

République Algérienne Démocratique et Populaire  
Ministère de l'Enseignement Supérieur et de la Recherche Scientifique  
Université A. M. OULHADJ - Bouira  
Faculté des Sciences et des Sciences Appliquées  
Département de physique



## MEMOIRE DE FIN D'ETUDES

**EN VUE DE L'OBTENTION DU DIPLOME MASTER**

**Domaine : SM**

**Filière: PHYSIQUE**

**Spécialité : physique théorique**

**THEME**

**ETUDE SEMI-RELATIVISTE DE  
L'INSTABILITE DE WEIBEL DANS LES  
PLASMAS CREE PAR LASER**

Présenté par :

**MIHOUBI CHAIMAA**

**ABDI KHALIFA**

Soutenu le ... /.... / 2022

Devant le jury composé de :

Saadoune Mohammed Amezian	MCB	UAMO, Bouira	Président
Belghit Slimen	MCB	UAMO, Bouira	Encadreur
Zaham Bouzid	MCB	UAMO, Bouira	Examineur
Adnan Hamza	MCB	UAMO, Bouira	Examineur

# Remerciements

- Je tiens à exprimer toute ma reconnaissance à mon directeur de mémoire, Monsieur Belghit Slimen. Je le remercie de m'avoir encadré, orienté, aidé et conseillé.
- J'adresse mes sincères remerciements à tous les professeurs, intervenants et toutes les personnes qui ont guidé mes réflexions.
- Je remercie mes très chers parents qui ont toujours été là pour moi. Je remercie mes soeurs et frères pour leurs encouragements.
- Enfin, je remercie mes amis qui ont toujours été là pour moi. Leur soutien inconditionnel et leurs encouragements ont été d'une grande aide.
- À tous les membres du jury, je présente mes remerciements, mon respect et ma gratitude.

**Abdi Khalifa**

**Mihoubi Chaimaa**

# DEDICACE

En cette circonstance, je dédie la présente mémoire à :

A mes chers parents, ma mère et mon père

Pour leur patience, leur amour, leur soutien et leur encouragement

A mes chères sœurs et frères

A mes amis et mes camarades

Sans oublier tous les professeurs que ce soit de primaire, du moyen du secondaire ou de

l'enseignement supérieur

**Abdi Khalifa**

# DEDICACE

En cette circonstance, je dédie la présente mémoire à :

A mes chers parents, ma mère et mon père

Pour leur patience, leur amour, leur soutien et leur encouragement

A mes chères soeurs

A mes amis et mes camarades

Sans oublier tous les professeurs que ce soit de primaire, du moyen du secondaire ou de  
l'enseignement supérieur

**Mihoubi Chaimaa**



# **Table des matières**

# Table des matières

INTRODUCTION GENERALE..... 01

## Chapitre I:Etude théorique de l'instabilité de Weibel

<b>Introduction</b> .....	06
<b>I.</b> Définition de l'instabilité.....	06
<b>I.1.</b> L'étude Théorique de L'instabilité.....	07
<b>II</b> L'instabilité de Weibel.....	07
<b>II.1.</b> Mécanisme physique.....	08
<b>II.2.</b> Résultat de Weibel.....	10
<b>III</b> Les Principaux Résultats sur L'instabilité de Weibel Classique .....	14
<b>III.1.</b> Résultat de Langdon.....	14
<b>III.2.</b> Résultat de A. Bendib and J. F. Luciani.....	15
<b>III.2.1.</b> l'approximation collisionnelle.....	17
<b>III.2.2.</b> l'approximation non-collisionnelle.....	17
<b>III.3.</b> Résultat de J. P. Matte et all.....	18
<b>III.4.</b> Résultat de S. Belghit et all.....	19
<b>IV</b> Les Principaux Résultats sur L'instabilité de Weibel semi relativiste .....	21
<b>IV.1.</b> Résultat de S.Zaheer et all.....	21
<b>IV.2.</b> Résultat de M. Mahdavi et all.....	22
<b>V</b> Les Principaux Résultats sur L'instabilité de Weibel relativiste .....	24
<b>V.1.</b> Résultat de P. H. Yoon et all.....	24
<b>V.2.</b> Résultat de U. Schaeffer-Rolffs et all.....	26
<b>V.3.</b> Résultat de S. Belghit et all.....	27
<b>Conclusion</b> .....	29
<b>Références</b> .....	29

***Chapitre II: Etude Semi Relativiste de l'instabilité de Weibel***

<b>Introduction</b> .....	32
<b>I. Le Model Mathématique</b> .....	33
<b>I.1. Détermination de la relation de dispersion</b> .....	34
<b>I.2. Résolution de la relation de dispersion</b> .....	38
<b>II. Taux de croissance d'Instabilité de Weibel</b> .....	38
<b>II.1. Dans la Limite de <math>\xi \ll 1</math></b> .....	38
<b>II.2. Dans la Limite de <math>\xi \gg 1</math></b> .....	40
<b>III. Résultats et discussion</b> .....	41
<b>Conclusion</b> .....	47
<b>Références</b> .....	47
<b>CONCLUSION GENERALE</b> .....	48
<b>BIBLIOGRAPHI</b> .....	50



***INTRODUCTION***

***GENERALE***



### INTRODUCTION GENERALE

L'instabilité de Weibel est une micro-instabilité convective dans les plasmas créée par laser dans le contexte de la fusion thermonucléaire par confinement inertiel. Cette instabilité est responsable de la génération de champs magnétiques quasi-statiques qui peuvent atteindre l'ordre du méga-gauss. Ces champs réduisent le rendement du couplage onde laser-plasma. En effet ils vont inhiber le transport thermique vers les zones denses du plasma et ainsi empêcher l'énergie thermique d'atteindre la zone d'ablation. Ceci aura pour conséquence de réduire l'ablation du plasma et donc d'atténuer l'onde choc créée par inertie responsable de la compression du combustible thermonucléaire. Cette instabilité est générée par l'anisotropie d'ordre deux du plasma. Les mécanismes physiques responsables de la création de cette anisotropie sont l'expansion 1D du plasma, les gradients thermiques et le chauffage par Bremsstrahlung inverse correspondant à l'absorption d'un photon par un électron en présence d'un ion.

Dans ce travail on s'intéresse à l'instabilité de Weibel semi relativiste dans les plasmas créée par lasers. Il s'agit de dériver la relation de dispersion des modes électromagnétiques basse fréquences dans un plasma chauffé par une impulsion laser au-delà des approximations utilisées dans la littérature.

- En premier nous allons prendre en compte la dépendance temporelle et spatiale de l'enveloppe de l'impulsion laser haute-fréquence. Ceci aura pour conséquence de mettre en évidence de nouveaux termes dans la relation de dispersion qui peuvent contribuer à la convection des modes Weibel.
- En second nous allons garder dans la relation de dispersion tous les termes et étudier leur rôle dans l'étude du taux de croissance de l'instabilité de Weibel.

L'objet des travaux décrits dans ce mémoire est d'étudier l'instabilité de Weibel semi relativiste dans les plasmas créés par laser. Nous nous sommes intéressés à l'analyse de la stabilité des modes Weibel où la source de l'instabilité due à l'absorption de l'énergie laser par le mécanisme de la fusion inertielle. Plus précisément, nous avons amélioré les résultats dans la littérature par le couplage de l'équation de base avec les équations de Maxwell en tenant compte les effets relativiste sur l'instabilité de Weibel par l'absorption par

Bremsstrahlung inverse et nous avons étudié l'effet de retour sur la stabilité des modes Weibel.

Le plan de ce mémoire s'articule autour de deux chapitres : Le premier chapitre est consacré à l'étude de l'instabilité de Weibel. Nous présentons dans une première étape les mécanismes physiques mis en jeu lors de l'instabilité de Weibel. Dans une deuxième étape, nous passons en revue les principaux résultats sur l'instabilité de Weibel rencontrés dans la littérature. Nous présentons d'abord le résultat de Weibel obtenu dans des plasmas modélisés par une fonction de distribution bi-Maxwellienne ensuite nous centrons notre présentation sur les résultats relatifs aux plasmas produits par laser où la source de l'instabilité de Weibel est due au Bremsstrahlung inverse. Dans le deuxième chapitre nous présentons le modèle théorique utilisé qui est basé sur l'équation de Fokker-Planck semi relativiste couplée avec les équations de Maxwell. Nous considérons un plasma homogène en présence d'un champ électrique haute fréquence de faible amplitude, nous résolvons la relation de dispersion des modes Weibel. La résolution de la relation de dispersion conduit au calcul des taux d'instabilités. Enfin, dans une brève conclusion nous résumons nos principaux résultats.

# **Chapitre I :**

## **Etude théorique de L'instabilité de Weibel**

**SOMMAIRE DE CHAPITRE I :**

<b>Introduction</b> .....		06
<b>I.</b> Définition de l'instabilité.....		06
<b>I.1.</b> L'étude Théorique de L'instabilité.....		07
<b>II</b> L'instabilité de Weibel.....		07
<b>II.1.</b> Mécanisme physique.....		08
<b>II.2.</b> Résultat de Weibel.....		10
<b>III</b> Les Principaux Résultats sur L'instabilité de Weibel Classique .....		14
<b>III.1.</b> Résultat de Langdon.....		14
<b>III.2.</b> Résultat de A. Bendib and J. F. Luciani.....		15
<b>III.2.1.</b> l'approximation collisionnelle.....		17
<b>III.2.2.</b> l'approximation non-collisionnelle.....		17
<b>III.3.</b> Résultat de J. P. Matte et all.....		18
<b>III.4.</b> Résultat de S. Belghit et all.....		19
<b>IV</b> Les Principaux Résultats sur L'instabilité de Weibel semi relativiste .....		21
<b>IV.1.</b> Résultat de S.Zaheer et all.....		21
<b>IV.2.</b> Résultat de M. Mahdavi et all.....		22
<b>V</b> Les Principaux Résultats sur L'instabilité de Weibel relativiste .....		24
<b>V.1.</b> Résultat de P. H. Yoon et all.....		24
<b>V.2.</b> Résultat de U. Schaeffer-Rolffs et all.....		26
<b>V.3.</b> Résultat de S. Belghit et all.....		27
<b>Conclusion</b> .....		29
<b>Références</b> .....		29

## Introduction

Ce chapitre est consacré à l'étude théorique de l'instabilité de Weibel dans le contexte de la fusion thermonucléaire par confinement inertiel. Nous présentons dans une première étape définition de l'instabilité et les études mathématiques. Dans une deuxième étape Nous présentons les mécanismes physiques mis en jeu lors de l'instabilité de Weibel; d'abord le résultat de Weibel obtenu dans des plasmas modélisés par une fonction de distribution bi-Maxwellienne, nous passons en revue les principaux résultats sur l'instabilité de Weibel rencontrés dans la littérature tel que l'instabilité de Weibel classique, semi relativiste et relativiste. Finalement Une brève conclusion, résumera l'essentiel des travaux présentés dans ce chapitre.

### I. Définition de l'instabilité:

Un état d'équilibre d'un plasma est dit stable, quand soumis à une perturbation, le plasma revient à son état permanent ou d'équilibre. Dans le cas où la perturbation croît en fonction du temps, l'état d'équilibre est dit instable : sous l'effet de la perturbation, le plasma va évoluer vers un nouvel état. Ce type de perturbation est appelé instabilité. Généralement, les plasmas créés dans le laboratoire sont dans un état hors équilibre thermodynamique. Dans ces conditions, ils sont le siège d'une large variété d'instabilités. Il est d'usage de distinguer deux classes d'instabilités : les macro-instabilités et les micro-instabilités.

✓ **Les macro-instabilités** : peuvent être décrites convenablement par des modèles hydrodynamiques du plasma. Dans ce cas le plasma est décrit par les grandeurs macroscopiques de chaque espèce de particules qui le constitue, telles que la densité, la température, la vitesse moyenne...etc.

✓ **Les micro-instabilités** : qui se développent dans les plasmas créés par laser, nous pouvons citer à titre d'exemple, l'instabilité de Rayleigh-Taylor (IRT) [1]. Les micro-instabilités sont quant à elles liées aux propriétés microscopique du plasma. La répartition des vitesses des particules joue un rôle déterminant dans le développement de ces instabilités.

### I.1. L'étude Théorique de L'instabilité

L'étude théorique de l'instabilité nécessite un traitement cinétique où le plasma décrit par la fonction de distribution de chaque espèce  $s$  de particules définie par :

$$dN_s = f_s(\vec{r}, \vec{V}, t) \overrightarrow{dr} \cdot \overrightarrow{dV} \quad (\text{I. 1})$$

Où  $dN_s$  est le nombre de particules situées dans un  $\overrightarrow{dr}$  de la position  $\vec{r}$  et un  $\overrightarrow{dV}$  de la vitesse  $\vec{V}$ . Par ailleurs, il existe deux natures différentes d'instabilités : les instabilités qui peuvent croître en se propageant ; appelées instabilités convectives, tel que l'instabilité de Weibel dans le processus étudié dans ce mémoire, et les instabilités qui croissent localement appelées instabilités absolues.

L'analyse mathématique des instabilités peut se faire par des traitements linéaires ou non linéaires des équations qui régissent la dynamique du milieu. L'analyse qui sera utilisée dans ce travail, consiste à perturber le plasma à partir d'un état d'équilibre. On utilise alors, pour toute grandeur physique  $X$ , le développement  $X = X_0 + \delta X$ , où  $X_0$  est la grandeur non perturbée et  $\delta X$  la perturbation avec la condition  $\delta X \ll X_0$ . La validité des calculs est limitée aux instants  $t$  définis rigoureusement par la condition  $\delta X = \delta X_0 \cdot \exp(\gamma t) \ll X_0$ , où  $\gamma$  représente le taux d'instabilité. Dans le cas contraire, l'analyse de l'instabilité nécessite un traitement non-linéaire et seules les méthodes sont valables. La conséquence de la prise en compte de la non-linéarité est l'apparition de phénomènes de saturation que la théorie linéaire ne décrit pas [2].

## II. L'instabilité de Weibel

L'instabilité de Weibel [3] est une micro-instabilité convective. Elle correspond à l'excitation des modes électromagnétiques dans les plasmas caractérisés par une anisotropie en température. D'un point de vue microscopique, cela correspond à des plasmas décrits par une fonction de distribution anisotrope dans l'espace des vitesses. L'anisotropie en température peut être générée par plusieurs mécanismes : le transport thermique (TT), l'expansion du plasma (EP), etc. [2.4.5]. Bien que l'analyse de cette instabilité nécessite la théorie cinétique des plasmas.

