REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE
MINISTERE DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR ET
DE LA RECHERCHE SCIENTIFIQUE
UNIVERSITE DE BOUIRA

FACULTE DES SCIENCES ET SCIENCES APPLIQUEES
DEPARTEMENT DE PHYSIQUE

MEMOIRE PRESENTÉ POUR L'OBTENTION DU DIPLÔME

DE MASTER 2 EN PHYSIQUE

OPTION

Physique Théorique

Téléportation des états cohérents q-déformers pour le modéle de Morse

Présenté par : **Chalabi hadjer**
Fekar Khadidja

Soutenu le…../..../....

Devant le jury :

Président : Mr SADOUN Mohamed Ameziane M.C.B. Univ. Bouira

Rapporteur : Mr BENAICHE Salim M.A.A. Univ. Bouira

Examinateurs : Mr Zamoum Radouane M.C.B. Univ. Bouira

Mme BACHI Halima M.A.A. Univ. Bouira

ANNEE UNIVERSITAIRE 2017/2018

Je dédie ce modeste travail à :

A mes parents .Aucun hommage ne pourrait être à la hauteur de

l'amour Dont ils ne cessent de me combler. Que dieu leur procure

bonne santé et longue vie.

A tous ceux que j'aime et qui me soutiennent tout le temps

Ce projet: mon fiancé Amar mezine, et bien sur A mes frères

Mohamed Abdaraouf et Rafik et Ma sœur Djouhaina

, sans oublié ma grand-mère et mon oncle Omar

et mes Tantes particulièrement ma tante messaouda

, et Mes cousines Kanza et Meriem.

A mon binôme Khadidja et toute la famille Chalabi et Mezine.

Et à tous ceux qui ont contribué de près ou de loin pour que ce

projet soit possible, je vous dis merci.

Je dédie ce mémoire à :

· Mes parents :

Ma mère, qui a œuvré pour ma réussite, de par son amour, son soutien, tous les sacrifices consentis et ses précieux conseils, pour toute son assistance et sa présence dans ma vie, reçois à travers ce travail aussi modeste soit-il, l'expression de mes sentiments et de mon éternelle gratitude.

Mon père, qui peut être fier et trouver ici le résultat de longues années de sacrifices et de privations pour m'aider à avancer dans la vie. Puisse Dieu faire en sorte que ce travail porte son fruit ; Merci pour les valeurs nobles, l'éducation et le soutient permanent venu de toi.

Mes frères Alaadine et Mouhamed Amine et mes sœurs Romaissa et Bassma, de courage et de générosité.

Sans oublié ma grand-mère et mon grand père et bien sur mes Tante et mes Oncle A toute ma famille, et mes amis Rokia et Hassiba qu'il mon courage tout le temps.

A mon binôme Hadjer et toute la famille Fekar et boucebha.

Et à tous ceux qui ont contribué de près ou de loin pour que ce projet soit possible, je vous dis merci.

Remerciements

Le travail présenté dans ce mémoire a été réalisé au sein du département de Physique de l'université Akli Mohand Oulhadj-Bouira-

Nous tenons à exprimer nos remerciements les plus vifs à notre encadreur Mr Benaiche Salim, qui su nous guider et nous aider dans ce travail avec beaucoup de tact et de gentillesse et qui nous a permis de découvrir un domaine très intéressant celui des états cohérents déformé et sont application en information quantique. Qu'il trouve ici notre estime et notre profond respect. Nous tenons également à remercier toutes les personnes qui ont participé, à titre professionnel ou personnel à la réalisation de ce travail.

Nous exprimons également nos sincères remerciements à Mr Sadoun Mouhemed Ameziane, que nous avons longtemps considéré comme un exemple à qui nous avons rendu hommage en tant que président du jury.

Nous remercions également Mr Zaamoum Radouane de leur volonté d'examiner et de juger notre travail et pour notre part, de vous remercier pour tout ce que vous nous avez donné en tant que savoir et connaissance.

Nous remercions également Mme. Bachi Halima de leur volonté d'examiner et de juger notre travail et pour notre part, de vous remercier pour tout ce que vous nous avez donné en tant que savoir et connaissance.

Table des matières

Introduction générale :

Une fois les bases des mécaniques quantiques mises en place, plusieurs physiciens Se posent la question du lien entre cette nouvelle théorie et celle de la mécanique classique. C'est dans ce contexte que les états cohérents ont été introduits par Schrödinger dans les années 1920[10]. Il les décrivit comme des états quantiques de l'oscillateur harmonique ayant la propriété de se comporter de fa con semblable aux états classiques du modèle équivalent. En effet, ces états cohérents ont la particularitée de minimiser la relation d'incertitude de Heisenberg. Pourtant, malgré cette caractéristique intéressante, ces états sont restes dans l'ombre jusque dans les années 1960 ou ils sont redevenus populaires auprès d'autres physiciens tels que Glauber et Klauder[11],[12]. Le premier construisit les états cohérents comme des états propres de l'operateur d'annihilation de l'oscillateur harmonique , alors que le deuxième les analysa sous un coté plus algébrique . Beaucoup d'autres scientiques les ont alors suivis sur cette voie ce qui permit de grandes avancées, particulièrement au niveau de l'optique quantique[13]. En effet, puisque le champ électromagnétique peut être vu comme une superposition d'états classiques décrits par les équations de l'oscillateur harmonique, les états cohérents offrent une description parfaite[14]. Cependant, il faut garder en tête que bien que de nombreux systèmes puissent, dans une certaine mesure, être approximes par le modèle de l'oscillateur harmonique, il existe de nombreux systemes qui pourraient être représentes de façon plus juste par un autre modèle. C'est le cas, des vibrations des atomes dans une molécule diatomique, mieux décrites par le potentiel de Morse. Il est donc utile de chercher à construire les états cohérents es de ce nouveau système a n d'obtenir des représentations plus réalistes.

Plus récemment, les états cohérents sont également tr es utilises dans le domaine de l'informatique quantique (par exemple)]. Puisque c'est un des phénomènes qui donne toute sa force a l'informatique quantique, les physiciens cherchent donc les meilleurs moyens pour en créer. La possibilité de créer de l'intrication avec d'autres potentiels que celui de l'oscillateur harmonique permettrait d'ouvrir de nouvelles portes aux expérimentateurs.

Le premier chapitre, nous présenterons une généralité sur l'information quantique après une brève introduction historique, nous donnons certain définition comme le qubit, l'intrication quantique, Téléportation quantique .puis un généralisation sur les état cohérente pour l'oscillateur harmonique et le moment cinétique.

Dans le deuxième chapitre nous parlons sur les états cohérents pour le modèle de Morse déformer puis les états cohérents déformés pour modèle de Morse.

Finalement dans le dernier chapitre-nous utilisant les états cohérents et les états cohérents déformés pour définir le qubit par l'intermédiaire des états chat de Schrödinger pour utiliser en Téléportation des états intriqués

0.1 Généralité sur l'information quantique :

0.1.1 Introduction :

La naissance de l'information quantique a nécessite l'accouplement de deux domaine celle de l'information, dont les bases furent apparaitre l'article fondateur de C. Shannon en 1948 [1], et celui de la mécanique quantique. La théorie de l'information quantique est née de la possibilité d'exploiter les propriétés quantique de la matière dans le domaine de l'informatique.

Dans la deuxième moitié du vingtième siècle, l'information a pris une place importante dans la société scientifique grâce aux avancées technologiques basées sur la recherche d'un nouveau traitement binaire de l'information à l'échelle microscopique. L'information, stockée et transportée sous diverses formes (électrique, optique...), est dés lors interprétée comme une collection de bits de valeurs "1" ou "0". Le passage de l'analogique au numérique, et donc d'un ensemble continu de valeurs à un ensemble discret notés $|0\rangle$ et $|1\rangle$, a constitué une amélioration considérable des capacités des systèmes d'information, ouvrant la voie au développement d'outils performants tels que les codes correcteurs d'erreur. C'est donc tout naturellement que le concept fondateur de l'information quantique est une généralisation du bit, que l'on appelle qubit ou bit quantique.

0.1.2 Le Qubit (Bit Quantique)

On nomme un qubit l'état quantique qui représente l'unité de stockage d'information quantique. Il se compose d'une superposition de deux états de base qui appartenant à l'espace de Hilbert, par convention notés $|0\rangle$ et $|1\rangle$. Où l'état d'un qubit est constitué d'une superposition quantique linéaire de ces deux états $|\psi\rangle = \alpha\,|0\rangle + \beta\,|1\rangle$, avec $\alpha, \beta \in \mathbb{C}$ et $|\alpha|^2 + |\beta|^2 = 1$. Donc un qubit est un système physique à deux niveaux orthonormées, dont l'état $|\psi\rangle$ appartient à un espace de Hilbert à deux dimensions, que l'on développe sur une base orthonormée $\{\ |0\rangle\ ,\ |1\rangle\}$. On associe aux vecteurs de base le sens classique de bits de valeurs "0"et "1". Dans le cas où α (respectivement β) est nul, le qubit est interprété comme un bit de valeur “1” (respectivement “0”).

Pour la réalisation physique de tel objet, plusieurs systèmes quantiques ont été explorés pour réaliser physiquement de tels états, en encodant l’information sur divers objets quantiques. On peut coder l’information via deux niveaux d’un atome, on utilisant le spin d’une particule (up ou down), la polarisation d’un photon unique... Dans ce dernier cas, il est possible d’utiliser la base linéaire (auquel cas le 0 correspond à une polarisation horizontale et le 1 à une polarisation verticale) ou la base circulaire (une polarisation gauche s’interprète comme un 0 et une polarisation droite comme un 1).

0.1.3 Intrication Quantique :

En information classique le regroupement de deux bits donne quatre états possibles : 00, 01, 10 et 11. Dans le monde quantique un système de deux qubits, peut être développé sur une base de référence constituée de quatre vecteurs. Elle est une superposition de ces quatre états :

$$|\Psi\rangle = \alpha\,|00\rangle + \beta\,|01\rangle + \gamma\,|10\rangle + \delta\,|11\rangle$$

Deux qubits initialement indépendants peuvent former un état à deux qubits en interagissant dans une porte logique. Des éxemples importants d’états à deux qubits, représenter par les états de Bell [2], sont

$$\begin{aligned}
\left|\Psi^-\right\rangle &= \frac{1}{\sqrt{2}}\left(|01\rangle - |10\rangle\right)\\
\left|\Psi^+\right\rangle &= \frac{1}{\sqrt{2}}\left(|01\rangle + |10\rangle\right)\\
\left|\Phi^-\right\rangle &= \frac{1}{\sqrt{2}}\left(|00\rangle - |11\rangle\right)\\
\left|\Phi^+\right\rangle &= \frac{1}{\sqrt{2}}\left(|00\rangle + |11\rangle\right)
\end{aligned}$$

Les résultats de mesures sur les deux parties du système sont donc parfaitement corrélés, même si les deux qubits sont physiquement eloignés. Ce constat est à la base du paradoxe EPR (Einstein, Podolsky et Rosen) [3], Selon ces scientifique, la mécanique quantique ne pouvait constituer une théorie achevée, afin de préserver les principes de causalité et de réalisme local, il fallait considérer des variables cachées. Ces dernières seraient des paramètres physiques non pris en compte par les postulats de la mécanique quantique et qui assureraient une évolution dynamique déterministe d'un état quantique.

L'intrication quantique a donné lieu à une vision philosophiques, où une contribution importante a été apportée dans les années 1970 par John Bell, où des objets physiques peuvent effectivement avoir des corrélations plus fortes que ce qui pourrait être atteint classiquement [4]. l'étude de l'information quantique a permis de mieux comprendre la mécanique quantique elle-même, qui permet un traitement de l'information au-delà des limites du monde classique. De nombreuses recherches dans le domaine de information quantique sont actuellement sur la production expérimentale d'intrication, qui représente une ressource essentielle dans les diverses applications, comme le codage dense (Si Alice et Bob se partagent un état intriqué, il leur est possible de se transmettre par après l'équivalent de deux bits au moyen d'un seul qubit), ou la téléportation quantique. Nous verrons qu'elle est un moyen indispensable vers la communication quantique à longue distance, qui représente le sujet de ce travail.

0.1.4 Télépotation quantique :

Le téléportation quantique est un phénomène intéressant en information quantique. La technique est basé sur le transporter les propriétés d'un état quantique entre deux particules intriquer, par l'intermédiaire d'un canal de communication classique [5]. Les ingrédients clés de téléportation quantique sont un canal empêtré, une mesure des états de Bell et des transformations unitaires appropriées. Dans ce qui suit nous expliquerons comment les téléportations peuvent être exécutés pour un qubit d'état cohérent [6].

Supposant qu'Alice veut téléporter un état d'un qubit $|\varphi\rangle_c$ à Bob via un canal quantique purement intriqué :

$$
\begin{aligned}
|\varphi\rangle_a &= a\,|0\ \rangle_a + b\,|1\rangle_a \\
|\psi\rangle_{bc} &= N_-\left(|\alpha\rangle_b\,|-\alpha\rangle_c + |-\alpha\rangle_b\,|\alpha\rangle_c\right)
\end{aligned}
$$

Après avoir partagé le canal quantique, Alice devrait exécuter une mesure des états de Bell sur sa partie du canal quantique et le qubit inconnu $|\varphi\rangle_a$ et envoie le résultat à Bob. La mesure des états de Bell est discriminer entre le quatre états de chat de Bell déclare comme lequel peut être défini avec les états cohérents

$$
\begin{aligned}
\left|\psi_\pm\right\rangle &= N_\pm\left(|\alpha\rangle_a\,|\ \alpha\rangle_c \pm |\ \alpha\rangle_a\,|\alpha\rangle_c\right) \\
\left|\phi_\pm\right\rangle &= N_\pm\left(|\alpha\rangle_a\,|\ -\alpha\rangle_c \pm |-\ \alpha\rangle_a\,|\alpha\rangle_c\right)
\end{aligned}
$$

Les quatre états de Bell défini pour les états cohérents représentent une bonne approximation pour la base des états de Bell. Ces états sont orthogonaux seulement. Cependant les états de Bell défini à l'aide des états cohérents de Chat de Schrödinger sont orthogonaux. Une mesure des états de Bell, est très utile dans traitement de l'information quantique. Où plusieurs travaux génère ces états de chat a l'aide des dispositifs optiques [7] (miroirs semi-transparente), pour distinguer deux états chat de Bell, utiliser dans la téléportation [8]et codage dense [9]. Après les mesures effectuer par Alice, Bob effectue une transformation unitaire sur les états envoyer par Alice.

