudié pour le système de l'air-eau. Pour le même distributeur, les résultats de simulation ont indiqué la formation de petites bulles à la basse vitesse superficielle de gaz et de bulles relativement grandes à des vitesses plus élevées. Analyse de la trajectoire de bulle pour différentes vitesses superficielles de gaz a démontré un comportement oscillant montrant que de petites bulles a formé à la basse vitesse superficielle de gaz. Un raisonnable accord entre les valeurs prévues du holdup de gaz avec le travail expérimental a validé le modèle actuel.

F. Ozkan et al [23] Codes fluide de calcul de la dynamique (CFD) qui peuvent décrire en détail l'évolution dynamique de l'interface de formable dans les écoulements gazeux liquides ou de liquide-liquide peut être un outil valable pour explorer le potentiel de l'écoulement de multi-fluide dans des canaux étroits pour l'intensification de processus. Dans le papier actuel, un de calcul l'exercice pour Co-actuel bulle-forment l'écoulement dans un canal vertical est exécuté pour étudier l'exécution des codes bien connus de CFD pour ce type d'écoulements. Les calculs sont basés sur méthode de volume-de-fluide (VOF) où l'équation de transport pour la fraction volumétrique liquide est résolue par les méthodes impliquant une

reconstruction géométrique de l'interface ou par les méthodes qui utilisent la différence évoluée complète à la place.

Les codes contribuant à la comparaison actuelle de code-à-code sont un code interne et les modules commerciaux CFX de CFD, FLUENT et STAR-CD. Les résultats sont présentés pour deux cas de base. Dans le premier, l'écoulement est piloté par la flottabilité seulement, alors que dans la seconde enfermer l'écoulement est supplémentaire forcé par un gradient externe de pression. Les résultats de la code-a-code exposition de comparaison que seulement la méthode de VOF avec la reconstruction d'interface mène à retentir physiquement et à résultats conformés, tandis que l'utilisation de la différence complète pour les expositions d'équation de fraction de volume quelques insuffisances.

Chapitre II
Paramètre et
formulation
mathématique

Chapitre II Paramètre et formulation mathématique

II.1. Introduction

Les ressources de calcul ont évolué d'une manière exponentielle dans le temps. La Simulation numérique en mécanique des fluides (CFD : Computational Fluid Dynamics) est reconnue aujourd'hui comme l'un des outils incontournables de conception et est largement utilisée dans l'industrie. Actuellement, la simulation numérique promet des résultats rapides et peu coûteux pour guider le procédé de la conception et de design. Le choix de l'utilisation de telles méthodes numériques va dépendre essentiellement du type et de la complexité du problème à résoudre : La nature du fluide, le comportement thermodynamique, la modélisation du milieu et si le problème est stationnaire ou instationnaire. Dans ce chapitre, nous allons montrer les principales étapes à suivre pour l'application de la CFD à un écoulement gaz-liquide. Il existe plusieurs méthodes numériques

- méthode des volumes finis
- méthode des éléments finis
- Méthodes spectrales,...

Chaque méthode de résolution numérique d'un problème continu comporte une phase de maillage et une phase de discrétisation. La phase de maillage consiste à diviser le domaine d'étude en de petits volumes appelés volumes de contrôle. La phase de discrétisation transforme le problème continu en un problème discret. Les équations ainsi que les conditions aux limites sont approchées par des équations et conditions discrètes.

II.2. Géométrie du problème

La géométrie de la configuration considérée (Figure. II-1) est une colonne cylindrique de rayon $R=10\text{cm}$ et de hauteur $H=75\text{cm}$, dont le rapport d'aspect fixe ($\gamma= H/R = 7.5$). L'enceinte contient de liquide (eau) et de gaz (air). Le cylindre est ouvert à l'air libre, l'autre extrémité (disque inférieur) à un trou de $d=10\text{cm}$, La paroi latérale rigide est adiabatique.

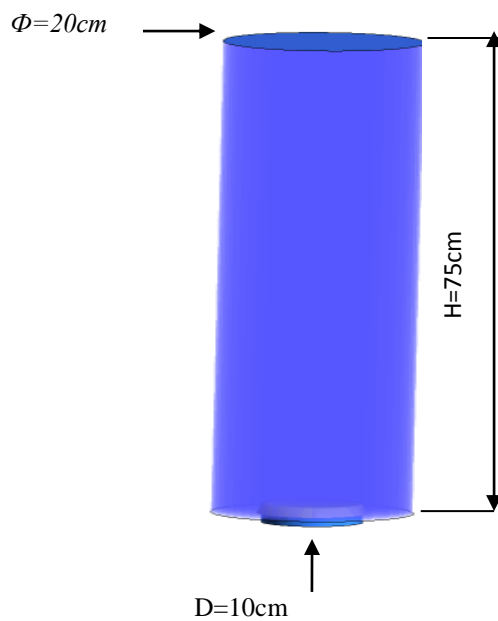


Figure II.1 : Géométrie du problème.

II.3. Paramètres d'écoulement

II.3.1. La fraction de vide

Afin de différencier les deux phases, on notera G comme un indice pour les différentes conditions de la phase gazeuse et L pour la phase liquide. Considérons un canal avec un écoulement courant de deux phases. La section de passage de l'ensemble de cet écoulement est représentée par la surface A. La surface A_G représente la section de l'écoulement de la phase gazeuse seulement, et finalement A_L la section de l'écoulement de la phase liquide. Le

rapport de la surface d'écoulement de gaz et du liquide sur la surface totale de l'écoulement représente la fraction de vide souvent dénoté par α_G ou $(1 - \alpha_L)$.

$$\alpha_G = \frac{A_G}{A}$$

$$\alpha_L = \frac{A_L}{A}$$

II.3.2. Les vitesses

La vitesse superficielle représente le débit volumique d'une phase sur la surface totale :

$$U_{Ls} = \frac{q_L}{A}$$

$$U_{LG} = \frac{q_G}{A}$$

Compte tenu de la définition du hold-up les vitesses locales du liquide et du gaz peuvent être exprimées en fonction des vitesses superficielles et des hold-up respectifs.

$$U_L = \frac{U_{Ls}}{\alpha_L} = \frac{U_{Ls}}{(1 - \alpha_L)} \quad (\text{II.1})$$

$$U_G = \frac{U_{Gs}}{\alpha_L} = \frac{U_{Gs}}{(1 - \alpha_L)} \quad (\text{II.2})$$

II.3.3. Le taux de vide (taux de présence du gaz)

C'est le rapport du volume de gaz sur le volume total.

$$\alpha = \frac{W_G}{W_G + W_L} \quad (\text{II.3})$$

II.3.4. Le titre

C'est le rapport du débit massique du gaz sur le débit massique du mélange.

$$x = \frac{M_G}{M_G + M_L} \quad (\text{II.4})$$

Où M_G est le débit massique du gaz. Cette notion est utilisée dans le calcul des condenseurs par exemple. On utilise aussi le titre volumique tel que :

$$x_v = \frac{q_G}{q_G + q_L} \quad (\text{II.5})$$

Où q_G est le débit volumique du gaz.

II.3.5. Débit volumique

Les débits volumiques des deux phases, liquide et gazeuse, sont :

$$Q_L = \frac{\dot{M}_L}{\rho_L} \quad (\text{II.6})$$

$$Q_G = \frac{\dot{M}_G}{\rho_G} \quad (\text{II.7})$$

Avec :

\dot{M}_L : Débit massique

ρ : Masses volumiques

II.3.6. Rapport de glissement

C'est le rapport des vitesses moyennes des deux phases dans une section.

$$\gamma = \frac{V_G}{V_L} \quad (\text{II.8})$$

II.3.7. Le titre de vapeur

Le titre réel x (ou la fraction massique du gaz) est défini comme étant le rapport du débit massique de vapeur au débit massique total.

$$x = \frac{\dot{M}_G}{M} = \frac{\rho_G A_G V_G}{\rho_L A_G V_G + \rho_L A_L V_L} \quad (\text{II.9})$$

II.4. Les équations de Navier-Stokes

Le mouvement d'un fluide est modélisé par les équations de Navier-Stokes qui permet de traiter les fluides classiques comme l'air, l'eau, l'huile ou aussi les métaux fondus.

Les équations gouvernantes sont :

- la conservation de la masse ou l'équation de continuité,

- la conservation de la quantité de mouvement,

La formulation mathématique des lois de la conservation régissant les phénomènes physiques comme les écoulements de fluides, est généralement écrite sous forme d'équations aux dérivées partielles comme suit.

II.4.1. Equation de continuité

L'équation de continuité s'écrit :

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \text{div} (\rho V_i) = 0 \quad (\text{II.10})$$

Ou bien :

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + u \frac{\partial \rho}{\partial x} + v \frac{\partial \rho}{\partial y} + w \frac{\partial \rho}{\partial z} + \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} \right) = 0 \quad (\text{II.11})$$

Pour un écoulement incompressible et $\rho = \text{cst}$

$$\frac{\partial \rho}{\partial x_i} = 0 \quad (\text{II.12})$$

II.4.2. Equation de quantité de mouvement

Une seule équation de la quantité de mouvement est résolue à travers tout le domaine, et le champ de vitesse résultant est partagé le long des phases. L'équation de la quantité de mouvement dépend des fractions volumiques de toutes les phases à travers les propriétés ρ et μ :

$$\frac{\partial}{\partial t} \rho u_i + \frac{\partial}{\partial x_i} \rho u_i u_j = - \frac{\partial p}{\partial x_j} + \frac{\partial}{\partial x_i} \mu \left[\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right] + \rho g_j + F_j \quad (\text{II.13})$$

Dans le cas d'une grande différence de vitesse entre les phases, les vitesses calculées près de l'interface peuvent être affectées.

La tension de surface est la tension qui existe à la surface de séparation de deux phases. On la définit comme la force qu'il faut appliquer à l'unité de longueur le long d'une ligne perpendiculaire à la surface d'un liquide en équilibre pour provoquer l'extension de cette surface, ou comme le travail exercé par cette force par unité de surface. On peut formaliser

cette propriété de la manière suivante : il existe une différence de pression entre le liquide et le gaz, égale à la courbure locale de la surface multipliée par un coefficient, appelé coefficient de tension de surface, dépendant des deux fluides en présence.

La pression la plus forte règne dans le fluide dont la surface est convexe Le modèle de force de surface continue (CSF) proposé par **Brackbill et al. (1992)**. [24] a été mis en œuvre de telle sorte que l'addition de la tension superficielle aux résultats de calcul VOF dans un terme source dans l'équation de quantité de mouvement. Pour comprendre l'origine du terme source, considérez le cas spécial où la tension superficielle est constante le long de la surface et où seules les forces normales à l'interface sont considérées. On peut montrer que la chute de pression à travers la surface dépend du coefficient de tension de surface, et la courbure de surface mesurée par deux rayons dans des directions orthogonales.

$$p_2 - p_1 = \sigma \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right) \quad (\text{II.14})$$

$$K = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \quad (\text{II.15})$$

Avec p_1 et p_2 sont les pressions dans les deux fluides de chaque côté de l'interface.

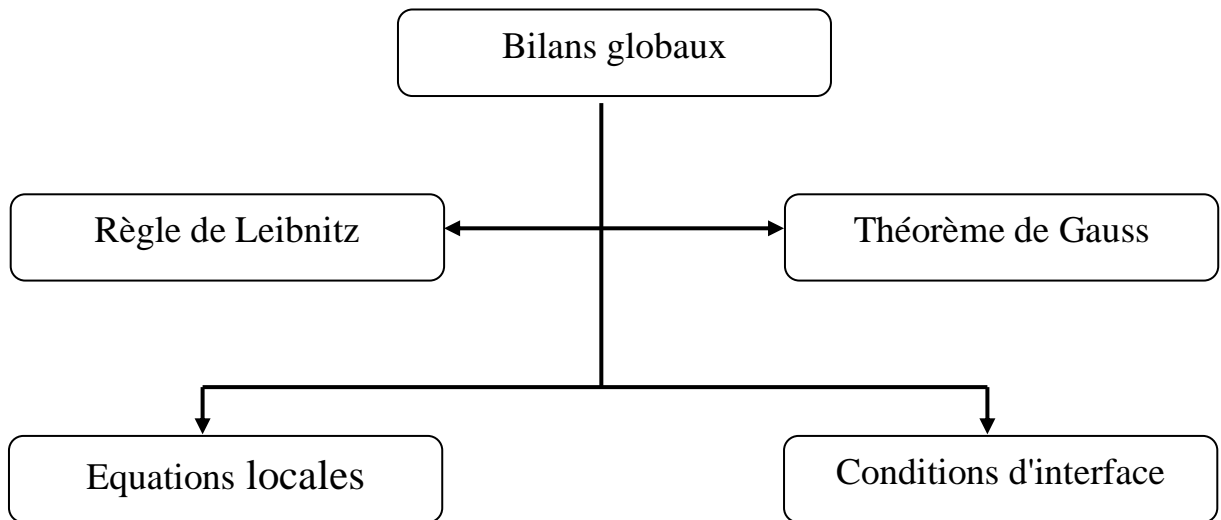
II.5. Formulation mathématique

II.5.1. Généralités

Dans l'étude des écoulements diphasiques, les équations fondamentales reposent sur les équations de bilans, qui peuvent être écrites soit de façon simplifiée (globale) soit de façon locale. Les équations fondamentales simplifiées sont établies sous forme de deux modèles approchés dits « modèle séparé et modèle homogène ».

Le modèle séparé considère que les deux phases ont des propriétés différentes et suppose que chaque phase s'écoule avec une vitesse uniforme moyennée dans la section. L'autre modèle traite le mélange gaz-liquide comme un pseudo fluide monophasique dont les propriétés sont les moyennes du mélange obéissant aux lois d'un écoulement monophasique. Le système étudié dans ce travail est composé de deux fluides séparés par une interface. Les équations générales décrivant cet écoulement se divisent alors en deux groupes :

- Les équations relatives à chacune des deux phases appelées « équations phasiques ».
- Les conditions de saut aux interfaces appelées « équations diphasique ».



L'établissement des équations générales pour les écoulements diphasiques est basé sur le schéma ci-dessous.

Figure II.3.1 : Organigramme de l'établissement des équations générales pour les écoulements diphasiques.

À partir de l'écriture globale des bilans (bilans de masse, de quantité de mouvement, d'énergie et d'entropie), le théorème de transport de Reynolds (Leibnitz) ainsi que le théorème de Gauss (Ostrogradski) permettent l'obtention des équations locales contenues dans l'intégrale du volume. Quant aux équations locales contenues dans l'intégrale de surface, elles sont obtenues grâce aux conditions d'interface sur les grandeurs locales appartenant à chaque phase de part et d'autre de chaque interface.

II.6. Rappel mathématique

II.6.1. Théorème de transport de Reynolds

Soit $f(x_1, x_2, x_3, t)$ une fonction à plusieurs variables représentant une surface en déplacement dans l'espace et dans le temps, Cette fonction est sous la forme suivante :

$$f(x_1, x_2, x_3, t) = f(x_i, t) \text{ avec } i \in \{1,2,3\}$$

La dérivée particulière de cette fonction s'écrit :

$$\frac{Df}{Dt} = \frac{\partial f}{\partial t} + \frac{\partial f}{\partial x_i} \cdot \frac{\partial x_i}{\partial t} \quad (\text{II.16})$$

$$\text{Avec } \frac{\partial x_i}{\partial t} = V_i \quad \text{et} \quad \frac{\partial f}{\partial x_i} = \overrightarrow{\text{grad}}(f)$$

$$\text{On obtient } \frac{Df}{Dt} = \frac{\partial f}{\partial t} + \vec{V} \overline{\text{grad}}(f) \quad (\text{II.17})$$

Après un calcul mathématique le résultat s'écrit sous la forme suivante :

$$\frac{D}{dt} \int_v f \cdot dv = \int_v \left(\frac{\partial f}{\partial t} + \text{div}(f \cdot \vec{V}) \right) \cdot dv \quad (\text{II.18})$$

II.6.2. Théorème d'Ostrogradski (Théorème de Gauss)

Le principe est de transformer une intégral de volume (v) en une intégrale de surface fermée (Σ).