## II.1. Mécanisme physique

Le mécanisme physique de cette instabilité peut s'expliquer qualitativement par le modèle fluide suivant (figure I.1), considérons un plasma ayant une vitesse moyenne  $\vec{V}$  suivant la direction (OX). Supposons la présence, dans le plasma, d'un germe de champ magnétique  $\vec{\delta B}$  suivant la direction (OY) et modulé spatialement suivant la direction (OZ).

$$\vec{\delta B} = \delta B_0 \exp(ikz) \hat{y} \quad (I.2)$$

La force de Lorentz  $\vec{F} = -e\vec{V} \times \vec{\delta B}$ , agissant sur les électrons du plasma va modifier leur trajectoire et crée ainsi une densité électronique perturbée,  $\delta n_e$  modulée spatialement suivant la même direction que  $\vec{\delta B}$ .

$$\delta n_e \sim \exp(ikz) \quad (I.3)$$

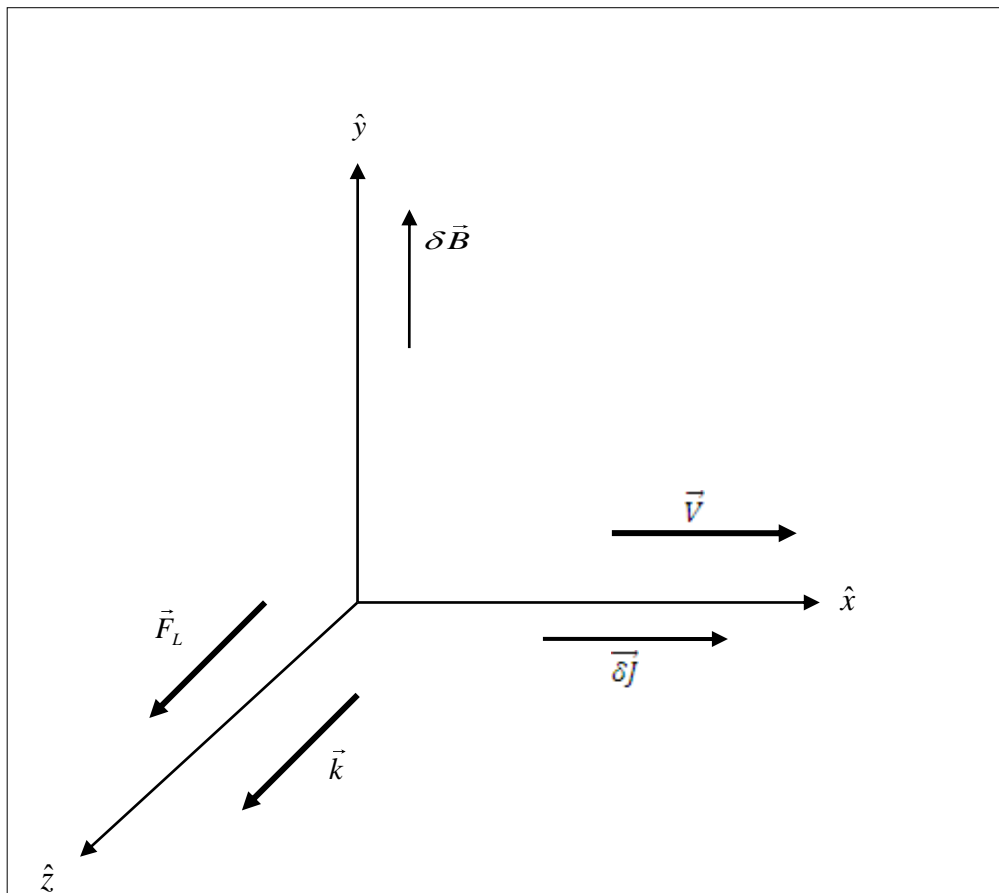
Il va en résulter une densité de courant :

$$\vec{\delta j} = -e\delta n_e \vec{V} \quad (I.4)$$

Cette densité de courant va à son tour via la loi d'Ampère :

$$\vec{\nabla} \wedge \vec{\delta B} = \mu_0 \vec{\delta j} \quad (I.5)$$

Créer un champ magnétique qui va s'ajouter à la perturbation initiale. Par conséquent, cette dernière va évoluer dans le temps suivant un processus d'amplification appelé instabilité de Weibel.



**FIG.I.1** : Schéma d'excitation de l'instabilité de Weibel par un flot de plasma en mouvement suivant l'axe  $\hat{x}$ .



## II.2. Résultat de Weibel :

Weibel [3] fut le premier à montrer qu'une distribution anisotrope en vitesse peut générer des modes électromagnétiques instables. L'anisotropie en température, nécessaire pour le développement de l'instabilité, a été modélisée en considérant un plasma décrit par une fonction de distribution électronique bi-maxwellienne :

$$f(\vec{V}) = n_e \left( \frac{m_e}{2\pi T_x} \right)^{1/2} \left( \frac{m_e}{2\pi T_\perp} \right) \exp \left( -\frac{m_e V_x^2}{2T_x} - \frac{m_e V_\perp^2}{2T_\perp} \right) \quad (\text{I. 6})$$

Où  $n_e$  est la densité électronique,  $m_e$  la masse de l'électron,  $T_x$  et  $T_\perp$  sont respectivement la température suivant la direction  $\hat{x}$  et celle dans le plan perpendiculaire à  $\hat{x}$ . La dynamique des ions et les effets des collisions ont été négligés. L'analyse de l'instabilité de Weibel repose sur la méthode perturbative des équations de Vlasov-Maxwell. Elle consiste à développer la fonction de distribution électronique à partir d'un état d'équilibre.

$$f(\vec{r}, \vec{V}, t) = f_e(\vec{r}, \vec{V}, t) + \delta f(\vec{r}, \vec{V}, t) \quad (\text{I. 7})$$

$f_e$  étant la fonction de distribution non-perturbée et  $\delta f$  la perturbation. L'équation de Vlasov pour les électrons s'écrit sous la forme :

$$\frac{\partial \delta f}{\partial t} + \vec{V} \cdot \frac{\partial \delta f}{\partial \vec{r}} + \frac{q}{m_e} (\vec{V} \times \vec{B}_0) \frac{\partial \delta f}{\partial \vec{V}} + \frac{q}{m_e} (\overline{\delta \vec{E}} + \delta \vec{V} \times \overline{\delta \vec{B}}) \frac{\partial f_e}{\partial \vec{V}} = 0 \quad (\text{I. 8})$$

Où  $\vec{B}_0$  est un champ magnétique constant et  $(\overline{\delta \vec{E}}; \overline{\delta \vec{B}})$  le champ électromagnétique perturbé décrit par les équations de Maxwell linéarisées :

$$\vec{\nabla} \Lambda \overline{\delta \vec{E}}(\vec{r}, t) = -\frac{\partial \overline{\delta \vec{B}}(\vec{r}, t)}{\partial t} \quad (\text{I. 9})$$

et

$$\vec{\nabla} \Lambda \overline{\delta \vec{B}}(\vec{r}, t) = \mu_0 \overline{\delta \vec{j}}(\vec{r}, t) + \mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial \overline{\delta \vec{E}}(\vec{r}, t)}{\partial t} \quad (\text{I. 10})$$

Ou  $\vec{\delta j}(\vec{r}, t)$  est la densité de courant définie par :

$$\vec{\delta j}(\vec{r}, t) = -e \int \vec{V} \delta f(\vec{r}, \vec{V}, t) d\vec{V} \quad (\text{I. 11})$$

La dépendance spatio-temporelle des quantités perturbées est donnée sous forme des modes normaux  $(\delta f; \vec{\delta E}; \vec{\delta B}) \sim \exp(-i\omega t + i\vec{k}\vec{r})$  où  $\omega = \omega_r + i\gamma$  est la fréquence complexe du mode et  $\vec{k}$  le vecteur d'onde réel. Pour simplifier le calcul nous poserons le champ magnétique  $\vec{B}_0$  nul. Son rôle n'étant pas essentiel dans l'analyse de la stabilité des modes. Aussi, nous considérons des modes définis par la géométrie suivante:  $\vec{k} = (0, k, 0)$ ;  $\vec{\delta B} = (0, 0, \delta B)$  et  $\vec{\delta E} = (\delta E, 0, 0)$ , En utilisant ses hypothèses et l'équation (I.9), l'équation (I.8) devient :

$$i(kV_y - \omega)\delta f = \frac{e}{m_e} \frac{\delta E}{\omega} \left[ (\omega - kV_y) \frac{\partial f_e}{\partial V_x} + kV_x \frac{\partial f_e}{\partial V_y} \right] \quad (\text{I. 12})$$

De plus, en prenant le rotationnel de l'équation (I.9) et en couplant avec l'équation (I.10) afin d'éliminer le champ magnétique  $\vec{\delta B}$ , nous obtenons :

$$(k^2 c^2 - \omega^2) \delta E = i\omega \mu_0 c^2 \delta j \quad (\text{I. 13})$$

à partir des équations (I.11) et (I.13), il en résulte la relation de dispersion suivante :

$$k^2 c^2 - \omega^2 = \frac{e^2}{\epsilon_0 m_e} \int \left[ V_x \frac{\partial f_e}{\partial V_x} + \frac{kV_x^2}{kV_y - \omega} \frac{\partial f_e}{\partial V_y} \right] d\vec{V} \quad (\text{I. 14})$$

Nous ne présentons pas la solution originale de Weibel qui utilise la bi-Maxwellienne mais nous allons résoudre l'équation (I.14) dans l'approximation d'une faible anisotropie de température. Cette approximation va nous permettre de mettre en évidence clairement l'origine cinétique de l'anisotropie de température qui est la de source de (IW). Pour cela, nous définissons la température isotrope par:  $\frac{3}{2}T_e = T_{\perp} + \frac{T_x}{2}$  et l'écart à l'isotropie  $\Delta T$  par:  $\Delta T = \frac{2}{3}(T_x - T_{\perp}) \ll T_e$ , Nous obtenons:  $T_x = T_e + \Delta T_e$  et  $T_{\perp} = T_e - \frac{\Delta T_e}{2}$ .

Dans ce cas, la fonction de distribution bi-Maxwellienne donnée par l'équation (I.6) s'écrit en gardant que les termes d'ordre 0 et 1 :

$$f = f_M + \frac{3}{2} \left( \frac{V_x^2}{V^2} - \frac{1}{3} \right) \frac{m_e V^2}{2T_e} \frac{\Delta T_e}{T_e} f_M \quad (\text{I.15})$$

Où  $V^2 = (V_x^2 + V_\perp^2)$  et

$$f_M = n_e \left( \frac{m_e}{2\pi T_e} \right)^{\frac{3}{2}} \exp \left( -\frac{m_e V^2}{2T_e} \right) \quad (\text{I.16})$$

La fonction de distribution de Maxwell. Sous cette forme, fest la somme d'un terme isotrope et d'un terme anisotrope proportionnel au paramètre  $\frac{\Delta T_e}{T_e}$ . Il est d'usage de distinguer les composantes anisotropes dans l'espace des vitesses d'une fonction de distribution, en la projetant sur la base de polynômes orthogonaux. Dans notre cas, vu la géométrie du problème (unidimensionnel), la base des polynômes de Legendre  $P_n(V_x/V)$  est appropriée à utiliser. La projection de  $f$  sur cette base s'écrit :

$$f(\vec{r}, \vec{V}, t) = \sum_{n=0}^{\infty} P_n(V_x/V) f_n(V) \quad (\text{I.17})$$

Et sa projection sur les trois premiers polynômes de Legendre est donnée par :

$$f = P_0(V_x/V) f_0(V) + P_1(V_x/V) f_1(V) + P_2(V_x/V) f_2(V) + \dots \quad (\text{I.18})$$

$$\text{ou } P_0 = 1, \quad P_1(V_x/V) = V_x/V \quad \text{et} \quad P_2(V_x/V) = \frac{3}{2} \left( \frac{V_x^2}{V^2} - \frac{1}{3} \right)$$

Ou  $f_0, f_1$  et  $f_2$  Représentent respectivement la composante isotrope, la première et la seconde anisotropie de la fonction de distribution  $f_e$ . Notons ici que dans le cas d'une faible anisotropie  $f_0(V) \gg f_{i \geq 1}(V)$ . En comparant le développement de  $f_e$  donnée par (I.18) et celui donne par l'équation (I.15), il apparait que la composante  $f_1$  n'existe pas. Cela signifie que dans ce type de plasmas les termes de flux sont nuls. Il apparait aussi le second terme du développement (I.18) correspond à la projection de  $f_e$  sur le polynôme  $P_2$ .

$$f_2 = \frac{m_e V^2}{2T_e} \frac{\Delta T_e}{T_e} f_M(V) \quad (\text{I.19})$$

Ce résultat montre que l'anisotropie en température correspond d'un point de vue cinétique à la seconde anisotropie de la fonction de distribution. Notons que si  $T_x > T_\perp$ , la seconde anisotropie est positive tandis que si  $T_x < T_\perp$  la seconde anisotropie est négative.

En utilisant la fonction (I.15), la résolution de la relation de dispersion (I.14) dans l'approximation des basses fréquence  $\left| \frac{\omega}{kV_t} \right| \ll 1$  où  $V_t = \sqrt{T/m_e}$  étant la vitesse thermique des électrons, donne la solution suivante pour le taux d'instabilité :

$$\gamma(k) = -\frac{\sqrt{2}}{\pi} \frac{k^2 c^2}{\omega_p^2} kV_t + \frac{3}{\sqrt{2}\pi} \frac{\Delta T_e}{T_e} kV_t \quad (\text{I.20})$$

où  $\omega_p = \left( \frac{n_e e^2}{m_e \epsilon_0} \right)^{1/2}$  est la fréquence plasma électronique. L'équation (I.20) admet des solutions instables,  $\gamma(k) > 0$ , pour certaines valeurs réelles du nombre d'onde  $k$ . Le mode le plus instable correspond au taux de croissance maximum suivant :

$$\gamma_{\max} = 2 \frac{\sqrt{2}}{\pi} \left( \frac{\Delta T_e}{T_e} \right)^{3/2} \frac{V_t}{c} \omega_p \quad (\text{I.21})$$

Ce résultat fait apparaître clairement que la source de l'instabilité de Weibel est l'anisotropie en température. Notons aussi que le mode est stable  $\gamma(k) < 0$  quelque soit le nombre d'onde  $k$ , pour une seconde anisotropie négative ( $\Delta T_e < 0$ ).

### III. Les Principaux Résultats sur L'instabilité de Weibel Classique

Depuis le résultat de Weibel, de nombreuses études ont été effectuées sur les instabilités électromagnétiques dans les plasmas créés par laser. L'étude de cette instabilité a connu un regain d'intérêt dans le contexte de la fusion inertielle. En effet, comme nous l'avons noté dans l'introduction de ce manuscrit, la présence de champs magnétiques dans les plasmas de la fusion inertielle peut être néfaste dans la mesure où ces champs magnétiques peuvent inhiber le transport thermique et par voie de conséquence entraver la compression de la cible. Différentes sources de (IW) ont alors été étudiées notamment les sources dues au transport thermique [2, 6] à l'expansion de la couronne [4] et à l'absorption de l'énergie laser par Bremsstrahlung inverse [6].

#### III.1. Résultat de Langdon

Dans ce travail, le plasma est considéré uniforme de densité  $n_e$  et de température électronique  $T_e$  constantes. Les ions sont considérés fixes et constituant un fond neutralisant. L'onde électromagnétique est traitée dans l'approximation dipolaire, négligeant la contribution des termes proportionnels au rapport des masses électronique et ionique.

Langdon a supposé que le rôle des collisions électron-électron est faible devant celui des collisions électron-ion. Cela revient à considérer exclusivement des plasmas de grande numéro atomique. Il a donc négligé l'opérateur  $C_{ee}$  dans la partie anisotrope de l'équation de base. Il faut noter que le rôle des collisions électron-électron est de faire tendre le système vers l'équilibre thermodynamique, par conséquent leur prise en compte dans le calcul de la composante isotrope de la fonction de distribution est nécessaire. Pour de faibles intensités du champ, on peut décomposer la fonction de distribution en une composante isotrope d'ordre zéro et une perturbation anisotrope induite par le champ électrique. Il résulte une solution self-similaire de l'équation isotrope [8], soit :

$$f_0(V, t) \sim \frac{1}{u^3} \exp \left[ -\frac{1}{5} \left( \frac{V}{u} \right)^5 \right] \quad (\text{I. 22})$$

Ou

$$u(t) = \left( \frac{5n_e e^4 Z \ln \Lambda}{24\pi \epsilon_0^2 m_e^2} V_0^2 t \right)^{1/5} \quad (\text{I. 23})$$

Il apparaît que l'effet du Bremsstrahlung inverse conduit à un plasma hors de l'équilibre thermodynamique. La fonction de distribution isotrope contient moins de particules de vitesses nulles que la fonction de distribution de Maxwell. Cela conduit à une réduction du taux d'absorption. Plus précisément, il a été montré que cette réduction est environ de moitié par rapport au cas collisionnel.