0.2 Généralités sur les états cohérents :

0.2.1 Introduction :

Les états cohérents (les états quasi-classique) est introduire par E. Schrödinger en 1929 [10] pour répondre à la remarque de Lorentz qui se plaignait que la fonction d 'onde de Schrödinger ne faisait pas apparaitre de comportement classique c'est dans ce contexte que les états cohérentes ont été introduire pour liée la nouvelle théorie Mécanique quantique et celle de la mécanique classique, Ces états ont été introduire pour étudier l'Oscillateur harmonique classique il est décrit comme des états quantique de l'oscillateur harmonique ayant comme propriété de minimiser la relation d'incertitude de Heisenberg (c -à-d que le produite des écarts quadratique moyennes de la position et de l'impulsion est minimum pour ces états). En 1960 les états cohérentes redécouvertes par d'autre physicien tels que Glauber Klauder et Sandershan il redevenue plus connue et en 1963 Glauber [11],[12], [13]montrer dans un article que les états cohérentes sont bien adaptés a la description quantique d'un champ électromagnétique classique et on utiliser dans l'étude de la lumière dans le contexte de l'optique quantique et que les états cohérents on peut les construire pour plusieurs modèles que l'oscillateur harmonique.

0.2.2 Lés états cohérents pour l'oscillateur harmonique :

On obtenir les états cohérentes par l'un des trois définitions suivants pour plusieurs système[2] [3] :

Définition 1 : On définit les états cohérents comme les états propres de l'opérateur d'annihilation

$$a\left|\alpha\right\rangle = \alpha\left|\alpha\right\rangle \tag{1}$$

α : Nombre complexe est représenté le paramètre de cohérence, $(\alpha = \left|\alpha\right| e^{i\Phi})$.

On obtient l'état cohérente

$$\left|\alpha\right\rangle = \sum_{n=0}^{\infty} \left|n\right\rangle \left\langle n \mid \alpha\right\rangle = \sum_{n=0}^{\infty} c_n(\alpha)\left|n\right\rangle \tag{2}$$

Avec

$$\begin{aligned} c_n(\alpha) &= \langle n \mid \alpha \rangle && (3) \\ &= \langle 0 | \frac{a^n}{\sqrt{n!}} | \alpha \rangle && (4) \\ &= \langle 0 \mid \alpha \rangle \frac{\alpha^n}{\sqrt{n!}} && (5) \end{aligned}$$

$$\Longrightarrow |\alpha\rangle = \langle 0 \mid \alpha \rangle \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\alpha^n}{\sqrt{n!}} |n\rangle \tag{6}$$

On normalisé $|\alpha\rangle$ pour déterminer la contante $\langle 0 \mid \alpha \rangle$ on obtient

$$\begin{aligned} \langle \alpha \mid \alpha \rangle &= 1 = |\langle 0 \mid \alpha \rangle|^2 \sum_{n,m=0}^{+\infty} \frac{(\alpha^n)^* \alpha^m}{\sqrt{n!m!}} \langle n \mid m \rangle && (7) \\ &= |\langle 0 \mid \alpha \rangle|^2 \sum_{n=0}^{+\infty} \frac{|\alpha|^{2n}}{n!} = |\langle 0 \mid \alpha \rangle|^2 e^{|\alpha|^2} \end{aligned}$$

$$\Longrightarrow \langle 0 \mid \alpha \rangle = e^{-\frac{|\alpha|^2}{2}} = N(|\alpha|^2) \tag{8}$$

Avec $N(|\alpha|^2)$ est le facteur de normalisation

La normalisation de l'état $|\alpha\rangle$ est :

$$|\alpha\rangle = N(|\alpha|^2) \sum_{n=0}^{+\infty} \frac{\alpha^n}{\sqrt{n!}} |n\rangle \tag{9}$$

Définition 2 : Le produite des écarte quadratique moyenne de la position et de l'impulsion est minimum pour cette état (minimiser la relation d'incertitude de Heisenberg $\Delta x \Delta p \geqslant \hbar/2$).

Définition 3 :Générés par l'opérateur de déplacement $D(\alpha) = e^{(\alpha a^+ - \alpha^* a)}$ qui s'appel aussi l'opérateur unitair de Weyl-Heisenberge appliqué a l'état fondamentale $|0\rangle$ donc on obtient les états cohérents :

$$|\alpha\rangle = D(\alpha)|0\rangle = e^{\left(\alpha a^{+} - \alpha^{*} a\right)}|0\rangle \tag{10}$$

Oscillateur Harmonique (étude des états stationnaire)

Hamiltonien de OH est donnée par [4] :

$$H = \frac{p^2}{2m} + \frac{1}{2}m\omega^2 x^2 \tag{11}$$

Avec :

ω :la pulsation propre .

m :la mase de système .

x :opérateur position.

p :opérateur impulsion.

x et p verifiant :

$$[x, p] = i\hbar I \tag{12}$$

I opérateur identité.

L'équation de Schrödinger stationnaire

$$H\Phi(x) = E\Phi(x) \Longrightarrow \left(\frac{p^2}{2m} + \frac{1}{2}m\omega^2 x^2\right)\Phi(x) = E\Phi(x) \tag{13}$$

$$\left(X \longrightarrow x = E = i\hbar\frac{\partial}{\partial t}\right), \left(p \longrightarrow -i\hbar\frac{d}{dx}\right) \tag{14}$$

$$\left(-\frac{\hbar^2}{2m}\frac{d^2}{dx^2} + \frac{1}{2}m\omega^2 x^2\right)\Phi(x) = E\Phi(x) \tag{15}$$

La solution pour l'équation de Schrödinger aux valeurs propres, est donnée en fonction des polynômes de Hermite par[15] :

$$\begin{aligned}
\Phi_n(x) &= \frac{1}{\sqrt{2^n n!}} \exp(-\frac{i}{\hbar}E_n) H_n\left(x\sqrt{\frac{m\omega}{\hbar}}\right)\Phi_0(x) && (16)\\
\text{ou } \Phi_0(x) &= \left(\frac{m\omega}{\pi\hbar}\right)^{\frac{1}{4}} \exp\left(-\frac{m\omega}{\hbar}\frac{x^2}{2}\right) && (17)\\
E_n &= \hbar\omega\left(n+\frac{1}{2}\right) && (18)
\end{aligned}$$

ou $H_n(x)$ sont les polynômes de Hermite :

$$H_n(x) = (-1)^n \exp\left(x^2 \frac{d^n}{dx^n} \exp\left(-x^2\right)\right)$$

Pour résoudre le problème de OH on utiliser une méthode algébrique basé sur les opérateurs d'annihilation a et de création a^+ définit par :

$$\begin{aligned}
a &= \sqrt{\frac{m\omega}{2\hbar}}\left(x + i\frac{p}{m\omega}\right) && (19)\\
a^+ &= \sqrt{\frac{m\omega}{2\hbar}}\left(x - i\frac{p}{m\omega}\right) && (20)
\end{aligned}$$

a et a^+Sont vérifiée la relation de commutation suivante :

$$aa^+ = \frac{1}{2}\left(\hat{x} + \hat{p}_x^2\right) - \frac{1}{2} \qquad (21)$$

$$\text{avec} \quad \hat{x} = \sqrt{\frac{m\omega}{\hbar}} x \quad , \hat{p}_x = \sqrt{\frac{1}{m\omega\hbar}} p \tag{22}$$

et

$$[x, p_x] = i\hbar \tag{23}$$

Remplacement de x et p en hamiltonien on obtient :

$$\begin{aligned} H &= \frac{\hbar\omega}{2}\left[p_x^2 + x^2\right] && (24) \\ \frac{1}{2}\left[p_x^2 + x^2\right] &= \frac{H}{\hbar\omega} && (25) \\ \hat{H} &= \frac{H}{\hbar\omega} && (26) \end{aligned}$$

$$\text{donc} \quad aa^{+} + \frac{1}{2} = \hat{H} \tag{27}$$

$$H = \hbar\omega\hat{H} = \hbar\omega\left(a^{+}a + \frac{1}{2}\right) \tag{28}$$

On définit l'opérateur nombre de particule $N = a^{+}a$.

$$H\Phi_n(x) = \hbar\omega\left(n + \frac{1}{2}\right)\Phi_n(x) \tag{29}$$

$$E_n = \hbar\omega\left(n + \frac{1}{2}\right) \tag{30}$$

$$\Rightarrow H = \hbar\omega\left(N + \frac{1}{2}\right) \tag{31}$$

On définit comme base $\{|n\rangle, n = 0, 1, 2...\}$ pour l'espace de Fock on obtien ses vecteur par lapplication seccessive de l'opérateur création a^{+}sur l'etat de vide on obtien l'état propre de Hamiltonine :

$$|n\rangle = \frac{(a^{+})^{n}}{\sqrt{n!}}|0\rangle \tag{32}$$

L'application des oppérateur sur l'espace de Fock est :

$$a|n\rangle = \sqrt{n}|n-1\rangle \tag{33}$$

$$a^{+}|n\rangle = \sqrt{n+1}|n+1\rangle \tag{34}$$

$$N|n\rangle = n|n\rangle \tag{35}$$

Proprietés des états cohérents :

On présent les 3 propriétés fondamental des états cohérent[4] :(le fait que les états cohérent $|\alpha\rangle$ sont états propre d'un opérateur qui né pas trimitique)

(i) La normalisaion :

$$\langle\alpha \mid \alpha\rangle = 1 \tag{36}$$

(ii) La continuité :

$$||\alpha\rangle - |\grave{\alpha}\rangle|^{2} \longrightarrow 0 \text{ quant } |\alpha - \grave{\alpha}|^{2} \longrightarrow 0 \tag{37}$$

(iii) Résolution de l'identité :

$$\frac{1}{\pi}\iint_{c} d^{2}\alpha\,|\alpha\rangle\langle\alpha| = I \tag{38}$$

0.3 Les états cohérents pour le moment cinétique

0.3.1 Initiation sur moment cinétique

Par définition, on appelle moment cinétique quantique $\overrightarrow{j}$ tous ensemble de trois observable notées $\hat{j}_x, \hat{j}_y, \hat{j}_z$,constituant un opérateur vectoriel $\overrightarrow{j}$ qui vérifient entre elles les relation de commutation .

$$[\hat{j}_\mu, \hat{j}_\nu] = i\varepsilon_{\mu\nu\omega}\hat{j}_\omega \tag{39}$$

On introduit les opérateurs d'échelle :

$$j_\pm = \hat{j}_x \pm \hat{j}_y \tag{40}$$

Ces opérateurs vérifient la relation de commutation suivante :

$$[j_\pm, j_z] = \pm j_\pm \tag{41}$$

En effet :

$$\begin{aligned} [j_\pm, j_z] &= [j_x \pm ij_y, j_z] && (42)\\ &= [j_x, j_z] \pm i\,[j_y, j_z] && (43)\\ &= -ij_y \pm j_x = \pm(j_x \pm ij_y) && (44) \end{aligned}$$

On introduit la base propre $\{|jm\rangle\}_{m\in[-j,j]}$ à j_z et j^2

$$j_z\,|jm\rangle = \hbar m\ \ |jm\rangle \tag{45}$$

$$j^2\,|jm\rangle = \hbar^2 j(j+1)\,|jm\rangle$$

On vérifie aussi que

On remarque que le facteur devant le vecteur annule, $j_+\,|j,j\rangle$ et $j_-\,|j,-j\rangle$. De plus

$$j_\pm^n\,|j,m\rangle = \left\| j_\pm^n\,|j,m\rangle \right\| |j,m\pm n\rangle \ \text{ avec } n\in[0,j\pm m] \quad (2{,}2) \tag{46}$$

0.3.2 Construction des états cohérents pour le moment cinétique

On peut définir les états cohérents pour le moment cinétique par :

$$|z\rangle = e^{(zj_+)}\,|j,-j\rangle \quad ; z\in\mathbb{C} \tag{47}$$

et l'expression en série s'écrit :

$$\exp(zj_+) = \sum_{k=0}^{\infty}\frac{z^k}{k!}\,(j_+)^k \tag{48}$$

donc

$$|z\rangle = \sum_{k=0}^{2j}\frac{z^k}{k!}\,(j_+)^k\,|j,-j\rangle\,;(2.3) \tag{49}$$

Sachant que cette série est infinie   les composantes sur la base de moment cinétique sont

$$\langle jm \mid z\rangle = \sum_{k=0}^{\infty}\frac{z^k}{k!}\left\langle j,m \mid j_+^k \mid j,-j\right\rangle, \tag{50}$$

À partir de l'expression (2.2) on peut écrire :

$$\langle j,m \mid z\rangle = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{z^k}{k!} \parallel j_+^k \, |j,-j\rangle \parallel \langle j,m \mid j,k-j\rangle \,, \tag{51}$$

$$= \sum_{k=0}^{2j} \frac{z^k}{k!} \parallel j_+^k \, |j,-j\rangle \parallel \delta_{m,k-j} \tag{52}$$

Nécessite pour $\langle jm \mid z\rangle \neq 0$

$$m = k - j \quad \text{donc} \quad k = m + j \tag{53}$$

Donc on peut écrire :

$$\langle jm \mid z\rangle = \frac{z^{j+m}}{(j+m)!} \left\| \, j_+^{j+m} \, |j,-j\rangle \right\| \tag{54}$$

En faisant correspondre de cette relation

$$j_\pm \, |jm\rangle = \sqrt{j\,(j+1) - m\,(m \pm 1)} \, |j, m \pm 1\rangle$$

On peut être écrite :

$$j_+^n \, |j,-j\rangle = \sqrt{\prod_{k=0}^{n-1} (\, j\,(j+1) - (k-j)\,(k-j+1))} \, |j, n-j\rangle \tag{55}$$

On à :

$$j\,(j+1)-(k-j)\,(k-j+1)=(2j-k)\;\;(k+1) \tag{56}$$

Si bien que :

$$j_+\,|j,-j\rangle=\sqrt{\prod_{k=0}^{n-1}(2j-k)\prod_{k=0}^{n-1}(k+1)}\;\;|j,n-j\rangle \tag{57}$$

Mais

$$\prod_{k=0}^{n-1}(k+1)=\quad\prod_{l=1}^{n}\,l\quad=n! \tag{58}$$

On pose $q=2j-k$, nous avons

$$\prod_{k=0}^{n-1}(2j-k)=\prod_{q=2j+1-n}^{2j}q\quad=\frac{\prod_{q=1}^{2j}q}{\prod_{q=1}^{2j-n}q}=\frac{2j!}{(2j-n)!} \tag{59}$$

Alors que

$$j_+^n\,|j,-j\rangle=\sqrt{\frac{(2j)!\,(n)!\,(n)}{(2j-n)!\,(n)}}\,|j,n-j\rangle \tag{60}$$

On à

$$\binom{n}{k}=\frac{n!}{k\;!\,(n-k)!} \tag{61}$$

Donc :

$$j_+^n\,|j,-j\rangle\quad=n!\sqrt{\binom{2j}{n}}\,|j,n-j\rangle\;(2.4) \tag{62}$$

Ou en norme :

$$\|\;j_+^n\,|j,-j\rangle\;\|=\sqrt{\frac{(2j)n!}{(2j-n)!}}=n!\sqrt{\binom{2j}{n}} \tag{63}$$

Alors utilisant cette dernière relation pour obtenir $\langle j, m \mid z \rangle$.