On considère que la fonction (f) est une fonction à plusieurs variables :

$$\int_v \text{div}(f \cdot \vec{V}) \cdot dv = \int_\Sigma f \cdot \vec{V} \cdot \vec{n} \cdot ds \Rightarrow \vec{V} : \text{Vecteur} \quad (\text{II.19})$$

$$\int_v \text{div}(f \cdot \vec{T}) \cdot dv = \int_\Sigma f \cdot \vec{T} \cdot \vec{n} \cdot ds \Rightarrow \vec{T} : \text{Tenseur} \quad (\text{II.20})$$

$$\vec{n} = \frac{\overline{\text{grad}}(f)}{|\overline{\text{grad}}(f)|} \Rightarrow \text{Est la normale à la surface } \Sigma \quad (\text{II.21})$$

En applique la règle de Leibniz et théorème de Gauss [25], les bilans globaux s'expriment alors sous forme d'intégrales de volume. Ces derniers fournissent les équations locales instantanées relatives à chaque phase «identiques à celles trouvées pour les écoulements monophasiques» et l'intégrale de surface fournit les conditions d'interfaces.

II.7. Application à l'écoulement monophasique

Les équations locales instantanées ci-dessous tirées des bilans globaux, expriment les principes fondamentaux de conservation et d'évolution dans le cas d'un écoulement monophasique tels que :

- Bilan de masse.
- Bilan de quantité de mouvement.
- Bilan d'énergie.

II.7.1. Bilans de masse

$$\frac{D}{Dt} \int_v \rho \cdot dv = \int_v \left(\frac{\partial \rho}{\partial t} + \text{div}(\rho \cdot \vec{V}) \right) \cdot dv = 0 \quad (\text{II.22})$$

Le bilan de masse nous donne l'équation de continuité qui s'écrit sous la forme suivante :

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} = \overline{\text{div}}(\rho \cdot \vec{V}) = 0 \quad (\text{II.23})$$

II.7.2. Bilan de quantité de mouvement

$$\frac{D}{Dt} \int_v \rho \cdot \vec{V} \cdot dv = \int_v \rho \cdot \vec{f} \cdot dv + \int_{\Sigma} \overline{\overline{T}} \cdot \vec{n} \cdot ds = 0 \quad (\text{II.24})$$

\vec{V} : Vitesse de déplacement d'un point matériel du volume de control (v).

\vec{f} : Densité massique des forces extérieures exercées en in point.

$\overline{\overline{T}}$: Tenseur des contraintes.

\vec{n} : Vecteur normal à une facette.

L'écriture locale du bilan de quantité de mouvement est donnée par l'équation ci-dessous :

$$\frac{\partial \rho \cdot \vec{V}}{\partial t} + \overline{\text{div}}(\rho \vec{V} \cdot \vec{V}) - \rho \cdot \vec{f} - \overline{\text{div}}(\overline{\overline{T}}) = 0 \quad (\text{II.25})$$

II.7.3. Bilan d'énergie totale

$$\frac{D}{Dt} \int_v \left(\frac{1}{2} \rho V^2 + U \right) \cdot dv = \int_v \rho \cdot \vec{f} \cdot \vec{V} \cdot dv + \int_{\Sigma} (\overline{\overline{T}} \cdot \vec{n}) \cdot \vec{V} \cdot ds - \int_{\Sigma} \vec{q} \cdot \vec{n} \cdot ds \quad (\text{II.26})$$

U : Energie interne du système.

\vec{q} : Flux de chaleur.

L'écriture locale du bilan d'énergie totale s'écrit comme :

$$\frac{\partial}{\partial t} \left(\rho \left(\frac{1}{2} V^2 + U \right) \right) + \overline{\text{div}} \left(\rho \left(\frac{1}{2} V^2 + U \right) \cdot \vec{V} \right) - \rho \cdot \vec{f} \cdot \vec{V} - \overline{\text{div}}(\vec{q}) = 0 \quad (\text{II.27})$$

II.8. Application à l'écoulement diphasique

En écoulements diphasiques, on utilise la même procédure que précédemment à laquelle on rajoute les conditions d'interfaces des phases pour établir les équations des bilans globaux et locaux [26].

L'application de la règle de Leibnitz et le théorème de Gauss nous conduit à l'établissement d'équations locales contenues dans l'intégrale de volume pour chaque phase.

Quant aux équations locales contenues dans l'intégrale de surface, elles sont obtenues grâce aux conditions d'interface sur les grandeurs locales appartenant à chaque phase de part et d'autre de chaque interface.

Définissons tout d'abord les grandeurs suivantes :

$$k : \text{Indice de phase } k \in \{1, 2\} \Rightarrow \begin{cases} k = 1 \rightarrow \text{liquide} \\ k = 2 \rightarrow \text{gaz} \end{cases}$$

\vec{n}_k : Vecteur normal à l'interface dirigé vers l'extérieur de la phase k .

\vec{v}_i : Vitesse d'un point de l'interface.

σ : Tension superficielle.

II.8.1. Bilan de masse

$$\sum_{k=1}^2 \left(\frac{D}{Dt} \int_{v_k} \rho_k \cdot dv \right) = \frac{D}{Dt} \int_{v_1} \rho_1 \cdot dv + \frac{D}{Dt} \int_{v_2} \rho_2 \cdot dv = 0 \quad (\text{II.28})$$

Avec :

$$\frac{D}{Dt} \int_{v_1} \rho_1 \cdot dv = \int_{v_1} \frac{\partial \rho_1}{\partial t} \cdot dv + \int_{\Sigma_1 \cup \Sigma_i} \rho_1 \cdot (\vec{V} \cdot \vec{n}) \cdot ds = \int_{v_1} \frac{\partial \rho_1}{\partial t} \cdot dv + \int_{\Sigma_1} \rho_1 \cdot (\vec{V}_1 \cdot \vec{n}) \cdot ds + \int_{\Sigma_i} \rho_1 \cdot (\vec{V}_i \cdot \vec{n}_1) \cdot ds + \int_{\Sigma_i} \rho_1 \cdot (\vec{V}_i - \vec{V}_1) \cdot \vec{n}_1 \cdot ds \quad (\text{II.29})$$

$$\Rightarrow \frac{D}{Dt} \int_{v_1} \rho_1 \cdot dv = \int_{v_1} \left(\frac{\partial \rho_1}{\partial t} + \overline{\text{div}}(\rho_1 \cdot \vec{V}_1) \right) \cdot dv + \int_{\Sigma_i} \rho_1 \cdot (\vec{V}_i - \vec{V}_1) \cdot \vec{n}_1 \cdot ds \quad (\text{II.30})$$

Pour les deux phases on a :

$$\int_{v_1} \left(\frac{\partial \rho_1}{\partial t} + \overline{\text{div}}(\rho_1 \cdot \vec{V}_1) \right) \cdot dv + \int_{v_2} \left(\frac{\partial \rho_2}{\partial t} + \overline{\text{div}}(\rho_2 \cdot \vec{V}_2) \right) \cdot dv + \int_{\Sigma_i} \left(\rho_1 \cdot (\vec{V}_i - \vec{V}_1) \cdot \vec{n}_1 + \rho_2 \cdot (\vec{V}_i - \vec{V}_2) \cdot \vec{n}_2 \right) \cdot ds = 0 \quad (\text{II.31})$$

Pour les deux phases, il y a conservation :

$$\begin{cases} \int_{v_1} \left(\frac{\partial \rho_1}{\partial t} + \overline{\text{div}}(\rho_1 \cdot \vec{V}_1) \right) \cdot dv = 0 \\ \int_{v_2} \left(\frac{\partial \rho_2}{\partial t} + \overline{\text{div}}(\rho_2 \cdot \vec{V}_2) \right) \cdot dv = 0 \end{cases} \quad (\text{II.32})$$

C'est-à-dire :

$$\rho_1 \cdot (\vec{V}_i - \vec{V}_1) \cdot \vec{n}_1 + \rho_2 \cdot (\vec{V}_i - \vec{V}_2) \cdot \vec{n}_2 = 0 \Leftrightarrow \sum_{k=1}^2 \overset{\square}{m}_k = 0 \quad (\text{II.33})$$

Où $\overset{\square}{m}_k$ est le débit massique de la phase k .

II.8.2. Bilan de quantité de mouvement

$$\sum_{k=1}^2 \left(\frac{D}{Dt} \int_{v_k} \rho_k \cdot \vec{V}_k \cdot dv \right) = \sum_{k=1}^2 \left(\int_{v_k} \rho_k \cdot \vec{f} \cdot dv + \int_{\Sigma_k} \bar{\bar{T}}_k \cdot \vec{n}_k \cdot ds \right) \quad (\text{II.34})$$

En tenant compte également de la tension superficielle l'équation s'écrit pour les deux phases de la façon suivante :

$$\Rightarrow \overset{\square}{m}_1 \cdot \vec{V}_1 + \overset{\square}{m}_2 \cdot \vec{V}_2 - \bar{\bar{T}}_1 \cdot \vec{n}_1 - \bar{\bar{T}}_2 \cdot \vec{n}_2 + \frac{d\sigma}{ds} \cdot \vec{\tau} - \frac{\sigma}{R} \cdot \vec{n}_1 = 0 \quad (\text{II.35})$$

σ : Tension superficielle.

s : Abscisse curviligne.

R : Rayon de courbure de l'interface en un point donné.

II.8.3. Bilan d'énergie totale

$$\sum_{k=1}^2 \left(\frac{D}{Dt} \int_{v_k} \rho_k \left(\frac{1}{2} V_k^2 + U_k \right) \cdot dv \right) = \sum_{k=1}^2 \left(\int_{v_k} \rho_k \cdot \vec{f}_k \cdot \vec{V}_k \cdot dv + \int_{\Sigma_k} \left(\bar{\bar{T}}_k \cdot \vec{n}_k \cdot \vec{V}_k \right) \cdot ds - \int_{\Sigma_k} \left(\vec{q}_k \cdot \vec{n}_k \right) \cdot ds \right) \quad (\text{II.36})$$

Considérons également l'effet de la tension superficielle l'équation s'écrit :

$$\Rightarrow \overset{\square}{m}_1 \cdot \left(\frac{1}{2} V_1^2 + U_1 \right) + \overset{\square}{m}_2 \cdot \left(\frac{1}{2} V_2^2 + U_2 \right) + \vec{q}_1 \cdot \vec{n}_1 + \vec{q}_2 \cdot \vec{n}_2 - \left(\bar{\bar{T}}_1 \cdot \vec{n}_1 \right) \cdot \vec{V}_1 - \left(\bar{\bar{T}}_2 \cdot \vec{n}_2 \right) \cdot \vec{V}_2 + \frac{d}{ds} \cdot \left(\sigma \cdot \vec{V}_t \right) = 0$$

(II.37)

\vec{V}_t : Composante tangentielle des vitesses des phases à l'interface.

II.9. Equations phasiques

$$\bullet \quad \frac{\partial \rho}{\partial t} + \overline{div}(\rho \cdot \vec{V}) = 0 \quad (\text{II.38})$$

$$\bullet \quad \frac{\partial \rho \cdot \vec{V}}{\partial t} + \overline{div}(\rho \vec{V} \cdot \vec{V}) - \rho \cdot \vec{f} - \overline{div}(\bar{\bar{T}}) = 0 \quad (\text{II.39})$$

$$\bullet \frac{\partial}{\partial t} \left(\rho \left(\frac{1}{2} V^2 + U \right) \right) + \overline{\text{div}} \left(\rho \left(\frac{1}{2} V^2 + U \right) \cdot \vec{V} \right) - \rho \cdot \vec{f} \cdot \vec{V} - \overline{\text{div}} (\overline{\overline{T}} \cdot \vec{V}) + \overline{\text{div}} (\vec{q}) = 0 \quad (\text{II.40})$$

II.10. Conditions d'interface (Equations diphasiques)

$$\rho_1 \cdot (\vec{V}_i - \vec{V}_1) \cdot \vec{n}_1 + \rho_1 (\vec{V}_i - \vec{V}_2) \cdot \vec{n}_2 = 0 \quad (\text{II.41})$$

$$\square m_1 \cdot \vec{V}_1 + m_2 \cdot \vec{V}_2 - \overline{\overline{T}}_1 \cdot \vec{n}_1 - \overline{\overline{T}}_2 \cdot \vec{n}_2 + \frac{d\sigma}{ds} \cdot \vec{\tau} - \frac{\sigma}{R} \cdot \vec{n}_1 = 0$$

$$\square m_1 \cdot \left(\frac{1}{2} V_1^2 + U_1 \right) + m_2 \cdot \left(\frac{1}{2} V_2^2 + U_2 \right) + \vec{q}_1 \cdot \vec{n}_1 + \vec{q}_2 \cdot \vec{n}_2 - (\overline{\overline{T}}_1 \cdot \vec{n}_1) \cdot \vec{V}_1 - (\overline{\overline{T}}_2 \cdot \vec{n}_2) \cdot \vec{V}_2 + \frac{d}{ds} (\sigma \cdot \vec{V}_i) = 0 \quad (\text{II.43})$$

Nous pouvons écrire les équations précédentes de la façon suivante avec la considération des restrictions de notre cas d'étude :

En tout point de la phase liquide :

$$\bullet \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \quad (\text{II.44})$$

$$\bullet \frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + \nu \Delta u + g_x \quad (\text{II.45})$$

$$\bullet \frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y} + \nu \Delta v \quad (\text{II.46})$$

A l'interface gaz-liquide

Les conditions à l'interface peuvent être exprimées en fonction de l'interface $y = f(x, t)$ sachant qu'en l'absence de transfert de masse, la condition d'interface relative au bilan de masse qui est l'équation (II.47) s'écrit :

$$\square m_k = 0 \Rightarrow \rho_1 \cdot (\vec{V}_1 - \vec{V}_i) \cdot \vec{n}_1 = 0 \quad (\text{II.47})$$

Soit $y = f(x, t)$ est la fonction de l'interface et tenant compte de l'équation (II.48), on démontre que :

$$\vec{V}_i \cdot \vec{n}_1 = \frac{\frac{\partial f}{\partial t}}{\sqrt{1 + \left(\frac{\partial f}{\partial x} \right)^2}} \quad \text{Avec} \quad \vec{n}_1 = \begin{cases} \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{\partial f}{\partial x} \right)^2}} \\ \frac{\partial f}{\partial x} \\ -\frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{\partial f}{\partial x} \right)^2}} \end{cases} \quad (\text{II.48})$$

L'équation (II.49) s'écrit :

$u = \frac{\partial f}{\partial t} + v \frac{\partial f}{\partial x}$ Cette équation est appelée équation cinématique.