### III.2. Résultat de A. Bendib and J. F. Luciani

Dans ce paragraphe, nous présentons un résultat fondamental sur l'instabilité de Weibel dans les plasmas créés par laser qui est la relation de dispersion semi-collisionnelle des modes Weibel présentée dans la référence [5]. Ce résultat est important dans la mesure où il permet d'analyser la stabilité des modes Weibel quel que soit leur régime de collision et pour différentes sources d'instabilité, la relation de dispersion des modes électromagnétiques quel que soit le régime de collision,  $k\lambda_{ei}$  (où  $\lambda_{ei}$  est libre parcours moyen des électrons) a été établie à partir de l'équation de Fokker-Planck linéarisée et dans l'approximation de Lorentz ( $z \gg 1$ ), où  $z$  est le nombre atomique.

$$\frac{\partial \delta f}{\partial t} + \vec{V} \cdot \frac{\partial \delta f}{\partial \vec{r}} - \frac{e}{m_e} (\vec{\delta E} + \vec{V} \times \vec{\delta B}) \frac{\partial f}{\partial \vec{V}} = C_{ei}(\delta f) \quad (I.24)$$

Où

$$C_{ei}(\delta f) = \frac{V_t^2}{2\lambda} \frac{1}{V^3} \frac{\partial}{\partial V_i} (V_i V_j - V^2 \delta_{ij}) \frac{\partial \delta f}{\partial V_j} \quad (I.25)$$

Où  $C_{ei}$  est l'opérateur de collision électron-ion. En considérant, l'inhomogénéité du plasma suivant l'axe  $\hat{x}$ , l'étude a porté sur deux modes Weibel : un mode dont le vecteur d'onde est parallèle à l'axe  $\hat{x}$ , et le deuxième de vecteur d'onde perpendiculaire à l'axe  $\hat{x}$ . Nous les appellerons dans la suite de notre exposé les modes  $k_x$  et  $k_y$  respectivement. Leur géométrie est définie comme suit: pour le mode  $k_x$ :  $(k_x \cdot \delta E_y \cdot \delta B_z)$ , et pour le mode  $k_y$  et  $(\delta E_x \cdot k_y \cdot \delta B_z)$ . La fonction de distribution non perturbée  $f_e$  est développée sur la base des polynômes de Legendre  $p_n(\frac{V_x}{V})$  jusqu'à l'ordre 2 :

$$f_e = f_0(V) + \frac{V_x}{V} \sqrt{3} f_1(V) + \frac{3\sqrt{5}}{2} \left( \frac{V_x^2}{V} - \frac{1}{3} \right) f_2(V) \quad (\text{I. 26})$$

Notons ici, que dans le développement (I.24), les polynômes de Legendre utilisés contiennent des facteurs de normalisation en  $\sqrt{2n+1}$  qui n'apparaissent pas dans le développement (I.18). Cette normalisation est habituellement utilisée dans le calcul des coefficients de transport. Le traitement mathématique de l'équation (I.24) est basé sur le calcul de l'inversion de propagateur de collisionnelle.

$$P_c = \frac{\partial}{\partial t} + \vec{V} \cdot \frac{\partial}{\partial \vec{r}} - C_{ei} \quad (\text{I. 27})$$

À l'aide des fractions continues. Les étapes de calcul étant longues, nous ne les présentons pas dans notre exposé. De plus, elles seront développées dans le chapitre 2 où nous serons amenés à inverser un propagateur collisionnelle. Le taux d'instabilité  $\gamma(k)$  a été calculé explicitement dans l'approximation des basses fréquences  $\left| \frac{\omega}{V_t} \right| \ll 1$  et en supposant l'ordre de grandeur suivant  $\frac{f_1}{f_0} \sim \frac{f_2}{f_1} \sim \varepsilon$ , Une expression de  $\gamma(k)$ , pratique dans son utilisation est proposée grâce à des ajustements numériques des fractions continues :

$$\begin{aligned} \gamma(k) = & \frac{3}{64\pi} \frac{k^2 c^2}{\omega_p^2} \frac{n_e}{\lambda_{ei} V_t^2} \left( \int_0^\infty y^3 F(k\lambda_{ei}) \frac{\partial f_0}{\partial y} dy \right)^{-1} \\ & - \frac{2^{\frac{2}{5}}}{\sqrt{5}} \lambda_{ei} V_t (\varepsilon_1 k_y^2 - \varepsilon_2 k_x^2) \frac{\int_0^\infty y^{\frac{9}{2}} G(k\lambda_{ei}) f_2 dy}{\int_0^\infty y^3 F(k\lambda_{ei}) \frac{\partial f_0}{\partial y} dy} \end{aligned} \quad (\text{I. 28})$$

où  $(y = \frac{m_e V^2}{2T_e}, \varepsilon_1 = 1 \text{ et } \varepsilon_2 = 0)$  pour le mode  $k_y$ , et  $(\varepsilon_1 = 0, \varepsilon_2 = 1)$  pour le mode  $k_x$ . Les fonctions  $F(k\lambda_{ei})$  et  $G(k\lambda_{ei})$  sont des ajustements numériques de fractions continues infinies avec une précision meilleure que 5% :

$$F(k\lambda_{ei}) = \frac{1}{2} \left[ 1 + \left( \frac{16k\lambda_{ei}}{3\pi} \right)^2 y^4 \right]^{-1/2} \quad (\text{I. 29})$$

Et

$$G(k\lambda_{ei}) = \frac{1 + (8k\lambda_{ei})^2 y^4 \alpha_1}{6(1 + (8k\lambda_{ei})^2 y^4 \beta)} \frac{(1 + \left(\frac{16k\lambda_{ei}}{3\pi}\right)^2 y^4)^{-1/2}}{(1 + \left(1 + \frac{16k\lambda_{ei}}{3\pi}\right)^2 y^4)^{1/2}} \quad (\text{I. 30})$$

Où  $\alpha_1 = 30\beta/\delta^2$ ,  $\beta = \left(\frac{5\delta^2}{252} - \frac{3}{4}\right)(\delta^2 - 30)$  et  $\delta = 3/2\pi$ . Dans l'équation (I.30), des termes dépendant de la première anisotropie, moins importants que les autres termes ont été négligés. L'analyse asymptotique de l'équation (I.28) conduit.

### III.2.1. L'approximation collisionnelle

Cette approximation correspond à :  $k\lambda_{ei} \ll 1$  ou  $F(k\lambda_{ei}) = \frac{1}{2}$  et  $G(k\lambda_{ei}) = 1/2$ , à l'expression suivante de  $\gamma(k)$  :

$$\gamma(k) = \frac{1}{32\pi} \frac{k^2 c^2}{\omega_p^2} \frac{n_e}{V_t^2 M_0^2} + \frac{2^{3/2}}{3\sqrt{5}} \lambda_{ei} V_t (\varepsilon_1 k_y^2 - \varepsilon_2 k_x^2) \frac{M_2^{9/2}}{M_0^2} \quad (\text{I. 31})$$

Où les moments  $M_l^n$  sont définis par:

$$M_l^n = \int_0^\infty y^l f_n dy \quad (\text{I. 32})$$

Il apparaît une dépendance en  $k^2$  du taux d'instabilité. Le premier terme de l'équation (I.31) est un terme de perte. Il décrit la contribution diffusive due aux collisions (e-i).

### III.2.2. L'approximation non collisionnelle

Cette approximation correspond à :  $k\lambda_{ei} \gg 1$  ou  $F(k\lambda_{ei}) = \frac{3\pi}{32k\lambda_{ei}y^2}$  et  $G(k\lambda_{ei}) = \frac{5}{32k\lambda_{ei}y^4}$

Il en résulte :

$$\gamma(k) = -\frac{1}{2\pi} \frac{k^2 c^2}{\omega_p^2} \frac{n_e}{V_t^2} \frac{k}{M_0^0} + \frac{2^{3/2}\sqrt{5}}{\pi} \frac{V_t}{k} (\varepsilon_1 k_y^2 - \varepsilon_2 k_x^2) \frac{M_2^{1/2}}{M_0^0} \quad (\text{I. 33})$$



Dans l'équation (I.33), le premier terme en  $k^3$  décrit l'amortissement Landau des modes électromagnétiques. L'amortissement Landau est un mécanisme non collisionnel où l'onde s'amortie en cédant son énergie aux particules résonnantes  $(V \sim \frac{\omega}{k})$  du plasma. A partir des équations (I.31) et (I.33), il apparaît que les modes  $k_x$  instables sont excités par une seconde anisotropie négative  $T_x < T_\perp$  tandis qu'une seconde anisotropie positive  $T_x > T_\perp$  excite des modes  $k_y$  instables. L'analyse numérique [5] à l'aide du code Fokker-Planck (F.P.I) et de l'équation (I.28) a mis en évidence des modes  $k_x$  non collisionnelle fortement instables ( $\gamma \sim 10^{11} \text{s}^{-1}$ ) au voisinage de la couche critique dans la couronne des plasmas créés par laser et des modes  $k_y$  modérément instables ( $\gamma \sim 10^9 \text{s}^{-1}$ ) dans la zone de conduction.

### III.3. Résultat de J. P. Matte et all

Les auteurs ont généralisé les résultats de Langdon par la prise en compte des effets du Bremsstrahlung inverse (BI) dans la partie anisotrope de l'équation de Fokker-Planck. L'absorption de l'énergie laser par BI a été utilisée le terme de source pour exciter l'instabilité de Weibel dans les plasmas chauffés par laser. Pour cela, la contribution d'un champ électrique haute-fréquence de polarisation longitudinale et transversale, L'équation de base est l'équation de Fokker-Planck qui décrit un plasma homogène en présence d'un champ électrique haute fréquence, Dans cette référence [9], Matte et all ont utilisé la simulation numérique par le code Fokker-Planck **FPI** pour calculer la fonction de distribution isotrope  $f_0$ , a été utilisé pour décrire un plasma homogène en présence d'une onde haute fréquence.

L'onde laser attaque le plasma avec une incidence normale. En faisant varier l'intensité de l'onde laser, ils ont balayé une large gamme de valeur du paramètre pertinent du problème  $Z \frac{V_0^2}{V^2}$ . Ils ont ensuite établi des ajustements numériques très précis de la fonction de distribution isotrope  $f_0$ . Ils ont montré que la fonction de distribution isotrope qui tient compte aussi bien du Bremsstrahlung inverse que des collisions électron-électron peuvent être modélisée par des fonctions de la forme :

$$f_0^{(m)} = \frac{n}{V_t^3} \frac{m}{4\pi\Gamma\left(\frac{3}{m}\right)} \left[ \frac{\Gamma\left(\frac{5}{m}\right)}{\Gamma\left(\frac{3}{m}\right)} \right]^{\frac{3}{2}} \exp(-by^{\frac{m}{2}}) \quad (\text{I. 34})$$

$$b = \left[ \frac{2\Gamma(\frac{5}{m})}{5\Gamma(\frac{3}{m})} \right]^{m/2}, y = \frac{v^2}{2V_t^2}, G \text{ est la fonction d'Euler et } m \text{ est un paramètre qui tient compte}$$

de la contribution du Bremsstrahlung à la fonction de distribution électronique. Ce paramètre s'exprime sous la forme  $b = 1.66 \left( Z \frac{V_0^2}{V^2} \right)^{-0.724}$ ,  $m = 2 + \frac{3}{1+b}$ . permettant ainsi de relier explicitement le paramètre  $m$  à l'intensité  $I$  du laser incident. Il a été montré que les fonctions de distribution (I.34) décrivent correctement les comportements asymptotiques  $Z \frac{V_0^2}{V^2} \ll 1$  et  $Z \frac{V_0^2}{V^2} > 1$ . De la référence [8]. Notons ici que des travaux similaires de la référence [9] sont rapportés dans la référence [10].

### III.4. Résultat de S. Belghit et al

Dans la référence [11], l'analyse théorique de l'instabilité de Weibel induite par Bremsstrahlung inverse a été révisée. Dans cette analyse le couplage du champ magnétique auto-généré par l'instabilité avec le champ de l'onde laser a été présenté. Le calcul de la fonction de distribution anisotrope et l'analyse de la stabilité des modes sont effectués de façon indépendante et l'effet des champs magnétiques générés sur l'absorption de l'énergie par Bremsstrahlung inverse est négligé. Avec l'avènement de laser de courte longueur d'onde, cette approximation n'est plus valable. En effet, le terme de couplage devient du même ordre de grandeur que le terme de source de l'instabilité de Weibel ; le taux d'instabilité s'écrit :

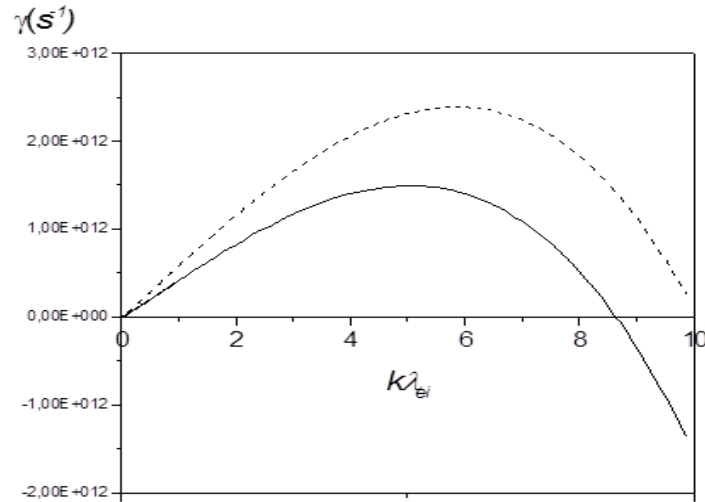
$$\begin{aligned} \gamma(k) = & - \frac{3\sqrt{\pi} k^2 c^2}{8\sqrt{2}} \frac{1}{\omega_p^2 V_t^3} \frac{1}{\int_0^\infty y^3 F_{1,1}(k\lambda_{ei}, y) \exp(-y) dy} \\ & + \frac{1}{4\sqrt{2}} \frac{V_0^2}{V_t^2} \frac{1}{V_t^3} \frac{\int_0^\infty y^{\frac{1}{2}} (3+y) (1 - v_{F_{1,1}}) \exp(-y) dy}{\int_0^\infty y^3 F_{1,1}(k\lambda_{ei}, y) \exp(-y) dy} \end{aligned} \quad (\text{I.35})$$

Où  $F_{1,m}(k, V)$  est la fonction des fraction contenue donne par :

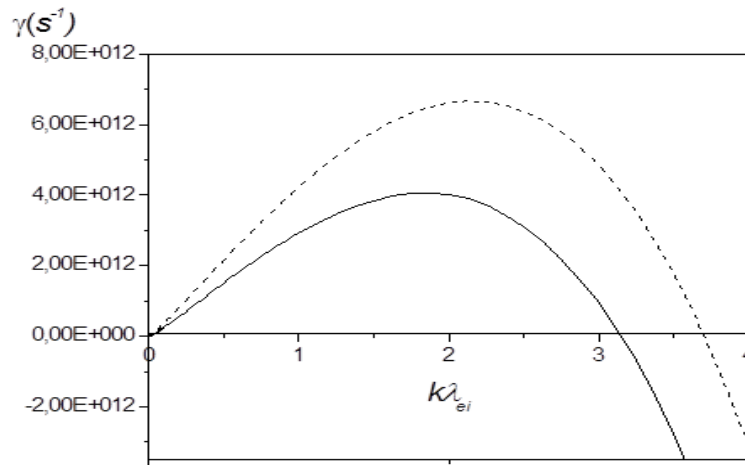
$$F_{1,m}(k, V) = \left[ v_{ei}(V) + k^2 V^8 \frac{(1+1)^2 - m^2}{4(1+1)^2 - 1} F_{1+1,m} \right]^{-1} \quad (\text{I.36})$$

Les spectres des taux d'instabilités en fonction du paramètre de collisionnalité  $k\lambda_{ei}$  sur les figures suivantes pour différents paramètres physiques du laser et du plasma. Les figures

montrent que la prise en compte du couplage du champ magnétique auto-généré par l'instabilité avec le champ de l'onde laser conduit à une diminution du domaine spectral des modes instables et à une réduction des valeurs des taux d'instabilités. Les valeurs des taux d'instabilités restent de l'ordre de  $\gamma(k) = 10^{12} s^{-1}$ .