Donc :

$$\langle j, m \mid z \rangle = z^{j+m} \sqrt{\binom{2j}{j \pm m}} \text{ , (2.5)} \tag{64}$$

Nous pouvons écrire l'expression (2.3) en s'aidant de l'équation donc (2.4) dentent :

$$\begin{aligned} |z\rangle &= \sum_{k=0}^{2j} \frac{z^k}{k} \; k \sqrt{\binom{2j}{k}} \, |j, k-j\rangle \text{ , (2.6)} && (65) \\ &= \sum_{k=0}^{2j} \sqrt{\binom{2j}{k}} \, z^k \, |j, k-j\rangle \text{ ,} && (66) \end{aligned}$$

Produit scalaire et norme $z_1, z_2 \; \epsilon \; \mathbb{C}$, nous avons :

$$\langle z_2| = \sum_{l=0}^{2j} \sqrt{\binom{2j}{l}} \, z_2^{-l} \, \langle j, l-j| \text{ ,} \tag{67}$$

Nous allons calculer le produit scalaire $\langle z_1 \mid z_2 \rangle$, existe des relations (2.6)

$$\begin{aligned} \langle z_2 \mid z_1 \rangle &= \sum_{l,k=0}^{2j} \sqrt{\binom{2j}{l}\binom{2j}{k}} \, \overline{z}_2^l \; z_2^k \, \langle j, l-j \mid j, k-j \rangle && (68) \\ &= \sum_{l,k=0}^{2j} \sqrt{\binom{2j}{l}\binom{2j}{k}} \; \overline{z}_2^l \; z_1^k \delta_{l-j,k-j} && (69) \end{aligned}$$

Nécessit $l - j = k - j$ donc $l = k$

$$\langle z_1 \mid z_2 \rangle = \sum_{k=0}^{2j} \binom{2j}{l} \left(\overline{z_2} z_1\right)^k \tag{70}$$

Partirai de la formule du binôme de newton et c'est :

$$(x+y)^n = \sum_{k=0}^{n} \binom{n}{k} x^{n-k} y^k \tag{71}$$

On peut écrire :

$$\langle z_1 \mid z_2 \rangle = (1 + \overline{z_2} z_1)^{2j} \tag{72}$$

La norme d'un vecteur cohérent est alors :

$$\| \, |z\rangle \| = \sqrt{\langle z \mid z \rangle} = \left(1 + |z|^2\right)^j \tag{73}$$

0.3.3 Relation de fermeture

Nous recherche maintenant une relation de fermeture intégrale, de la même manière de l'oscillateur harmonique, nous définissons naïvement, par anlogie avec l'oscillateur harmonique, l'opérateur suivant, avec les vecteurs normés :

$$\hat{O} := \int_{\mathbb{R}^2} dxdy \left(1 + |z|^2\right)^{-2j} |z\rangle \langle z| \tag{74}$$

Avec :

$\left(1 + |z|^2\right)^{-j} |z\rangle$ est le vecteur normé

On peut calcule le terme $\langle jm \mid \hat{o} \mid jm \rangle$ on utilise l'expression (2.5)

$$\begin{aligned} \langle jm \mid \hat{o} \mid jn \rangle &= \int_{\mathbb{R}^2} dxdy \left(1 + |z|^2\right)^{-2j} \langle j, m \mid z \rangle \langle z \mid jn \rangle & (75) \\ &= \int_{\mathbb{R}^2} dxdy \left(1 + |z|^2\right)^{-2j} z^{j+m} \sqrt{\binom{2j}{j \pm m}} \; \overline{z}^{j+n} \sqrt{\binom{2j}{j \pm n}} & (76) \end{aligned}$$

Chapitre 1

Les états cohérents pour le modèle de Morse déformer

1.1 Intrduction

Dans cette partie de travaile nous cherchaons a construire les états cohérents pour le modèle de Morse, cette méthode[ref] est inspiré de méthode de construction des états cohérent pour le moment cinétique.

1.2 Construction des états cohérents pour le modéle de Morse

1.2.1 Le modèle de Morse

Parmi de nombreux modèles pour le potentiel internucléaire de la molécule diatomique, un rôle particulier est donné à l'hamiltonien Morse non – rotationnel unidimensionnel proposé par Morse [16] :

$$H_M(r) = -\frac{\hbar^2}{2\mu}\frac{d^2}{dr^2} + D_e\left[1 - \exp\left(-\alpha\left(r - r_e\right)\right)\right], \tag{1.1}$$

r : La distance entre les atomes .

r_e : La longueur de la liaison à l'équilibre.

D_e : La profondeur du puits.

μ : La masse réduit.

La factorisation morse - hamiltonienne par rapport au Modele $Su(2)$:

La méthode de factorisation a été proposée par Schrödinger [17] conduit à élever et abaisser les opérateurs, c'est aussi un point de départ pour l'introduction de la mécanique quantique super symétrique si nous effectuons le changement de variable.

$x = r - r_e$, $y = k\exp(-\alpha x)$ et $k = \sqrt{8\mu D_e}/\alpha\hbar$.

L'hamiltonian de Morse est :

$$H_M\left(r\right) = -\frac{\hbar^2\alpha^2}{2\mu}\left(y\frac{d^2}{dy^2}\right)^2 + D_e - \frac{2D_e}{k}y + \frac{D_e}{k^2}y^2 \tag{1.2}$$

1.2.2 Étude des états stationnaires

La solution exacte de l'équation de Schrödinger avec le potentiel de Morse peut être exprime comme [17] :

$$\Psi_\upsilon^k\left(y\right) = \left\langle y \mid \right\rangle = N_\upsilon^k \ \exp\left(-y/2\right) y^{1/2(k-2\upsilon-1)} L_\upsilon^{k-2\upsilon-1} \tag{1.3}$$

$N_\upsilon^k = \left[\dfrac{\alpha\left(k-2\upsilon-1\right)\upsilon!}{\Gamma\left(k-1\right)}\right]$:(constante de normalisation.)

$L_\upsilon^{k-2\upsilon-1}$:(sont les Polynômes de lagueur associes.)

Tandis que les niveaux d'énergie sont donnés par :

$$E_\upsilon = \frac{4D_e}{k}\left(\upsilon+\frac{1}{2}\right) - \frac{4D_e}{k}\left(\upsilon-\frac{1}{2}\right)^2 \tag{1.4}$$

Nous avons utilisé la notation suivante et aussi la fréquence angulaire ω pour OM :

$$\begin{aligned} E_\upsilon &= \hbar\omega\left(\upsilon+\frac{1}{2}\right) - \frac{\hbar\omega}{k}\left(\upsilon+\frac{1}{2}\right)^2 && (1.5)\\ &= E_0 + \hbar\omega\left(1-\frac{1}{k}\right)\ \upsilon - \frac{\hbar\omega}{k}\upsilon^2 && (1.6) \end{aligned}$$

Nones rappelons maintenant quelques propriétés du modèle $SU(2)$ [18, 19, 23] :

$$\left[j_z, j_\pm\right] = \pm j_\pm \qquad \left[j_+, j_-\right] = 2j_z \tag{1.7}$$

$$H_{SU(2)} = \frac{A}{N}\left(j^2 - j_z^2\right) = \frac{A}{2N}\left(j_+j_- + j_-j_+\right) \tag{1.8}$$

Ou A et N sont deux constantes dont l'interprétation physique .il est diagonal dans la bas $|j, m\rangle$ ou j et m sont des nombres quantiques qui caractérisentles les valeurs propre et respectivement. L'eigenequation de l'opérateur $H_{SU(2)}$est :

$$H_{SU(2)} = \frac{A}{N}\left[j\left(j+1\right) - m^2\right]|j, m\rangle \tag{1.9}$$

Si l'on fixe les valeurs des nombres quantiques $j = \dfrac{N}{2}$ ou $\upsilon = j - m = 0, 1, 2.....\dfrac{N}{2}$ avec correspond ou nombre de vibration, donc la nouvelle base $|[N/2], \upsilon\rangle$, les valeur propre de l'hamiltonien $H_{SU(2)}$ sont donnée par :

$$H_{SU(2)}\,|[N/2], \upsilon\rangle = E_\upsilon\,|[N/2], \upsilon\rangle \tag{1.10}$$

avec

$$H_M^{(d)} = H_M + E^{(d)} \equiv\ H_{SU(2)} \tag{1.11}$$

$$E_\upsilon = -\frac{A}{4N} + A\frac{N+1}{N}\left(\upsilon + 1/2\right) - \frac{A}{N}\left(\upsilon + 1/2\right)^2 \tag{1.12}$$

1.2.3 les opérateur d'échelle

On utiles le paramètre de Child défini par $K = N+1$, l'énergie de Morse et le spectre d'énergie de l'hamiltonien sont le mêmes. Ils sont les deux cotés de la même pièce .cela conduit à l'idée qu'il ya aussi une relation entre les deux ensembles d'opérateurs, $b_\pm$ et $j_\pm$ cette relation est [18] :

$$b_- = \frac{1}{\sqrt{N}}j_+ \quad , \quad b_+ = \frac{1}{\sqrt{N}}j_- \tag{1.13}$$

Par conséquent, les opérateurs d'échelle de genre énergétique $b_\pm$ agissent sur l'état propre $|[N/2], \upsilon\rangle$ c'est-à-dire :

$$b_+ \left|[N/2], \upsilon\right\rangle = \sqrt{(\upsilon+1)\left(1-\frac{\upsilon}{N}\right)} \left|[N/2], \upsilon+1\right\rangle \tag{1.14}$$

$$b_- \left|[N/2], \upsilon\right\rangle = \sqrt{\upsilon\left(1-\frac{\upsilon-1}{N}\right)} \left|[N/2], n-1\right\rangle \tag{1.15}$$

Avec :

$$b_+ = \frac{1}{\sqrt{2}}\sqrt{\frac{\hbar}{m\omega}}\left(-\frac{d}{dx}-\frac{k\alpha}{2}\exp\left(-\alpha x\right)+\frac{k\alpha}{2}\right) \tag{1.16}$$

$$b_- = \frac{1}{\sqrt{2}}\sqrt{\frac{\hbar}{m\omega}}\left(\frac{d}{dx}-\frac{k\alpha}{2}\exp\left(-\alpha x\right)+\frac{k\alpha}{2}\right) \tag{1.17}$$

Avent de terminer cette section examinons le libellé exact de la limite harmonique de l'oscillateur de Mors .nous avens prouvé que cela nécessite la simultanéité corrélée l'opération de limitation suivantes [19] :

$$\lim_{OM\to HO} \equiv \begin{cases} D_e \to \infty \\ k \to \infty \\ \alpha \to 0 \\ \displaystyle\lim_{OM\to HO} \frac{D_e}{k} = \frac{1}{4}\hbar\omega \\ D_e\alpha^2 = \frac{1}{2}\mu\omega_0^2 \\ k\alpha^2 = 2\frac{\mu\omega_0}{\hbar} \end{cases} \tag{1.18}$$

En effectuant l'opération de limite , on obtient :

$$\lim_{OM\to HO} b_+ = \frac{1}{\sqrt{2}}\sqrt{\frac{\hbar}{m\omega}}\left(-\sqrt{\frac{\hbar}{m\omega_0}}\frac{d}{dx}+\sqrt{\frac{m\omega_0}{\hbar}}x\right) \quad , \tag{1.19}$$

$$\lim_{OM\to HO} b_+ = \frac{1}{\sqrt{2}}\sqrt{\frac{\hbar}{m\omega}}\left(\sqrt{\frac{\hbar}{m\omega_0}}\frac{d}{dx}+\sqrt{\frac{m\omega_0}{\hbar}}x\right) \quad , \tag{1.20}$$

C'est –à-dire que nous avons obtenu les opérateurs de création et d'annihilation de OH à partir des opérations d'échelle de OM .

La fonction d'onde peut être considérée comme :

$$\Psi\left(y\right)=\sqrt{\frac{N^{\upsilon}\left(N-n\right)!}{\upsilon!N!}}\left(b_+\right)^{\upsilon}\Psi_0\left(y\right) \tag{1.21}$$

Ou $\Psi\left(y\right)$ est l'état fondamental de la fonction d'onde.

$$\Psi_0\left(y\right)=\sqrt{\frac{\alpha}{\left(N-1\right)!}}\exp\left(-y^2\right)y^{N/2} \tag{1.22}$$

D'autre part la limite harmonique de la fonction d'onde et donnée par :

$$\lim_{N\to\infty}\ \Psi_0\left(y\right)=\frac{1}{\sqrt{\upsilon!}}\left(a^+\right)^{\upsilon}\Phi_0\left(y\right) \tag{1.23}$$

Ou $\Phi_0\left(y\right)$ est l'état fondamental de la fonction d'onde

1.2.4 Les états cohérents pour le modéle de Morse

La forme générale des états cohérents pour des systèmes ayant un spectre énergétique fini est celle donné par klauder. Elle représente une superposition des états énergétiques du système pour résoudre la relation de récurrence que résulte de la troisième définition des états cohérents :

$$Ne^{\alpha b^+}\left|[N/2],0\right\rangle = N\sum_{\upsilon=0}^{\infty}\frac{\alpha^{\upsilon}}{\upsilon!}\left(b^+\right)^{\upsilon}\quad\left|[N/2],0\right\rangle \tag{1.24}$$

1. On à

$$\left(b^+\right)^{\upsilon}\left|[N/2],0\right\rangle = \sqrt{\frac{N^{\upsilon}(N-\upsilon)!}{\upsilon!N!}}\left|[N/2],\upsilon\right\rangle \tag{1.25}$$

On obtien

$$Ne^{\alpha b^+}\left|[N/2],0\right\rangle = N\sum_{\upsilon=0}^{\infty}\frac{\alpha^{\upsilon}}{\upsilon!}\sqrt{\frac{N^{\upsilon}(N-\upsilon)!}{\upsilon!N!}}\left|[N/2],\upsilon\right\rangle$$

$$e^{\alpha b^+}\left|[N/2],0\right\rangle = \sum_{\upsilon=0}^{N-1}\sqrt{\frac{\upsilon!N!}{N^{\upsilon}\upsilon!(N-\upsilon)!}}\left|[N/2],\upsilon\right\rangle \tag{1.26}$$

Avec

$$\sqrt{\frac{N!}{N^{\upsilon}\upsilon!(N-\upsilon)!}} = \sqrt{\frac{1}{\rho(\upsilon;N)}} \tag{1.27}$$

Ou les quantités $\rho(\upsilon;N)$ positives sont définies comme suit :

$$\rho(\upsilon;N) = N^{\upsilon}\frac{\Gamma(\upsilon+1)\Gamma(N+1-\upsilon)}{\Gamma(N+1)} \tag{1.28}$$