De la même façon on traite la condition d'interface du bilan de quantité de mouvement dans l'équation(II.34). Sachant qu'on n'a pas un transfert de masse, on suppose que la tension superficielle σ est constante, donc le gradient de surface de σ est nul. Avec une projection du tenseur de contraintes sur les deux plans normal et tangent, on obtient les conditions ci-dessous l'équation (II.51), (II.52)

➤ La condition cinématique :

$$u = \frac{\partial f}{\partial t} + v \frac{\partial f}{\partial x} \quad (\text{II.50})$$

➤ Le bilan des contraintes normales à l'interface :

$$p - p_G - 2\mu \frac{\frac{\partial v}{\partial y} \left(\frac{\partial f}{\partial x} \right)^2 - \left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right) \frac{\partial f}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial x}}{1 + \left(\frac{\partial f}{\partial x} \right)^2} = -\sigma \frac{\frac{\partial^2 f}{\partial x^2}}{\left[1 + \left(\frac{\partial f}{\partial x} \right)^2 \right]^{\frac{3}{2}}} \quad (\text{II.51})$$

Le bilan des contraintes tangentielles à l'interface :

$$2 \frac{\partial f}{\partial x} \left(\frac{\partial u}{\partial x} - \frac{\partial v}{\partial y} \right) + \left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right) \left[1 - \left(\frac{\partial f}{\partial x} \right)^2 \right] = 0 \quad (\text{II.52})$$

II.11. Les conditions aux limites et initiales

II.11 .1. Les conditions initiales

Les conditions initiales sont prises pour chaque lancement de calculs comme étant la solution obtenue par le calcul antécédent (les répartitions de u , v dans le fluide). Pour la première exécution, on a supposé que le liquide soit au repos dans le volume de contrôle. Alors à $\tau = 0$ on aura :

$$u = 0, v = 0 \quad (-10\text{cm} < r < 10\text{cm}, 0 < z < 50\text{cm}) \quad (\text{II.53})$$

II.11.2. Les conditions aux limites

Les conditions aux limites des quantités pour l'écoulement avec injection de l'air à partir du font (diamètre de trou égale 10cm). Pour un instant $\tau > 0$, sur l'axe de symétrie :

Vitesse constante

$$v = 0.01, 0.05 \text{ et } 0.1 \quad (-5\text{cm} \leq r \leq 5\text{cm}) \quad (\text{II.53 a})$$

Vitesse parabolique

$$U = V_0 + \left(\frac{V_0}{R}\right) * y^2. \quad (-5\text{cm} \leq r \leq 5\text{cm})$$

A la paroi latérale :

$$u = 0, v = 0 \quad (r = 10\text{cm}, 0 \leq z \leq H) \quad (\text{II.53b})$$

II.12. Paramètre d'analyse

II.12.1. La fonction de courant

Nous utilisons cet intelligent dispositif seulement pour identifier les lignes de courant hydrodynamique. La fonction de courant Ψ (dite de Stokes) est définie en coordonnées cylindriques pour un écoulement incompressible, axisymétrique ($\partial/\partial\theta = 0$) par :

$$u = -\frac{1}{r} \frac{\partial\Psi}{\partial z} \quad v = \frac{1}{r} \frac{\partial\Psi}{\partial r} \quad (\text{II.54})$$

$\Psi(r, z) = \text{Cte}$ (la fonction Ψ reste constante le long d'une ligne de courant)

Chapitre III
Modélisation
numérique

Chapitre III Modélisation numérique

III.1. Introduction

La formulation VOF repose sur le fait que deux ou plusieurs fluides (ou phases) ne s'interpénètrent pas. Pour chaque phase supplémentaire que vous ajoutez à votre modèle, une variable est introduite: la fraction de volume de la phase dans la cellule de calcul. Dans chaque volume de contrôle, les fractions de volume de toutes les phases s'élèvent à l'unité. Les champs pour toutes les variables et propriétés sont partagés par les phases et représentent les valeurs moyennes du volume..

Pour déterminer le champ de la variable dépendante ϕ dans un domaine d'étude par la méthode des volumes finis, les étapes à suivre sont essentiellement :

- Bien définir le domaine d'étude et le décomposer en de petits sous domaines appelés volumes finis.
- Intégrer l'équation de transport sur chaque volume fini obtenant ainsi une équation de bilan (Taux d'accumulation de ϕ dans le volume = flux entrant net de ϕ à travers les faces du volume + taux de production net de ϕ dans le volume).
- Discrétiser les différents termes de la forme intégrée de l'équation de transport (transformer l'équation différentielle ponctuelle en un système d'équations algébriques).
- Incorporer les conditions initiales et aux limites appropriées.
- Résoudre le système algébrique final par une méthode de résolution (itérative ou semi-itérative ou directe) pour un champ approché de ϕ dans des points discrets du domaine considéré.

Un avantage attirant de la méthode des volumes finis est qu'elle satisfait le bilan intégral de ϕ exactement sur chaque volume fini et donc sur tout le domaine. Cette méthode peut accommoder n'importe quel type de maillage, même pour les géométries complexes.

Le maillage définit seulement les frontières de volume de contrôle et n'a pas besoin d'être rapporté à un système de coordonnées. L'approche par volumes finis est peut-être la plus simple à comprendre et à programmer. Tous les termes qui doivent être approchés ont la signification physique c'est pourquoi cette méthode est choisie. Le domaine physique est

divisé en un certain nombre de volumes finis. Sur la figure (III-4 à gauche), on montre un ensemble de volumes de contrôle bidimensionnels typiques

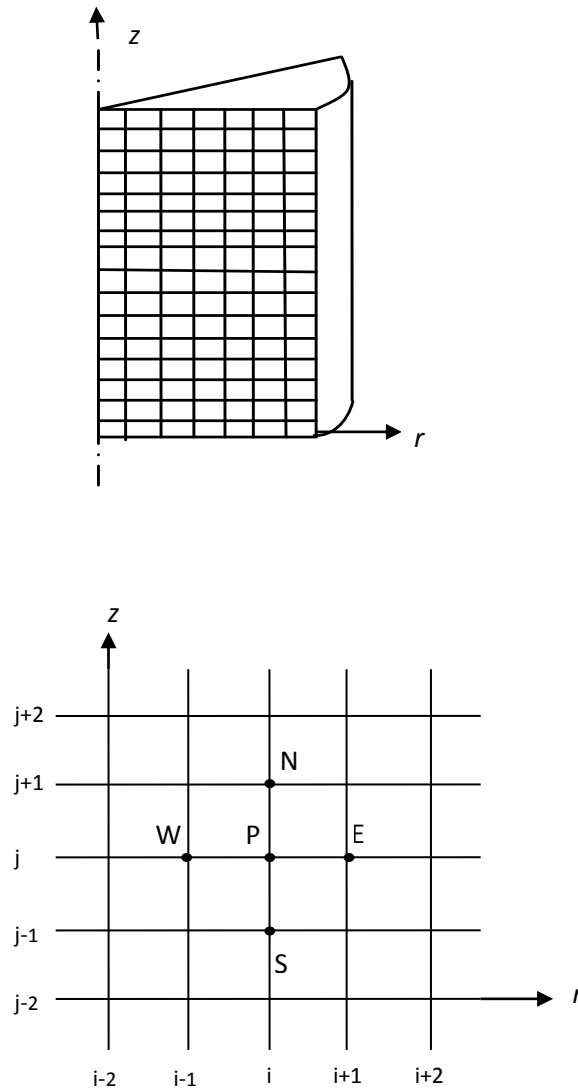


Figure III.1 : Maillages bidimensionnels et nœuds du maillage

Les variables dépendantes sont stockées dans des points discrets appelés nœuds (points d'intersection des lignes du maillage) voir figure (III-1). Les nœuds sont numérotés de 1 à N_i , suivant le nœud (i, j) est appelé P, il est entouré par les nœuds E (Est), N (Nord), W (West) et S (Sud). À chaque nœud est associé un volume fini (Fig. III-2), les faces du volume sont situées au milieu entre les nœuds, la surface de VC consiste en quatre plans, notés par des lettres minuscules correspondant à leur direction e, w, n et s (Exemple : la face w est au milieu entre les nœuds W et P)

III.2. Discrétisations des équations de transport

Les équations locales instantanées régissant l'écoulement en question peuvent s'écrire selon la suivante forme de l'équation généralisée de transport d'une variable dépendante ϕ :

$$\frac{\partial \phi}{\partial \tau} + \frac{\partial(u\phi)}{\partial r} + \frac{\partial(v\phi)}{\partial z} = \left(\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \Gamma_{\phi} \frac{\partial \phi}{\partial r} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\Gamma_{\phi} \frac{\partial \phi}{\partial z} \right) \right) + S_{\phi} \quad (\text{III.1})$$

Où :

$\frac{\partial \phi}{\partial \tau}$: représente le terme transitoire.

$\frac{\partial(u\phi)}{\partial r} + \frac{\partial(v\phi)}{\partial z}$: représente le transport par convection de ϕ .

$\left(\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \Gamma_{\phi} \frac{\partial \phi}{\partial r} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\Gamma_{\phi} \frac{\partial \phi}{\partial z} \right) \right)$: représente la diffusion de ϕ .

S_{ϕ} : représente le terme source

Pour obtenir l'équation de discrétisation de la variable dépendante ϕ , on intègre l'équation générale de transport (III.1) suivant r et z après multiplication par r sur un volume fini de contrôle typique de dimensions $\Delta r \times \Delta z$ par unité de profondeur (pour plus de détail voir **Liehard et al. (2005)** on obtient la forme algébrique finale suivante :

$$a_P \phi_P = a_E \phi_E + a_W \phi_W + a_N \phi_N + a_S \phi_S + b \quad (\text{III.2})$$

Les coefficients multiplicatifs (a_P, a_E, a_W, a_N, a_S) de la variable dépendante ϕ ainsi que le terme b de l'équation (III.1) sont décrits en détail dans **Patankar (1980)** et sont rappelés ci-dessous :

$$a_E = D_e A(P_e) + \max[-F_e, 0]$$

$$a_W = D_w A(P_w) + \max[F_w, 0]$$

$$a_N = D_n A(P_n) + \max[-F_n, 0]$$

$$a_S = D_s A(P_s) + \max[F_s, 0]$$

$$a_P = a_E + a_W + a_N + a_S + a_{P^o}$$

$$b = \left(\overline{S_\phi} + \frac{\phi^0}{\Delta\tau} \right) r_P \cdot \Delta r \cdot \Delta z$$

Avec a_P, a_E, a_W, a_N et a_S sont respectivement les coefficients correspondants aux nœuds central (point P), Est, Ouest, Nord et Sud du volume fini de contrôle et A_{P^o} est le coefficient de la variable générale ϕ à calculer au point P en un instant précédent par :

$$a_{P^o} = \frac{r_P \cdot \Delta r \cdot \Delta z}{\Delta\tau}$$

Et b : appelé terme source, qui englobe tous les termes supposés être constants dans le volume de contrôle. D_e, D_w, D_n, D_s et F_e, F_w, F_n, F_s sont respectivement les termes diffusifs et convectifs aux faces Est, Ouest, Nord et Sud. Leurs expressions sont :

$$D_w = \frac{\Gamma_w}{\delta r_w} r_w \cdot \Delta z$$

$$D_n = \frac{\Gamma_n}{\delta z_n} r_n \cdot \Delta r$$

$$D_s = \frac{\Gamma_s}{\delta z_s} r_s \cdot \Delta r$$

$$F_e = u_e \cdot r_e \cdot \Delta z \quad F_w = u_w \cdot r_w \cdot \Delta z$$

$$F_n = v_n \cdot r_P \cdot \Delta r$$

$$F_s = v_s \cdot r_P \cdot \Delta r$$

Et P_e, P_w, P_n, P_s sont :

$$P_i = F_i / D_i \quad ; i = e, w, n, s$$

Ces nombres appelés nombres du Peclet, désignent les rapports des flux convectifs aux flux diffusifs aux différentes faces du volume fini de contrôle. Les coefficients a_P, a_E, a_W, a_N et a_S dépendent du schéma numérique choisi et du nombre de Peclet.

III.3. Algorithmes de résolution

Afin de résoudre numériquement le système des équations aux dérivées partielles, la discrétisation des équations a été réalisée en utilisant une méthode de volume fini (FVM) avec un solveur ségrégué algébrique et un arrangement de grille co-localisé, comme implémenté dans Fluent [27]. Dans cet arrangement de grille, la pression et la vitesse sont toutes deux stockées au centre de la cellule. Les détails de la discrétisation (FVM) peuvent être trouvés ailleurs (par exemple Versteeg et Malalasekera [28]) et sont donc omis ici.

Comme Fluent utilise un solveur séparé pour VOF, le schéma de discrétisation de leurs paramètres est explicite, les équations de continuité et de quantité de mouvement doivent être liées. Diverses techniques sont rapportées dans la littérature. Cependant, l'algorithme PISO (Pressure implicit with Splitting of Operators), qui signifie Méthode implicite pour les équations liées à la pression, Patankar et Spalding [29], est appliqué pour contrôler la solution globale en raison de ses bonnes performances pour trouver une solution convergente rapidement. En outre, le solveur itératif a été considérablement accéléré en utilisant une technique multigrille algébrique (AMG) pour obtenir un meilleur taux de convergence.

Toutes les simulations dans ce travail sont effectuées dans des conditions dépendantes du temps, en raison de la nature instable du problème. Pour le schéma de solution dépendant du temps, le facteur de contrôle principal est le pas de temps. Ceci est réglé de manière à donner un petit nombre de pas de temps tout en maintenant une solution convergente. Si un pas de temps important est choisi, alors de grands changements sont produits dans la solution et il est donc susceptible de diverger. Au cours de chaque pas de temps, des itérations sont effectuées pour résoudre les équations de transport pour cet intervalle de temps.

Tant que le pas de temps est suffisamment petit pour la solution à la convergence, plus le pas de temps est petit, moins il faut d'itérations par pas de temps. De plus, pour que ce processus itératif converge, il peut être nécessaire de contrôler le changement des variables d'une itération à la suivante. Ceci est réalisé en utilisant des facteurs de relaxation. Sous des facteurs de relaxation de 0,3, 0,7 et 0,8 respectivement ont été appliqués sur les paramètres de pression, du moment et de l'énergie cinétique turbulente, comme recommandé par Fluent [27].

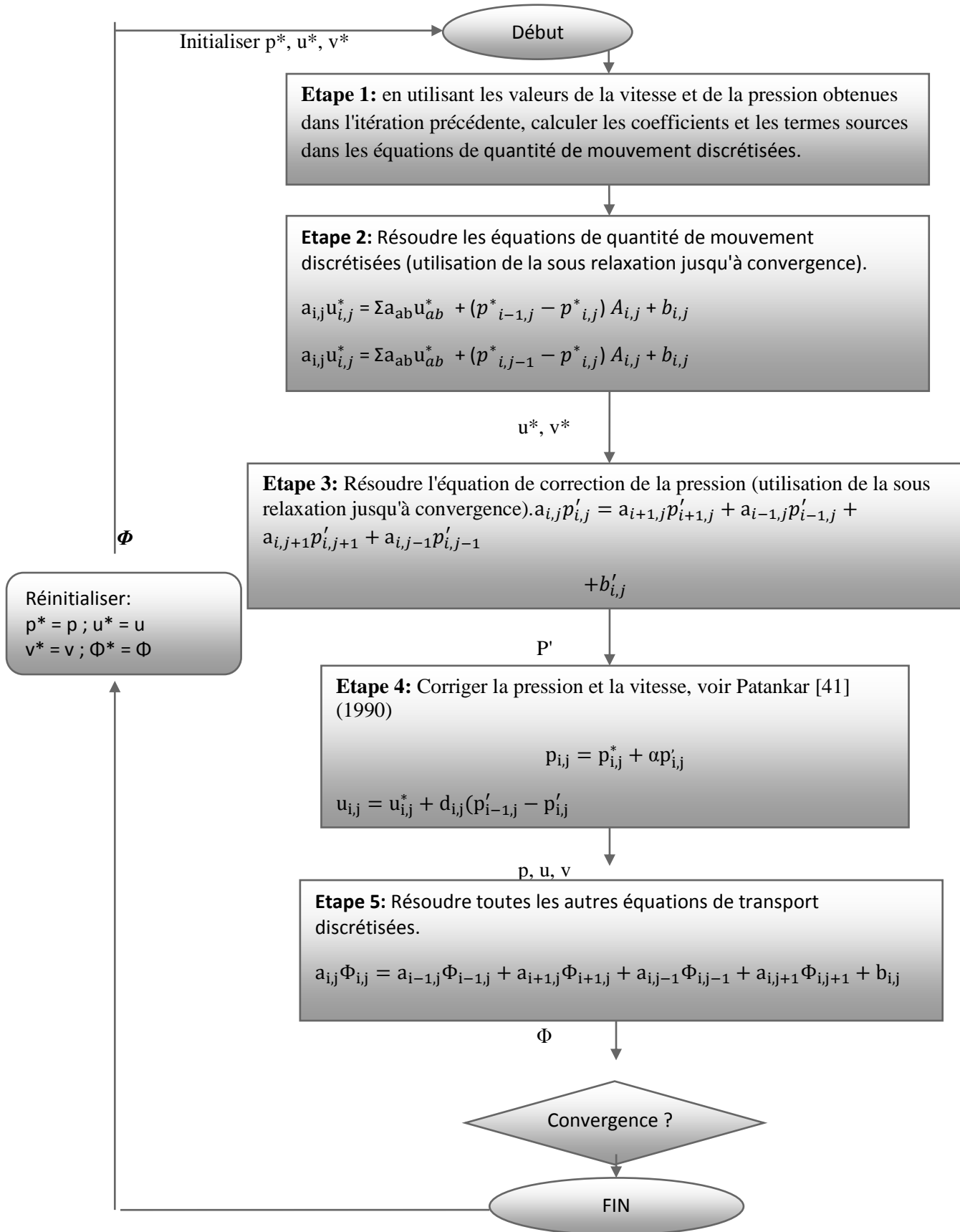
Une évaluation du degré de convergence de la solution peut être obtenue en traçant les erreurs résiduelles pour chaque équation à la fin de chaque pas de temps. Pour une simulation bien convergée, le résidu maximum obtenu était de l'ordre de 10^{-6} ; il est possible qu'un résidu augmente après un pas de temps particulier, mais cela n'implique pas nécessairement que la

solution soit divergente. Il est habituel que les résidus deviennent parfois plus gros, comme au début d'une course. Dans le présent travail, il a été observé que les résidus correspondant à la continuité et au taux de dissipation de la turbulence sont généralement plus élevés que les autres.