**FIG. I.2 :** Taux d'instabilité  $\gamma$  en fonction du paramètre de collision  $k\lambda_{ei}$  pour des paramètres physiques suivants :  $n_e = 10^{27} m^{-3}$ ,  $T_e = 2KeV$ ,  $\frac{V_0}{V_t} = 0.3$  et  $Z = 4$ . La courbe en pointillé correspond aux valeurs de  $\gamma$  sans le terme de couplage. [11]



**FIG. I.3 :** Taux d'instabilité  $\gamma$  en fonction du paramètre de collision  $k\lambda_{ei}$  pour des paramètres physiques suivants :  $n_e = 9 \cdot 10^{27} m^{-3}$ ,  $T_e = 2KeV$ ,  $\frac{V_0}{V_t} = 0.3$  et  $Z = 4$ . La courbe en pointillé correspond aux valeurs de  $\gamma$  sans le terme de couplage. [11]

## IV. Les Principaux Résultats sur L'instabilité de Weibel semi relativiste

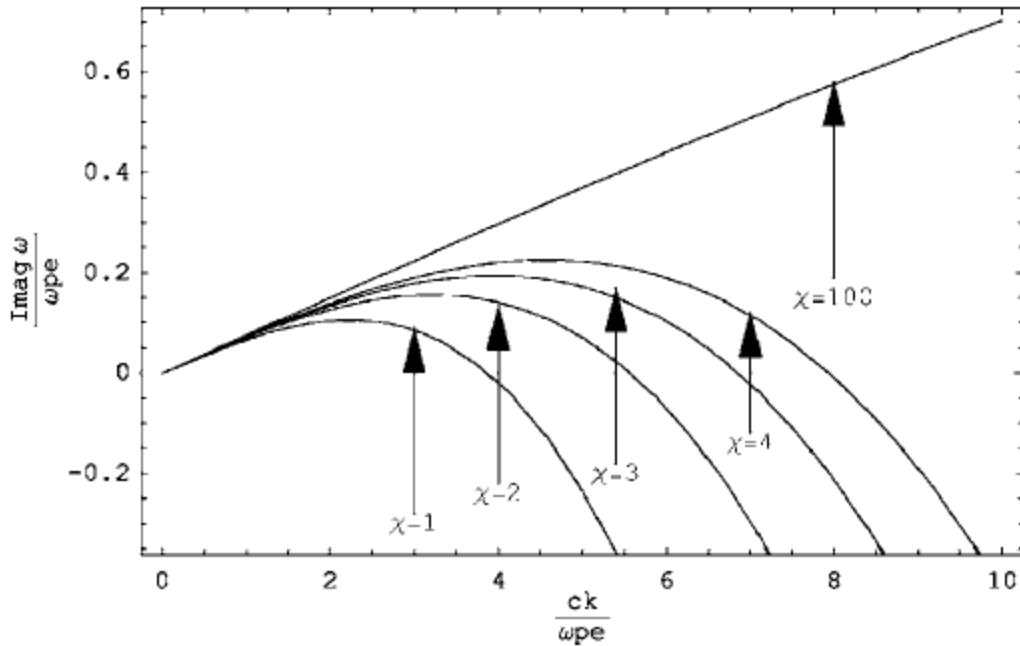
### IV.1. Résultat de S. Zaheer et all

Dans la référence [12], les auteures utilisant la théorie cinétique, et dérivé la dispersion générale relation pour le plasma non magnétisé. En analogie avec la fonction de dispersion standard pour la distribution maxwellienne, une nouvelle fonction de dispersion est dérivée sur la base du semi-relativiste fonction de répartition. Enfin, des expressions analytiques pour la relation de dispersion sont dérivées sous deux conditions, à savoir,  $\zeta \gg 1$  et  $\zeta \ll 1$ , qui donnent les parties réelles et imaginaires de la fréquence, respectivement. Une représentation graphique est également donnée pour faciliter la comparaison du maxwellien semi-relativiste distributions avec celle du maxwellien. Les expressions analytiques obtenu pour les ressemblances maxwelliennes semi-relativistes celle du maxwellien à l'exception du facteur  $\chi$ . Le parallèle une partie du maxwellien semi-relativiste est non relativiste tandis que celle de la perpendiculaire est relativiste ce qui engendre le terme  $\chi$ . Comme l'instabilité de Weibel dépend de l'anisotropie de la température, l'augmentation de l'anisotropie augmenter l'instabilité. Mais la présence de détend la contrainte sur  $\frac{T_{\perp}}{T_{\parallel}}$  et permet à l'instabilité de se produire même :

$$\frac{\chi T_{\perp}}{T_{\parallel}} \gg \left( 1 + \frac{k^2 c^2}{\omega_p^2} \right) \quad (I.37)$$

Ou  $\chi$  est un paramètre relié avec le terme  $\left(\frac{mc^2}{T_{\perp}}\right)$ , La partie imaginaire de la relation de dispersion obtenue pour différentes valeurs de  $\chi$  est tracé montrant la variation de la fréquence normalisée, c'est-à-dire  $\text{Im}(\omega/\omega_{pe})$  contre  $(ck / \omega_{pe})$ .

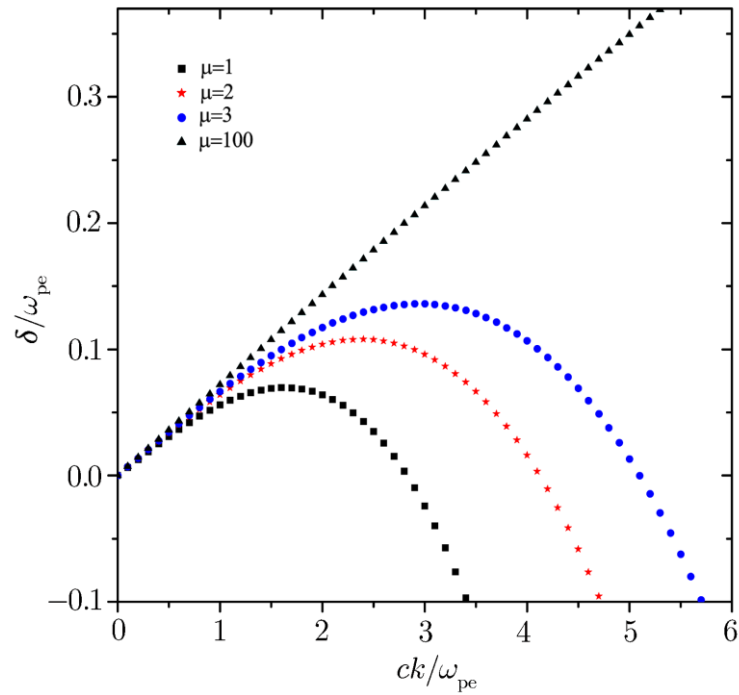
La figure représenter la comparaison du résultat de la méthode de distribution maxwellienne semi-relativiste avec celle du maxwellien. Pour de petites valeurs de  $\chi$ , le taux de croissance est faible et devient Maxwellien pour  $\chi = 1$ . Au fur et à mesure que nous augmentons la valeur des grands assez qu'il domine sur les autres termes, l'amortissement se transforme en croissance.



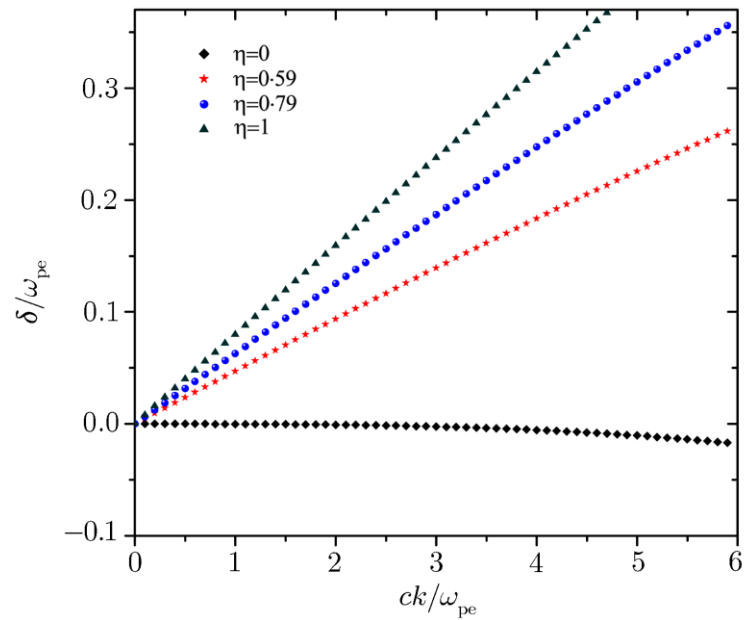
**FIG. I.4 :** Taux d'instabilité  $\gamma/\omega_{pe}$  en fonction du  $(kc/\omega_{pe})$ , Comparaison entre la distribution Maxwellien semi-relativiste et celle Maxwellien pour  $\chi = 1, 2, 3, 4, 100$ . [12]

#### IV.2. Résultat de M. Mahdavi et all

Dans la référence [13], les auteures étudiée l'effet collisionnel sur le taux de croissance de l'instabilité de Weibel, basée sur de la fonction de distribution maxwellienne semi-relativiste dans un plasma dense et non magnétisé. Dérivée la relation de dispersion de l'instabilité de Weibel pour deux cas limites. La relation de dispersion ne comporte qu'une partie réelle et dans la limite ( $\zeta \ll 1$ ), la partie imaginaire de la fréquence d'instabilité des ondes joue un rôle dans la relation de dispersion. En cette limite, les deux quantités  $\mu$  et  $\eta$ , qui sont dus aux effets relativistes et collisionnel apparaîtront dans le taux de croissance de l'instabilité de Weibel. Les résultats obtenir dans cette étude est que le taux de croissance de l'instabilité de Weible sera augmenté en diminuant la fréquence de collision de Coulomb et en augmentant également le paramètre anisotrope de température en limite relativiste forte.



**FIG. I.5 :** Taux d'instabilité ( $\gamma/\omega_{pe}$ ) en fonction du ( $kc/\omega_{pe}$ ) pour différent  $\mu$  dans la limite  $\eta=0.9$ . [13]

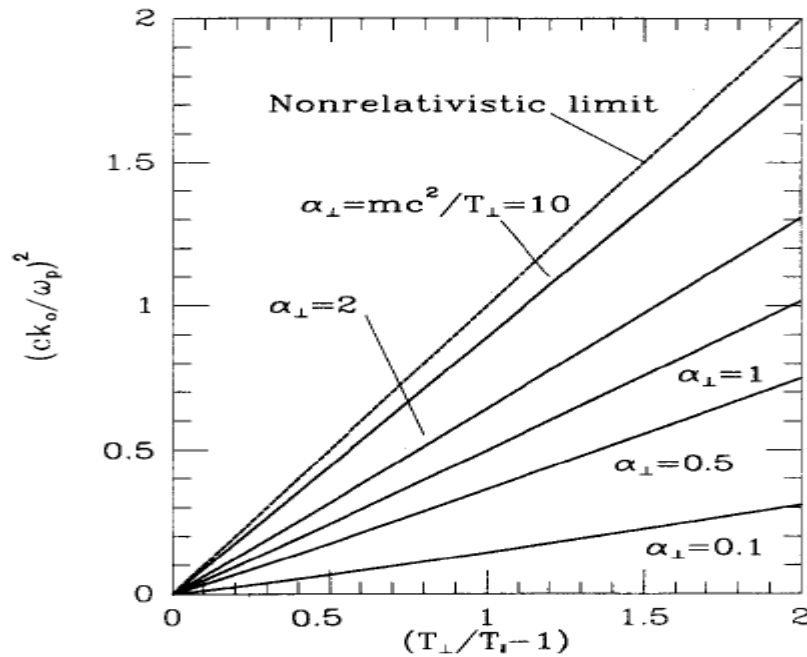


**FIG. I.6 :** Taux d'instabilité ( $\gamma/\omega_{pe}$ ) en fonction du paramètre de collision ( $kc/\omega_{pe}$ ) pour différent  $\eta$  dans la limite  $\mu = 100$ . [13]

## V. Les Principaux Résultats sur L'instabilité de Weibel relativiste

### V.1. Résultat de P. H. Yoon et all

Dans la référence [14], Yoon a étudié l'instabilité de Weibel dans un plasma décrit par une fonction de distribution bi-maxwellienne relativiste. Dans cette analyse, la dynamique des ions négligeable ( $m_i \rightarrow \infty$ ) et a considéré les électrons relativistes. En l'absence de champ magnétique extérieur, la relation de dispersion linéaire des ondes électromagnétiques perturbées est admet une solution instable, avec une fréquence réelle nulle  $Re(\omega) = 0$  et une fréquence imaginaire non nulle  $Im(\omega) \neq 0$ . La résolution de la relation de dispersion ne peut se faire que par des méthodes numériques. En effet le calcul des intégrales ne présente pas de solution analytique. Toutefois, il est possible d'obtenir une solution analytique exacte pour un intervalle du carré du nombre d'onde  $k^2$  correspondant à une instabilité. En posant  $Re(\omega) = 0$  et  $Im(\omega) = 0$  (c.-à-d.  $\omega = 0$ ), l'intégrale par rapport au paramètre  $\tau$  peut être effectuée analytiquement. Yoon a été démontré par ce modèle que Pour le cas d'une température parallèle  $T_{\parallel}$  non relativiste ( $\alpha_{\parallel} \gg 1$ ), ou  $\alpha_{\parallel} = 1$  retrouvons le résultat de Weibel non relativiste ; D'autre part, pour la limite ultra-relativiste ( $\alpha_{\parallel} \ll 1$ ) de la température parallèle  $T_{\parallel}$ , retrouvons le résultat de Weibel relativiste.

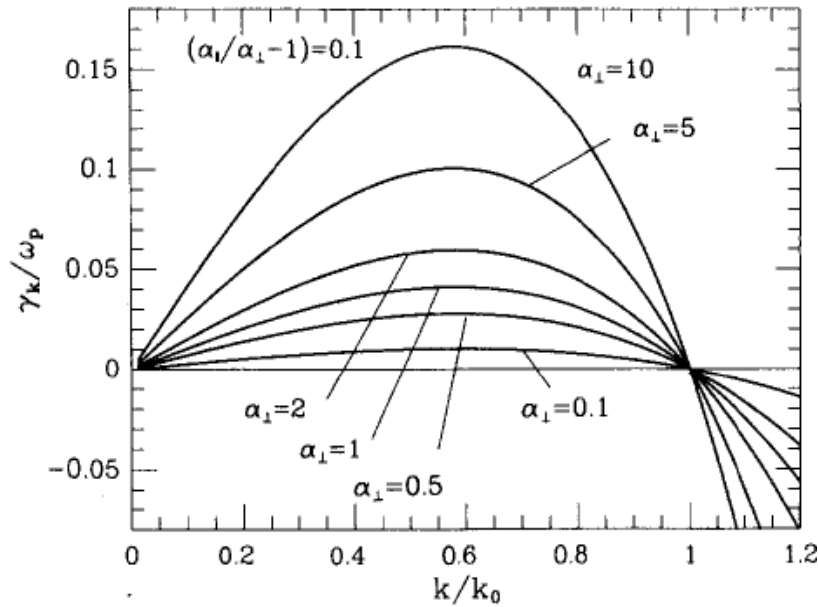


**FIG. I.7 :** Valeur maximale du nombre d'onde instable  $(ck_0/\omega_p)^2$  en fonction du facteur d'anisotropie  $(T_{\perp}/T_{\parallel} - 1)$  pour des valeurs de  $\alpha_{\perp}$  de 0.1 à 10. [14]

L'étude du taux d'instabilité des modes Weibel se fait dans le cas d'une faible anisotropie en posant ( $\alpha_{\parallel}/\alpha_{\perp} \sim 1$ ). Dans la relation de dispersion lorsqu'on pose  $Re(\omega) = 0$  et  $Im(\omega) = i\gamma k$  puis en ne gardant que les termes d'ordre zéro « 0 ( $\gamma k$ ) et 0 ( $\alpha_{\parallel}/\alpha_{\perp} - 1$ ) » on obtient alors, l'expression du taux de croissance de l'instabilité des modes Weibel :

$$\left(\frac{\gamma k}{\omega_p}\right)^2 = \left(\frac{k}{k_0}\right)^2 \left(1 - \left(\frac{k}{k_0}\right)^2\right)^2 \frac{T_{\parallel}}{mc^2} \left(\frac{T_{\perp}}{T_{\parallel}} - 1\right)^3 \left(\frac{\alpha_{\perp} K_2(\alpha_{\parallel}) + K_0(\alpha_{\parallel})}{\alpha_{\perp} K_2(\alpha_{\parallel}) + K_1(\alpha_{\parallel})}\right)^3 \left[\frac{1}{K_2(\alpha_{\parallel})} \int_0^{\infty} d\tau \frac{K_2(\alpha_{\parallel} \zeta')}{\zeta'^2}\right]^{-2} \quad (I.38)$$

Où  $\zeta'^2 = (1 + \tau^2)$ , le maximum du taux de croissance de l'instabilité est obtenu pour la valeur du nombre d'onde  $k$  telle que  $k^2 = k_0^2/3$ . La Figure (I.8) montre que les effets relativistes tendent à réduire l'instabilité de Weibel.



**FIG. I.8 :** Taux de croissance de l'instabilité normalisé ( $\gamma k/\omega_p$ ) en fonction du nombre d'onde normalisé ( $k/k_0$ ) pour un facteur d'anisotropie ( $\alpha_{\parallel}/\alpha_{\perp} - 1$ ) = **0.1** et une température perpendiculaire ( $mc^2/\alpha_{\perp}$ ) de 0.1 à 10. [14]



## V.2. Résultat de U. Schaeffer-Rolffset all

Dans le paragraphe qui suit, nous présentons les travaux effectués par Rolffs et Tautz sur l'instabilité de Weibel dans les plasmas d'astrophysiques [15]. Dans ce travail, le taux d'instabilité pour quatre différentes fonctions de distribution usuelles pour décrire les plasmas d'astrophysique est calculé. Les quatre fonctions de distributions choisies dans cette étude sont : la monochromatique, la Waterbag, la bi-maxwellienne et la distribution  $\kappa$ . Ce choix particulier, repose sur le fait que les quatre fonctions de distribution recouvrent tous les régimes représentatifs de distribution de particules qui se produisent en astrophysique. L'avantage de ce traitement est qu'on a besoin de résoudre qu'une seule intégrale pour obtenir les différents taux d'instabilités. Afin de simplifier l'intégrale et obtenir une expression du taux d'instabilité, différents régimes de températures ont été pris en considération. En particulier, les cas de fortes et faibles anisotropies ainsi que les plasmas ultra-relativistes.