On normalisé $|\alpha,[N/2]\rangle$ pour déterminer la norme $N\left(|\alpha|^2\right)$ on obtient :

$$\begin{aligned}
\langle\alpha,[N/2]\mid\alpha,[N/2]\rangle &= 1 && (1.29)\\
&= \frac{1}{\left[N\left(|\alpha|^2\right)\right]^{1/2}\left[N^*\left(|\alpha^*|^2\right)\right]^{1/2}}\sum_{\upsilon,k=0}^{N/2}\frac{\alpha^{\upsilon}\left(\alpha^k\right)^*}{\sqrt{\rho(\upsilon;N)\ \rho(k;N)}}\delta_{\upsilon,k} && (1.30)\\
&= \frac{1}{\left|\left[N\left(|\alpha|^2\right)\right]\right|}\sum_{n=0}^{N/2}\frac{|\alpha|^{2\upsilon}}{\rho(\upsilon;N)} && (1.31)
\end{aligned}$$

$$\Longrightarrow \ N\left(|\alpha|^2\right) = \sum_{\upsilon=0}^{[N/2]} \frac{\left(|\alpha|^2\right)^{\upsilon}}{\rho\left(\upsilon;N\right)} \tag{1.32}$$

La résolution de l'unité en termes d'un certain ensemble d'états est une propriété très importante car elle permet l'utilisation pratique de ces états comme base dans l'espace de Hilbert [29]. Soit $H\left[N/2\right]$ un sous-espace de dimension finie de l'espace de Hilbert H, que est engendré par l'ensemble orthonormé complet de $[N/2]+1$ état $|[N/2],\upsilon\rangle$ $(\upsilon = 0,1,2,....[N/2])$.En suite $I_{[N/2]}$ est l'opérateur de projection sur le sous espace H et la résolution de l'unité en termes d'états peut être effectué de la manière suivante :

$$\begin{aligned} \sum_{n=0}^{[N/2]} |[N/2],\upsilon\rangle\left\langle[N/2],\upsilon\right| &= \int d\mu_N\left(z\right)|[N/2],\upsilon\rangle\left\langle[N/2],\upsilon\right| && (1.33) \\ &= I_{[N/2]} && (1.34) \end{aligned}$$

Pour $N \longrightarrow \infty$ (la limite harmonique de l'oscillateur Morse) cette mesure nous définir la mesure d'intégration inconnue et aussi menant à une mesure d'intégration bien connu de l'habituel unidimensionnel état cohérent oscillateur-harmonique (HO-CS) :

$$\lim_{N\longrightarrow\infty} d\mu_N\left(z\right) = \frac{d^2\alpha}{\pi} = \frac{d\varphi}{\pi}drr \tag{1.35}$$

$$\lim_{N\longrightarrow\infty} d\mu_N\left(z\right) = \frac{d^2\alpha}{\pi} = \frac{d\varphi}{\pi}drr \tag{1.36}$$

Et nous avons aussi la structure appropriée de MO-CS, conduit à l'expression de la mesure d'intégration $d\mu_N\left(\alpha\right)$

$$d\mu_N\left(\alpha\right) = \frac{d\varphi}{\pi}dr\ r\ h\left(r^2\right)N\left(|\alpha|^2\right) \tag{1.37}$$

Pour déterminé la fonction en remplaçant l'équation (40) dans l'équation (38) nous obtenons :

$$\int_0^\infty dr\ r\ h\left(r^2\right)\ N\left(|\alpha|^2\right) N\left(|\alpha|^2\right)^{-1} \sum_{\upsilon,m=0} \frac{\alpha^\upsilon \left(\alpha^m\right)^*}{\sqrt{\rho\left(\upsilon;N\right)\rho\left(m;N\right)}} \left|[N/2],\upsilon\right\rangle \left\langle [N/2],m\right| \int_0^{2\pi} \frac{d\varphi}{\pi} \tag{1.38}$$

$$\sum_{\upsilon,m=0}\left[\frac{1}{\sqrt{\rho\left(\upsilon;N\right)\rho\left(m;N\right)}} \left|[N/2],\upsilon\right\rangle \left\langle [N/2],m\right| \int_0^\infty dr\ rh\left(r^2\right)\right] \int_0^{2\pi} \frac{d\varphi}{\pi} \alpha^\upsilon \left(\alpha^m\right)^* = I \tag{1.39}$$

Ou $\alpha = re^{i\varphi}, r\epsilon\left[0,\infty\right], \ \varphi\epsilon\left[0,2\pi\right], \ d^2r = d\left(\mathrm{Re}\,\alpha\right) d\left(\mathrm{Im}\,\alpha\right) = d\varphi drr$

Apres avoir effectué l'intégration angulaire c'est –à-dire

$$\int_0^{2\pi} \frac{d\varphi}{\pi} \alpha^\upsilon \left(\alpha^m\right)^* = r^{\upsilon+m} \int_0^{2\pi} \frac{d\varphi}{\pi} e^{i(\upsilon-m)\varphi} = 2r^{2\upsilon}\delta_{\upsilon,m} \tag{1.40}$$

$$2\sum_{\upsilon,m=0}\left[\frac{1}{\sqrt{\rho\left(\upsilon;N\right)\rho\left(m;N\right)}} \left|[N/2],\upsilon\right\rangle \left\langle [N/2],m\right| \int_0^\infty dr\ rh\left(r^2\right) r^{2\upsilon}\delta_{\upsilon,m}\right] = I \tag{1.41}$$

$$\sum_{\upsilon=0}\left[\frac{1}{\rho\left(\upsilon;N\right)} \left|[N/2],\upsilon\right\rangle \left\langle [N/2],m\right| \int_0^\infty dr\ r^{2\upsilon+1} h\left(r^2\right)\right] \tag{1.42}$$

Pour $r^2 = x$ et $\upsilon \longrightarrow s-1$ (étendre les valeurs naturelles de υ pour complexer s), l'intégrale de l'équation ci-dessus et appelée la transformation de Mellin [20]

$$r^2 = x \tag{1.43}$$

$$\Longrightarrow 2rdr = dx \tag{1.44}$$

$$\upsilon \longrightarrow s-1$$

$$\begin{aligned}
\int_0^\infty dr\ r^{2v+1} h\left(r^2\right) &= \int_0^\infty dx \frac{1}{2r} r^{2s} h\left(x\right) \\
&= \frac{1}{2}\int_0^\infty dx\ r^{-1}\left(r^2\right)^s h\left(x\right) \\
&= \int_0^\infty dx\ r^{s-1} h\left(x\right) \\
&= \frac{1}{N}\frac{1}{\Gamma\left(N+1\right)}\frac{1}{N-s}\Gamma\left(s\right)\Gamma\left(N+2-S\right)
\end{aligned} \tag{1.45}$$

A partir de la définition de la fonction G de Meijer et la transformation de Mellin [20]

$$\begin{aligned}
&\int_0^\infty dx\ r^{s-1} G_{p,q}^{m,n}\left(\beta x \middle| \begin{array}{c} a_1, ...a_n, a_{n+1}, ..., a_p \\ b_1, ...b_m, b_{m+1}, ...b_p \end{array}\right) \\
=\ & \frac{1}{\beta^s}\frac{\prod_{j=1}^m \Gamma\left(b_j+s\right)\prod_{j=1}^n \Gamma\left(1-a_j-s\right)}{\prod_{j=m+1}^q \Gamma\left(1-b_j-s\right)\prod_{j=n+1}^p \Gamma\left(a_j+s\right)}
\end{aligned} \tag{1.46}$$

L'argument de la fonction G est βx ou β est un réel au constante Complexe alors que a_j $(j=1...p)$ et b_h $(h=1...q)$ sons des nombre réels au complexes tels que $a_j - b_h \neq 0, 1, 2...\left(j=1, ...n; h=1, ...m\right)$ avec m, n, p et q sont des entiérs sachant que $0 \leq n \leq p, 0 \leq m \leq q$

En comparant les deux dernières équation,on obtient :

$$\frac{1}{N}\frac{1}{\Gamma\left(N+1\right)} G_{11}^{11}\left(\frac{r^2}{N} \middle| \begin{array}{c} -N-1 \\ 0 \end{array}\right) = \frac{N+1}{N}\frac{1}{\left(1+\frac{r^2}{N}\right)^{N+2}} \tag{1.47}$$

Finalement on obtient $d\mu_N\left(z\right)$:

$$d\mu_N\left(\alpha\right) = \frac{N+1}{N}\frac{d^2\alpha}{\pi}\frac{1}{\left(1+\frac{|\alpha|^2}{N}\right)^{N+2}} N\left(|\alpha|^2\right) \tag{1.48}$$

1.3 Construction des états cohérents déformées pour le modéle de Morse

1.3.1 Généralités sur Les fonctions déformées

Les fonctions exponentielles et logarithmique q-déformé ont été introduites pour la première fois dans les statistique de Tsallis en 1994[21].cependant, la q-déformation est la transformation de Box-Cox pour $\{q = 1 - \lambda\}$, proposée par George Box et David Cox en 1964 [22].

(i) q-exponentielle

Le q-exponentielle est une déformation de la fonction exponentielle en utilisant le paramètre réel q :

$$exp_q(x) \equiv \begin{cases} e_q^x = \{[1 + (1-q)\, x]^{1/(1-q)} & \text{si } 1 + (1-q)\, x \ > 0,\ x > 0,\ q\epsilon\Re^+ \\ \qquad\qquad 0 & \text{sinon} \end{cases} \tag{1.49}$$

L'expansion de la série Taylor de cette exponentielle est donnée par [21],[22]

$$\begin{aligned} \lim_{q\to 1} e_q^x &= e^x \\ e_q\,(x) &= 1 + \sum_{n\geq 1} Q_{n-1}\,(q)\, \frac{x^n}{n!} \end{aligned}$$

avec

$$Q_{n-1}(q) = 1.q\,(2q-1)\,(3q-2)\,...\,[(n-1)\,q - (n-2)]\,, Q_0\,(q) = 1,$$

qui peut être écrit comme

$$\begin{aligned} Q_{n-1}(q) &= \prod_{j=1}^{n} [(j-1)\,q - j + 2] && (1.50) \\ &= \prod_{j=1}^{n} [1 + (1-q)\,(j-1)] && (1.51) \end{aligned}$$

Notez que le q-exponentiel dans les statistique de tsallis est différent d'une version utilisée ailleurs

(ii) q-logarithme

Le q-logarithme est l'inverse de q-exponentiel et une déformation du logarithme en utilisant le paramètre réel q [23].

$$\ln_q x = \frac{x^{1-q} - 1}{1-q} \quad x \rangle\ 0,\ q\epsilon\Re^+ \tag{1.52}$$

On définir le q-product comme suit

$$x \otimes_q y = \begin{cases} \left[x^{1-q} + y^{1-q} - 1\right]^{1/(1-q)} & \text{si} \quad x\rangle 0,\ y\rangle 0,\ x^{1-q} + y^{1-q} - 1\rangle 0 \\ 0, \quad \text{sinon} \end{cases} \tag{1.53}$$

Sur la base des ces définitions le q-produit de q- logarithme et q-exponentiel est suivant :

$$\ln_q (x \otimes_q y) = \ln_q x + \ln_q y$$

$$\exp_q (x) \otimes_q \exp_q (y) = \exp_q (x + y)$$

La q-somme de deux nombres réels et donnée par

$$x \oplus_q y = x + y + (1-q)\, xy$$

Le q-factoriel $n!_q$ pour $n\epsilon\mathbb{N}$ et $q\rangle 0$ [33]

$$n!_q = 1 \otimes_q \ldots\ldots \otimes_q n = \left[\sum_{k=1}^{n} k^{1-q} - (n-1)\right]^{1/(1-q)} \tag{1.54}$$

1.3.2 Les états cohérents déformées pour le modèle de Morse

formé de morse :

$$Ne_q^{\alpha b^+}|\Psi_0\rangle = N_f\left(1+\sum_{\upsilon\geq 1}\frac{\alpha^\upsilon}{\upsilon!}Q_{\upsilon-1}(q)^{1/2}\left(b^+\right)^\upsilon\right)|\Psi_0^\upsilon\rangle \tag{1.55}$$

On à

$$\left(b^+\right)^\upsilon|\Psi_0\rangle = \sqrt{\frac{N^\upsilon(N-\upsilon)!}{\upsilon!N!}}|\Psi_\upsilon(y)\rangle$$

On obtien

$$e_q^{\alpha b^+}|\Psi_0\rangle = |\Psi_0^\upsilon\rangle + \sum_{\upsilon\geq 1}^{N-1}\sqrt{\frac{N!}{N^\upsilon\upsilon!(N-\upsilon)!}}|\Psi_\upsilon\rangle$$

$$\sqrt{\frac{N!}{N^\upsilon\upsilon!(N-\upsilon)!}} = \sqrt{\frac{1}{\rho(\upsilon;N)}}$$

On normalisé $|\alpha, f_q\rangle \equiv |\Psi_\upsilon\rangle$ pour déterminer la norme $N\left(|\alpha|^2\right)$ on obtient :

$$\begin{aligned}
\langle\alpha, f_q \mid \alpha, f_q\rangle &= 1 \\
&= \left[\frac{1}{\left[N_f\left(|\alpha|^2\right)\right]^{1/2}\left[N_f^*\left(|\alpha^*|^2\right)\right]^{1/2}}\left(\begin{array}{c}\left\langle\Psi_0^\upsilon \mid \Psi_0^k\right\rangle + \sum_{n\geq 1}^{N/2} Q_{\upsilon-1}(q)^{1/2}Q_{k-1}(q)^{1/2} \\ \times\frac{\alpha^\upsilon(\alpha^n)^*}{\sqrt{\rho(\upsilon;N)}\sqrt{\rho(k;N)}}\delta_{\upsilon,k}\end{array}\right)\right] \\
&= \frac{1}{\left|\left[N_f\left(|\alpha|^2\right)\right]\right|}\left(1+\sum_{n\geq 1}^{N/2}Q_{n-1}(q)\frac{|\alpha|^{2\upsilon}}{\rho(\upsilon;N)}\right)
\end{aligned}$$

$$\Longrightarrow N_f\left(|\alpha|^2\right) = 1+\sum_{n\geq 1}^{[N/2]}Q_{n-1}(q)\frac{\left(|\alpha|^2\right)^n}{\rho(n;N)}$$

donc

$$
\begin{aligned}
|\alpha, f_q\rangle &= N_f \left(|0\rangle + \sum_{n=1}^{[N/2]} \frac{\alpha^{\upsilon}}{\sqrt{\rho\left(n; N\right)}} \left(Q_{\upsilon-1}\left(q\right)\right)^{1/2} |\upsilon\rangle \right) \\
&= N_f \left(|0\rangle + \sum_{\upsilon=1}^{[N/2]} \frac{\alpha^{\upsilon}}{\sqrt{\rho\left(\upsilon; N\right)}} \prod_{j=1}^{\upsilon} \sqrt{\left(j-1\right)_q - j + 2}\, |\upsilon\rangle \right)
\end{aligned}
\tag{1.56}
$$

1.3.3 Conclusion

Le potentiel de Morse constitue une meilleure approximation que l'oscillateur harmonique pour décrire les interactions au sein de molécules diatomiques. Ce model admet une solution analytique pour l'équation de Schrödinger caractériser par un spectre énergétique fini. La construction des états cohérents pour ce modèle [], dans ce travail est inespéré sur base de connexion entre le groupe $SU(2)$ et le modèle de Morse[]. Cette construction de cette famille des états cohérents est basée sur la généralisation de la méthode de construction des états cohérents pour le moment cinétique. Puis on a suivie le même enchainement pour la construction des états cohérents déformé pour le modele de Morse, basé sur la définition d'une exponentielle déformé.