- **L'algorithme Simple**

SIMPLE : « Semi Implicite Méthode for Pressure Linked Equations », (cas étudié), consiste à utiliser l'équation de continuité pour obtenir le champ de pression, car si le bon champ de pression est pris en compte dans le traitement des équations des quantités de mouvement, alors les vitesses obtenues vérifient l'équation de continuité du schéma global de l'algorithme SIMPLE dans le cas 2D. [30].

Le schéma global de l'algorithme SIMPLE dans le cas 2 D

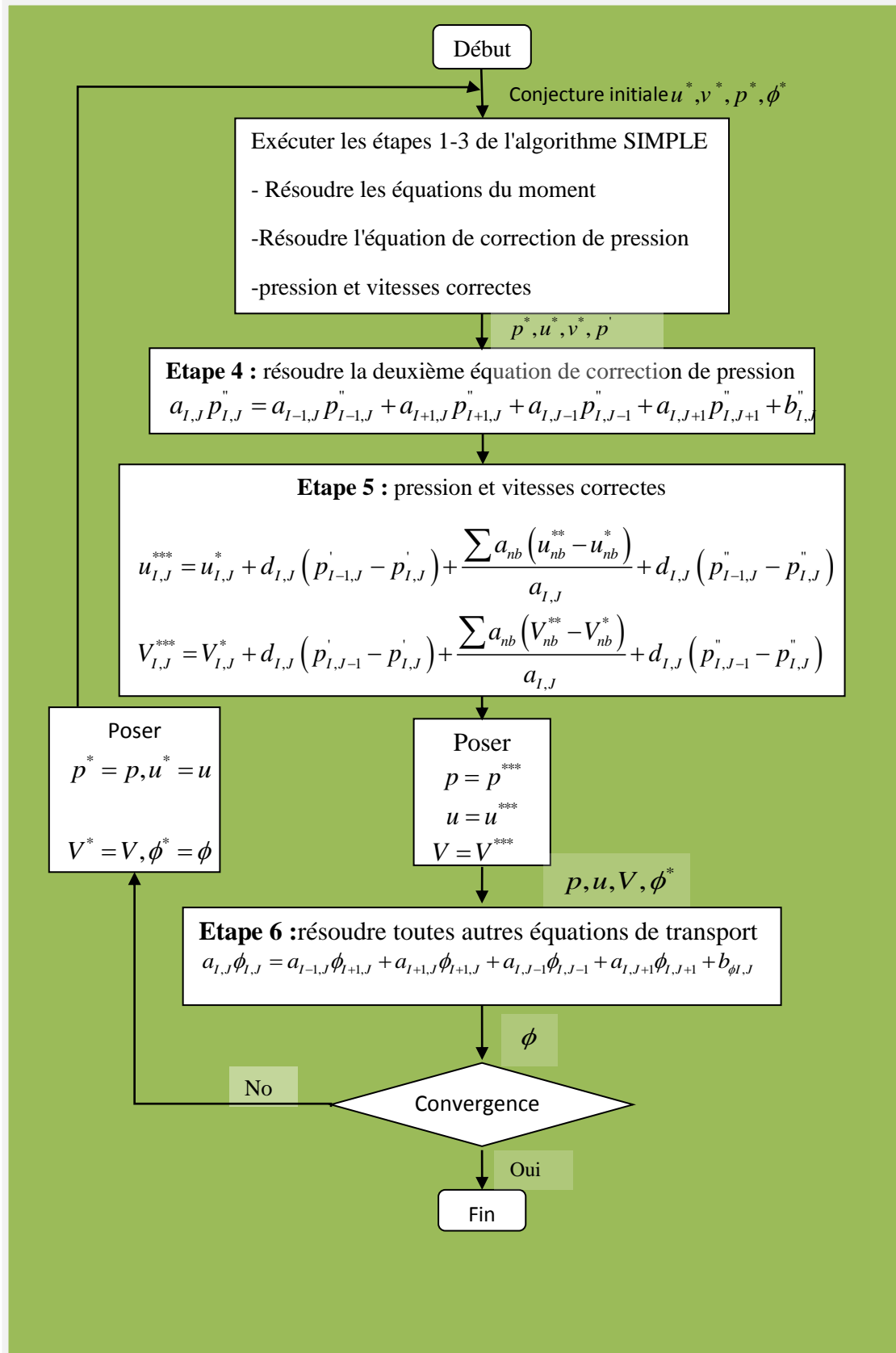


u , et v sont les deux composantes du vecteur vitesse. P représente la pression. Φ^* est défini par : $\Phi = \Phi^* + \Phi'$. Φ' est une correction.

- **L'algorithme PISO**

L'algorithme PISO (Pressure Implicite with Splitting of Operators) a été mis au point par **Issa (1986)**. [31]. Cet algorithme a été développé initialement comme une procédure non itérative pour le calcul des écoulements compressibles instationnaires. Ultérieurement l'algorithme a été bien adapté pour la procédure itérative appliquée aux problèmes stationnaires. L'algorithme est une extension de l'algorithme SIMPLE ayant une étape de correction de plus. Les équations de conservation de la quantité de mouvement sont résolues à partir d'un champ de pression p^* pour obtenir les composantes u^* et v^* en utilisant la même méthode de l'algorithme SIMPLE.

Le schéma global de l'algorithme PISO



III.4. Bases de la modélisation numérique par les méthodes de suivi et de capture d'interface

De manière générale, la résolution numérique de la dynamique des écoulements diphasiques se décompose en deux parties [26] :

- Le choix d'une technique de représentation et de détermination des champs hydrodynamiques à l'intérieur de chacune des phases.
- Le couplage de la représentation hydrodynamique avec celle de l'interface et des conditions aux limites correspondantes.

Dans certains cas la représentation des champs hydrodynamiques peut être très simple. Les méthodes d'intégrales de frontière supposent ainsi que le champ de vitesse dérive d'un potentiel. On peut alors montrer que l'ensemble de la dynamique peut être ramenée à l'évolution de la valeur de sources placées uniquement sur l'interface. Dans ce cas seul le couplage évoqué dans le second point demeure [32].

Cette technique n'est possible que dans les cas limites de très forte ou très faible viscosité de chacune des fluides. Dans le cas général, la plupart des méthodes utilisent une discrétisation des champs hydrodynamiques sur le maillage. Le choix du type de maillage utilisé dépend essentiellement de la manière dont est effectué le couplage avec l'interface.

Les coordonnées eulérienne et lagrangienne ont été utilisées avec succès. Parce que chaque représentation a des avantages et des inconvénients, le choix entre les deux dépend des caractéristiques du problème à résoudre.

La représentation lagrangienne discrète d'un fluide est simple, car chaque zone d'une grille qui subdivise le fluide en élément reste identifié avec le même élément fluide au cours du temps. Les forces de surface et volumique de ces éléments sont facilement identifiables, donc il est relativement simple de calculer la réponse dynamique des éléments [26].

Dans la représentation eulérienne la grille reste fixe et l'identité des éléments fluide n'est pas maintenue. D'habitude, on considère le fluide dans une cellule eulérienne comme un élément fluide sur lequel les forces de surface et de volume peuvent être calculées d'une manière analogue au calcul lagrangien. Cependant, les deux méthodes diffèrent dans la manière de déplacement des éléments du fluide dans leurs nouvelles positions après calcul de leurs vitesses. Dans le cas lagrangien, la grille se déplace avec les vitesses calculées des

éléments, alors que dans le cas d'un calcul eulérien ou lagrangien-eulérien arbitraire (ALE) il est nécessaire de calculer l'écoulement du fluide à travers le maillage.

Cet écoulement exige des propriétés moyennes de tous les éléments fluides se trouvant au cours du temps dans la cellule de calcul. Néanmoins, cette procédure des moyennes limite les méthodes eulériennes [32].

III.5. Défis des méthodes de suivi et de capture d'interface

Une méthode de suivi de front place toujours dans le calcul les nœuds à l'interface en mouvement et ajuste le maillage au mouvement de ces nœuds. Une méthode de capture d'interface garde le maillage stationnaire et enregistre les cellules remplies, vides ou qui contiennent l'interface.

- **Les défis associés avec les méthodes de suivi d'interface incluent :**
 - Une méthodologie de suivi d'interface robuste.
 - Des algorithmes généraux pour la localisation et le déplacement des nœuds à l'interface.
 - l'ajustement du maillage de calcul loin de l'interface.
- **Les méthodes de capteur d'interface bénéficieront de :**
 - L'augmentation de la précision sur la position de l'interface.
 - Le contrôle des erreurs dans la conservation de la masse.
 - Raffinement de la grille à l'interface.

Choix des méthodes de suivi d'interface

Deux approches sont utilisées pour suivre l'interface soit en ajoutant une dissipation artificielle ou une viscosité aux équations et résoudre le problème approché, soit en traitant la discontinuité et imposer les conditions de saut appropriées à travers cette limite.

Les meilleures méthodes de la dissipation artificielle sont aisées à mettre en œuvre et à exécuter pour une classe restreinte de problèmes. L'un des défauts de ces méthodes est qu'elles ne peuvent pas suivre une interface d'une matière interne en mouvement.

Les méthodes de suivi d'interface ne possèdent qu'une faible (ou aucune) dissipation artificielle près de l'interface car la singularité est calculée directement et traitée explicitement comme une discontinuité. Ces méthodes sont plus difficiles à implémenter.

L'algorithme de suivi d'interface doit remplir certaines conditions qui déterminent son niveau de précision à savoir [33].

- Il conserve la masse sur un niveau local ou global.
- Il possède au moins une précision de deuxième ordre à l'échelle temporaire ou spatiale.
- Il maintient la largeur de la discontinuité de l'interface.
- Il résiste aux changements topologiques de l'interface.
- Il peut être utilisé en trois dimensions.
- Il peut être aménagé pour des grilles non-structurées.
- Il peut être commode pour de nouveaux modèles physiques pour l'interface.
- Il peut suivre les interfaces en multiphasiques.
- Il doit être robuste dans les calculs.
- Il peut être programmé par de nouveaux programmeurs.
- Il doit être souple pour de nouvelles modifications ou augmentations.

III.6. Généralités sur la méthode volume de fluide VOF

Cette méthode est différente des autres méthodes parce qu'elle ne décrit pas l'interface directement. Elle suit le mouvement dans la région considérée en attribuant à chaque cellule sur le maillage une fraction volumique du fluide. D'où, la dimension de la partie de chaque cellule qui appartient à la bulle sous considération est connue. Par conséquent, la méthode VOF a deux avantages majeurs :

- Contrairement à la para métrisation aucun élément de calcul supplémentaire et nécessaire. Le maillage utilisé pour calculer le champ de vitesse peut être utilisé pour une nouvelle application.
- Les topologies compliquées peuvent être traitées de manière simple.

Cependant, un inconvénient sérieux repose sur le fait qu'il est très difficile de calculer la courbure de l'interface à l'aide de ce type de formalisme. Par conséquent, il n'est pas simple d'appliquer cette approche aux problèmes présentant des courbures.

Un grand problème peut rencontrer la méthode VOF dans la génération des courants parasites lorsque l'interface est soumise à l'action des forces de la tension superficielle ou lorsqu'il existe des forces de la tension superficielle ou lorsque l'interface est soumise à l'action des forces de la tension superficielle ou lorsqu'il existe des forces de volume et l'interface n'est pas alignée exactement avec les lignes du maillage.

Ces problèmes ne contribuent pas à la perte de confiance dans l'application de la méthode VOF, mais à la réduction du pas du temps d'intégration et de ce fait engendrer des solutions inexactes [32].

III.6.1. Limitations du modèle VOF

Les restrictions suivantes s'appliquent au modèle VOF dans ANSYS Fluent:

- Vous devez utiliser le solveur "pressure-based". Le modèle VOF n'est pas disponible avec le solveur "density-based".
- Tous les volumes de contrôle doivent être remplis soit une phase fluide unique ou une combinaison de phases. Le modèle VOF ne permet pas de zones vides où aucun fluide de type n'est présent.
- Une seule des phases peut être définie comme un gaz idéal compressible. Il n'y a aucune limitation sur l'utilisation de liquides compressibles à l'aide de fonctions définies par l'utilisateur.
- écoulement périodique par fractions (soit le taux de débit massique spécifié ou la chute de pression spécifiée) ne peuvent être modélisés lorsque le modèle VOF est utilisé.
- La formulation implicite de second ordre ne peut pas être utilisée avec le schéma explicite VOF.
- La formulation de Temps de passage implicite du second ordre ne peut pas être utilisée avec le schéma VOF explicite.

III.6.2. Approximation de la variable densité pour la méthode VOF

L'application des conditions aux limites nécessitent un traitement spécial dans la méthode VOF. Comme l'interface évolue le long de la grille, les cellules remplis du fluide changent de valeur à leur tour, ce qui signifie que la solution de la région change.

Mettre à jour l'écoulement dans une région et application des conditions aux limites n'est pas une tâche triviale. Pour cette raison, quelques approximations aux limites n'est pas une tâche triviale. Pour cette raison, quelques approximations ont été introduites sur la méthode VOF. Typiquement, cela est faisable en considérant l'écoulement à une seule phase avec une densité variable. La fonction F est utilisée pour définir cette densité. Puisque les équations de l'écoulement sont résolues pour les deux phases, il n'est pas utile d'avoir recours aux conditions limites à l'interface. Malheureusement, cette approche n'est pas praticable pour deux raisons [34].

En premier lieu, la sensibilité de la région gazeuse aux changements de la pression par rapport à la région liquide. La seconde raison est associée à la discontinuité de la composante tangentielle de la vitesse au niveau de l'interface. A cause de leurs différentes réponses aux variations de la pression, les vitesses de la phase liquide et de la phase gazeuse sont très différentes. Dans le modèle VOF à densité variable les interfaces sont déplacées à une vitesse moyenne, mais cela mène souvent à un mouvement illusoire des interfaces.