L'expression de la relation de dispersion ainsi que les taux d'instabilités sont obtenues aussi bien dans les cas d'une faible anisotropie que d'une forte anisotropie ainsi que pour les plasmas ultra-relativistes, La relation de dispersion établie.

Les taux d'instabilités pour les distributions Waterbag et monochromatique atteignent leur maximum pour des valeurs du nombre d'onde  $k \rightarrow \infty$ . Elles sont décrites par la relation de dispersion ( $\Gamma = ck^2(k_{Wa}^2 - k^2)/\Omega_{Wa}^2$ ) obtenue en faisant un développement des fonctions de distribution par rapport à  $y^2$  [16]. Ce comportement est causé par la présence de la fonction de Dirac,  $\delta$  dans leur distribution respective.

❖ Pour les plasmas qui présentent une forte anisotropie, les taux d'instabilités ne sont valables que pour de faibles valeurs du nombre d'onde  $k$ . Les fonctions de distribution Waterbag et monochromatique ne sont pas pratique dans les plasmas présentant une faible anisotropie ou dans le régime ultra-relativiste, les approximations ne sont plus correctement applicables.

Toutefois, la magnitude de la plus part des autres taux d'instabilités ont qualitativement le même ordre de grandeur ( $\Gamma_{max}/\omega_p \sim 10^{-2}$ ) et ( $ck_{max}/\omega_p \sim 0.5$ ).

❖ Dans le cas d'une faible anisotropie, pour la distribution bi-maxwell-juttner,  $M$  atteint des valeurs maximales,  $M_{max} \sim \Gamma_{max}ck_{max} \sim 1.31 (\psi_a/\mu_a)$  qui ne satisfont plus la condition  $M \ll 1$ , nécessaire pour le développement effectué dans le cas d'une faible anisotropie. Les taux d'instabilité dépassent la région de validité des approximations considérées de faible anisotropie, même pour des températures moyennement relativistes. L'explication proposée repose sur le fait que les distributions  $\kappa$  et bi-

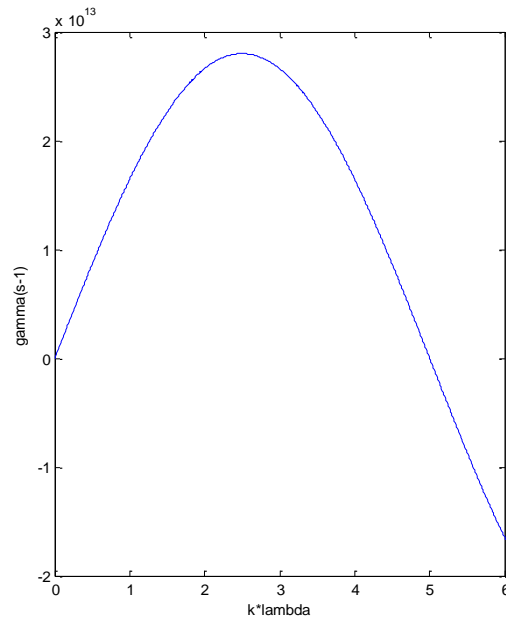
maxwellienne modifié, proviennent de distribution initialement non relativiste. Alors que la distribution bi-maxwell-juttner est directement formulée dans le cas relativiste.

### V.3. Résultat de S. Belghit et all

Dans la référence [17], les auteurs revisitent l'analyse théorique de l'instabilité de Weibel relativiste. Dans cette analyse le couplage du champ magnétique auto-généré par l'instabilité avec le champ de l'onde laser a été présenté. Le calcul de la fonction de distribution anisotrope et l'analyse de la stabilité des modes sont effectués de façon indépendante et l'effet des champs magnétiques générés, sur l'absorption de l'énergie par Bremsstrahlung inverse est négligé. Avec l'avènement de laser de courte longueur d'onde, cette approximation n'est plus valable. En effet, le terme de couplage devient du même ordre de grandeur que le terme de source de l'instabilité. Le modèle théorique utilisé qui est basé sur l'équation de Fokker-Planck Relativiste. Nous considérons un plasma homogène en présence d'un champ électrique haute fréquence de faible amplitude. Calculons la fonction de distribution anisotrope utilisons la méthode de séparation des échelles de temps ainsi que la méthode itérative. Puis résolvons la partie linéaire de (EFPR) associée à la perturbation de la fonction de distribution et établissons la relation de dispersion des modes Weibel. La résolution de la relation de dispersion conduit au calcul des taux d'instabilités donnée par l'équation (III.39). Les figures montrent que la prise en compte du couplage du champ magnétique auto-généré par l'instabilité avec le champ de l'onde laser conduit à une diminution du domaine spectral des modes instables et à une réduction des valeurs des taux d'instabilités  $\gamma(k)$ . Pour le mode le plus instable, cette réduction est d'un facteur deux et cela indépendamment des valeurs de la densité électronique  $n_e$ . Toutefois, cette réduction n'est pas significative. Les valeurs des taux d'instabilités des modes Weibel relativiste de l'ordre de  $\gamma(k) \sim 10^{13} \text{s}^{-1}$ . Tandis que stabilise ou voisinage de  $\gamma(k) \sim 10^{12} \text{s}^{-1}$  qui correspond le cas non-relativiste.

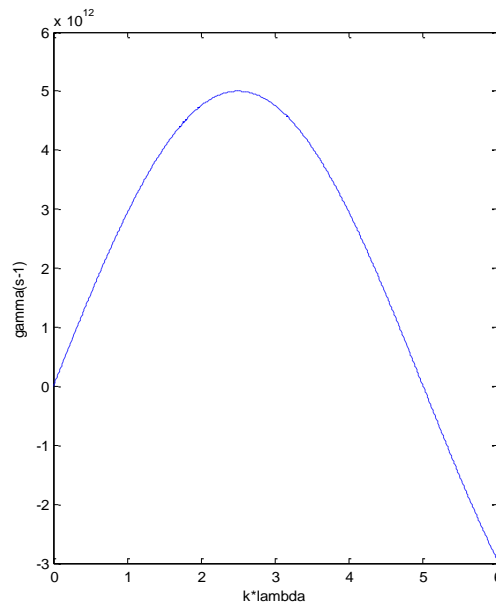
$$\gamma(k) = -\frac{3}{2} \sqrt{\frac{\pi}{2}} V_t^5 \frac{k^2 c^2}{\omega_p^2} \frac{1}{\int_0^\infty \frac{p^7}{m_e^7 \gamma_L^7} F_{1,1} \exp\left(-\frac{E}{T}\right) dp} + \frac{m_e^2 V_t^4 p_0^2}{10\sqrt{3} p_t^2} \cdot$$

$$\frac{\int_0^\infty \left\{ \frac{p^4}{m_e^6 c^2 \gamma_L^3} \left[ \frac{5}{2} - \frac{c^2}{V_t^2} \right] - \frac{p^2}{m_e^4 \gamma_L^4} \left[ \frac{9}{\gamma_L} - 4 \frac{c^2}{V_t^2} \right] \right\} (1 - 2vF_{1,1}) \exp\left(-\frac{E}{T}\right) dp}{\int_0^\infty \frac{p^7}{m_e^7 \gamma_L^7} F_{1,1} \exp\left(-\frac{E}{T}\right) dp} \quad (\text{I. 39})$$



**FIG.I.9 :** Taux d'instabilités des modes Weibel relativiste en fonction du paramètre de collisionnalité ( $k\lambda_{ei}$ ) pour différents paramètres physiques du laser et du plasma :

$$n_e = 10^{26} \text{m}^{-3}, T_e = 10 \text{KeV}, \text{ et } \frac{P_0}{P_t} = 0.1. \text{ [17]}$$



**FIG.I.10 :** Taux d'instabilités des modes Weibel relativiste en fonction du paramètre de collisionnalité ( $k\lambda_{ei}$ ) pour différents paramètres physiques du laser et du plasma.

$$n_e = 10^{26} \text{m}^{-3}, T_e = 10 \text{KeV}, \text{ et } \frac{P_0}{P_t} = 0.1.$$

Correspond aux valeurs sans le terme de couplage:  $S_{IB}(f_s^{(0)})$ . [17]

## Conclusion

Nous avons dans ce chapitre présenté l'instabilité de Weibel. Cette instabilité qui excite des modes électromagnétiques se développe dans des plasmas anisotropes en température. Nous avons dans un premier temps exposé à partir d'un modèle fluide le mécanisme physique de l'instabilité ensuite, nous avons présenté le résultat original de Weibel dans le cas d'une faible anisotropie de température. Dans une deuxième partie, nous nous sommes intéressés à l'instabilité de Weibel dans les plasmas créés par laser, particulièrement, à l'instabilité de Weibel induite par l'absorption de l'énergie laser par Bremsstrahlung inverse. Dans le troisième paragraphe nous avons analysé les modes Weibel classique, semi relativiste et relativiste rencontrée dans la littérature.

## References:

- [1] A. Ramani and G. Laval, *Phys. Fluids* 30, 1353 (1987).
- [2] A. Bendib, K. Bendib and A. Sid, *Phys. Rev. E* 55, 7522 (1997).
- [3] E. S. Weibel, *Phys. Rev. Lett.* 2, 83 (1959).
- [4] K. Bendib, A. Bendib and A. Sid, *Laser and Particle Beams* 16, 3 (1998).
- [5] A. Bendib and J. F. Luciani, *Phys. Rev. Lett.* 58, 2067 (1987).
- [6] E. M. Epperlein, *Plasma Phys. Control. Fusion* 27, 1027 (1985) ; E. M. Epperlein and M. G. Haines *Phys. Fluids* 29, 1029 (1986).
- [7] T. W. Johnston, *Phys. Rev.* 4, 1103 (1960).
- [8] A. B. Langdon, *Phys. Rev. Lett.* 44, 575 (1980).
- [9] J. P. Matte, M. Lamoureux, C. Moller, R. Y. Yin, J. Delletrez, J. Virmont and T. W. Johnston, *Plasma Phys. Controlled Fusion* 30, 1665 (1988).
- [10] A. Sid, *Physics of Plasmas*, 1, 214 (2003).
- [11] S. Belghit, A. Sid and K. Bendib. *International Journal of Physics*, Vol. 2, No. 6, 226-230 (2014).
- [12] S. Zaheer and G. Murtaza. *Physics of Plasmas* 14, 072106 (2007)
- [13] M. Mahdavi and H. Khanzadeh. *Commun. Theor. Phys.* 61, 1, 127–130 (2014)
- [14] P. H. Yoon, *Phys. Fluids B* 1, 1336 (1989).
- [15] U. Schaefer-Rolffs et R. C. Tautz, *Phys. Plasmas* 15, 062105 (2008).
- [16] U. Schaeffer-Rolffs, I. Lerche et R. Schlickeiser, *Phys. Plasmas* 13, 012104 (2006).
- [17] S. Belghit and A. Sid. *Journal Physics of Plasmas* 23, 063104 (2016).

## Chapitre II :

Étude

Semi -Relativiste

de L'instabilité

de Weibel

Sommaire de chapitre II .

<b>Introduction</b> .....	32
<b>I. Le Model Mathématique</b> .....	33
<b>I.1. Détermination de la relation de dispersion</b> .....	34
<b>I.2. Résolution de la relation de dispersion</b> .....	38
<b>II. Taux de croissance d'Instabilité de Weibel</b> .....	38
<b>II.1. Dans la Limite de <math>\xi \ll 1</math></b> .....	38
<b>II.2. Dans la Limite de <math>\xi \gg 1</math></b> .....	40
<b>III. Résultats et discussion</b> .....	41
<b>Conclusion</b> .....	47
<b>Références</b> .....	47

## Introduction

Les mécanismes physiques responsables de la création de l'anisotropie en température sont l'expansion 1D du plasma, les gradients thermiques et le chauffage par Bremsstrahlung inverse correspondant à l'absorption d'un photon par un électron en présence d'un ion dans l'expérience de fusion inertielle [1], L'anisotropie en température est la source de IW, d'un point de vue cinétique correspond a la seconde anisotropie de la fonction de distribution. IW est intensivement étudiée dans la littérature [2–9]. Dans ces références différents modèles sont présentés pour calculer les relations de dispersion et en déduire le taux de croissance de IW. Récemment, dans la référence [10] les auteurs ont présenté un nouveau modèle basé sur l'équation relativiste de Fokker-Planck couplée aux équations de Maxwell. Déduisons l'IW due à IBA en tenant compte de l'effet relativiste. Dans ce modèle, la fonction isotrope est supposée à la fonction de distribution de Maxwellien relativiste, et déduit que le couplage entre le champ électrique et la génération de champ magnétique quasi-statique par IW peut être convainquant les modes de Weibel.

Dans notre travail, nous avons étudié l'IW semi-relativiste due à IBA dans un plasma chauffé par un champ laser électrique. Nous considérons d'abord un plasma inhomogène en présence d'un champ laser élevé, défini par l'équation de Fokker-Planck semi-relativiste avec une collision de termes de Krook. Nous calculons la relation de dispersion sous les mêmes approximations utilisées dans l'expérience de la fusion inertielle, et déduisons le taux de croissance de IW correspondant toujours à la partie imaginaire de la relation de dispersion.

Le chapitre est organisé comme suit : dans la section I, nous présentons un modèle mathématique basé sur le couplage de l'équation de Fokker-Planck semi-relativiste avec les équations de Maxwell, et résolvants la relation de dispersion. Dans la section II, nous en déduisons le taux de croissance de IW dans deux limites utilisées dans la littérature. Enfin, dans une brève conclusion nous résumons nos principaux résultats.

## I. Le Model Mathématique

Pour décrire un plasma complètement ionisé où les interactions entre les particules se font par le biais des interactions coulombiennes, nous utilisons l'équation de Fokker-Planck semi-relativiste. Selon la notation de Braginski, elle s'écrit dans le repère du laboratoire sous la forme [11]:

$$\frac{\partial F}{\partial t} + \vec{V} \cdot \frac{\partial F}{\partial \vec{r}} + q \left( \vec{E} + \frac{\vec{V}}{c} \times \vec{B} \right) \frac{\partial F}{\partial \vec{p}} = -v_{ei}(F - F_0) \quad (\text{II. 1})$$

Où  $F$  est la fonction de distribution des électrons,  $F_0$  est la fonction de distribution à l'équilibre thermodynamique,  $m_e, e$  sont la masse des électrons et la charge élémentaire respectivement;  $\vec{p} = m_e \gamma_L \vec{V}$  est la quantité de mouvement des électrons,  $\gamma_L = (1 + \frac{p^2}{m_e^2 c^2})^{1/2}$  est la facteur de Lorentz relativiste,  $\vec{V}$  est la vitesse des électrons,  $\vec{E}$  et  $\vec{B}$  sont les champs électrique et magnétique présents dans le plasma.  $v_{ei}(f)$  et l'opérateur de collision électron-ion.

Dans l'équation (II.1), nous avons effectué quelques approximations qui se justifient physiquement dans les plasmas créés par laser.

Où :

- $\frac{\partial F}{\partial t} + \vec{V} \cdot \frac{\partial F}{\partial \vec{r}}$  : la dépendance spatio-temporelle
- $q \left( \vec{E} + \frac{\vec{V}}{c} \times \vec{B} \right) \frac{\partial F}{\partial \vec{p}}$  : terme en champ électromagnétique traduit la prise en compte dans notre étude
- $-v_{ei}(F - F_0)$  : terme de collision de Krook
- **Approximation de Lorentz** : Cette approximation consiste à négliger l'opérateur de collision électron-électron devant l'opérateur de collision électron-ion. Elle est valable pour des plasmas de numéro atomique  $Z$  élevé.
- **Approximation sur les ions** : à cause de leur grande inertie nous négligeons la réponse des ions aux sollicitations du champ électrique. Cette hypothèse est systématiquement utilisée dans la littérature pour analyser la réponse d'un plasma soumis à un champ laser.