Chapitre 2

Téléportation quantique a l'aide des états cohérents

2.1 Introduction

La téléportation quantique présente un nouveau moyenne pour transmettre un état quantique inconnu d'un émetteur a un récepteur par aucun lien intermédiaire, il s'agit donc d'une téléportation d'information. En 1993, Bennett et Al [24], ils ont proposé un schéma de téléportation fonder sur l'utilisation des variables continus [25],. Où la téléportation est devenue très intéressant a cause de ses importantes application dans la communication quantique et calcule quantique. La réalisation physique de tel phénomène par les expériences de la téléportation du photon polarisé [26].

Actuellement les variable continues représente un champ intéressant dans le domaine de la téléportation[27], Parmi ces variables continuées est les états cohérents utiliser dans le traitement de l'information quantique [27]. Dans la littérature [28], ils ont examiné la téléportation d'une superposition de deux états cohérents a travers un canal quantique qui est représenté par des états cohérents intrique.

2.2 Téléportation des états cohérents de Morse :

2.2.1 Les états chat de shrodinger pour Morce

Schrödinger avait proposé les superpositions spéciales des états quantiques (les états de chat de Schrödinger) . Les états de chat de Schrödinger ont fait l'objet de beaucoup de débats et de recherches. Dans ce contexte l'état cohérent est considéré comme étant un état du champ essentiellement classique, et la superposition de deux états cohérents rappelle celle du chat de Schrödinger.

$$|\alpha\rangle = \frac{1}{\left(N\,|\alpha|^2\right)^{1/2}} \sum_{\upsilon=0}^{N/2} \frac{\alpha^{\upsilon}}{\sqrt{\rho(\upsilon;N)}}\,|\Psi_{\upsilon}\rangle$$

On à $\langle \alpha \mid \alpha \rangle = 1$

$$\Longrightarrow \left(N\left|\alpha\right|^2\right) = \sum_{\upsilon=0}^{N/2} \frac{\left(\left|\alpha\right|^2\right)^{\upsilon}}{\rho\left(\upsilon; N\right)}$$

$\left(N\left|\alpha\right|^2\right)$ et le facteur de normalisation ou les quantités $\rho\left(\upsilon; N\right)$ positives sont définies comme suit

$$\rho\left(\upsilon; N\right) = N^{\upsilon} \frac{\Gamma\left(\upsilon+1\right)\Gamma\left(N+1-\upsilon\right)}{\Gamma\left(N+1\right)}$$

A l'aide des états de morce en peut introduire les états chat de Shrodinger,peuvent étre exprimée comme une superposistion des éats propre de facon suivante :

$$|\varphi\rangle = \frac{1}{\left(N\left|\alpha\right|^2\right)^{1/2}} \sum_{\upsilon=0}^{N/2} \frac{\alpha^{\upsilon}}{\sqrt{\rho(\upsilon; N)}} \left|\Psi_n^{\nu}\right\rangle \tag{2.1}$$

Dans le cas de chat de Shrodinger α, φ, N,ces état cohérant peuvent étre écrit en fonction de l'état de fock

$$|\pm\alpha\rangle = \frac{1}{\left(N\left|\alpha\right|^2\right)^{1/2}} \sum_{\upsilon=0}^{N/2} \frac{\left(\pm\alpha^{\upsilon}\right)}{\sqrt{\rho(\upsilon; N)}} \left|\Psi_{\upsilon}\right\rangle$$

Dans le cas du chat de Schrödinger Φ prend la forme suivant :

$$|\Phi_{\pm}\rangle = \frac{1}{N_{\pm}}\left(|\alpha\rangle \pm |-\alpha\rangle\right)$$

Avec

$$N_{\pm} = \sum_{\upsilon=0}^{N/2} \left(\frac{\left(\left|\alpha\right|^2\right)^{\upsilon}}{\rho\left(\upsilon; N\right)}\right)^{1/2}$$

Pour porter notre information en choisissant des valeurs spécifique de la phase ■, on obtient quatre états superposé.

$$\begin{aligned}
|\alpha\rangle + |-\alpha\rangle &\rightarrow |0_L\rangle \\
|\alpha\rangle - |-\alpha\rangle &\rightarrow |1_L\rangle \\
|\alpha\rangle + i\,|-\alpha\rangle &\rightarrow |0_L\rangle \\
|\alpha\rangle - i\,|-\alpha\rangle &\rightarrow |1_L\rangle
\end{aligned}$$

Qui donne deux base pour un quibit logique codage de qubit, on définir le qubit.

2.2.2 Le Qubit des états cohérents de Morse

En information quantique le qubit est l'état quantique que représente la plus petite unité de stockage d'information quantique. La différence essentielle avec l'état classique 0/1 est que le qubit peut se trouver dans d'autres états (une infinité)

que les états $|0\rangle$ ou $|1\rangle$. En fait tout état de la forme

$$|\varphi\rangle = \alpha\,|0\rangle + \beta\,|1\rangle \tag{2.2}$$

Avec

$$|0\rangle = A\,|\Psi_+\rangle + B\,|\Psi_-\rangle \tag{2.3}$$

$$|1\rangle = A\,|\Psi_+\rangle - B\,|\Psi_-\rangle \tag{2.4}$$

avec α et β sont des nombres complexes et $|\alpha|^2 + |\beta|^2 = 1$, et $|\ 0\rangle$ et $|\ 1\rangle$ les deux vecteurs de base de l'espace de Hilbert des qu-bits.

si en revien a l'état intrique $|\alpha\rangle_{BC}$,soit 2 qu-bits le premier B vit dans un espace de Hilbert H_B , et le second qu-bit C dans un espace de Hilbert H_C.

$$|\varphi_B\rangle = a_0\,|0\rangle_B + a_1\,|1\rangle_B\,, |a_0| + |a_1| = 1 \tag{2.5}$$

$$|\varphi_C\rangle = b_0\,|0\rangle_C + b_1\,|1\rangle_C\,, |b_0| + |b_1| = 1 \tag{2.6}$$

Et les base $\{|0\rangle_B, |1\rangle_B\}$ dans l'espace H_A et la base $\{|0\rangle_C, |1\rangle_C\}$ dans l'espace H_C son des base orthonormé .

le produit tensoriell $|\varphi_B \otimes \varphi_C\rangle$ et donné

$$|\varphi_B \otimes \varphi_C\rangle = a_0 b_0 |0_B \otimes 0_C\rangle + a_0 b_1 |0_B \otimes 1_C\rangle + a_1 b_0 |1_B \otimes 0_C\rangle + a_1 b_1 |1_B \otimes 1_C\rangle \quad (2.7)$$

On note que $|\Psi\rangle$ soit de la forme $|\varphi_B \otimes \varphi_C\rangle$,une condiion néccessaire est que :

$$\alpha = a_0 b_0 \quad , \quad \beta = a_0 b_1 \quad (2.8)$$

$$\gamma = \ a_1 b_0 \quad , \ \delta = a_1 b_1 \quad (2.9)$$

$$\Longrightarrow \alpha\delta = \beta\gamma \quad (2.10)$$

La forme d'état intiqué $|\Psi\rangle$ est suivante

$$\left|\Psi^+\right\rangle_{BC} = \frac{1}{\sqrt{2}} \left(|0_B \otimes 1_C\rangle - |1_B \otimes 0_C\rangle\right) \quad (2.11)$$

$$\begin{aligned} &\alpha = 0, \quad \beta = \gamma = \frac{1}{\sqrt{2}} \\ &\delta = 0, \quad \Rightarrow \ \alpha\delta + \beta\gamma \end{aligned} \quad (2.12)$$

2.2.3 Les états de Bell

Les états de bell (le nom de leur auteur : John Stewart Bell) est constitué comme le prototype des états intriqués .

En site les quetre états de bell :

$$\left|\Psi^-\right\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}\left(|01\rangle - |10\rangle\right) \quad (2.13)$$
$$\left|\Psi^+\right\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}\left(|01\rangle + |10\rangle\right) \quad (2.14)$$
$$\left|\Phi^-\right\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}\left(|00\rangle - |11\rangle\right) \quad (2.15)$$
$$\left|\Phi^+\right\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}\left(|00\rangle + |11\rangle\right) \quad (2.16)$$

Ces états forment une base orthonormée de H , pour tout :

$$|\Psi\rangle = \alpha|00\rangle + \beta|01\rangle + \gamma|10\rangle + \delta|11\rangle \quad (2.17)$$
$$|\Psi\rangle = \begin{pmatrix} |\Phi^+\rangle\langle\Phi^+ \mid \Psi\rangle + |\Phi^-\rangle\langle\Phi^- \mid \Psi\rangle \\ + |\Psi^+\rangle\langle\Psi^+ \mid \Psi\rangle + |\Psi^-\rangle\langle\Psi^- \mid \Psi\rangle \end{pmatrix} \quad (2.18)$$
$$= \frac{1}{\sqrt{2}}\begin{bmatrix} (\alpha+\delta)|\Phi^+\rangle + (\alpha-\delta)|\Phi^-\rangle \\ + (\beta+\gamma)|\Psi^+\rangle + (\beta-\gamma)|\Psi^-\rangle \end{bmatrix} \quad (2.19)$$

La bae $\{|00\rangle, |01\rangle, |10\rangle, |11\rangle\}$ dans l'espace H.

Les états cohérent sont les états qui sont beaucoup utilise dans le cadre de l'information quantique, pour transférer l'intrication et pour effectué une téléportation ,dans se cas la l'étude basé sur d'autres états qui sont les états chat de Shrodinger cette caégorie des états pour téléporté un qubit , généralement les états cohérents intriqué proposé comme des cnnaux quantique pour téléporté état inconnu, l'état intriqué prend la forme suivant

$$|\alpha\rangle_{ab} = \frac{\left(|\alpha,\alpha\rangle + |-\alpha,-\alpha\rangle\right)}{N_{ab}} \quad (2.20)$$

cette état utilisé par Enk et Hirota pour la téléportation d'un état chat , Wang utilisé cette état intriqué.

$$|\Phi\rangle_{\alpha}^{\pm}=N_{\alpha}^{\pm}\left(\left|\sqrt{2\alpha},\alpha,\alpha\right\rangle_{abc}\pm\left|\sqrt{2\alpha},\alpha,\alpha\right\rangle_{abc}\right)$$

2.2.4 La téléportation

1 • Alice et bob partagent une paire de particules $(B-C)$ dans un état de Bell (par exemple $|\Psi^{+}\rangle_{BC}$) :

$$\left|\Psi^{+}\right\rangle_{BC}=\frac{1}{\sqrt{2}}\left(|00\rangle_{BC}+|11\rangle_{BC}\right) \tag{2.21}$$

2 • Alice reçot un qubit (A) dans l'état inconnu et se propose de la transmettre à bob :

$$|\varphi\rangle_{A}=\alpha\,|0\rangle_{A}+\beta\,|1\rangle_{A} \tag{2.22}$$

3 • Alice couple le qubit (A) à son partenaire EPR et effectue une mesure de l'état de Bell et informe Bob de résultat par une voie classique.

4 • L'état final de (C) dépond de l'état initial de (A) et du résultat de la mesure d'Alice.

Quantum operateur sur les 3 qubits $(A,\text{et}\;\; B-C)$

$$|\varphi\rangle_{A}\otimes\left|\Psi^{+}\right\rangle_{BC}=|\Psi\rangle_{ABC} \tag{2.23}$$

:

$$\begin{aligned}|\varphi\rangle_{A}\otimes\left|\Psi^{+}\right\rangle_{BC} &= \left(\alpha\,|0\rangle_{A}+\beta\,|1\rangle_{A}\right)\otimes\frac{1}{\sqrt{2}}\left(|00\rangle_{BC}+|11\rangle_{BC}\right)\\ &= \begin{pmatrix}\frac{\alpha}{\sqrt{2}}\,|00\rangle_{AB}\,|0\rangle_{C}+\frac{\alpha}{\sqrt{2}}\,|01\rangle_{AB}\,|1\rangle_{C}\\ +\frac{\beta}{\sqrt{2}}\,|10\rangle_{AB}\,|0\rangle_{C}+\frac{\beta}{\sqrt{2}}\,|11\rangle_{AB}\,|1\rangle_{C}\end{pmatrix}\end{aligned} \tag{2.24}$$

La base de Bell

$$\begin{aligned}
\left|\Phi^{-}\right\rangle_{AB} &= \frac{1}{\sqrt{2}}\left(|01\rangle_{AB} - |10\rangle_{AB}\right) \\
\left|\Phi^{+}\right\rangle_{AB} &= \frac{1}{\sqrt{2}}\left(|01\rangle_{AB} + |10\rangle_{AB}\right) \\
\left|\Psi^{-}\right\rangle_{AB} &= \frac{1}{\sqrt{2}}\left(|00\rangle_{AB} - |11\rangle_{AB}\right) \\
\left|\Psi^{+}\right\rangle_{AB} &= \frac{1}{\sqrt{2}}\left(|00\rangle_{AB} + |11\rangle_{AB}\right)
\end{aligned}$$