III.6.3. La théorie du modèle VOF

La formulation VOF est basée sur le fait que deux ou plusieurs fluides (ou phases) sont non miscibles. Pour chaque phase supplémentaire que vous ajoutez au modèle, une variable est introduite : la fraction volumique de la phase. Dans chaque volume de contrôle, les fractions volumiques de toutes les phases sont égales à l'unité. Toutes les variables et propriétés sont partagées par les différentes phases et représentent des valeurs moyennes en volume, pourvu que la fraction volumique de chacune des phases soit connue le long d'une cellule de calcul. Donc les variables et les propriétés pour une cellule donnée sont représentatifs pour une phase ou pour le mélange, ça dépend des valeurs de la fraction volumique [35].

En d'autres termes, si la fraction volumique du $q - i\text{ème}$ fluide dans une cellule de calcul est désignée par α_q , trois conditions sont possibles :

$\alpha_q = 0$ La cellule est vide (du $q - i\text{ème}$ fluide).

$\alpha_q = 1$ La cellule est pleine (du $q - i\text{ème}$ fluide).

$0 < \alpha_q < 1$ La cellule est contient l'interface entre les fluides.

Basé sur la valeur locale de α_q , les propriétés et les variables appropriées seront assignés à chaque volume du contrôle dans le domaine.

➤ **L'équation de la fraction volumique**

Le suivi de l'interface entre les phases est accompli par la solution de l'équation de la continuité pour la fraction volumique d'une (ou plus) phase(s). Pour la q – ième phase, cette équation a la forme suivante :

$$\frac{\partial \alpha_q}{\partial t} + u_i \frac{\partial \alpha_q}{\partial x_i} = 0 \quad (\text{III.3})$$

La fraction volumique de la phase fondamentale sera calculé en se basant sur la condition :

$$\sum_{q=1}^n \alpha_q = 1 \quad (\text{III.4})$$

➤ **Les propriétés**

Les propriétés qui apparaissent dans les équations de transport sont déterminées à travers la présence des phases dans chaque volume du contrôle. Dans le cas d'un système diphasique, si les phases sont représentées par les indices 1 et 2, et si la fraction volumique de la seconde phase qui est suivie, la densité dans chaque cellule est donnée par :

$$\rho = \alpha_2 \rho_2 + (1 - \alpha_2) \rho_1 \quad (\text{III.5})$$

Dans le cas général. Pour N – phase, la densité prend la forme :

$$\rho = \sum \alpha_q \rho_q \quad (\text{III.6})$$

Il est de même pour les autres propriétés du fluide.

➤ **Equation de la quantité de mouvement**

Une seule équation de la quantité de mouvement est résolue à travers tout le domaine, et le champ de vitesse résultant est partagé le long des phases.

L'équation de la quantité de mouvement dépend des fractions volumiques de toutes les phases à travers les propriétés ρ et μ :

$$\frac{\partial}{\partial t} \rho u_i + \frac{\partial}{\partial x_i} \rho u_i u_j = -\frac{\partial p}{\partial x_j} + \frac{\partial}{\partial x_i} \mu \left[\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right] + \rho g_j + F_j \quad (\text{III.7})$$

Dans le cas d'une grande différence de vitesse entre les phases, les vitesses calculées près de l'interface peuvent être affectées [35].

➤ Interpolation près de l'interface

Il existe quatre discrétisations pour le calcul du flux des différentes faces pour le modèle VOF : reconstruction géométrique, donatrice-réceptrice, discrétisation d'Euler explicite, et d'Euler implicite (Figure. III-4).

1- La reconstruction géométrique

La reconstruction géométrique représente l'interface entre fluide en utilisant une approche linéaire par morceaux. La reconstruction géométrique est généralisée pour les maillages non structurée (travail de Young). Il suppose que l'interface entre deux fluides a une inclinaison linéaire dans chaque cellule, et utilise cette forme linéaire pour le calcul de l'advection du fluide à travers les faces des cellules.

Le premier pas dans la reconstruction est le calcul de la position de l'interface linéaire relative au centre de chaque cellule partiellement remplie, en se basant sur la fraction volumique et ses dérivés. Le deuxième pas est le calcul du taux d'advection du fluide à travers chaque face en utilisant la représentation de l'interface linéaire calculée et les informations liée à la distribution normale et tangentielle de la vitesse sur la face. Le troisième pas est le calcul de la fraction volumique dans chaque cellule en utilisant le bilan des flux calculés auparavant.

2- La discrétisation donatrice-réceptrice

Ce schéma identifie une cellule comme donatrice d'un taux de fluide d'une phase et une autre cellule voisine comme réceptrice de ce même taux de fluide. Cette discrétisation est utilisée pour éviter la diffusion numérique à l'interface. Le taux de fluide d'une phase qui peut être convecté à travers la frontière de la cellule est limité par le minimum des deux valeurs : Le volume rempli dans la cellule donatrice ou le volume libre dans la cellule réceptrice.

L'orientation de l'interface est aussi utilisée dans la détermination des flux de la face. Cette orientation est soit horizontale ou verticale, selon la direction du gradient de la partage la face en question. Selon l'orientation de l'interface et de son mouvement, les valeurs du flux sont obtenues par marche en avant, marche vers l'arrière ou par combinaison des deux.

3- Schéma explicite d'Euler

Dans l'approche explicite d'Euler, on utilise l'interpolation à différences finies standard pour les valeurs de la fraction volumique calculées pour le pas du temps précédent.

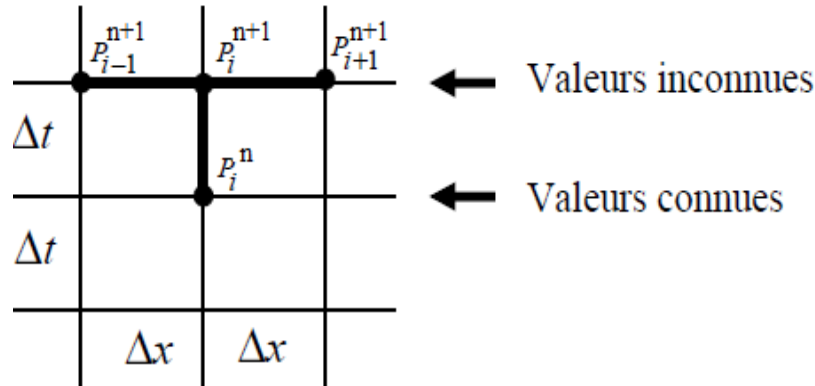


Figure III.4 : Limitation du schéma explicite.

$$\frac{\alpha_q^{n+1} - \alpha_q^n}{\Delta t} V + \Delta (U_f^n \alpha_{qf}^n) = 0 \quad (\text{III.8})$$

Où $n+1$ = indice du nouveau pas du temps

n = Indice du pas du temps antérieur

α_{qf}^n = Valeur de la q - ième fraction volumique calculée à travers la face par une discrétisation du premier ou deuxième ordre du schéma d'avant.

V = Volume

U_f = Flux volumique à travers la force

Cette formule n'exige pas une solution itérative de l'équation du transport comme dans la discrétisation implicite. Lorsqu'on utilise le schéma explicite, une solution en fonction du temps doit être calculée [35].

4- Schéma implicite d'Euler

Dans l'approche implicite d'Euler, on utilise l'interpolation à différences finis standard pour calculer les valeurs du flux à travers les faces des différentes cellules notamment celles proches de l'interface...

$$\frac{\alpha_q^{n+1} - \alpha_q^n}{\Delta t} V + \Delta (U_f^{n+1} \alpha_{qf}^{n+1}) = 0 \quad (\text{III.9})$$

Puisque cette équation nécessite la connaissance des valeurs de la fraction volumique pour le pas actuel du temps (au contraire de schéma explicite), l'équation de transport est résolue par un processus itératif pour chaque fraction volumique de la phase secondaire et pour chaque pas du temps.

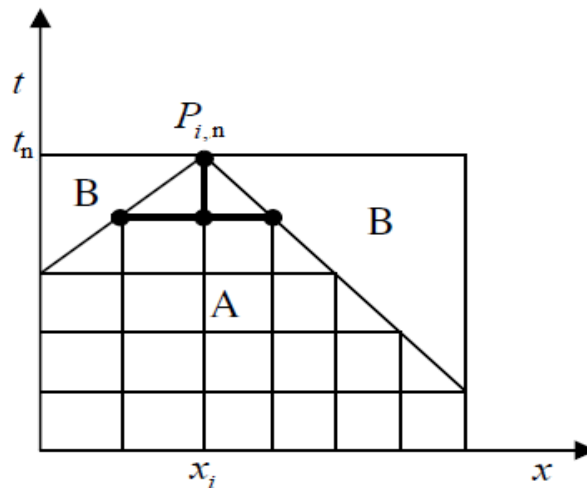


Figure III.5 : Schéma implicite.

III.6.4. Modèles de turbulence

Il est important de prendre en compte la turbulence dans la simulation numérique car il est évident que même en cas de faibles débits, les bulles de Taylor qui montent à travers le liquide créent un film en développement autour d'eux et un sillage à la queue. Un gradient de vitesse élevé devrait se produire à l'interface gaz-liquide, le gaz se déplaçant beaucoup plus rapidement que la phase liquide. Afin de simuler la turbulence, le modèle standard de k-ε, Launder and Spalding [36], qui exige que le flux soit entièrement turbulent, a été utilisé pour plusieurs raisons; le modèle est efficace sur le plan des calculs, est mis en œuvre dans de nombreux codes commerciaux, la géométrie du tuyau n'est pas compliquée et il a démontré sa capacité à simuler correctement de nombreux processus industriels, y compris le flux multiphase. Shen et al. [37] ont appliqué le modèle k-ε avec VOF.

Le modèle est décrit par les équations elliptiques suivantes nécessaires à la fermeture des équations de Reynolds Average Navier Stokes (RANS).

III.6.4.1. Equation de transport turbulent

$$\frac{\partial}{\partial t}(\bar{\rho}k) + \frac{\partial}{\partial X_j}(\bar{\rho}\tilde{u}_j k) = \frac{\partial}{\partial X_j} \left[\left(\bar{\mu} + \frac{\bar{\mu}_t}{Pr_k} \right) \frac{\partial k}{\partial X_j} \right] + Gk + Gb - \bar{\rho}\varepsilon - Y_M + SK \quad (\text{III.10})$$

$$\frac{\partial}{\partial t}(\bar{\rho}\varepsilon) + \frac{\partial}{\partial X_j}(\bar{\rho}\tilde{u}_j \varepsilon) = \frac{\partial}{\partial X_j} \left[\left(\bar{\mu} + \frac{\bar{\mu}_t}{Pr_\varepsilon} \right) \frac{\partial \varepsilon}{\partial X_j} \right] + C\varepsilon_1 \frac{\bar{\rho}\varepsilon}{k} (Gk + C\varepsilon_3 Gb) - C\varepsilon_2 \frac{\bar{\rho}\varepsilon^2}{k} + S\varepsilon \quad (\text{III.11})$$

Où,

Gk : Représente la génération de l'énergie cinétique due au gradient de vitesse,

G_b : La génération de k due au décollement des forces de volume,

Y_M : La contribution de la dilatation fluctuante dans la turbulence compressible pour (ε),

$C\varepsilon_1$, $C\varepsilon_2$ et $C\varepsilon_3$: Constantes,

SK et : Termes source,

Pr_k Pr_ε : Le nombre de Prandtl turbulent pour k et ε .

Dans les équations ci-dessus, k est l'énergie cinétique turbulente; ε est le taux de dissipation de k . σ_k , σ_ε , C_1 et C_2 sont des constantes dont les valeurs sont 1.0, 1.3, 1.44 et 1.92 respectivement, u_i est la composante i de la vitesse du fluide u , x_j est la coordonnée spatiale j . La viscosité du fluide doit être corrigée en fonction de la turbulence dans les équations de Navier-Stokes en utilisant une viscosité effective $\mu_{eff} = \mu + \mu_t$ où μ est la viscosité dynamique et μ_t est la viscosité turbulente.

III.7. Evolution de la méthode VOF et principales versions

Dans la méthode VOF, en premier lieu, la géométrie de l'interface (connue) est utilisée pour le calcul des fractions du volume fluide dans chaque cellule. Cette opération calcule le volume tronqué par l'interface du fluide. Les renseignements exacts de l'interface sont abandonnés en faveur des données discrètes de la fraction de volume.

Les interfaces sont suivies par l'évolution des volumes de fluide dans le temps avec la solution d'une équation de la convection. Les fractions du volume résultent d'une normalisation des volumes de fluide. La position exacte de l'interface n'est pas connue à tout moment, c'est à dire qu'une distribution des données de fractions de volume ne garantit pas une topologie d'interface unique [38].

La position de l'interface est dans ce cas reconstruite suivant les fractions de volume locales. Les positions de l'interface sont utilisées ensuite pour le calcul des flux du volume nécessaire pour le terme convective dans l'équation de l'évolution du volume. Pour advecter les fractions de volume, la méthode VOF doit localiser l'interface, par des algorithmes de suivi à la place des algorithmes d'advection, car les algorithmes d'advection calcul les flux algébriquement, alors que les méthodes VOF les calculent géométriquement. La référence [38] compte des commentaires sur la méthode VOF et ces variant.

Chapitre IV
Résultats et
discussion

Chapitre VI Résultats et discussion

IV .1.Introduction

Dans ce chapitre, nous présentons nos résultats numériques obtenus avec le logiciel FLUENT version 6.3 (simulation 3D) Une étude expérimentale d'un écoulement diphasique eau-air.que nous validons avec les données expérimentales de Deckwer. Les différents résultats obtenus sont sous forme des figures et de courbes,

À ce stade nous étudions le changement de motif des bulles ascendantes dans un liquide stagnant dans une colonne. Utilisez la méthode VOF (méthode du volume des fluides), qui suit le mouvement dans la zone allouée à chaque cellule. Maillage de la fraction volumique du fluide. Les formulations VOF sont basées sur le fait que deux ou plusieurs fluides (ou phases) ne sont pas miscibles. Pour chaque phase supplémentaire que vous ajoutez au modèle, une variable est introduite : la fraction volumique de la phase. Dans chaque volume de contrôle, les fractions volumiques de toutes les phases sont égales à un. Toutes les variables et propriétés sont partagées par les différentes phases et moyennées en volume, à condition que la fraction volumique de chaque phase soit connue le long de l'unité de calcul.

$\alpha_{air} = 0$, la cellule est vide dans la phase liquide et $\alpha_{air} = 1$ la cellule est pleine (dans la phase gaz). $0 < \alpha_{air} < 1$ la cellule est contient l'interface entre les fluides. La tension superficielle est incluse en définissant une valeur constante (0,072 N/m), alors le modèle de turbulence choisi introduit deux équations de transport supplémentaires aux équations de Navier-Stokes moyennées : une pour l'énergie cinétique turbulente k et une pour le taux de dissipation de la turbulence ε .

Le modèle de tension superficielle dans FLUENT est le modèle CSF (continuum Surface Force) proposé par Brackbill et al. (Manuel 6.3 Fluent). Force de surface continue, ajoutant la tension superficielle au calcul VOF et ajoutant un terme source à l'équation du mouvement pour étudier l'effet de la vitesse constante de l'air d'admission sur les caractéristiques d'écoulement et la dynamique des bulles des chaînes de bulles continues. Et l'effet de la vitesse de l'air parabolique sur la dynamique des bulles. Toutes les simulations ont été réalisées en deux dimensions (bidimensionnelles).

IV.2. Maillage sous Gambit

Pour des raisons de temps de calcul, on traitera le problème en 3D. Attention : pas en axisymétrique, car alors on bloquerait les possibles instabilités de sillage des bulles qui mènent à des trajectoires en hélice ou en zig-zag.

La géométrie du problème est un rectangle de hauteur 0.75m et de largeur 0.2m. La buse sera modélisée par une zone de 0.1m au centre de la face d'entrée. Il est préférable de centrer l'axe de symétrie sur le repère. En cas de difficultés, se reporter aux premières séances de formation.