- ***l'effet de l'hydrodynamique*** : nous supposons que l'effet de l'hydrodynamique du plasma sur l'interaction onde-plasma est négligeable. Ceci se justifie par le fait que la vitesse d'expansion du plasma créé par laser est de l'ordre de ( $c_s = \sqrt{\frac{ZT_e}{M_i}}$  : est la vitesse acoustique ionique) qui est très faible par rapport à la vitesse thermique des électrons ( $V_t = \sqrt{\frac{T_e}{m_e}}$ ). Cette hypothèse revient à travailler avec un plasma au repos par rapport au repère du laboratoire.

L'étape suivant de notre calcul consiste à linéariser l'équation (II. 1) en posant :

$$F = f + F_0 \quad (\text{II. 2})$$

avec la condition  $F_0 \ll f$ . La fonction de distribution  $f$  décrit le plasma en présence du champ laser en haute fréquence tandis que  $F_0$  est la perturbation associée au plasma. En utilisant le développement (II. 2), la séparation des ordres de grandeurs dans l'équation (II. 1) conduit à l'équation de Fokker-Planck semi-relativiste sous la manière suivante :

$$\frac{\partial F_0}{\partial t} + \vec{V} \cdot \frac{\partial F_0}{\partial \vec{r}} + q \left( \vec{E} + \frac{\vec{V}}{c} \times \vec{B} \right) \frac{\partial f}{\partial \vec{p}} = -\nu_{ei}(f - F_0) \quad (\text{II. 3})$$

Cette équation est l'équation de base de notre travail. Notons ici, que les deux premiers termes sont la dépendance spatio-temporelle, le troisième terme en champ électromagnétique traduit la prise en compte dans notre étude. Notamment, le premier terme du membre de droite est le terme de collision (e-i) de Krook (une petite capsule de l'ordre d'un millimètre de diamètre pour obtenir des conditions de température et de densité suffisamment hautes afin d'amorcer les réactions nucléaires; ce terme défiera par la suite) [12].

### I.1. Détermination de la relation de dispersion

Le calcul de la relation de dispersion des modes électromagnétiques semi-collisionnel repose sur l'équation de Fokker-Planck semi-relativiste (II.3) associée aux équations de Maxwell suivantes:

$$\vec{V} \times \vec{E} = -\frac{1}{c} \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \quad (\text{II. 4})$$

et

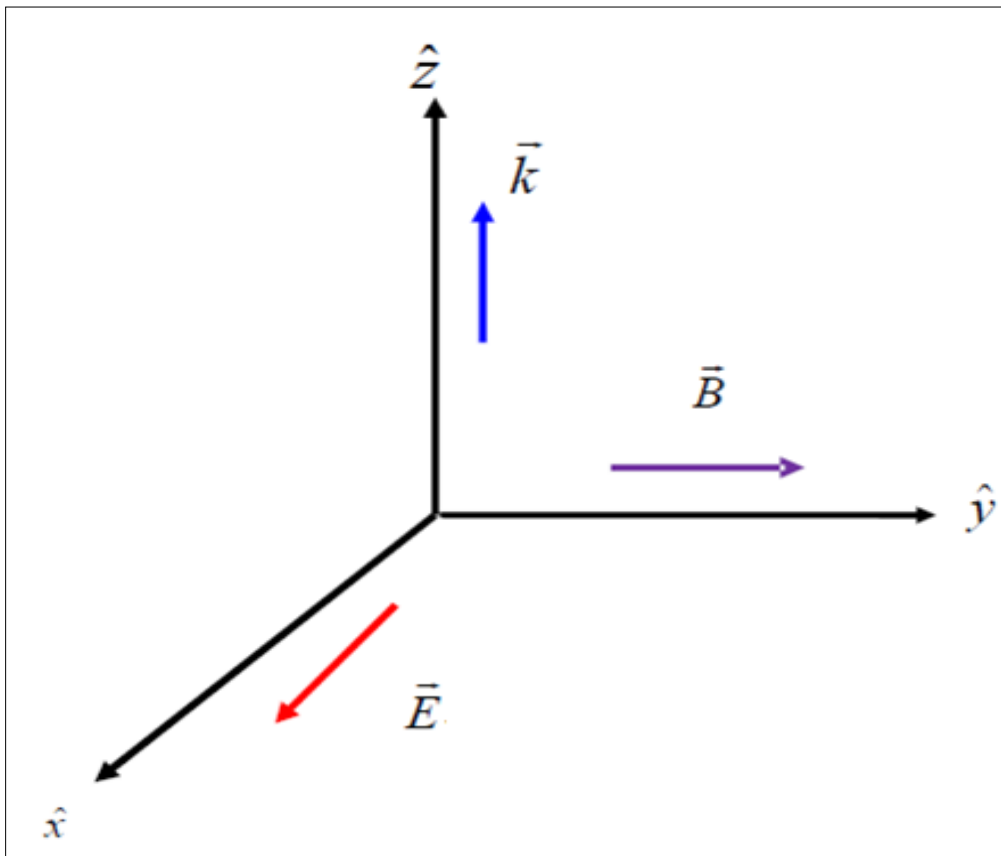
$$\vec{\nabla} \times \vec{B} = -\frac{1}{c} \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} + \frac{4\pi}{c} \vec{J} \quad (\text{II. 5})$$

Ou  $\vec{J}$  est la densité de courant définie par :

$$\vec{J} = -e \int \vec{V} F_0 dV \quad (\text{II. 6})$$

La polarisation linéaire de l'onde laser et la géométrie de notre problème conduisent à une anisotropie en température positive; de telle sorte que , ( $T_x > T_\perp$ ) . Cette anisotropie de température est susceptible d'exciter des modes Weibel instables de vecteur d'onde  $k$  perpendiculaires à la direction  $Ox$ .

Dans la suite de ce travail, en se rapportant au système les modes Weibel étudiés ont pour géométrie suivant :  $k(0.0.k)$ ,  $\vec{E}(E.0.0)$ , et  $\vec{B}(0.B.0)$  .



**FIG.II.1** : géométrie des modes Weibel

Nous utilisant la fonction de distribution de Jüttner-Maxwell sous la forme suivante:

$$F_0(p) = \frac{1}{K_2(\eta)} \frac{\eta}{4\pi (m_e c)^3} A(\eta) \exp\left(-\frac{m_e c^2}{T} \left(\left(1 + \frac{p^2}{m_e^2 c^2}\right)^{\frac{1}{2}} - 1\right)\right) \quad (\text{II. 7})$$

Ou

$\eta = -\frac{m_e c^2}{T}$  et  $K_2(\eta)$  est la Fonction de Bessel modifier a l'ordre 2 définit par:

$$K_2(\eta) = \frac{1}{2} (2\pi m_e T)^{-3/2} e^{-\frac{m_e c^2}{T}} \quad (\text{II. 8})$$

On Remplaçant l'équation (II.8) dans (II.7), la fonction de distribution prendre la forme :

$$F_0(p) = n_e \left(\frac{m_e}{2\pi T}\right)^{3/2} \exp\left(-\frac{m_e c^2}{T} \left(1 + \frac{p^2}{m_e^2 c^2}\right)^{1/2}\right) \quad (\text{II. 9})$$

Cette fonction peut être présentée dans le cas d'un plasma faiblement relativiste où  $\eta \gg 1$ , et la fonction de Bessel modifiée peut être écrite comme  $K_2(\eta) \approx \left(\frac{\pi}{2\eta}\right)^{1/2} e^{-\eta}$ . Cette approximation est justifiée dans les expériences de fusion inertielle. Typiquement, pour  $T=5\text{KeV}$ ,  $\frac{T}{m_e c^2} \sim 0.01\text{KeV}$ ; [7.11] alors :

$$F(P_{\perp}, P_{\parallel}) = \frac{n_e}{(2\pi)^{3/2}} \left(\frac{m_e}{T_{\perp}}\right) \left(\frac{m_e}{T_{\parallel}}\right)^{1/2} \exp\left(-\frac{P_{\parallel}^2}{m_e T_{\parallel}} - \frac{m_e c^2}{T_{\perp}} \left(1 + \frac{P_{\perp}^2}{2m_e^2 c^2}\right)\right) \quad (\text{II. 10})$$

Où  $m_e$  la masse de l'électron,  $T_{\parallel}$  et  $T_{\perp}$  sont respectivement la température suivant la direction parallèle et celle dans le plan perpendiculaire,  $P_{\parallel}$  et  $P_{\perp}$  sont respectivement la quantité de mouvement parallèle et celle dans le plan perpendiculaire. La dynamique des ions et les effets des collisions ont été négligés. L'analyse de l'instabilité de Weibel repose sur la méthode perturbative des équations de Fokker-Planck. Elle consiste à développer la fonction de distribution électronique à partir d'un état d'équilibre. La température totale des électrons est définie par:

$$T = \frac{\frac{1}{2} \int_0^\infty m_e V^2 F_0 \overline{d\vec{V}}}{\int_0^\infty F_0 \overline{d\vec{V}}} \quad (\text{II. 11})$$

On considère la fonction de distribution normalisée de sorte que  $\int_0^\infty F_0 \overline{d\vec{V}} = 1$ ; la température parallèle et celle perpendiculaire est définis par:

$$T_{\parallel} = \int_0^\infty dp_{\parallel} \frac{P_{\parallel}^2}{2\gamma_L m_e} F_0(P_{\perp}, P_{\parallel}) \quad (\text{II. 12})$$

et

$$T_{\perp} = \int_0^\infty dp_{\perp} \frac{P_{\perp}^2}{2\gamma_L m_e} F_0(P_{\perp}, P_{\parallel}) \quad (\text{II. 13})$$

En choisissant, la dépendance spatio-temporelles des champs sous forme de mode de Fourier ( $\sim \exp(i\omega t + kz)$ ), les équations (II.4), (II.5) et (II.6) s'écrivent la relation de dispersion:

$$\omega^2 - k^2 c^2 - \omega_p^2 + \omega_p^2 \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{dp_{\parallel} P_{\parallel}}{(\omega - k_{\parallel} P_{\parallel})} \exp\left(-\frac{P_{\parallel}^2}{m_e T_{\parallel}}\right) \int_0^\infty P_{\perp}^3 \exp\left(-\frac{E_{\perp}}{T_{\perp}}\right) = 0 \quad (\text{II. 14})$$

Nous utilisons la formule de Plemelj pour résoudre la relation de dispersion des modes Weibel, les deux intégrales deviennent [13]:

$$\begin{aligned} \int_{-\infty}^{+\infty} dp_{\parallel} \frac{P_{\parallel}}{(\omega - k_{\parallel} P_{\parallel})} \exp\left(-\frac{P_{\parallel}^2}{m_e T_{\parallel}}\right) \\ = -\frac{\sqrt{m_e T_{\parallel}}}{k_{\parallel}} Z(\xi) \end{aligned} \quad (\text{II. 15})$$

et

$$\int_0^\infty P_{\perp}^3 \exp\left[-\frac{m_e c^2}{T_{\perp}} \left( \left(1 + \frac{P_{\perp}^2}{m_e^2 c^2}\right)^{1/2} - 1 \right)\right] dp_{\perp} = 2 \frac{T_{\perp}^4}{c^4} \left[ 3 + 3 \frac{m_e c^2}{T_{\perp}} + \frac{m_e^2 c^4}{T_{\perp}^2} \right] \quad (\text{II. 16})$$

## I.2. Résolution de la relation de dispersion

En remplaçant les équations (II.15) et (II.16) dans (II.14), et après quelque manipulation mathématique la relation de dispersion devient:

$$\omega^2 - k^2 c^2 - \omega_p^2 - \frac{2}{(2\pi)^{3/2}} \frac{1}{T_{\parallel}} \frac{1}{m_e} \frac{T_{\perp}^2}{c^4} \frac{1}{k_{\parallel}} \omega_p^2 \left[ 3 + 3 \frac{m_e c^2}{T_{\perp}} + \frac{m_e^2 c^4}{T_{\perp}^2} \right] Z(\xi) = 0 \quad (\text{II. 17})$$

Ou  $Z(\xi)$  est la fonction de dispersion des plasmas définit par:

$$Z(\xi) = i \pi \exp(-\xi^2) + \text{PP} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{x \cdot \exp(-x^2)}{(x - \xi)} dx \quad (\text{II. 18})$$

Avec  $\xi = \frac{\omega}{k_{\parallel} \sqrt{m_e T_{\parallel}}}$ ,  $\omega$  est la pulsation des modes Weibel.

Notons ici la nouvelle formule de condition est introduite comme suit :

$$Q(T_{\perp}) = \left[ 3 + 3 \frac{m_e c^2}{T_{\perp}} + \frac{m_e^2 c^4}{T_{\perp}^2} \right] \frac{T_{\perp}^2}{c^4 m_e} \frac{1}{k_{\parallel}} \quad (\text{II. 19})$$

Dans la limite  $\xi \ll 1$ . La relation de dispersion soit:

$$\omega^2 - k^2 c^2 - \omega_p^2 - i \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \omega_p^2 Q(T_{\perp}) \frac{T_{\perp}}{T_{\parallel}} \exp(-\xi^2) + \omega_p^2 \frac{2}{(2\pi)^{3/2}} \frac{T_{\perp}}{T_{\parallel}} Q(T_{\perp}) \check{Z}(\xi) = 0 \quad (\text{II. 20})$$

Ici  $\check{Z}(\xi)$  est la partie réel de la fonction de dispersion des plasmas  $Z(\xi)$  donnée par le deuxième terme de l'équation (18).

## I. TAUX DE CROISSANCE DE L'ISTABILITE DE WEIBEL

### II.1. Dans la Limite de $\xi \ll 1$

Dans cette section nous avons étudié l'instabilité de Weibel dans la limite de  $\xi \ll 1$ , où la partie réelle de la fonction de dispersion des plasmas  $\check{Z}(\xi)$  est modifiée par la formule suivante:

$$\check{Z}(\xi) \cong (-2\sqrt{\pi}\xi + \dots) \quad (\text{II. 21})$$

Après quelques manipulations mathématiques La relation de dispersion devient:

$$\omega^2 - k^2 c^2 - \omega_p^2 - i \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \omega_p^2 Q(T_\perp) \frac{T_\perp}{T_\parallel} - \omega_p^2 \frac{\sqrt{2}}{\pi} \frac{T_\perp}{T_\parallel} Q(T_\perp) \xi = 0 \quad (\text{II. 22})$$

dans la limite ( $\omega^2 \ll k^2 c^2$ ), La relation de dispersion devient:

$$\left( \frac{k^2 c^2}{\omega_p^2} + 1 \right) - i \frac{1}{\sqrt{2\pi}} Q(T_\perp) \frac{T_\perp}{T_\parallel} - \frac{\sqrt{2}}{\pi} \frac{T_\perp}{T_\parallel} Q(T_\perp) \frac{\omega}{k_\parallel \sqrt{m_e T_\parallel}} = 0 \quad (\text{II. 23})$$

En considérant ( $\omega = \omega_r + i(\gamma + \nu_{ei})$ ), où  $\nu_{ei}$  est la fréquence de collision électron-ion [14]

$$\nu_{ei} = - \frac{P_t^4}{2\lambda_{ei} p^3} m_e^3 \gamma_L^3 \quad (\text{II. 24})$$

Où  $P_t$  est la quantité de mouvement thermique,  $\lambda_{ei} = 1\mu\text{m}$  est le libre parcours moyen. L'expression de  $\nu_{ei}$  est celle obtenue à partir de l'opérateur de collision de Landau [15]. Le choix de l'opérateur de Krook est motivé par sa forme analytique simple. La description des collisions à partir de l'opérateur de Landau n'affecte pas de façon significative les taux d'instabilités des modes Weibel.

le taux de croissance de IW correspond à la partie imaginaire donné par :

$$\gamma = \text{Im}(\omega) = \left[ \left( \frac{k^2 c^2}{\omega_p^2} + 1 \right) - \frac{1}{\sqrt{2\pi}} Q(T_\perp) \frac{T_\perp}{T_\parallel} \right] / \frac{\sqrt{2}}{\pi} \frac{T_\perp}{T_\parallel} Q(T_\perp) \frac{1}{k_\parallel \sqrt{m_e T_\parallel}} + \frac{P_t^4}{2\lambda_{ei} p^3} m_e^3 \gamma_L^3 \quad (\text{II. 25})$$

La condition de taux de croissance de IW correspond à la partie imaginaire obtenu par :

$$1 + \frac{k^2 c^2}{\omega_p^2} < Q(T_\perp) \frac{T_\perp}{T_\parallel} \quad (\text{II. 26})$$