On trouve

$$|00\rangle_{AB} = \frac{1}{\sqrt{2}}\left(\left|\Phi^{+}\right\rangle_{AB} + \left|\Phi^{-}\right\rangle_{AB}\right) \tag{2.25}$$

$$|01\rangle_{AB} = \frac{1}{\sqrt{2}}\left(\left|\Psi^{+}\right\rangle_{AB} + \left|\Psi^{-}\right\rangle_{AB}\right) \tag{2.26}$$

$$\begin{aligned}
|\Psi\rangle_{ABC} &= \begin{pmatrix}
\frac{\alpha}{2}\left[|\Phi^{+}\rangle_{AB} + |\Phi^{-}\rangle_{AB}\right]|0\rangle_C \\
+\frac{\alpha}{2}\left[|\Psi^{+}\rangle_{AB} + |\Psi^{-}\rangle_{AB}\right]|1\rangle_C \\
+\frac{\beta}{2}\left[|\Psi^{+}\rangle_{AB} - |\Psi^{-}\rangle_{AB}\right]|0\rangle_C \\
+\frac{\beta}{2}\left[|\Phi^{+}\rangle_{AB} - |\Phi^{-}\rangle_{AB}\right]|1\rangle_C
\end{pmatrix} \\
&= \begin{bmatrix}
\frac{\alpha}{2}|\Phi^{+}\rangle_{AB}|0\rangle_C + \frac{\alpha}{2}|\Phi^{-}\rangle_{AB}|0\rangle_C \\
+\frac{\alpha}{2}|\Psi^{+}\rangle_{AB}|1\rangle_C + \frac{\alpha}{2}|\Psi^{-}\rangle_{AB}|1\rangle_C \\
+\frac{\beta}{2}|\Psi^{+}\rangle_{AB}|0\rangle_C - \frac{\beta}{2}|\Psi^{-}\rangle_{AB}|0\rangle_C \\
+\frac{\beta}{2}|\Phi^{+}\rangle_{AB}|1\rangle_C - \frac{\beta}{2}|\Phi^{-}\rangle_{AB}|1\rangle_C
\end{bmatrix} \\
&= \frac{1}{2}\begin{bmatrix}
|\Phi^{+}\rangle_{AB}\left(\alpha|0\rangle_C + \beta|1\rangle_C\right) \\
+|\Phi^{-}\rangle_{AB}\left(\alpha|0\rangle_C - \beta|1\rangle_C\right) \\
+|\Psi^{+}\rangle_{AB}\left(\alpha|1\rangle_C + \beta|0\rangle_C\right) \\
+|\Psi^{-}\rangle_{AB}\left(\alpha|1\rangle_C - \beta|0\rangle_C\right)
\end{bmatrix}
\end{aligned} \tag{2.27}$$

5 • Bob applique une transformation unitaire sur le qubit (C), la transformation et déterminé par les informations de parité

et de phase d'Alice.

$$\begin{aligned}
\left|\Phi^{+}\right\rangle_{AB} &\rightarrow I \\
\left|\Phi^{-}\right\rangle_{AB} &\rightarrow \hat{\sigma}_z \\
\left|\Psi^{+}\right\rangle_{AB} &\rightarrow \hat{\sigma}_x \\
\left|\Psi^{-}\right\rangle_{AB} &\rightarrow -i\hat{\sigma}_y
\end{aligned}$$

$$|\Phi\rangle_{ABC} = \frac{1}{2}\left[\begin{array}{c} |\Phi^{+}\rangle_{AB}\,|\varphi\rangle_C + |\Phi^{-}\rangle_{AB}\,\hat{\sigma}_z\,|\varphi\rangle_C \\ +\,|\Psi^{+}\rangle_{AB}\,\hat{\sigma}_x\,|\varphi\rangle_C + |\Psi^{-}\rangle_{AB}\,(-i\hat{\sigma}_y)\,|\varphi\rangle_C \end{array}\right]$$

Avec

$$\hat{\sigma}_x = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \qquad \hat{\sigma}_y = \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix}, \qquad \hat{\sigma}_z = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$$

Alice et bob partagent une paire de particules $(B - C)$ dans un état de Bell$|\Phi^{+}\rangle_{BC}$:

$$\left|\Phi^{+}\right\rangle_{BC} = \frac{1}{\sqrt{2}}\left(|00\rangle_{BC} + |11\rangle_{BC}\right) \tag{2.28}$$

$$|\varphi\rangle_A \otimes \left|\Phi^{+}\right\rangle_{BC} = |\Phi\rangle_{ABC} \tag{2.29}$$

$$
\begin{aligned}
|\varphi\rangle_A \otimes \left|\Phi^+\right\rangle_{BC} &= (\alpha\,|0\rangle_A + \beta\,|1\rangle_A) \otimes \frac{1}{\sqrt{2}}\left(|01\rangle_{BC} + |10\rangle_{BC}\right) \\
&= \left(\begin{array}{c} \frac{\alpha}{\sqrt{2}}\,|00\rangle_{AB}\,|1\rangle_C + \frac{\alpha}{\sqrt{2}}\,|01\rangle_{AB}\,|0\rangle_C \\ +\frac{\beta}{\sqrt{2}}\,|10\rangle_{AB}\,|1\rangle_C + \frac{\beta}{\sqrt{2}}\,|11\rangle_{AB}\,|0\rangle_C \end{array}\right) \\
&= \frac{\alpha}{2}\left[\begin{array}{c} \left[|\Phi^+\rangle_{AB} + |\Phi^-\rangle_{AB}\right]|1\rangle_C \\ +\frac{\alpha}{2}\left[|\Psi^+\rangle_{AB} + |\Psi^-\rangle_{AB}\right]|0\rangle_C \\ +\frac{\beta}{2}\left[|\Psi^+\rangle_{AB} - |\Psi^-\rangle_{AB}\right]|1\rangle_C \\ +\frac{\beta}{2}\left[|\Phi^+\rangle_{AB} - |\Phi^-\rangle_{AB}\right]|0\rangle_C \end{array}\right] \\
&= \frac{1}{2}\left[\begin{array}{c} |\Phi^+\rangle_{AB}\,(\alpha\,|1\rangle_C + \beta\,|0\rangle_C) + |\Phi^-\rangle_{AB}\,(\alpha\,|1\rangle_C - \beta\,|0\rangle_C) \\ +\,|\Psi^+\rangle_{AB}\,(\alpha\,|0\rangle_C + \beta\,|1\rangle_C) + |\Psi^-\rangle_{AB}\,(\alpha\,|0\rangle_C - \beta\,|1\rangle_C) \end{array}\right]
\end{aligned} \tag{2.30}
$$

Alice envoi une transformation unitaire a bob ce dernier appliquer cette transformation pour obtenir celle que Alice voudra lire.

$$
\begin{aligned}
\left|\Phi^+\right\rangle_{AB} &\rightarrow \hat{\sigma}_x \\
\left|\Phi^-\right\rangle_{AB} &\rightarrow -i\hat{\sigma}_y \\
\left|\Psi^+\right\rangle_{AB} &\rightarrow I \\
\left|\Psi^-\right\rangle_{AB} &\rightarrow \hat{\sigma}_z
\end{aligned}
$$

$$
|\Phi\rangle_{ABC} = \frac{1}{2}\left[\begin{array}{c} |\Phi^+\rangle_{AB}\,\hat{\sigma}_x\,|\varphi\rangle_C + |\Phi^-\rangle_{AB}\,(-i\hat{\sigma}_y)\,|\varphi\rangle_C \\ +\,|\Psi^+\rangle_{AB}\,|\varphi\rangle_C + |\Psi^-\rangle_{AB}\,\hat{\sigma}_z\,|\varphi\rangle_C \end{array}\right]
$$

Alice et bob partagent une paire de particules $(B-C)$ dans un état de Bell$|\Psi^-\rangle_{BC}$:

$$
\left|\Psi^-\right\rangle_{BC} = \frac{1}{\sqrt{2}}\left(|00\rangle_{BC} - |11\rangle_{BC}\right) \tag{2.31}
$$

$$
\begin{aligned}
|\varphi\rangle_A \otimes \left|\Psi^-\right\rangle_{BC} &= (\alpha\,|0\rangle_A + \beta\,|1\rangle_A) \otimes \frac{1}{\sqrt{2}}\,(|00\rangle_{BC} - |11\rangle_{BC}) \\
&= \begin{pmatrix} \frac{\alpha}{\sqrt{2}}\,|00\rangle_{AB}\,|0\rangle_C - \frac{\alpha}{\sqrt{2}}\,|01\rangle_{AB}\,|1\rangle_C \\ +\frac{\beta}{\sqrt{2}}\,|10\rangle_{AB}\,|0\rangle_C - \frac{\beta}{\sqrt{2}}\,|11\rangle_{AB}\,|1\rangle_C \end{pmatrix} \\
&= \begin{bmatrix} \frac{\alpha}{2}\,[|\Phi^+\rangle_{AB} + |\Phi^-\rangle_{AB}]\,|0\rangle_C - \frac{\alpha}{2}\,[|\Psi^+\rangle_{AB} + |\Psi^-\rangle_{AB}]\,|1\rangle_C \\ +\frac{\beta}{2}\,[|\Psi^+\rangle_{AB} - |\Psi^-\rangle_{AB}]\,|0\rangle_C - \frac{\beta}{2}\,[|\Phi^+\rangle_{AB} - |\Phi^-\rangle_{AB}]\,|1\rangle_C \end{bmatrix} \\
&= \frac{1}{2}\begin{bmatrix} |\Phi^+\rangle_{AB}\,(\alpha\,|0\rangle_C - \beta\,|1\rangle_C) + |\Phi^-\rangle_{AB}\,(\alpha\,|0\rangle_C + \beta\,|1\rangle_C) \\ +\,|\Psi^+\rangle_{AB}\,(-\alpha\,|1\rangle_C + \beta\,|0\rangle_C) + |\Psi^-\rangle_{AB}\,(-\alpha\,|1\rangle_C - \beta\,|0\rangle_C) \end{bmatrix}
\end{aligned}
\tag{2.32}
$$

Alice envoi une transformation unitaire a bob ce dernier appliquer cette transformation pour obtenir celle que Alice voudra lire.

$$
\begin{aligned}
\left|\Phi^+\right\rangle_{AB} &\rightarrow \hat{\sigma}_z \\
\left|\Phi^-\right\rangle_{AB} &\rightarrow I \\
\left|\Psi^+\right\rangle_{AB} &\rightarrow i\hat{\sigma}_y \\
\left|\Psi^-\right\rangle_{AB} &\rightarrow -\hat{\sigma}_x
\end{aligned}
$$

$$
|\Phi\rangle_{ABC} = \frac{1}{2}\begin{bmatrix} |\Phi^+\rangle_{AB}\,\hat{\sigma}_z\,|\varphi\rangle_C + |\Phi^-\rangle_{AB}\,|\varphi\rangle_C \\ +\,|\Psi^+\rangle_{AB}\,(i\hat{\sigma}_y)\,|\varphi\rangle_C + |\Psi^-\rangle_{AB}\,(-\hat{\sigma}_x)\,|\varphi\rangle_C \end{bmatrix}
$$

Le résultat de calcule ci-dessus représente ce que Bob reçoit après la transformation qui Alice vous envoyer .

Alice et bob partagent une paire de particules $(B - C)$ dans un état de Bell$|\Phi^-\rangle_{BC}$:

$$
\left|\Phi^-\right\rangle_{BC} = \frac{1}{\sqrt{2}}\,(|01\rangle_{BC} - |10\rangle_{BC}) \tag{2.33}
$$

$$
\begin{aligned}
|\varphi\rangle_A \otimes \left|\Phi^-\right\rangle_{BC} &= (\alpha\,|0\rangle_A + \beta\,|1\rangle_A) \otimes \frac{1}{\sqrt{2}}\left(|01\rangle_{BC} - |10\rangle_{BC}\right) \\
&= \frac{\alpha}{\sqrt{2}}\,|00\rangle_{AB}\,|1\rangle_C - \frac{\alpha}{\sqrt{2}}\,|01\rangle_{AB}\,|0\rangle_C + \frac{\beta}{\sqrt{2}}\,|10\rangle_{AB}\,|1\rangle_C - \frac{\beta}{\sqrt{2}}\,|11\rangle_{AB}\,|0\rangle_C \\
&= \frac{\alpha}{2}\left[\begin{array}{c} \left[|\Phi^+\rangle_{AB} + |\Phi^-\rangle_{AB}\right]|1\rangle_C - \frac{\alpha}{2}\left[|\Psi^+\rangle_{AB} + |\Psi^-\rangle_{AB}\right]|0\rangle_C \\ +\frac{\beta}{2}\left[|\Psi^+\rangle_{AB} - |\Psi^-\rangle_{AB}\right]|1\rangle_C - \frac{\beta}{2}\left[|\Phi^+\rangle_{AB} - |\Phi^-\rangle_{AB}\right]|0\rangle_C \end{array}\right] \\
&= \frac{1}{2}\left[\begin{array}{c} |\Phi^+\rangle_{AB}\,(\alpha\,|1\rangle_C - \beta\,|0\rangle_C) + |\Phi^-\rangle_{AB}\,(\alpha\,|1\rangle_C + \beta\,|0\rangle_C) \\ +\,|\Psi^+\rangle_{AB}\,(-\alpha\,|0\rangle_C + \beta\,|1\rangle_C) + |\Psi^-\rangle_{AB}\,(-\alpha\,|0\rangle_C - \beta\,|1\rangle_C) \end{array}\right]
\end{aligned}
$$

Alice envoi une transformation unitaire a bob ce dernier appliquer cette transformation pour obtenir celle que Alice voudra lire.

$$
\begin{aligned}
\left|\Phi^+\right\rangle_{AB} &\rightarrow -i\hat{\sigma}_y \\
\left|\Phi^-\right\rangle_{AB} &\rightarrow \hat{\sigma}_x \\
\left|\Psi^+\right\rangle_{AB} &\rightarrow I \\
\left|\Psi^-\right\rangle_{AB} &\rightarrow -I
\end{aligned}
$$

$$
|\Phi\rangle_{ABC} = \frac{1}{2}\left[\begin{array}{c} |\Phi^+\rangle_{AB}\,(-i\hat{\sigma}_y)\,|\varphi\rangle_C + |\Phi^-\rangle_{AB}\,\hat{\sigma}_x\,|\varphi\rangle_C \\ +\,|\Psi^+\rangle_{AB}\,(-\hat{\sigma}_z)\,|\varphi\rangle_C + |\Psi^-\rangle_{AB}\,(-I)\,|\varphi\rangle_C \end{array}\right]
$$

Reconstitue l'état toujours inconnu $|\varphi\rangle$ sur la particule (C)

2.3 Téléportation des états cohérents déformées de Morse

2.3.1 Le Qubit des états cohérents déformées de Morse

On va construire un qubit déformé à l'aide des états chat de Schrodinger pour le modèle de Morse déformé. Comme le qubit déformé est l'état d'un système quantique à 2 niveaux $\{|\bar{0}\rangle, |\bar{1}\rangle\}$ appartenant à l'espace de Hilbert. Dans le cas général, un qubit se trouve dans une superposition de ces deux états, que l'on peut décrire par une combinaison linéaire des deux états orthonormé $\{|\bar{0}\rangle, |\bar{1}\rangle\}$:

$$|\varphi\rangle_q = \gamma|\bar{0}\rangle + \delta|\bar{1}\rangle \quad \text{avec } |\gamma|^2 + |\delta|^2 = 1 \tag{2.34}$$

Puisque $|\Psi_+\rangle$ et $|\Psi_-\rangle$ sont orthogonaux, nous sommes conduits au codage logique suivant pour un qubit unique **??**

$$|\bar{0}\rangle \equiv |\Psi_+\rangle = N_+ \left(|\alpha, f_q\rangle + |-\alpha, f_q\rangle\right) \tag{2.35}$$

$$|\bar{1}\rangle \equiv |\Psi_-\rangle = N_- \left(|\alpha, f_q\rangle - |-\alpha, f_q\rangle\right) \tag{2.36}$$