On se retrouvera avec trois zones pour les conditions aux limites (voir Figure IV.2.1) :

- La buse, en bas, de type velocity_inlet ;
- La sortie du haut, de type pressure outlet ;
- Les parois latérales plus les deux parois de part et d'autre de la buse, de type wall.

Le domaine sera maillé en éléments Quad, d'une taille de 4mm.

Conseil : procéder par étapes en créant les six points nécessaires, puis en les reliant, afin de faciliter la création de conditions aux limites différentes sur la face du bas. D'autres méthodes sont possibles.

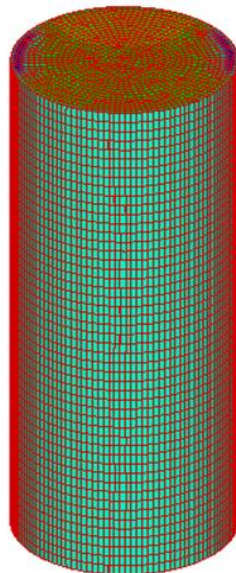


Figure IV.2.1 Maillage utilisé 3D hexaédrique (71660noeuds).

IV.3. Etapes de simulation sous FLUENT

Démarrer la version 3d de Fluent :(figure IV.3.1).

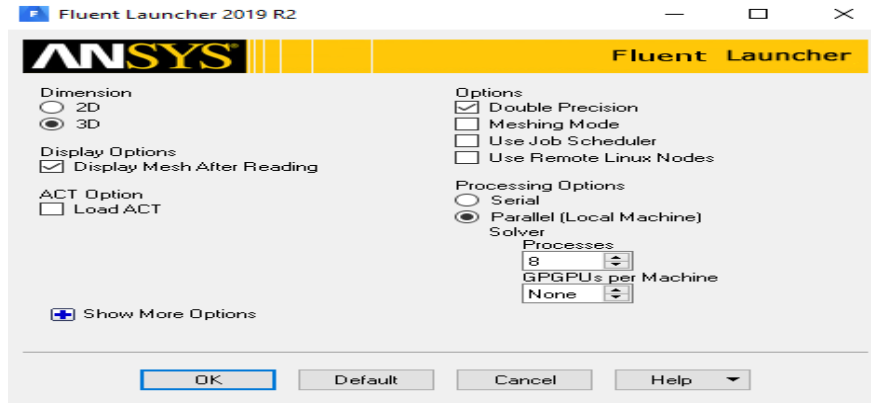
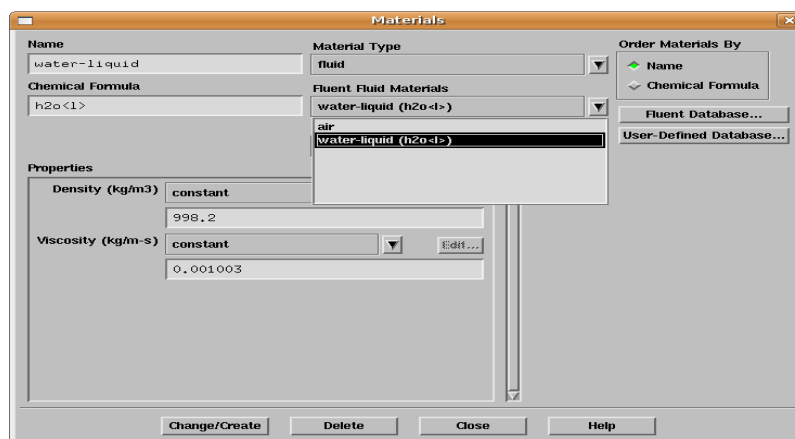


Figure IV.3.1 :représentation de quelques formes de l'interface.

2. Charger le modèle (File → Read → Case). Puis vérifier l'absence de volume négatif pour la grille (Grid →Check). Vérifier également la dimension de la grille (Grid →Scale).
3. Les calculs seront instationnaires. Modifier le solveur en conséquence (Define→Model →Solver). Les autres paramètres seront conservés (3D, Pressure Based, 1storder implicit).
4. On utilisera le modèle de turbulence standard $k - \epsilon$. Modifier ce paramètre (Define → Model →Viscous).
5. Les fluides utilisés seront de l'air et de l'eau. Dans le menu Define → Materials, cliquer sur Fluent Database et sélectionner l'eau liquide, puis copier et fermer la fenêtre. Vérifier la présence de deux matériaux : air, sélectionné par défaut, et water-liquid.



FigureIV.3.2 : Fenêtre de sélection des matériaux

6. Activer un modèle multiphasique. On choisira le modèle VOF [39]. Cliquer sur Define→Model →Multiphase). Activer le modèle VOF (voir Figure.IV 3.3).

Laisser l'option "Explicit", et le nombre de Courant `a 0.25. Cocher l'option "Implicit Body Force". Dans la fenêtre principale de Fluent, deux lignes apparaissent :

- Changing Discretization Scheme for Pressure to PRESTO !
- Changing Discretization Scheme for Volume Fraction to Geo-Reconstruct.

Elles correspondent aux schémas spatiaux pour la pression, et au modèle de capture de l'interface les mieux adaptés au problème [2].

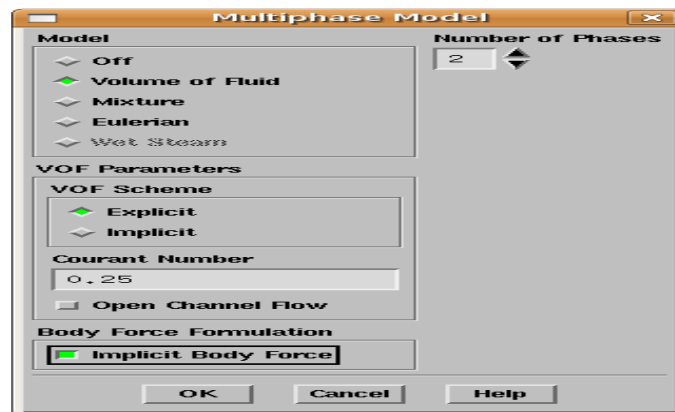


Figure IV.3.3 : Fenêtre de sélection du modèle multiphasique.

7. Définition des phases (Define→Phases). Activer phase-1, puis cliquer sur set, sélectionner l'eau et changer le label en "eau". Procéder de même avec phase-2, et prendre de l'air que l'on renommera "air". Cliquer sur interaction, et dans l'onglet surfacetension, indiquer une tension de surface constante, de 0.072 (vérifier que les unités par défaut sont en S.I.) (Voir Figure. IV.3.4).

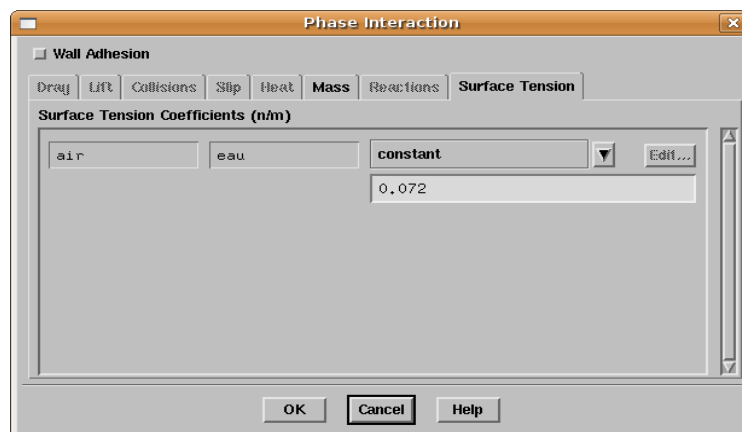


Figure IV. 3.4 – Fenêtre de sélection de la tension interfaciale.

8. Contrôle de la solution (Solve → Controls → Solution). Passer le pressure-velocity coupling à “PISO”(voir Figure IV.3.5).

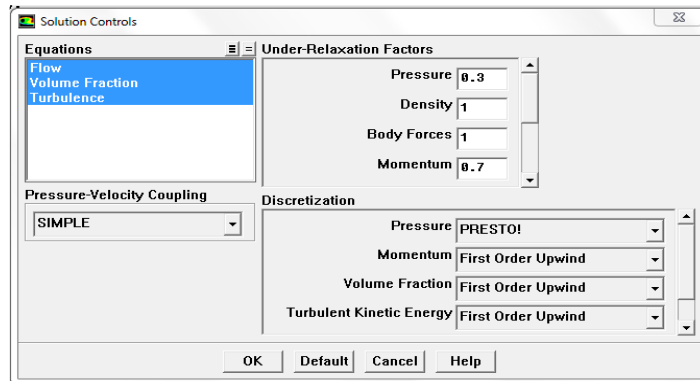


Figure IV.3.5– Fenêtre de sélection des schémas spatiaux.

9. On peut passer aux conditions aux limites (Define → Boundary conditions), pour l’entrée des vitesses, on clique sur vitesse Inlet gaz / liquide et saisis les vitesses d’entrée.

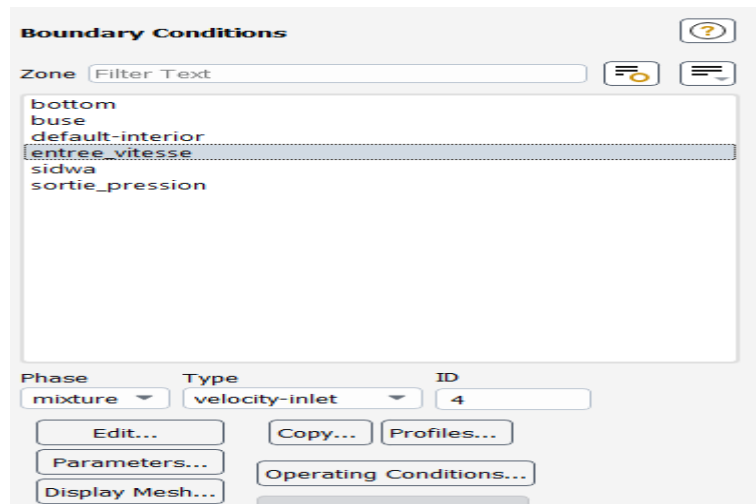


Figure IV.3.6– Fenêtre de sélection des conditions aux limites.

11. Initialisation : (Solve → Initialize → Initialize).

12. Patch : (Solve → Initialize → Patch).

13. Lancement des calculs : (Solve → Iterate). (voir Figure IV.3.7).

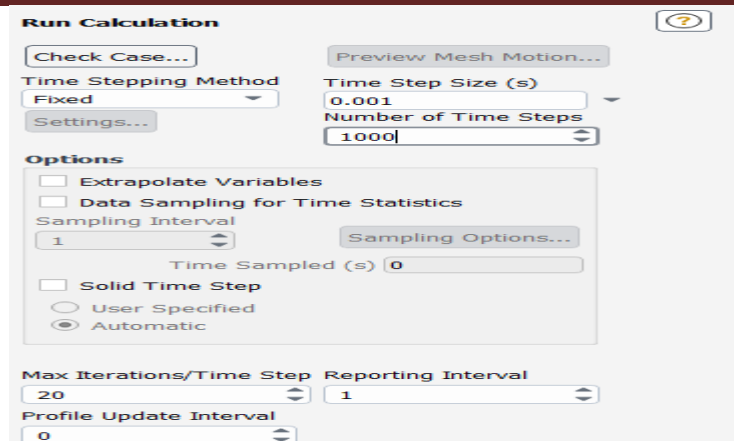


Figure IV.3.7. Fenêtre de sélection le lancement des calculs.

Contrôles graphiques et Post-Traitement :

En multiphasique, dans le menu Display ! Contours, il est possible d'afficher une carte de la fraction volumique d'une des deux phases (Figure. IV.3.8). En cours de calcul, il est possible de sauver des images afin de former une animation. Cliquer sur Solve → Animate → Define permet de sauvegarder des images à chaque pas de temps ou à chaque itération à sa convenance.

Il sera également intéressant de suivre le volume de gaz contenu dans la cellule au cours du temps.

Dans Solve → Monitors → Volume, on pourra ainsi afficher l'intégrale de la fraction volumique d'air sur le domaine fluide au cours du temps.

Enfin, rappelons qu'il est de bon ton d'afficher l'évolution des résidus au cours des calculs. On pourra également afficher l'évolution de la vitesse de l'air et l'eau au cours du temps, . . .

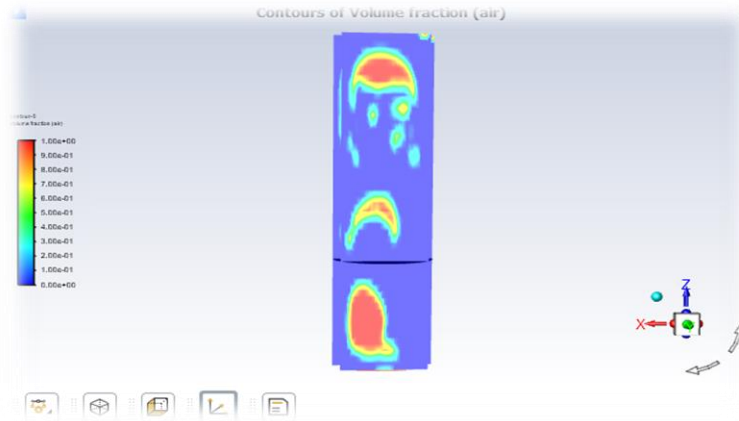


Figure IV.3.8 Exemple de répartition des phases (eau en bleu, air en rouge) après 1.82s.

IV .4.Validation des résultats

Afin de donner plus de confiance aux résultats trouvés, nous avons comparé avec les résultats qui ont été faite avec la corrélation expérimentale de **Deckwer [5]**. La ligne pointillée tracée avec l'équation de **Deckwer [5]** sur la figure (IV.4.1) était très près de les vitesses calculées d'élévation avec les simulations 3D en particulier à des vitesses faibles de l'entrée de l'air. Une légère déviation à des vitesses plus élevées de l'air a pu être attribuée à l'utilisation de vitesse entre 2 et 20 cm/s.

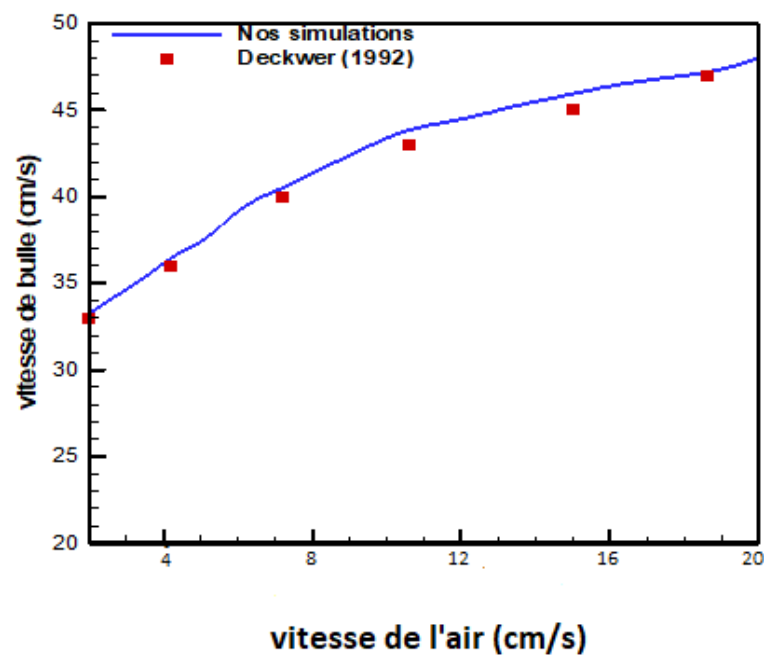


Figure IV.4.1 : comparaison avec **Deckwer (1992)**. Vitesse d'élévation de la bulle en fonction de la vitesse d'entrée de l'air.

IV.5.Effet de vitesse constante de l'air sur la chaîne continue de bulle

Afin d'étudier l'effet de la vitesse superficielle de l'air sur la distribution des tailles de bulle pour l'écoulement à bulle, des simulations ont été effectuées avec vitesse constant (taille de trou = 1 cm) et les différentes vitesses superficielles de l'air $v = 0.02$; 0.09 et 0.2 m/s.