## II.2. Dans la Limite de $\xi \gg 1$

Dans cette section nous avons étudié l'instabilité de Weibel dans la limite de  $\xi \gg 1$ . ou la partie réel de la fonction de dispersion des plasmas  $\check{Z}(\xi)$  modifier par la formule suivante :

$$\check{Z}(\xi) \cong -\frac{1}{\xi} - \frac{1}{2\xi^3} + \dots \quad (\text{II. 27})$$

De même que les étapes précédents, Après quelques manipulations mathématiques La relation de dispersion donnée par:

$$\omega^2 - k^2 c^2 + \omega_p^2 \frac{\sqrt{2} T_{\perp}}{\pi T_{\parallel}} Q(T_{\perp}) \left( \frac{1}{\xi} + \frac{1}{2\xi^3} \right) = 0 \quad (\text{II. 28})$$

Dans la limite ( $\omega^2 \ll k^2 c^2$ ), La relation de dispersion devient:

$$\left( \frac{k^2 c^2}{\omega_p^2} + 1 \right) + \frac{\sqrt{2} T_{\perp}}{\pi T_{\parallel}} Q(T_{\perp}) \frac{k_{\parallel} \sqrt{m_e T_{\parallel}}}{\omega} = 0 \quad (\text{II. 29})$$

De même que la partie précédent mais dans cette cas le taux de croissance de IW correspond à la partie réel (est-ce que existe !) elle est donné par :

$$\gamma = R(\omega) = -\frac{\sqrt{2} T_{\perp}}{\pi T_{\parallel}} Q(T_{\perp}) k_{\parallel} \sqrt{m_e T_{\parallel}} / \left( \frac{k^2 c^2}{\omega_p^2} + 1 \right) + \frac{p_t^4}{2\lambda_{ei} p^3} m_e^3 \gamma_L^3 \quad (\text{II. 30})$$

La condition de taux de croissance de IW correspond à la partie real obtenu par :

$$\left( \frac{k^2 c^2}{\omega_p^2} + 1 \right) > 0 \quad (\text{II. 31})$$

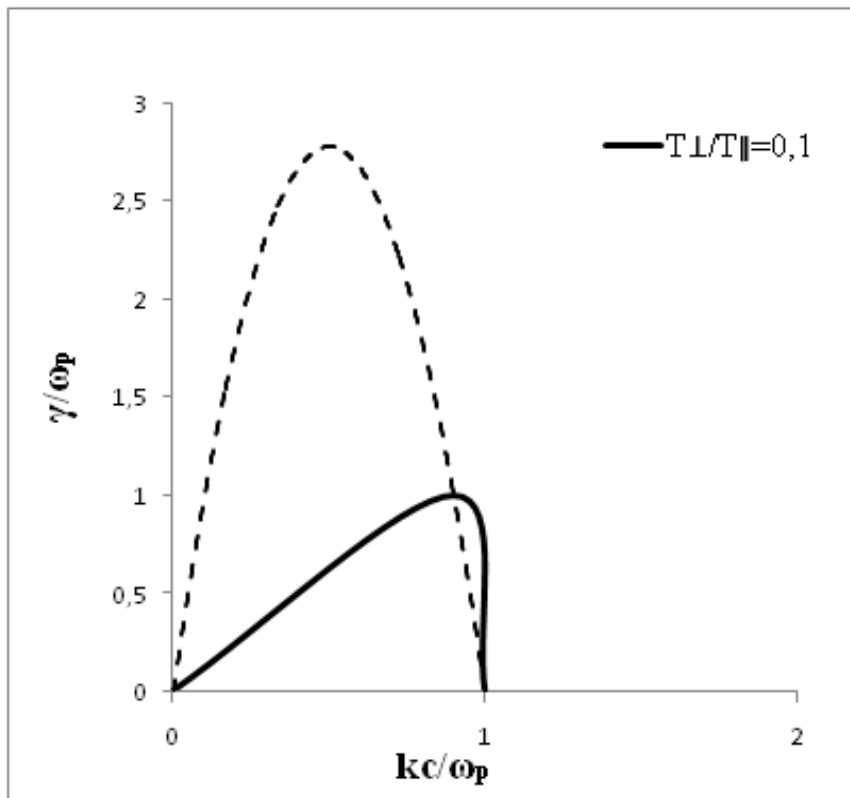
### III. Résultats et Discussion

L'équation (II.25) correspond au taux de croissance de IW en régime semi relativiste, le premier terme contient la condition négative de IW correspond au terme de perte dû à l'amortissement Landau [16], le second terme correspond à la fréquence de collision électronique présentée dans le plasma. En utilisant un code MATLAB et notre modèle standard, nous traçons le taux de croissance de IW dans la limite  $\xi \ll 1$ . Nous présentons sur les figures, le spectre de croissance de IW pour différents paramètres des températures et de densité de plasma.

Nous montrons que pour diminuer la fréquence de collision et le rapport  $\frac{T_{\perp}}{T_{\parallel}}$  des températures et pour une densité de plasma constante, les valeurs des modes de Weibel peuvent être diminuées. Mais si la fréquence de collision est ignorée, le taux de croissance de IW a augmenté dans des valeurs maximales. Par contre a la limite  $\xi \gg 1$ , le taux de croissance de IW correspond dans ce cas à la partie réel donné par l'équation (II.30) ; La simulation a donné une ligne parallèle à l'axe x dans tout les cas.

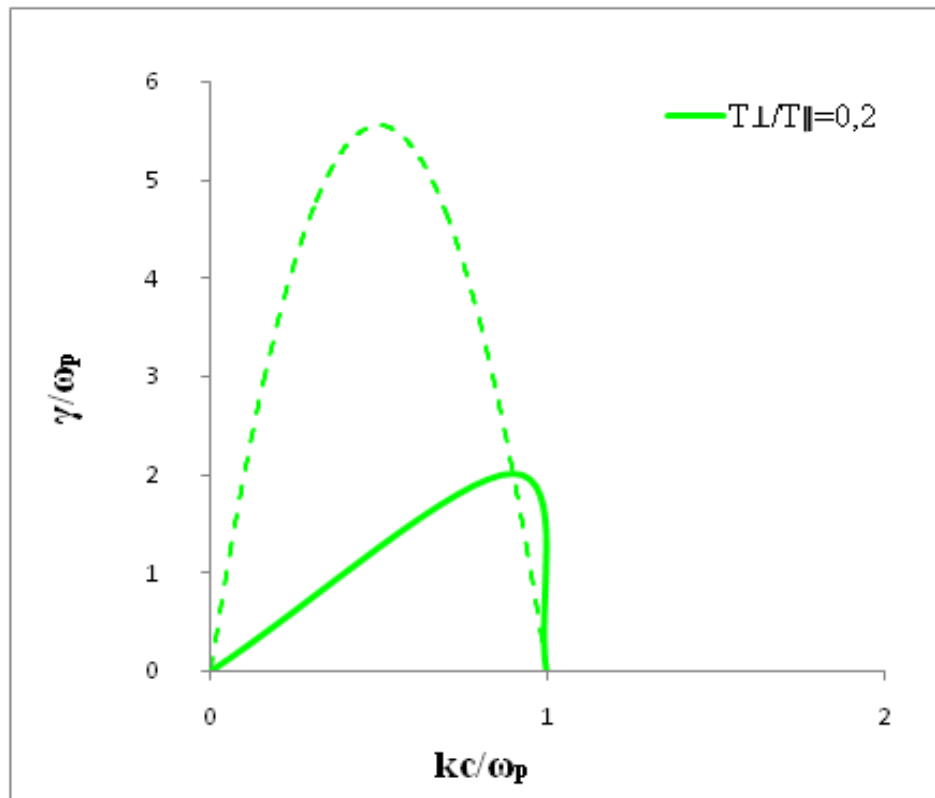


La figure II.2 indique que taux de croissance de IW en régime semi relativiste augmente lorsque la température  $\frac{T_{\perp}}{T_{\parallel}} = 0.1$  pour densité électronique  $n_e = 10^{25} \text{ cm}^{-3}$  dans la limite  $\xi \ll 1$ . Par contre si L'effet de collision ignoré la valeur maximal du taux de croissance reste dans ordre de  $3 \cdot 10^{12} \text{ s}^{-1}$ .



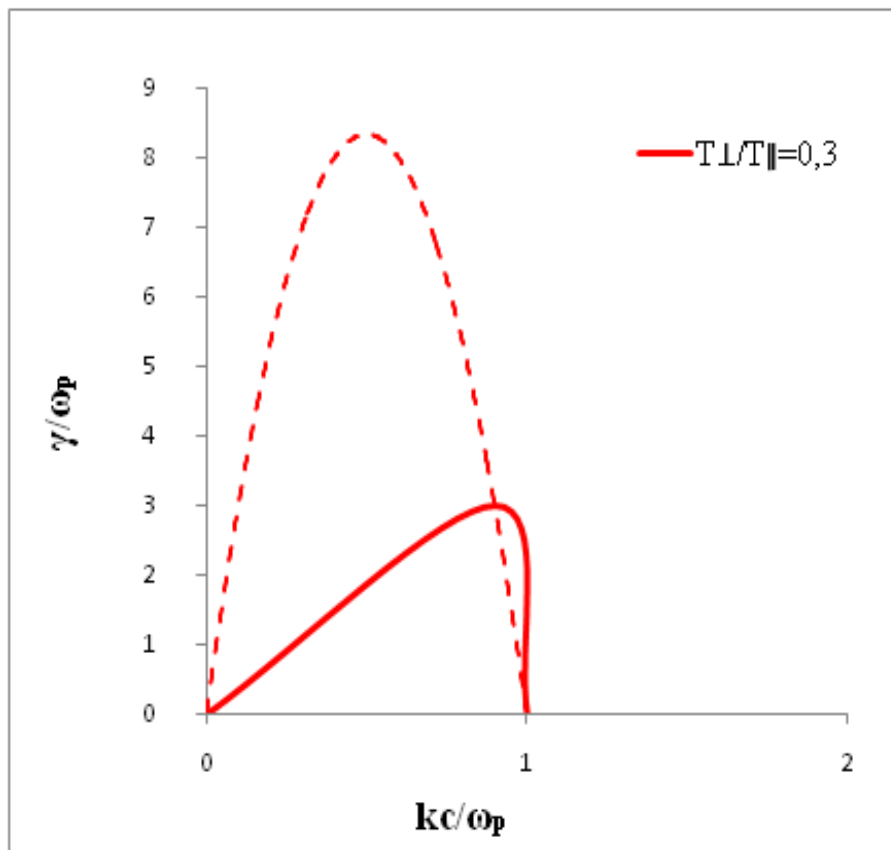
**FIG.II.2:** Taux de croissance de IW en régime semi relativiste pour différents paramètres des plasmas ( $\frac{T_{\perp}}{T_{\parallel}} = 0.1$ ,  $n_e = 10^{25} \text{ cm}^{-3}$ ) dans la limite  $\xi \ll 1$ . L'effet de collision ignoré dans la ligne pointillée.

D'après la figure II. 3 on constate que le taux de croissance de IW en régime semi relativiste augmente lorsque la température  $\frac{T_{\perp}}{T_{\parallel}} = 0.2$  pour densité électronique  $n_e = 10^{25} \text{cm}^{-3}$  dans la limite  $\xi \ll 1$ . Par contre si l'effet de collision ignoré la valeur maximal du taux de croissance reste dans ordre de  $6 \cdot 10^{12} \text{s}^{-1}$ .



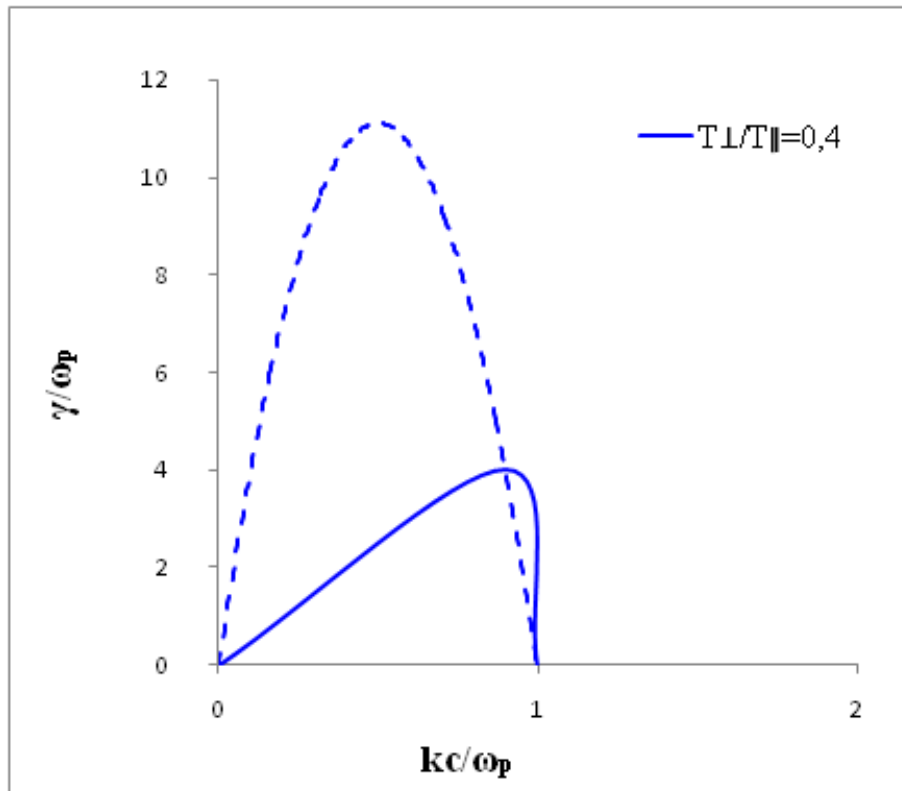
**FIG.II.3:** Taux de croissance de IW en régime semi relativiste pour différents paramètres des plasmas ( $\frac{T_{\perp}}{T_{\parallel}} = 0.2$ ,  $n_e = 10^{25} \text{cm}^{-3}$ ) dans la limite  $\xi \ll 1$ . L'effet de collision ignoré dans la ligne pointillée.

La figure II. 4 montre que le taux de croissance de IW en régime semi relativiste augmente lorsque la température  $\frac{T_{\perp}}{T_{\parallel}} = 0.3$  pour densité électronique  $n_e = 10^{25} \text{cm}^{-3}$  et pour augmenter la fréquence de collision dans la limite  $\xi \ll 1$ . Par contre si l'effet de collision ignoré la valeur maximal du taux de croissance reste dans ordre de  $9 \cdot 10^{12} \text{s}^{-1}$ .



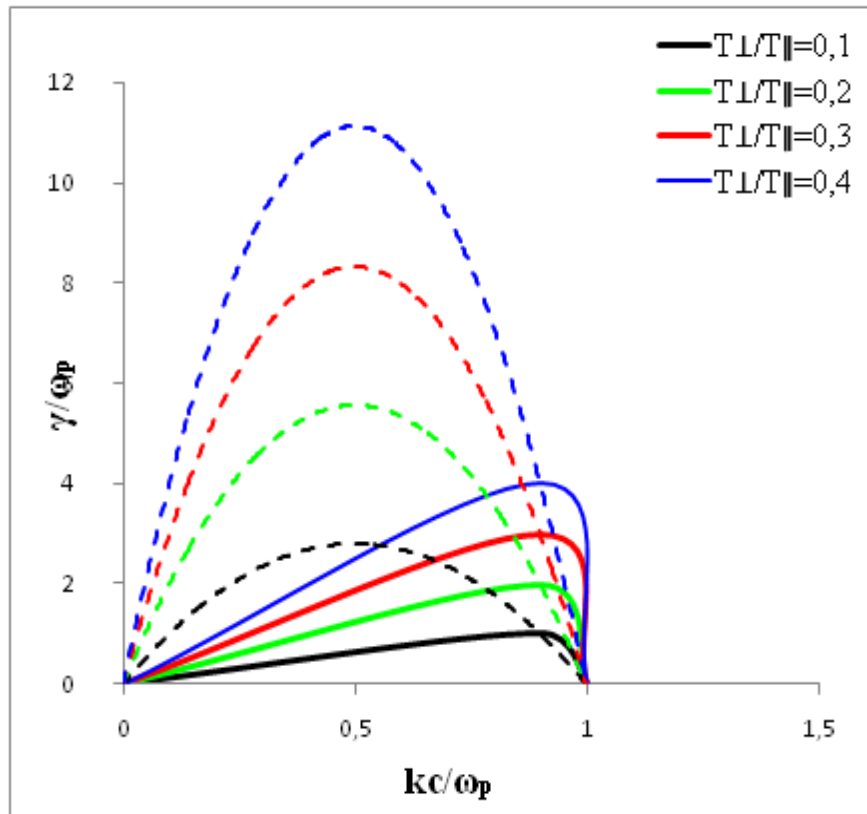
**FIG. II.4:** Taux de croissance de IW en régime semi relativiste pour différents paramètres des plasmas ( $\frac{T_{\perp}}{T_{\parallel}} = 0.3$ ,  $n_e = 10^{25} \text{cm}^{-3}$ ) dans la limite  $\xi \ll 1$ . L'effet de collision ignoré dans la ligne pointillée.