2.3.2 Les états de Bell

La base de bell est à la base d'une part de deux particules état enchevétré

La base Bell compte quatre vecteurs de base possibles

$$\left|\Phi^-\right\rangle_q = \frac{1}{\sqrt{2}}\left(|\bar{0}\bar{1}\rangle - |\bar{1}\bar{0}\rangle\right) \tag{2.37}$$

$$\left|\Phi^+\right\rangle_q = \frac{1}{\sqrt{2}}\left(|\bar{0}\bar{1}\rangle + |\bar{1}\bar{0}\rangle\right) \tag{2.38}$$

$$\left|\Psi^-\right\rangle_q = \frac{1}{\sqrt{2}}\left(|\bar{0}\bar{0}\rangle + |\bar{1}\bar{1}\rangle\right) \tag{2.39}$$

$$\left|\Psi^+\right\rangle_q = \frac{1}{\sqrt{2}}\left(|\bar{0}\bar{0}\rangle + |\bar{1}\bar{1}\rangle\right) \tag{2.40}$$

Dans le cas de potentiel de Morse déformé le canal quantique s'écrive se la forme suivante

$$\left|\Phi^-\right\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}\left(|\Psi_+\Psi_-\rangle - |\Psi_-\Psi_+\rangle\right) \tag{2.41}$$

$$\left|\Phi^+\right\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}\left(|\Psi_+\Psi_-\rangle + |\Psi_-\Psi_+\rangle\right) \tag{2.42}$$

$$\left|\Psi^-\right\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}\left(|\Psi_+\Psi_+\rangle - |\Psi_-\Psi_-\rangle\right) \tag{2.43}$$

$$\left|\Psi^+\right\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}\left(|\Psi_+\Psi_+\rangle + |\Psi_-\Psi_-\rangle\right) \tag{2.44}$$

La téléportation

Le protocole de téléportation des états cohérents déformées de Morse est suivant

qubit(A) déformé Alice

$$|\varphi\rangle_A^q = \gamma\,|\bar{0}\rangle_A + \delta\,|\bar{1}\rangle_A$$

les deux qubit (B) et (C) intriqué

$$\left|\Psi^+\right\rangle_{BC}^q = \frac{1}{\sqrt{2}}\left(|\bar{0}\bar{0}\rangle_{BC} + |\bar{1}\bar{1}\rangle_{BC}\right)$$

Alice et bob partagent une paire de particules déformée $(B - C)$ dans un état de Bell déformée $|\Psi^+\rangle_{BC}^q$

L'état initial des trois qubit est donc :

$$
\begin{aligned}
|\varphi\rangle_A^q \otimes \left|\Psi^+\right\rangle_{BC}^q &= \left(\gamma\,|\bar{0}\rangle_A + \delta\,|\bar{1}\rangle_A\right) \otimes \frac{1}{\sqrt{2}}\left(|\bar{0}\bar{0}\rangle_{BC} + |\bar{1}\bar{1}\rangle_{BC}\right) \\
&= \left(\begin{array}{c} \frac{\gamma}{\sqrt{2}}\,|\bar{0}\bar{0}\rangle_{AB} \otimes |0\rangle_C + \frac{\gamma}{\sqrt{2}}\,|\bar{0}\bar{1}\rangle_{AB} \otimes |\bar{1}\rangle_C \\ +\frac{\delta}{\sqrt{2}}\,|\bar{1}\bar{0}\rangle_{AB} \otimes |\bar{0}\rangle_C + \frac{\delta}{\sqrt{2}}\,|\bar{1}\bar{1}\rangle_{AB} \otimes |\bar{1}\rangle_C \end{array}\right)
\end{aligned} \tag{2.45}
$$

À partir de La base de Bell on trouve :

$$
|\bar{0}\bar{0}\rangle_{AB} = \frac{1}{\sqrt{2}}\left(\left|\Phi^+\right\rangle_{AB}^q + \left|\Phi^-\right\rangle_{AB}^q\right) \tag{2.46}
$$

$$
|\bar{0}\bar{1}\rangle_{AB} = \frac{1}{\sqrt{2}}\left(\left|\Psi^+\right\rangle_{AB}^q + \left|\Psi^-\right\rangle_{AB}^q\right) \tag{2.47}
$$

$$
|\bar{1}\bar{0}\rangle_{AB} = \frac{1}{\sqrt{2}}\left(\left|\Psi^+\right\rangle_{AB}^q - \left|\Psi^-\right\rangle_{AB}^q\right) \tag{2.48}
$$

$$
|\bar{1}\bar{1}\rangle_{AB} = \frac{1}{\sqrt{2}}\left(\left|\Phi^+\right\rangle_{AB}^q - \left|\Phi^-\right\rangle_{AB}^q\right) \tag{2.49}
$$

donc

$$
\begin{aligned}
&= \left[\begin{array}{c} \gamma\left(\frac{\left|\Phi^+\right\rangle_{AB}^q + \left|\Phi^-\right\rangle_{AB}^q}{2}\right)|\bar{0}\rangle_C + \gamma\left(\frac{\left|\Psi^+\right\rangle_{AB}^q + \left|\Psi^-\right\rangle_{AB}^q}{2}\right)|\bar{1}\rangle_C \\ +\delta\left(\frac{\left|\Psi^+\right\rangle_{AB}^q - \left|\Psi^-\right\rangle_{AB}^q}{2}\right)|\bar{0}\rangle_C + \delta\left(\frac{\left|\Phi^+\right\rangle_{AB}^q - \left|\Phi^-\right\rangle_{AB}^q}{2}\right)|\bar{1}\rangle_C \end{array}\right] \\
&= \frac{1}{2}\left[\begin{array}{c} |\Phi^+\rangle_{AB}^q\left(\gamma\,|\bar{0}\rangle + \delta\,|\bar{1}\rangle\right) + |\Phi^-\rangle_{AB}^q\left(\gamma\,|\bar{0}\rangle - \delta\,|\bar{1}\rangle\right) \\ +\,|\Psi^+\rangle_{AB}^q\left(\gamma\,|\bar{0}\rangle + \delta\,|\bar{1}\rangle\right) + |\Psi^-\rangle_{AB}^q\left(\gamma\,|\bar{0}\rangle - \delta\,|\bar{1}\rangle\right) \end{array}\right]
\end{aligned}
$$

Alice envoi une transformation unitaire a bob ce dernier appliquer cette transformation pour obtenir celle que Alice voudra lire.

$$
\begin{aligned}
\left|\Phi^{+}\right\rangle_{AB}^{q} &\rightarrow I \\
\left|\Phi^{-}\right\rangle_{AB}^{q} &\rightarrow \hat{\sigma}_z \\
\left|\Psi^{+}\right\rangle_{AB}^{q} &\rightarrow \hat{\sigma}_x \\
\left|\Psi^{-}\right\rangle_{AB}^{q} &\rightarrow -i\hat{\sigma}_y
\end{aligned}
$$

$$
|\Phi\rangle_{ABC}^{q} = \frac{1}{2}\left[\begin{array}{c} |\Phi^{+}\rangle_{AB}^{q}\,|\varphi\rangle_{q}^{C} + |\Phi^{-}\rangle_{AB}^{q}\,\hat{\sigma}_z\,|\varphi\rangle_{q}^{C} \\ +\,|\Psi^{+}\rangle_{AB}^{q}\,\hat{\sigma}_x\,|\varphi\rangle_{q}^{C} + |\Psi^{-}\rangle_{AB}^{q}\,(-i\hat{\sigma}_y)\,|\varphi\rangle_{q}^{C} \end{array}\right]
$$

Alice et bob partagent une paire de particules déformée $(B-C)$ dans un état de Bell déformée $|\Psi^{-}\rangle_{BC}^{q}$

L'état initial des trois qubit est donc :

$$
\begin{aligned}
|\varphi\rangle_{AB}^{q} \otimes \left|\Psi^{-}\right\rangle_{BC}^{q} &= \left(\gamma\,|\bar{0}\rangle_{A} + \delta\,|\bar{1}\rangle_{A}\right) \otimes \frac{1}{\sqrt{2}}\left(|\bar{0}\bar{0}\rangle_{BC} - |\bar{1}\bar{1}\rangle_{BC}\right) \\
&= \left(\begin{array}{c} \frac{\gamma}{\sqrt{2}}\,|\bar{0}\bar{0}\rangle_{AB} \otimes |0\rangle_{C} - \frac{\gamma}{\sqrt{2}}\,|\bar{0}\bar{1}\rangle_{AB} \otimes |\bar{1}\rangle_{C} \\ +\frac{\delta}{\sqrt{2}}\,|\bar{1}\bar{0}\rangle_{AB} \otimes |\bar{0}\rangle_{C} - \frac{\delta}{\sqrt{2}}\,|\bar{1}\bar{1}\rangle_{AB} \otimes |\bar{1}\rangle_{C} \end{array}\right) \\
&= \left[\begin{array}{c} \gamma\left(\frac{\left|\Phi^{+}\right\rangle_{AB}^{q} + \left|\Phi^{-}\right\rangle_{AB}^{q}}{2}\right)|\bar{0}\rangle_{C} - \gamma\left(\frac{\left|\Psi^{+}\right\rangle_{AB}^{q} + \left|\Psi^{-}\right\rangle_{AB}^{q}}{2}\right)|\bar{1}\rangle_{C} \\ +\delta\left(\frac{\left|\Psi^{+}\right\rangle_{AB}^{q} - \left|\Psi^{-}\right\rangle_{AB}^{q}}{2}\right)|\bar{0}\rangle_{C} - \delta\left(\frac{\left|\Phi^{+}\right\rangle_{AB}^{q} - \left|\Phi^{-}\right\rangle_{AB}^{q}}{2}\right)|\bar{1}\rangle_{C} \end{array}\right] \\
&= \frac{1}{2}\left[\begin{array}{c} |\Phi^{+}\rangle_{AB}^{q}\left(\gamma\,|0\rangle_{C} - \delta\,|1\rangle_{C}\right) + |\Phi^{-}\rangle_{AB}^{q}\left(\gamma\,|0\rangle_{C} + \delta\,|1\rangle_{C}\right) \\ +\,|\Psi^{+}\rangle_{AB}^{q}\left(\gamma\,|1\rangle_{C} + \delta\,|0\rangle_{C}\right) + |\Psi^{-}\rangle_{AB}^{q}\left(-\alpha\,|1\rangle_{C} - \delta\,|0\rangle_{C}\right) \end{array}\right]
\end{aligned} \tag{2.50}
$$

Alice envoi une transformation unitaire a bob ce dernier appliquer cette transformation pour obtenir celle que Alice voudra lire.

$$
\begin{aligned}
\left|\Phi^{+}\right\rangle_{AB}^{q} &\rightarrow \hat{\sigma}_{z} \\
\left|\Phi^{-}\right\rangle_{AB}^{q} &\rightarrow I \\
\left|\Psi^{+}\right\rangle_{AB}^{q} &\rightarrow i\hat{\sigma}_{y} \\
\left|\Psi^{-}\right\rangle_{AB}^{q} &\rightarrow -\hat{\sigma}_{x}
\end{aligned}
$$

$$
|\Phi\rangle_{ABC}^{q}=\frac{1}{2}\left[\begin{array}{c}
\hat{\sigma}_{z}\,|\Phi^{+}\rangle_{AB}^{q}\,|\varphi\rangle_{C}^{q}+|\Phi^{-}\rangle_{AB}^{q}\,|\varphi\rangle_{C}^{q} \\
+|\Psi^{+}\rangle_{AB}^{q}\,(i\hat{\sigma}_{y})\,|\varphi\rangle_{C}^{q}+|\Psi^{-}\rangle_{AB}^{q}\,(-\hat{\sigma}_{x})\,|\varphi\rangle_{C}^{q}
\end{array}\right]
$$

Alice et bob partagent une paire de particules déformée $(B-C)$ dans un état de Bell déformée $|\Phi^{+}\rangle_{BC}^{q}$

L'état initial des trois qubit est donc :

$$
|\varphi\rangle_{A}^{q}\otimes_{q}\left|\Phi^{+}\right\rangle_{BC}^{q}=|\Phi\rangle_{ABC} \tag{2.51}
$$

$$
\begin{aligned}
|\varphi\rangle_{A}^{q}\otimes\left|\Phi^{+}\right\rangle_{BC}^{q}1 &= \left(\gamma\,|\bar{0}\rangle_{A}+\delta\,|\bar{1}\rangle_{A}\right)\otimes\frac{1}{\sqrt{2}}\left(|\bar{0}\bar{1}\rangle_{BC}+|\bar{1}\bar{0}\rangle_{BC}\right) \\
&= \left(\begin{array}{c}
\frac{\gamma}{\sqrt{2}}\,|\bar{0}\bar{0}\rangle_{AB}\,|\bar{1}\rangle_{C}+\frac{\gamma}{\sqrt{2}}\,|\bar{0}\bar{1}\rangle_{AB}\,|\bar{0}\rangle_{C} \\
+\frac{\delta}{\sqrt{2}}\,|\bar{1}\bar{0}\rangle_{AB}\,|\bar{1}\rangle_{C}+\frac{\delta}{\sqrt{2}}\,|\bar{1}\bar{1}\rangle_{AB}\,|\bar{0}\rangle_{C}
\end{array}\right) \\
&= \left[\begin{array}{c}
\frac{\gamma}{2}\left[|\Phi^{+}\rangle_{BC}^{q}+|\Phi^{-}\rangle_{BC}^{q}\right]|\bar{1}\rangle_{C}+\frac{\gamma}{2}\left[|\Psi^{+}\rangle_{AB}^{q}+|\Psi^{-}\rangle_{AB}^{q}\right]|\bar{0}\rangle_{C} \\
+\frac{\delta}{2}\left[|\Psi^{+}\rangle_{AB}-|\Psi^{-}\rangle_{AB}^{q}\right]|\bar{1}\rangle_{C}+\frac{\delta}{2}\left[|\Phi^{+}\rangle_{AB}^{q}-|\Phi^{-}\rangle_{AB}^{q}\right]|\bar{0}\rangle_{C}
\end{array}\right] \\
&= \frac{1}{2}\left[\begin{array}{c}
|\Phi^{+}\rangle_{BC}^{q}\left(\gamma\,|\bar{1}\rangle_{C}+\delta\,|\bar{0}\rangle_{C}\right)+|\Phi^{-}\rangle_{BC}^{q}\left(\gamma\,|\bar{1}\rangle_{C}-\delta\,|\bar{0}\rangle_{C}\right) \\
+|\Psi^{+}\rangle_{AB}^{q}\left(\gamma\,|\bar{0}\rangle_{C}+\delta\,|\bar{1}\rangle_{C}\right)+|\Psi^{-}\rangle_{AB}^{q}\left(\gamma\,|\bar{0}\rangle_{C}-\delta\,|\bar{1}\rangle_{C}\right)
\end{array}\right]
\end{aligned} \tag{2.52}
$$

Alice envoi une transformation unitaire a bob ce dernier appliquer cette transformation pour obtenir celle que Alice voudra lire.