La figure (IV.5.1) expose les instants successifs choisis pour visualiser cet écoulement sont indiqués par : $t = 0.26$; 0.52 ; 0.78 ; 1.04 ; 1.3 ; 1.56 ; 1.82 et 2.08 s sur le tracé de l'évolution temporelle de fraction de volume d'air enregistrée au cours de simulation. Il est clair que la taille de bulle soit une fonction de vitesse superficielle de l'air. Il augmente avec l'augmentation de la vitesse superficielle de l'air, qui est conforme aux observations expérimentales de **Clift et al [40]** et d'autres chercheurs (**Chen et al [6]**). Petites bulles produites à la basse vitesse superficielle de l'air, par exemple avec 0.2 m/s (Fig IV.5.1).

Les petites bulles produites à la basse vitesse superficielle de l'air ont eu la basse vitesse d'élévation de bulle, ce qui a été mesuré en utilisant la position d'élévation finale de la bulle par rapport à l'état initiale produit à partir de l'orifice. (Fig. IV.5.1). On l'a également noté que les temps de la coalescence (assemblage) pour la première bulle (en tête) avec la vitesse superficielle de l'air $v = 0.09$ et 0.2 m/s étaient 2.08 et 1.82 s respectivement.

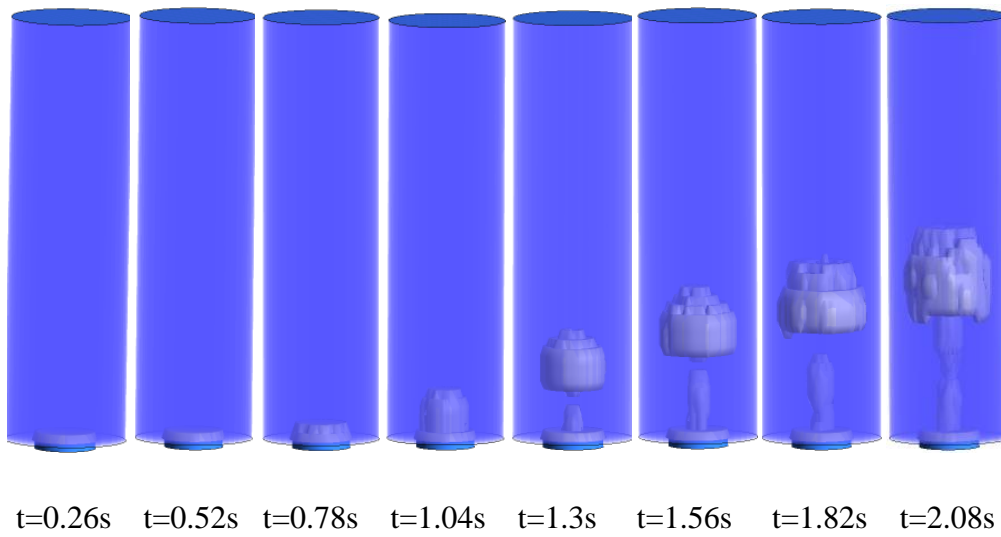
La principale bulle produite à partir de l'orifice a un plus grand diamètre une fois comparée aux bulles de remorquage (qui vient après la bulle en tête), qui pourraient être dues à des forces de surface sur les bulles de remorquage ou à l'interaction entre les deux phases. On a observé que les bulles de remorquage se déplace d'une façon rectiligne aux basses vitesses superficielles de l'air (0.02 m/s) tandis qu'à des vitesses superficielles plus élevées de l'air, ces bulles zigzaguent légèrement à la montée ou d'une manier (comportement) oscillant.

Ceci peut être expliqué en considérant comportement d'une bulle en hausse simple. Une bulle de montée pousse le liquide devant elle tandis que le liquide derrière lui est tiré par le sillage de bulle (les interactions entre phases) qui se trouve directement derrière la bulle ; donc, elle est due au degré plus grand de turbulence et au sillage de formation derrière les bulles qui est responsable de l'oscillant. Ceci peut être expliqué en considérant le comportement d'une bulle en hausse simple.

Une bulle de montée pousse le liquide devant elle tandis que le liquide derrière lui est sucé par le sillage de bulle qui se trouve directement derrière la bulle ; donc, elle est due au

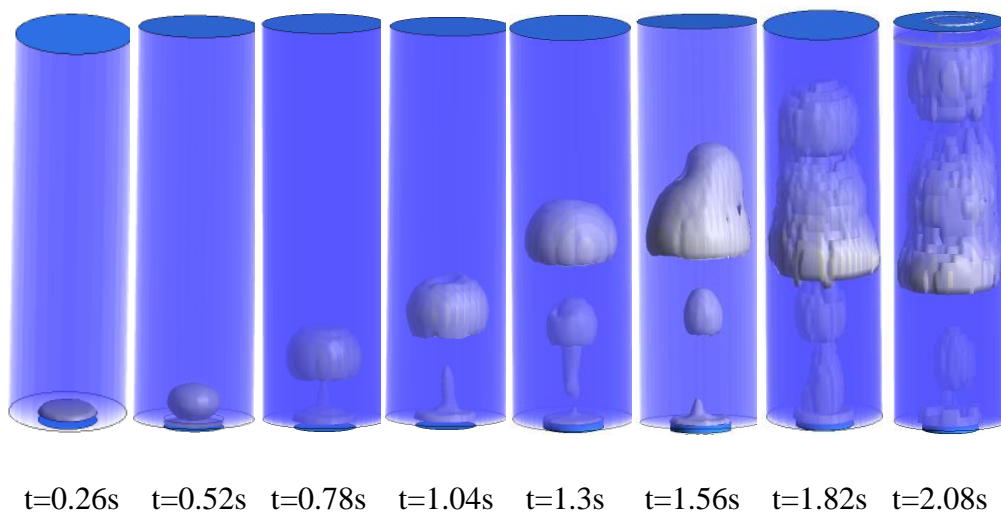
degré plus grand de turbulence et au sillage de formation derrière les bulles qui est responsable du comportement oscillant des bulles de remorquage derrière de grandes bulles de montée, qui est conforme aux observations expérimentales **d'Olmos et al[15]** et de **Chen et al [6]**.

$V_{air}=0.02m/s$



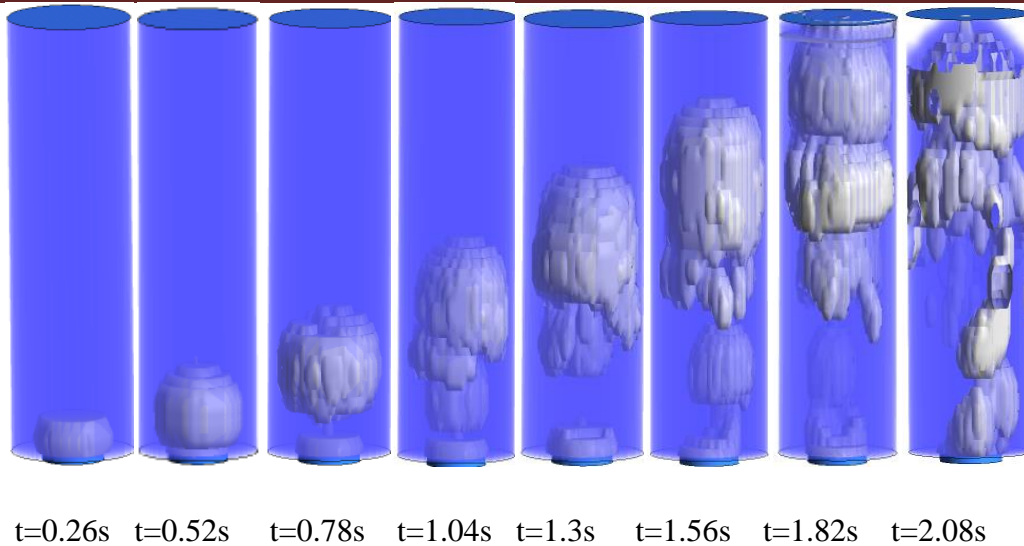
(a)

$V_{air}=0.09 m/s$



(b)

$V_{air}=0.2m/s$

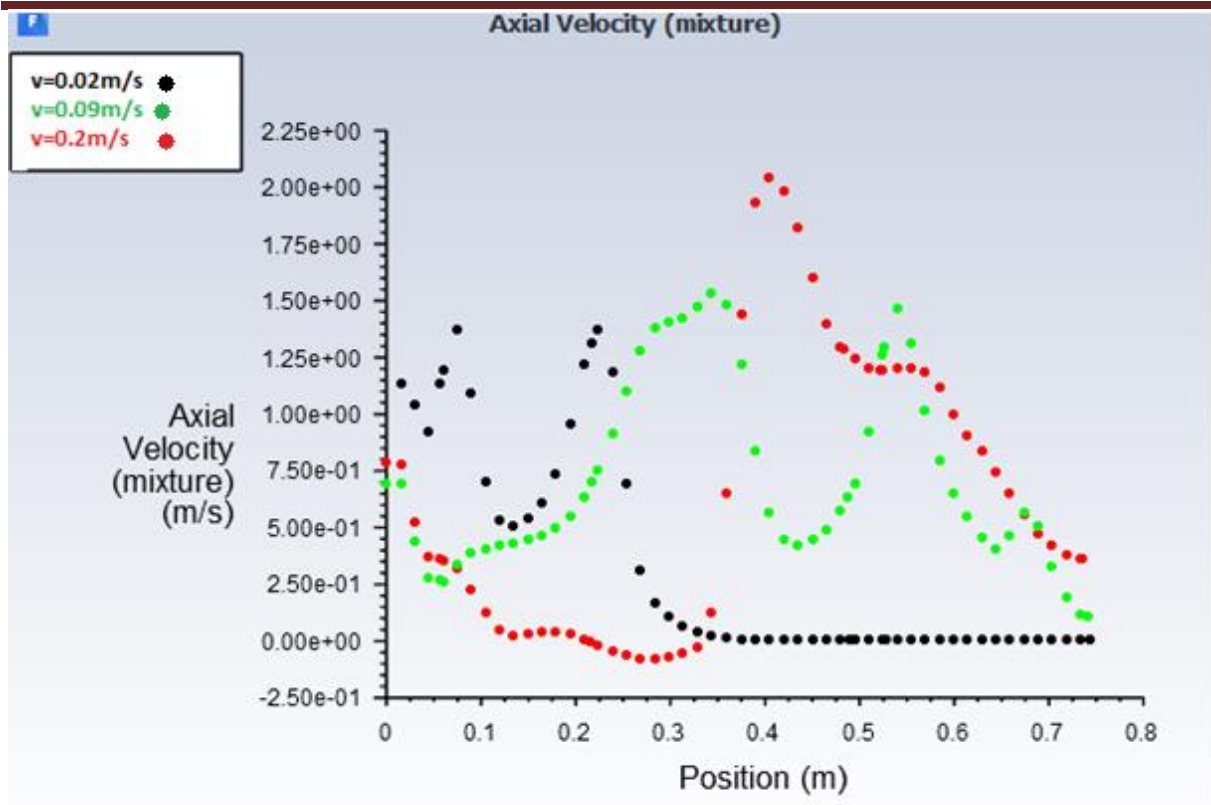


(c)

Figure IV.5.1 : Effet tridimensionnel de vitesse constant superficielle de l'air sur la distribution de grandeurs de bulle. $V_{\text{air}} = 0.02 \text{ m/s}$ (a). $V_{\text{air}} = 0.09 \text{ m/s}$ (b). $V_{\text{air}} = 0.2 \text{ m/s}$ (c).

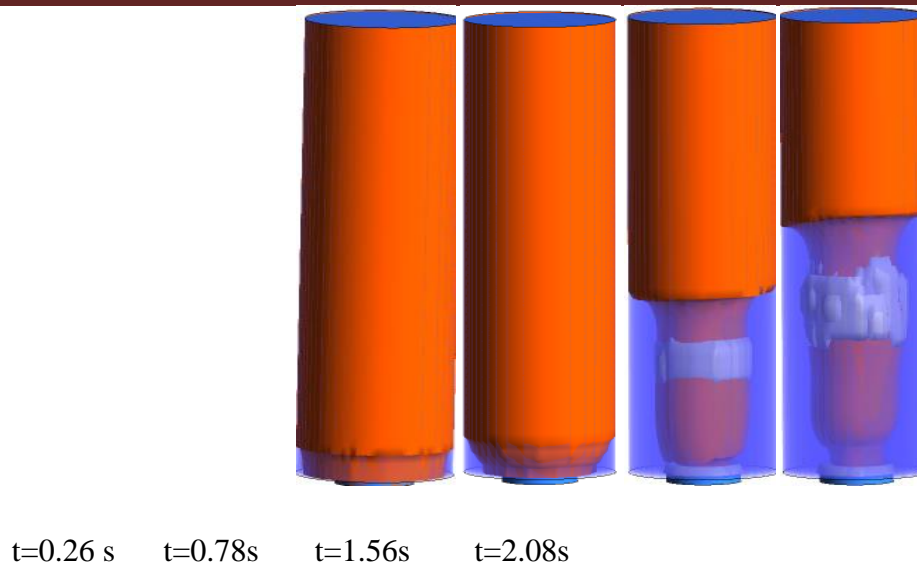
IV.6.comparaison de la vitesse axiale à trois vitesses différentes en fonction de l'axe z

La vitesse axiale varie avec la vitesse d'écoulement à l'intérieur de la colonne à bulles, et plus la vitesse d'écoulement est élevée, plus l'effet sur la vitesse axiale est important. Exemple dans le cas à la vitesse 0.02 m/s où l'effet de la vitesse d'écoulement sur la vitesse axiale est faible par rapport à la vitesse à 0.2 m/s .



FigureIV.6.1 axiale velocity en fonction la position(m)

Vair=0.02m/s



Vair=0.2m/s

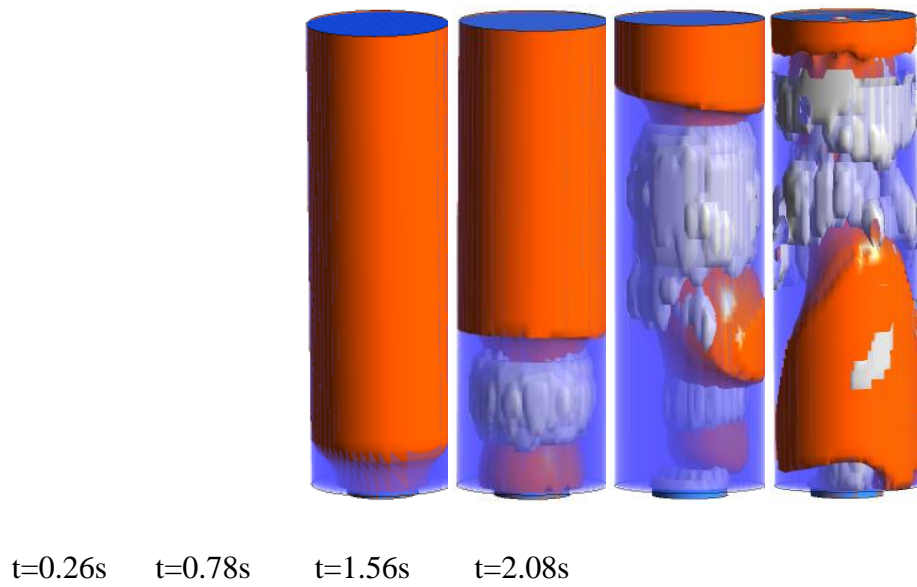


Figure IV.6.2 graphique montrant la vitesse axiale indiquée en orange

IV.7.pression totale

La pression totale augmente avec la diminution de la vitesse superficielle de la phase liquide.