La figure II. 5 montre que le taux de croissance de IW en régime semi relativiste augmente lorsque la température  $\frac{T_{\perp}}{T_{\parallel}} = 0.4$  pour densité électronique  $n_e = 10^{25} \text{cm}^{-3}$  et pour augmenter la fréquence de collision dans la limite  $\xi \ll 1$ . Par contre si l'effet de collision ignoré la valeur maximal du taux de croissance reste dans ordre de  $10^{13} \text{s}^{-1}$ .



**FIG. II.5:** Taux de croissance de IW en régime semi relativiste pour différents paramètres des plasmas ( $\frac{T_{\perp}}{T_{\parallel}} = 0.4$ ,  $n_e = 10^{25} \text{cm}^{-3}$ ) dans la limite  $\xi \ll 1$ . L'effet de collision ignoré dans la ligne pointillée.

D'autre parte, on a remarque que lorsque l'effet de collision et la température, la prononciation spectrale des phases de Weibel augmente par rapport à l'annulation de la collision dans chaque cas. Comme le montre dans la figure II.6



**FIG. II.6:** comparaison entre les taux de croissance de IW en régime semi relativiste pour différents paramètres des plasmas dans la limite  $\xi \ll 1$ . L'effet de collision ignoré dans les lignes pointillée.

Ces résultats démontrent clairement que le choix de la fonction de distribution sous forme de Jüttner-Maxwell semi relativiste modifier et des températures, en plus de le choix du terme de collision de Krook, sont capables de réduire les modes de Weibel par rapport l'étude présentée dans les références [7.8] où est la fonction de distribution considérée comme maxwellien

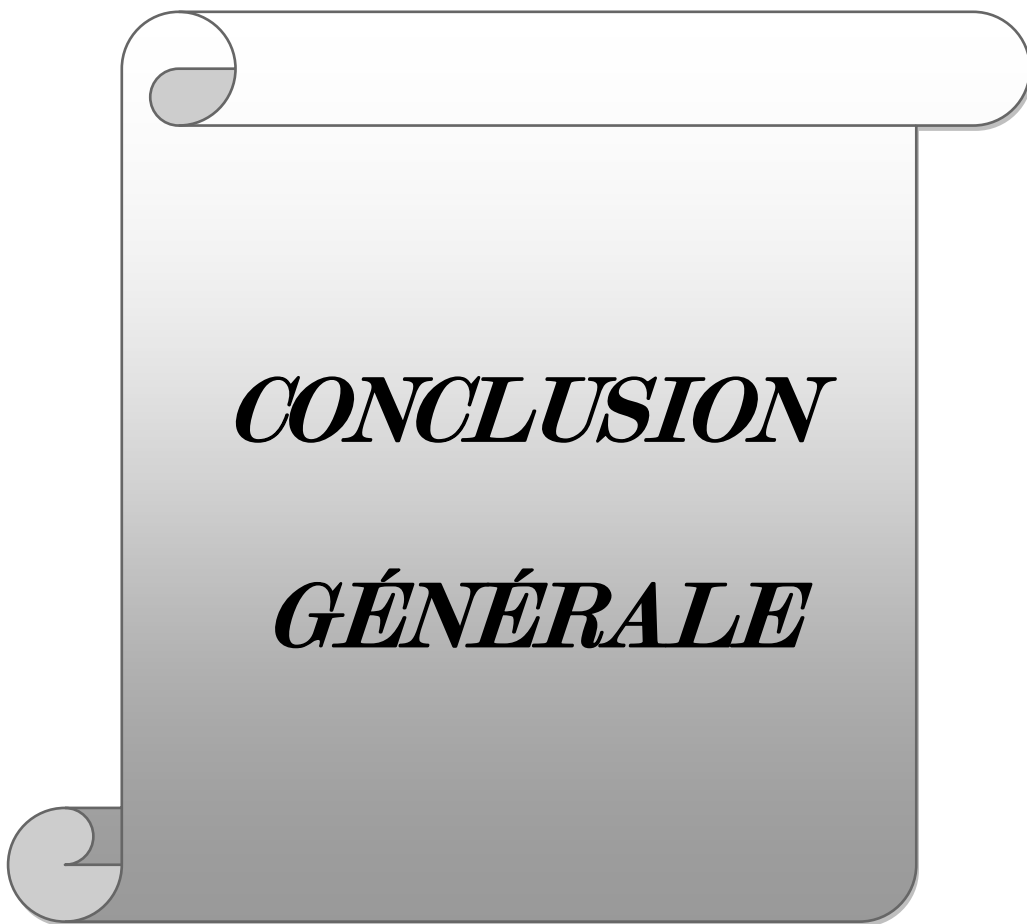
semi relativiste et Bi-maxwellien respectivement et au terme de collision sous forme de Coulomb dans la référence [8].

### Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons présenté, discuté et interprété les résultats obtenus concernant IW dans le cas semi relativiste, la fonction de distribution supposée de Jüttner-Maxwell modifiée, nous avons calculé la relation de dispersion en couplant les équations de Fokker-Planck et Maxwell sous certaines approximations utilisées dans les expériences de fusion laser, et en avons déduit le taux de croissance de Wien tenu compte ici des effets relativistes. Un traitement numérique par code MATLAB montre que les modes de WI décroissent de quelques ordres à petite température anisotrope. Danc pour l'effet de collision ignoré, le taux de croissance de IW ne peut pas être saturé.

### References

- [1] E. S. Weibel , Phys. Rev. Lett. **2**, 83 (1959).
- [2] A. Sid, Physics of Plasmas, 1, 214 (2003).
- [3] S. Belghit and A. Sid, Pramana – J. Phys, 87:96 (2016).
- [4] Abdelaziz Sid, AbdennasserGhezal, AzzeddineSoudani and Mohamed Bekhouche Plasma and Fusion Research, Volume 5, 007 (2010).
- [5] S. Belghit and A. Sid, Elixir Nuclear & Radiation Phys. 90, 37561-37564 (2016).
- [6] S. Belghit, A.Sid and K. Bendib, International Journal of Phys, 2, 6, 226-230(2014).
- [7] S. Zaheer and G. Murtaza,Phys. Plasmas14, 022108 (2007).
- [8] M. Mahdavi and H. Khanzadeh, Commun. Theor. Phys. 61, 127–130 (2014).
- [9] N.G. Zaki, Pramana 75,719 (2010).
- [10] S. Belghit and A. Sid, Physics of Plasmas. 23, 063104 (2016).
- [11] S. I. Braginski, in Reviews of plasmas Physics (M. A. Leonvitch, Consultant Bureau, N. Y.1985, Vol. 1).
- [12] J. D. Lindl, and all, Physics Today 45, 32-40.(1992)
- [13] Henrici. Peter, Applied and Computational Complex Analysis, vol. 3. Willey, John & Sons, Inc. (1986).
- [14] L.Bhatanagar,E.P.Gross,M.Krook,phys,rev,94,511(1954).
- [15] I. P. Shkarovsky and all, The particles Kinetics of Plasmas (Addison-Wesley,Reading, Mass. 1966).
- [16] L.Landau, On the vibration of the electronic plasma. J. Phys. USSR 10 (1946).



## CONCLUSION GENERALE

Dans ce mémoire nous avons revisité l'analyse théorique et numérique de l'instabilité de Weibel semi relativiste dans les plasmas créés par laser. Pour cela, nous avons considéré un plasma inhomogène en présence d'un champ électrique haute fréquence de faible amplitude. A partir de l'équation de Fokker-Planck semi relativiste, Nous avons établi la relation de dispersion des modes Weibel en tenant compte des termes de couplages des équations de base avec les équations de Maxwell.

Le principal résultat obtenu dans ce travail est que la prise en compte des effets relativiste entraîne un effet stabilisateur des modes Weibel. Nous avons trouvé une diminution du domaine des modes instables accompagnée d'une réduction de grandeur des taux d'instabilités voire même une stabilisation des modes. Les analyses précédentes de l'instabilité de Weibel ont donc surestimé les valeurs des taux d'instabilité. Tel que le choix de l'opérateur de collision de Krook. Par conséquent, plus les collisions sont importantes plus les anisotropies du plasma sont faibles. De nombreuses extensions de ce travail sont possibles. La prise en compte d'un champ magnétique à l'ordre zéro reste à étudier. Aussi, il serait intéressant d'étudier les effets non linéaires, combinés aux effets stabilisateurs des champs magnétiques sur les taux d'instabilité.

Enfin, avec l'avènement des lasers de puissance, les plasmas créés par laser ont atteint un nouveau régime situé dans le domaine quantique. Il serait par conséquent nécessaire d'étudier l'instabilité de Weibel dans des plasmas relativistes et quantiques.





***BIBLIOGRAPHI***

**BIBLIOGRAPHIE**

- [1] A. Ramani and G. Laval, Phys. Fluids 30, 1353 (1987).
- [2] A. Bendib, K. Bendib and A. Sid, Phys. Rev. E55, 7522 (1997).
- [3] E. S. Weibel , Phys. Rev. Lett. 2, 83 (1959).
- [4] K. Bendib, A. Bendib and A. Sid, Laser and Particle Beams 16, 3 (1998).
- [5] A. Bendib and J. F. Luciani, Phys. Rev. Lett. 58, 2067 (1987).
- [6] E. M. Epperlein, Plasma Phys. Control. Fusion 27, 1027 (1985) ; E. M. Epperlein and M. G. Haines Phys. Fluids 29, 1029 (1986).
- [7] T. W. Johnston, Phys. Rev. 4, 1103 (1960).
- [8] A. B. Langdon, Phys. Rev. Lett. 44, 575 (1980).
- [9] J. P. Matte, M. Lamoureux, C. Moller, R. Y. Yin, J. Delletrez, J. Virmont and T. W. Johnston, Plasma Phys. Controlled Fusion 30, 1665 (1988).
- [10] -A. Sid, Physics of Plasmas, 1, 214 (2003).
- [11] S. Belghit , A. Sid and K. Bendib. International Journal of Physics, Vol. 2, No. 6, 226-230 (2014).
- [12] S. Zaheer and G. Murtaza. Physics of Plasmas 14, 072106 (2007)
- [13] M. Mahdaviand H. Khanzadeh. Commun. Theor. Phys. 61,1,127–130 (2014)
- [14] P. H. Yoon, Phys. Fluids B 1, 1336 (1989).
- [15] U. Schaefer-Rolffs et R. C. Tautz, Phys. Plasmas 15, 062105 (2008).
- [16] U. Schaeffer-Rolffs, I. Lerche et R. Schlickeiser, Phys. Plasmas 13, 012104 (2006).
- [17] S. Belghit and A. Sid. journal Physics of Plasmas 23, 063104 (2016).
- [18] E. S. Weibel , Phys. Rev. Lett. 2, 83 (1959).
- [19] A. Sid, Physics of Plasmas, 1, 214 (2003).
- [20] S. Belghit and A. Sid, Pramana – J. Phys, 87:96 (2016).
- [21] Abdelaziz Sid, Abdennasser Ghezal, Azzeddine Soudani and Mohamed Bekhouche Plasma and Fusion Research, Volume 5, 007 (2010).
- [22] S. Belghit and A. Sid, Elixir Nuclear & Radiation Phys. 90, 37561-37564 (2016).
- [23] S. Belghit, A. Sid and K. Bendib, International Journal of Phys, 2, 6, 226-230(2014).
- [24] S. Zaheer and G. Murtaza, Phys. Plasmas 14, 022108 (2007).

- [25] M. Mahdavi and H. Khanzadeh, *Commun. Theor. Phys.* 61, 127–130 (2014).
- [26] N.G. Zaki, *Pramana* 75,719 (2010).
- [27] S. Belghit and A. Sid, *Physics of Plasmas*. 23, 063104 (2016).
- [28] S. I. Braginski, in *Reviews of plasmas Physics* (M. A. Leonvitch, Consultant Bureau, N. Y.1985, Vol. 1).
- [29] J. D. Lindl, and all, *Physics Today* 45, 32-40.(1992)
- [30] Henrici. Peter, *Applied and Computational Complex Analysis*, vol. 3. Willey, John & Sons, Inc. (1986).
- [31] G. Velarde, J. M. Martinez-Val, E. Minguez, and J. M. Perlado, *Advances in Laser Interaction with Matter and Inertial Confinement Fusion*, World Scientific, Spain, (1996).
- [32] I. P. Shkarovsky and all, *The particles Kinetics of Plasmas* (Addison-Wesley,Reading, Mass. 1966).
- [33] L. Landau, *On the vibration of the electronic plasma. J. Phys. USSR* 10 (1946).

## ETUDE SEMI-RELATIVISTE DE L'INSTABILITE DE WEIBEL DANS LES PLASMAS CREE PAR LASER

### RESUME :

*Dans ce travail, nous avons analysé l'instabilité de Weibel (IW) dans le cas semi-relativiste, lorsque on suppose que la fonction de distribution isotrope de Jüttner-Maxwell modifiée en tenant compte des effets relativistes. Pour cela nous considérons un plasma inhomogène en présence d'un champ laser élevé, À partir de l'équation de Fokker-Planck semi relativiste et les équations de Maxwell nous avons établi les relations de dispersion et déduit le taux de croissance de WI. Il en résulte que l'effet de la fréquence de collision et de la densité élevée du plasma dans des conditions de température anisotrope diminuent le spectre du taux de croissance des modes de Weibel, ce résultat montre clairement que les analyses précédentes de WI en raison de l'anisotropie de la température, l'effet de collision et le choix de la densité des plasmas peut être estimé les valeurs du taux de croissance de WI.*

**Mots clés :** la fusion thermonucléaire, Plasmas chauds, instabilité de Weibel, théorie cinétique, interaction laser plasma relativiste.

### SEMI-RELATIVISTIC WEIBEL INSTABILITY IN PLASMA HEATED BY LASER

### ABSTRACT:

*In this work we analyzed Weibel instability (WI) in semi relativistic case, when the isotropic distribution assumed to Jüttner-Maxwell modified function where the relativistic effects are taken into account. For this we consider inhomogeneous plasma in the presence of high laser field, From the semi relativistic Fokker-Planck equation we have establish the dispersion relations and deduce the growth rate of WI. We result that the effect of collision frequency and high plasma density in the anisotropic temperature condition are decreasing the spectral range of growth rate of Weibel modes, this results shows clearly that the previous analyses of WI due to anisotropic of temperature, collision effect and the choose of plasma density can be estimate the values of growth rate of WI.*

### **Keywords:**

*Thermonuclear fusion, Hot plasmas, Weibel instability, Kinetic theory, Relativistic laser plasma interaction.*

### دراسة شبه نسبية لأطوار ويبيل في البلازما المنتجة بالليزر

### ملخص:

في هذه المذكرة قمنا بدراسة نظرية وعددية لأطوار ويبيل شبه النسبية في إطار الاندماج النووي الحراري في شكله العطالي أين اعتبرت دالة التوزيع على شكل جانتنر-ماكسويل المعدلة وذلك باعتبار بعض التأثيرات النسبية من أجل ذلك فرضنا أن البلازما لا متجانسة في وجود موجة ليزر بالغة الشدة من خلال معادلة فوكر-بلانك شبه النسبية ومعادلات ماكسويل تمت صياغة علاقة التشتت لأطوار ويبيل. اعتمادا على هذه النتائج قمنا بحساب معدل عدم الاستقرار لهذه الأطوار. النتيجة الرئيسية التي تم الحصول عليها هي ان مفعول التصادم، وحرارة البلازما واختيار كثافة البلازما لها اثر كبير في استقرار هذه الاطوار

**الكلمات المفتاحية:** \*الاندماج النووي الحراري-البلازما الساخنة-اطوار ويبيل-النظرية الحركية-التفاعل بين البلازما

والليزر