$$
\begin{aligned}
\left|\Phi^{+}\right\rangle_{AB}^{q} &\rightarrow \hat{\sigma}_x \\
\left|\Phi^{-}\right\rangle_{AB}^{q} &\rightarrow -i\hat{\sigma}_y \\
\left|\Psi^{+}\right\rangle_{AB}^{q} &\rightarrow I \\
\left|\Psi^{-}\right\rangle_{AB}^{q} &\rightarrow \hat{\sigma}_z
\end{aligned}
$$

$$
|\Phi\rangle_{ABC}^{q} = \frac{1}{2}\left[\begin{array}{c} |\Phi^{+}\rangle_{BC}^{q}\,\hat{\sigma}_x\,|\varphi\rangle_C^q + |\Phi^{-}\rangle_{BC}^{q}\,(-i\hat{\sigma}_y)\,|\varphi\rangle_C^q \\ +\,|\Psi^{+}\rangle_{AB}^{q}\,|\varphi\rangle_C^q + |\Psi^{-}\rangle_{AB}^{q}\,\hat{\sigma}_z\,|\varphi\rangle_C^q \end{array}\right]
$$

Alice et bob partagent une paire de particules déformée $(B-C)$ dans un état de Bell déformée $|\Phi^{-}\rangle_{BC}^{q}$

L'état initial des trois qubit est donc :

$$
\begin{aligned}
|\varphi\rangle_A^q \otimes \left|\Phi^{-}\right\rangle_{BC}^{q} &= \left(\gamma\,|\bar{0}\rangle_A + \delta\,|\bar{1}\rangle_A\right) \otimes \frac{1}{\sqrt{2}}\left(|\bar{0}\bar{1}\rangle_{BC} - |\bar{1}\bar{0}\rangle_{BC}\right) \\
&= \left(\begin{array}{c} \frac{\alpha}{\sqrt{2}}\,|\bar{0}\bar{0}\rangle_{AB}\,|\bar{1}\rangle_C - \frac{\alpha}{\sqrt{2}}\,|\bar{0}\bar{1}\rangle_{AB}\,|\bar{0}\rangle_C \\ +\frac{\delta}{\sqrt{2}}\,|\bar{1}\bar{0}\rangle_{AB}\,|\bar{1}\rangle_C - \frac{\delta}{\sqrt{2}}\,|\bar{1}\bar{1}\rangle_{AB}\,|\bar{0}\rangle_C \end{array}\right) \\
&\left[\begin{array}{c} \frac{\alpha}{2}\left[|\Phi^{+}\rangle_{AB}^{q} + |\Phi^{-}\rangle_{AB}^{q}\right]|\bar{1}\rangle^{C} - \frac{\alpha}{2}\left[|\Psi^{+}\rangle_{AB}^{q} + |\Psi^{-}\rangle_{AB}^{q}\right]|\bar{0}\rangle_C \\ +\frac{\delta}{2}\left[|\Psi^{+}\rangle_{AB} - |\Psi^{-}\rangle_{AB}^{q}\right]|\bar{1}\rangle_C - \frac{\delta}{2}\left[|\Phi^{+}\rangle_{AB}^{q} - |\Phi^{-}\rangle_{AB}^{q}\right]|\bar{0}\rangle_C \end{array}\right] \\
&= \frac{1}{2}\left[\begin{array}{c} |\Phi^{+}\rangle_{AB}^{q}\,(\alpha\,|\bar{1}\rangle_C - \beta\,|\bar{0}\rangle_C) + |\Phi^{-}\rangle_{AB}^{q}\,(\alpha\,|\bar{1}\rangle_C + \beta\,|\bar{0}\rangle_C) \\ +\,|\Psi^{+}\rangle_{AB}^{q}\,(-\alpha\,|\bar{0}\rangle_C + \beta\,|\bar{1}\rangle_C) + |\Psi^{-}\rangle_{AB}^{q}\,(-\alpha\,|\bar{0}\rangle_C - \beta\,|\bar{1}\rangle_C) \end{array}\right]
\end{aligned} \tag{2.53}
$$

Alice envoi une transformation unitaire a bob ce dernier appliquer cette transformation pour obtenir celle que Alice voudra lire.

$$\begin{array}{rcl} \left|\Phi^{+}\right\rangle_{AB}^{q} & \rightarrow & -i\hat{\sigma}_{y} \\ \left|\Phi^{-}\right\rangle_{AB}^{q} & \rightarrow & \hat{\sigma}_{x} \\ \left|\Psi^{+}\right\rangle_{AB}^{q} & \rightarrow & -\hat{\sigma}_{z} \\ \left|\Psi^{-}\right\rangle_{AB}^{q} & \rightarrow & -I \end{array}$$

$$|\Phi\rangle_{ABC}^{q} = \frac{1}{2}\left[\begin{array}{c} |\Phi^{+}\rangle_{AB}^{q}\left(-i\hat{\sigma}_{y}\right)|\varphi\rangle_{C}^{q} + |\Phi^{-}\rangle_{AB}^{q}\,\hat{\sigma}_{x}\,|\varphi\rangle_{C}^{q} \\ +\,|\Psi^{+}\rangle_{AB}^{q}\left(-\hat{\sigma}_{z}\right)|\varphi\rangle_{C}^{q} + |\Psi^{-}\rangle_{AB}^{q}\left(-I\right)|\varphi\rangle_{C}^{q} \end{array}\right]$$

2.3.3 Conclusion

La téléportation quantique est une illustration parfaite de la notion de non-localité en mécanique quantique. L'existence de corrélations 'a longue distance de type EPR peut être utilisée pour transmettre de l'information quantique. On distingue par téléportation quantique le transport désincarné d'un état quantique d'un objet A vers un autre B dans un espace éloigné par un canal composé d'états intriqués avec l'aide d'une communication classique, avec l'état initial soit inconnu de expéditeur et du récepteur.

Conclusion générale

Dans ce travail, nous avons construit les états cohérents et les états cohérents q-déformés. Ces derniers sont appliquées en information quantique , ayant la propriété de se comporter de façon semblable aux états classiques du modèle équivalent. Et on a utilisé plus sur définition pour traité l'information quantique comme (Téléportation, l'intrication, qubit. . . . . . etc.) Dans ce travail, nous avons construit un nouvel ensemble d'états cohérents (en fait, états cohérents généralisés» de Perelomov) pour les états cohérents pour Morse et une meilleure approximation pour décrire les vibrations à l'intérieur des molécules diatomique, on choisi ses état pour les téléporter a l'aide des états chat de cat de Schrödinger, ou les états de Bell comme les états cohérents intriqué qui on a utilisé pour définir le canal de la Téléportation quantique.

Bibliographie

[1] C.E. Shannon. A mathematical theory of communication. Bell System Technical Journal, 27, 1948.

[2] M.A. Nielsen and I. L. Chuang. Quantum Computation and Quantum Information. Cambridge University Press, Cambridge, 2000.

[3] A. Einstein, R. Podolsky, and N. Rosen. Can quantum-mechanical description of physical reality be considered complete ? Physical Review, 4 (7), 1935.

[4] J. S. Bell. On the einstein-podolsky-rosen paradox. Physics, 1, 1964.

[5] F. Grosshans and Ph. Grangier. Continuous variable quantum cryptography using coherent states. Physical Review Letters, 88(5), 2002.

[6] S. J. van Enk and O. Hirota (2001). Entangled coherent states : Teleportation and decoherence, Phys. Rev. A 64, pp. 022313-1–022313-6.

[7] S. L. Braunstein and A. Mann (1995). Measurement of the Bell operator and quantum teleportation, Phys. Rev. A 51, pp. R1727–R1730.

[8] D. Bouwmeester, J. W. Pan, K. Mattle, M. Eibl, H. Weinfurter, and A. Zeilinger (1997). Experimental quantum teleporation, Nature 390, pp. 575–579.

[9] K. Mattle, H. Weinfurter, P. G. Kwiat, and A, Zeilinger (1996). Dense Coding in Experimental Quantum Communication, Phys. Rev. Lett. 76, pp. 4656–4659

[10] Schrödinger E. Der stetige Ubergang von der Mikrozur Makromechanik. Naturwissenschaften,14(1926) 664.

[11] Klauder, J R. continuous-representation theory. JOURNAL OF MATHEMATICAL physics, 4 (1963) 1055

[12] Glauber R J. coherent and incoherent states of the radiation .eld.physial review ,131 (1963) 2766.

[13] Glauber R J. The Quantum theory of optical choherence.physial review,130 (1963) 2529

[14] Kim M S, Agarwal G S. Reconstruction of an entangled state in cavity QED. Physics Review A, 59 (1999) 3044.

[15] Cl. Cohen-Tannoudji, B. Diu, F. Lalôe, Mécanique quantique, Hermann, Paris, 1973

A. Messiah, Mécanique quantique, Tomes 1 et 2, Dunod, Paris, 1995

L.D. Landau, E.M. Lifchitz, Mécanique, Mir, Moscou, 1982

[16] P.M. Morse : Phys. Rev. 34 (1929) 57.

[17] J.M. Sixdeniers, K.A. Penson, and A.I. Solomon : J. Phys. A : Math. Gen. 32 (1999) 7543.

A.M. Mathai and R.K. Saxena : Generalized Hypergeometric Functions with Applications in Statistics and Physical Sciences, Lecture Notes in Mathematics, Vol. 348, Springer-Verlag, Berlin.Heidelberg.New York, 1973.

J.M. Sixdeniers, K.A. Penson, and A.I. Solomon : J. Phys. A : Math. Gen. 32 (1999) 7543.

A. Frank, R. Lemus, M. Carvajal, C. Jung, and E. Ziemniak : Chem. Phys. Lett.308 (1999) 91.

M. Carvajal, R. Lemus, A. Frank, C. Jung, and E. Ziemniak : Chem. Phys. 260 (2000) 105.

[18] L.D. Landau and E.M. Lifshitz : Quantum Mechanics, Non-Relativistic Theory (3rded.), Pergamon, 1977. 64

[19] Y. Alhassid, F. Gürsey, and F. Iachello : Ann. Phys. 148 (1983) 346.

[20] Gradshteyn, I.S., Ryzhik, I.M. : Table of Integrals, Series, and Products. Academic Press, New York, 1980.

[21] Tsallis, Constantino (1994). "What are the numbers that experiments provide ?".Quimica Nova. 17 : 468.

Umarov, Sabir ; Tsallis, Constantino ; Steinberg, Stanly (2008). "On a q-Central Limit Theorem Consistent with Nonextensive Statistical Mechanics".

Umarov, Sabir ; Tsallis, Constantino ; Steinberg, Stanly (2008). "On a q-Central Limit Theorem Consistent with Nonextensive Statistical Mechanics"

[22] R. Montemayor and L, Urrutia : Amer. J. Phys 51 (1973) 641.

[23] C. Brif, A. Voudras, and A. Mann : J. phys. A : Math. Gen 99(1996) 5873.

[24] H. Bennett, G. Brassard, C. Crepeau, R. Jozsa, A. Pweres and W. K. Wootters, Phys. Rev. Lett. 70, 1895 (1993)

[25] S. J. Van Enk, Phys. Rev. A 72, 022308 (2005).

[26] D. Bouwmeester, J. W. Pan, K. Mattle, M. Eibl, H. Weinfurter, and A. Zeilinger (1997). Experimental quantum teleporation, Nature 390, pp. 575–579.

[27] F. Grosshans and Ph. Grangier. Continuous variable quantum cryptography using coherent states. Physical Review Letters, 88(5), 2002.

[28] S. L. Braunstein and A. Mann (1995). Measurement of the Bell operator and quantum teleportation, Phys. Rev. A 51, pp. R1727–R1730.

K. Mattle, H. Weinfurter, P. G. Kwiat, and A, Zeilinger (1996). Dense Coding in Experimental Quantum Communication, Phys. Rev. Lett. 76, pp. 4656–4659

ملخص

المعلومات الكمية لها جيدا مكانة هامة في المجتمع العلمي ويرتبط ارتباطا وثيقا لقوانين الفيزياء وصفه ميكانيكا الكم والميزة الفريدة لميكانيكا الكم يمكن استخدامها لمعالجة المعلومات في عملنا ل الجزء الأول على المعلومات الكم من المعلومات وإعطاء بعض تعريف الضروري أن يميز ويحدد المعلومات هو بالنسبة للجزء الثاني من هذا العمل يقوم على بناء (.التشابك تحريك تخاطر ..... الخ qubit الكمومية (و دول متماسكة لشكل ذو خمسة أقواس مورس لتقريب أفضل من مذبذب التوافقي لوصف التفاعلات في بالانتقال إلى .ثنائي الذرة، أنها تدرس بناء الدول متماسكة مشوه الفظ على أساس تعريف الأسي المسخ الجزء الثالث ، يستند العمل على استخدام الدول المترابطة والدول المترابطة المشوهة في المعلومات الكمية

هذه الدول معروفة مع مختلف البصريات الكم الممتلكات وهذا هو السبب في أننا اخترنا لها للاتصالات الساتلية الدول بمساعدة الدول القط شرودنغر وتنص بيل كدول متماسكة متشابك لتعيين القناة في الكم تحريك تخاطر

Abstract

Quantum information has an important place in the scientific society, is closely related to the laws of physics is described by quantum mechanics, the unique characteristic of quantum mechanics can be used for processed information, in our work for the first time part is a generality on quantum information and given some essential definition that characterizes and identifies quantum information (qubit, entanglement, teleportation ... ..Etc), For the second part of this work is based on the construction of states coherent for the Morse potentially for a better approximation than the harmonic oscillator to describe the interactions within diatomic molecules, is one to study the construction of coherent states deformed for walrus based on the definition of a deformed exponential. Moving on to the third part, the work is based on the use of coherent states and coherent states deformed into quantum information

These states known with different properties on quantum optics and for this reason we chose its states to teleport them using Schrödinger chat states and Bell states as entangled coherent states, to define the quantum teleportation channel.

Résumé

L’information quantique a puits une place importante dans la société scientifique, est étroitement liée aux lois de la physique est décrit par la mécanique quantique, les caractéristique unique de la mécanique quantique peuvent être utilisée pour traité l’information, dans notre travaille pour la première partie est une Généralité sur l’information quantique et donnée quelque définition essentiel qui caractérise et identifie l’information quantique (qubit, l’intrication, Téléportation…..etc.) Pour la deuxième partie de ce travaille est basé sur la construction des états cohérent pour la potentille de Morse pour une meilleure approximation que l'oscillateur harmonique pour décrire les interactions au sein de molécules diatomiques, est on à étudier la construction des états cohérents déformé pour morse basé sur la définition d'une exponentielle déformé. En passant a la troisième partie, le travaille est basé sur l’utilisation des états cohérent et les états cohérents déformé en information quantique

Ces états connue avec différents propriété on optique quantique et pour cette raison on a choisi ses états pour les téléporter a l’aide des états chat de Schrödinger et les états de Bell comme des états cohérents intriqué, pour définir le canal en Téléportation quantique