Concernant les variables d'intérêt, et parmi tous les résultats possibles, il a été décidé de focaliser sur :

- ◆ L'étude du profile de pression.
- ◆ L'estimation de la chute de pression

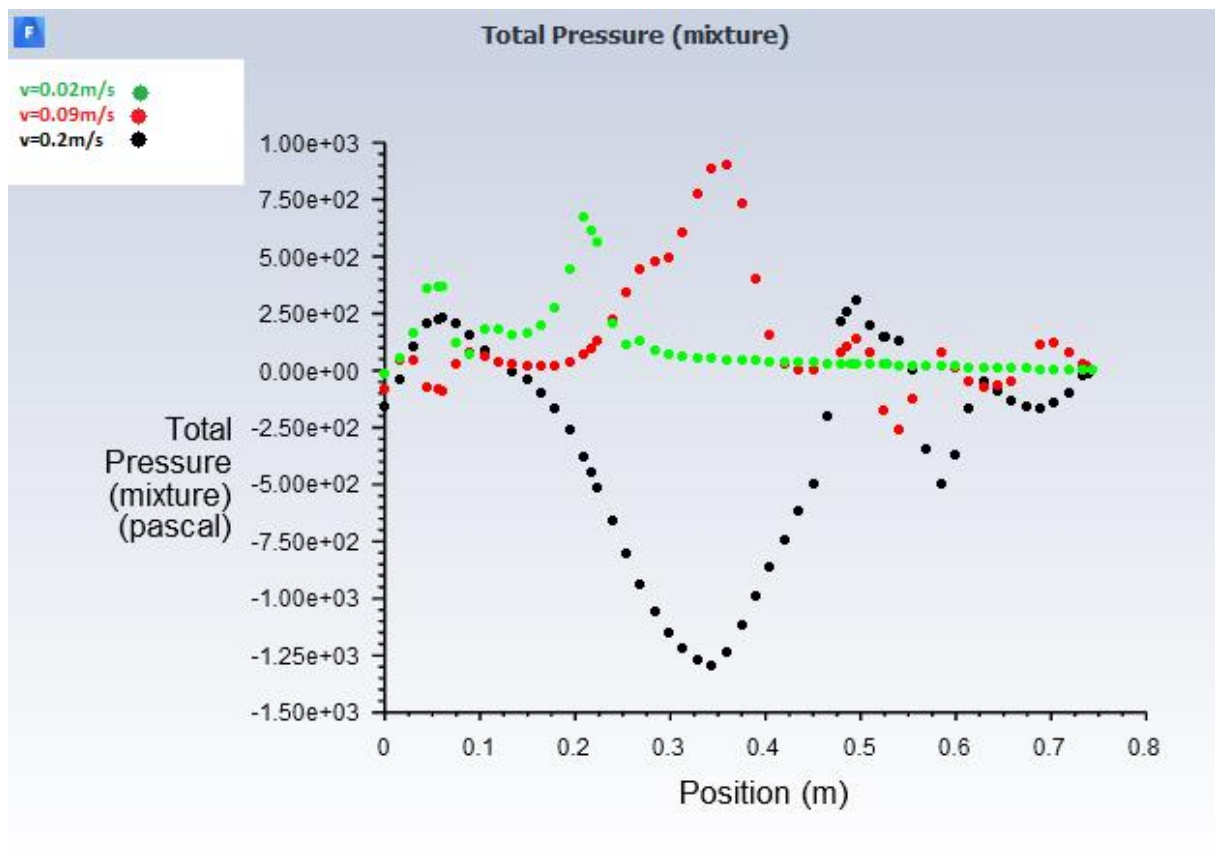
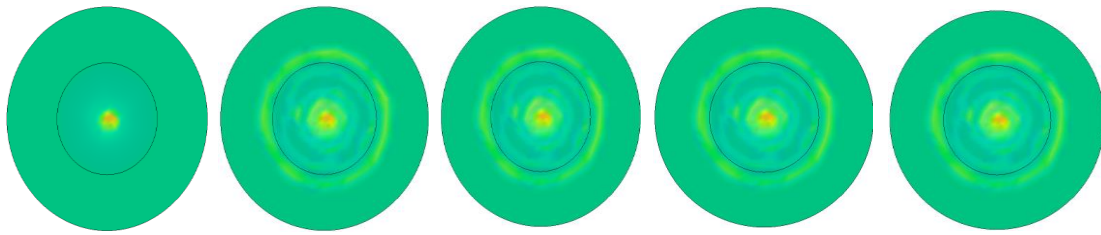


Figure IV.7.1 Résultat d'évolution de la pression totale pour la simulation a différents vitesses en fonction de la position (m).

IV.8.l'effet de la distribution d'air sur les sections internes

Lorsque la vitesse d'écoulement de l'air à l'intérieur de la colonne est élève plus la répartition des bulles dans l'espace interne est importante (elle varie d'une section à l'autre), plus la hauteur de la section est augment, la distribution de l'air sur les sections internes augmente .

Vair=0.02m/s à t=2.08s



H=0.15m

H=0.30m

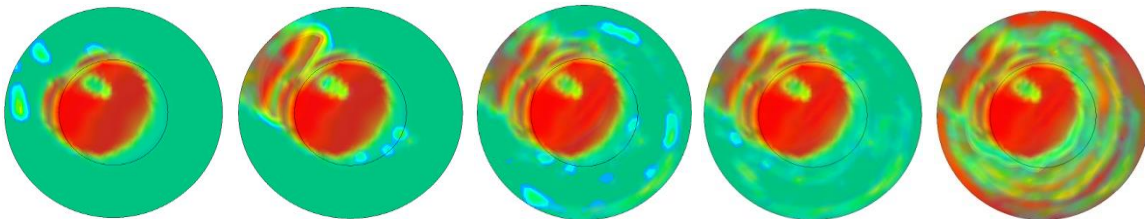
H=0.45m

H=0.60m

H=0.75m

(a)

Vair=0.2m/s à t=2.08s



H=0.15m

H=0.30m

H=0.45m

H=0.60m

H=0.75m

(b)

Figure IV.8.1 vue de dessous de l'effet de l'air sur différents sections de colonne à Vair=0.02m/s à t=2.08s (a), Vair=0.2m/s à t=2.08s (b).

Conclusion

Dans notre travail pratique dans le système (ansys fluent) nous avons fait quelques études sur la colonne à bulle de $H=75$ cm, $D=10$ cm et $\Phi =20$ cm ou nous avons travaillé à trois vitesses différentes et on a obtenu quelques résultats.

- plus la vitesse d'air est augmentée, plus le volume des bulles augmente
- La vitesse axiale varie avec la vitesse d'écoulement à l'intérieur de la colonne à bulles, et plus la vitesse d'écoulement est élevée, plus l'effet sur la vitesse axiale est important.
- La pression totale augmente avec la diminution de la vitesse superficielle de la phase liquide.
- Lorsque la vitesse d'écoulement de l'air à l'intérieur de la colonne est élevée plus la répartition des bulles dans l'espace interne est importante (elle varie d'une section à l'autre), plus la hauteur de la section est augmentée, la distribution de l'air sur les sections internes augmente.

*Conclusion
générale*

Conclusion générale

L'écoulement diphasique (gaz, liquide) dans une colonne à bulles est étudié numériquement. Le code FULENT CFD permet de résoudre numériquement les équations régissant les phénomènes étudiés avec le modèle VOF.

dans ce travail nous nous sommes appuyés sur les points suivants

- L'intérêt pratique dédié au sujet est à l'origine de l'importance initiale de l'étude des écoulements diphasiques. Par conséquent, les études de la littérature rapportent des colonnes de bulles et un écoulement dans les bulles .
- détaille la géométrie, le modèle mathématique décrivant les écoulements monophasiques en régime transitoire et turbulents.
- Une méthode numérique de volumes finis pour résoudre des systèmes couplés et non linéaires d'équations aux dérivées partielles est présentée, ainsi qu'un modèle VOF (volume de fluide).
- Les résultats calculés sont validés par comparaison avec des données numériques de la littérature. De même, l'accord entre les mesures numériques et nos résultats calculés est très bon.

Il est recommandé dans les futurs travaux de faire une étude tridimensionnelle en déterminant la vitesse d'élévation de bulle et la forme de bulle.

Références bibliographiques

- [1] Bratland, O. (2010). Pipe Flow 2: Multi-phase Flow Assurance Ove Bratland
- [2] mr aouaichia hamza, étude théorique et simulation numérique de l'ascension d'une bulle dans un milieu continu au repos, mémoire présenté pour l'obtention du diplôme de magister en physique soutenance le 12/03/2015
- [3] shoham, o.: "flow pattern transition and characterization in gas-liquid two phase flow in Inclined pipes," ph.d. Dissertation, tel-aviv University (1982).
- [4] Shah, Y. B. Kelkar, S. Godbole, et W. Deckwer (1982). Design parameters estimation for
- [5] Deckwer, W.D. (1992). Bubble Columns Reactors, Eds. Wiley.
- [6] Chen, R. J. Reese et L. Fan (1994). Flow structure in a three-dimensional bubble column and three -phase fluidized bed. *AIChE Journal* 40 (7), 1093-1104.
- [7] Zahradnik, J.M. Fialova, M. Ruzicka, J. Drahoš, F. Kastanek, et N.H. Thomas (1997). Duality of the gas-liquid flow regimes in bubble column reactors. *Chemical Engineering Science* 52 (21-22), 3811-3826.
- [8] Mouza, A, A, G. K. Dalakoglou, et S. V. Paras (2005). Effect of liquid properties on the performance of bubble column reactors with fine spargers. *Chemical Engineering Science* 60 (5), 1465-1475.
- [9] Thorat, B. N. et J. B. Joshi (2004). Regime transition in bubble columns: experimental and predictions. *Experimental Thermal and fluid Science* 28, 423-430.
- [10] Ruzicka, M. C. J. Drahoš, M. Fialova, et N. H. Thomas (2001). Effect of bubble column dimensions on flow regime transition. *Chemical Engineering Science* 56 (21-22), 6117-
- [11] Dhotre, M. T. K. Ekambara, et J. B. Joshi (2004). CFD simulation of sparger design and height to diameter ratio on gas hold-up profiles in bubble column reactors. *Experimental Thermal and Fluid Science* 28, 407-421.
- [12] Sylvain Lefebvre (1999), Département de *Génie Chimique* École polytechnique de Montréal. Mémoire présenté en vue de l'obtention du diplôme de Maîtrise Es Sciences Appliquées qui intitulé caractérisation de l'hydrodynamique d'une colonne à bulles à l'aide de mesures locales.

Références bibliographiques

- [13] Letzel, H.M. Schouten, J.C. Krishna, R. van den Bleek, C.M. 1999. Gas holdup-and mass transfer in bubble column reactors operated at elevated pressure. *Chemical Engineering Science* 54, 2237-2246.
- [14] Vial, C., 2000. Apport de la mécanique des fluides à l'étude des contacteurs gaz/liquide : expérience et simulation numérique. Thèse de doctorat, INPL, Nancy, France.
- [15] Olmos, E. Gentric, C. Midoux, N. 2003. Numerical description of flow regime transitions in bubble column reactors by a multiple gas phase model. *Chemical Engineering Science* 58, 2112-2121.
- [16] Ruthiya, K.C., Chilekar, V.P., Warnier, M.J.F., van der Schaaf, J., Kuster, B.F.M., Schouten, J.C. 2005. Detecting regime transitions in slurry bubble columns using pressure time series. *AIChE Journal* 51, 1951-1965.
- [17] Sarrafi, A. Jamialahmadi, M. Müller-Steinhagen, H., Smith, J.M., 1999. Gas holdup in homogeneous and heterogeneous gas-liquid bubble column reactors. *Canadian Journal of Chemical Engineering* 77, 11-21.
- [18] Wilkinson, P.M., van Dierendonck, L., 1990. Pressure and gas density effects on bubble break up and gas holdup in bubble columns. *Chemical Engineering Science* 45, 2309-2315.
- [19] Y. Taitel et A.E. Dukler. A model for predicting flow regime transition in horizontal and near horizontal gas-liquid flow, *Aiche Journal* vol-22, N°1.(1976).
- [20] A. Clarke and R. I. Issa, A numerical model of slug flow in vertical tubes, *Computers & fluids*, Vol. 26, N° 4, p. 395-415 (1997).
- [21] Taha, Z. F. Cui, "CFD modelling of slug flow in vertical tubes", Elsevier, *Chemical Eng. Sc.* Vol. 61, p. 676-687 (2006).
- [22] A. Akhtar, V. Pareek, and M. Tad'e. CFD Simulations of Continuous Flow of Bubbles through Gas-Liquid Columns: Application of VOF Method. *Chem. Prod. Proc. Modeling*, 2:9, 2007.
- [23] F. Ozkan, M. Wörner, A. Wenka, and H. S. Soyhan. Critical evaluation of CFD codes for interfacial simulation of bubble-train flow in a narrow channel. *Int. J. Numer. Meth. Fluids*, 55:537, 2007.
- [24] Brackbill, J. U., Kothe, D. B. and Zemach. C., *A Continuum Method for Modeling Surface Tension*, *J.Comput. Phys.* 1992.100: 335–
- [25] J. M. Delhaye, « Equations fondamentales dans les écoulements diphasiques », Rapport CEA-R-3429, France (1968).
- [26] Jean Noël Solesio, « Instabilités des films liquides isothermes », Rapport CEA-R-4835,

Références bibliographiques

France (1977).

[27] STAR-CD Version 4.10 and STAR-CCM+ Documentation, 2009 CD- adapco.

[28] Versteeg, H.K. and Malalasekera, W., 2007. *An Introduction to Computational Fluid Dynamics: the Finite Volume Method*. 2nd ed. Pearson Educational Limited.

[29] Patankar, S.V., Spalding, D.B. (1972), "A calculation procedure for heat, mass and momentum transfer in three dimensional parabolic flows", Int. J. of Heat and Mass Transfer, Vol. 15 pp.1787.

[30] Patankar, S. V. and Spalding, D. B., a calculation procedure for heat, mass and momentum transfer in three-dimensional parabolic flows. Int. J. Heat Mass Transfer, Pergamon Press, 1972. 15: p.1787-1806.

[31] Gueyffier, D., Li, J., Nadim, A., Scardovelli, R. and Zaleski, S., Volume-of-Fluid Interface Tracking with Smoothed Surface Stress Methods for Three-Dimensional Flows. Journal of Computational Physics, 1999. **152**: p. 423–456.

[32] Puckett E.G. Rider W.J. and al. A High-Order Projection Method for Tracking Fluid Interfaces in Variable Density Incompressible Flows, Journal of Computational physics,

[33] Zaleski S. and al. Volume-of-Fluid Interface Tracking with Smoothed Surface stress Methods for Three-Dimensional Flows, Journal of Computational physics 152, 423-456 (1999).

[34] Rider W. J. and al. Accurate solution algorithms for incompressible multiphase flows, Los Alamos Laboratory, 1995.

[35] Hirt C.W., Free surface modeling methods, Flow Science, Inc., 2001.

[36] Launder, B. and Spalding, D., *The numerical computation of turbulent flows*, *Computer Methods in Applied Mechanics Engineering*, and 1974, Vol. 3, pp. 269–289.

[37] Shen, Y.M., Ng, C.O. and Zheng, Y.H., *Simulation of wave propagation over a submerged bar using the VOF method with a two-equation k - ϵ turbulence modeling*, Ocean Eng. 31 (2004), pp. 87–95.

[38] Fluent, Incorporated, Tutorial manual, 2001.

[39] F.Ozkan, M.Wörner A.Wenka, and H.S. Soyhan. Critical evaluation of CFD codes for interfacial simulation of bubble-train flow in a narrow channel. Int. J. Numer. Meth. Fluids, 55:537, 2007.

Références bibliographiques

- [40] Clift, R., J. R. Grace and M. E. Weber; Bubbles, Drops, and Particles, Academic Press, New York (1978)