



## Mémoire de Master

### Présenté au

**Département** : Génie Électrique

**Domaine** : Sciences et Technologies

**Filière** : Electronique

**Spécialité** : Electronique des Systèmes Embarqués

### Réalisé par

**BOUTGOUMAS TINHINANE**

Et

**HAMICHI KAMILIA**

## Thème

### Identification des systèmes : application à un robot manipulateur

*Soutenu le 06/07/2022*

*Devant la commission composée de*

*Mrs.*

**BENSAFIA Yacine**

*M. C. A*

*Univ. Bouira*

*Président*

**DJEBIRI Mustapha**

*M. A. A*

*Univ. Bouira*

*Rapporteur*

**LADJOUZI Samir**

*M. C. B*

*Univ. Bouira*

*Examineur*

## **Remerciement**

Nous voudrions d'abord remercier ALLAH le tout puissant de nous avoir donné la volonté et la force pour réaliser ce travail.

Nous exprimons nos sincères remerciements à nos promoteurs Mr. DJEBIRI Mustapha et Mr. MELLAH Hacene pour leur patience, leur disponibilité et surtout leurs judicieux conseils qui ont contribué à alimenter notre réflexion et pour nous avoir aidé le long de notre travail.

Nous adressons nos plus vifs remerciements aux membres du jury pour l'honneur qu'ils nous ont fait en acceptant de juger ce travail.

Nous tenons enfin à remercier toutes les personnes qui nous ont aidé lors de la rédaction de ce mémoire.



## Dédicaces

**Je dédie ce modeste travail en signe de respect et d'amour :**

À mes chers parents. Pour tout ce que vous avez fait pour moi, vous m'avez préparé au monde et vous m'en avez ouvert les portes, et c'est avec émotion que je vous exprime toute mon affection.

Merci beaucoup mes chers, que dieu vous garde toujours en bonne santé.

À ma très chère grand-mère qui nous a laissé cette année, que dieu la bénisse au paradis

À mon cher frère « Idris ».

À mes très chères sœurs « Donia » et « Aya ».

À mes chers oncles maternels « mamamou et miman » et leur belle famille.

À la personne qui illumine ma vie et toute sa famille.

À toute la famille « Boutgoumas ».

À mon binôme « kamy » et toute sa famille.

À tous ceux dont j'ai oublié de mentionner les noms.

À toute la promo 2021/2022.

*B. tina*



## *Dédicaces*

C'est avec un grand plaisir que je dédie ce travail :

À l'être le plus cher de ma vie, ma mère.

À celui qui a fait de moi une femme, mon père.

À mes chères sœurs : Souad, Zoubida et Aya.

À mes chers frères : Malek et Walid.

À mes grand-mères.

À mes tantes : Saliha, Farida, Fatiha et Zahia.

À toute ma famille et mes proches.

À mon binôme « Tina » et sa famille.

À mes meilleures amies : Fatima, Youssra et Dalal.

À tous mes amies de promotion.

A toute personne qui porte de l'estime pour moi.

**H.Kamilia**

## Sommaire

---

### Résumé

Dans ce travail nous avons discuté une solution pour l'identification des robots manipulateurs. Le modèle dynamique d'un robot SCARA à deux degrés de liberté a été dérivé, puis la méthode des moindres carrés récurrents (MCR) a été implémentée sous un programme MATLAB afin d'identifier les paramètres dynamiques de ce robot. Les tests de simulation ont montré des résultats très satisfaisants du point de vue efficacité de la méthode des MCR et convergence du modèle identifié vers le modèle réel du robot.

**Mots-clés :** Identification des systèmes, Robot manipulateur, SCARA, Moindre Carré Récurrent (MCR).

### Abstract

In this work, we discussed a solution for the identification of robot manipulators. The dynamical model of a SCARA with 2 degrees of freedom has been derived, then the Recursive Least Squares (RLS) method has been implemented under a MATLAB program in the aim to identify the dynamical parameters of this robot. The simulation tests showed very satisfactory results concerning the efficiency of RLS method and the convergence of the identified model to the reel model of the robot.

**Keywords:** System identification, Robot manipulator, SCARA, Recursive Least Squares (RLS).

### ملخص

في هذا العمل ناقشنا واحدًا من الحلول المتعلقة بتحديد الروبوتات المناورة. النموذج الديناميكي لروبوت من صنف SCARA ذو درجتين من الحرية تم اشتقاقه، ومن ثم تم تطبيق طريقة أقل المربعات التكرارية (MCR) من خلال برنامج MATLAB من أجل تحديد المعاملات الديناميكية للروبوت. اختبارات المحاكاة أعطت نتائج جد مرضية من حيث فعالية طريقة MCR وتقارب النموذج المحدد من النموذج الحقيقي للروبوت.

**كلمات مفتاحية:** تحديد الأنظمة، روبوت مناور، SCARA، أقل المربعات التكرارية (MCR).

# Sommaire

---

## Sommaire

Liste des figures.....	I
Liste des tableaux.....	II
Liste des abréviations.....	III
Liste des symboles.....	VI
Introduction générale.....	1

### Chapitre I : Généralités sur l'identification des Systèmes

I.1. Introduction.....	2
I.2. Définitions.....	3
I.3. Principe de l'identification.....	3
I.3.1. Etape qualitative.....	4
I.3.2. Etape quantitative.....	4
I.4. Les différents types de modèles.....	4
I.4.1. Modèle de connaissance.....	4
I.4.1.1. Modèles simples linéaires.....	4
I.4.1.2. Modèles systématiques.....	4
I.4.2. Modèles dynamiques (conduite).....	5
I.4.2.1. Modèles non paramétriques.....	5
I.4.2.2. Modèles paramétriques.....	5
I.5. choix de la complexité du modèle.....	5
I.5.1. Modèle Erreur de Sortie (OE).....	6
I.5.2. Modèle Réponse Impulsionnelle Finie (FIR).....	7
I.5.3. Modèle Box-Jenkins (BJ).....	7
I.5.4. Modèle Auto-Regressive Moving Average eXogenous (ARMAX).....	7
I.5.5. Modèle Auto-Regressive eXogenous (ARX).....	8
I.6. Procédure d'identification.....	10
I.7. Les algorithmes d'identification.....	12
I.7.1. Algorithme d'optimisation paramétrique.....	13
I.7.2. Algorithme des Moindres Carrés (MC).....	15
I.7.3. Les méthodes à variables instrumentales.....	16
I.8. Conclusion.....	17

### Chapitre II : Modélisation du robot

---

# Sommaire

---

<i>II.1. Introduction</i> .....	17
<i>II.2. Généralités sur les robots</i> .....	17
<i>II.2.1. Définition</i> .....	17
<i>II.2.2. Eléments constitutifs d'un robot manipulateur</i> .....	18
<i>II.2.3. Classification des robots manipulateurs</i> .....	20
<i>II.3. Présentation du robot utilisé</i> .....	23
<i>II.4. Modélisation du robot manipulateur</i> .....	24
<i>II.4.1 Modélisation géométrique</i> .....	24
<i>II.4.1.1 Modèle géométrique direct</i> .....	24
<i>II.4.1.2. Modèle géométrique inverse</i> .....	25
<i>II.4.2. Modélisation cinématique</i> .....	26
<i>II.4.2.1. Modèle cinématique direct</i> .....	26
<i>II.4.2.2. Modèle cinématique inverse</i> .....	28
<i>II.4.3. Modélisation dynamique</i> .....	28
<i>II.5. Simulation en boucle ouverte du modèle dynamique</i> .....	30
<i>II.6. Conclusion</i> .....	32
<i>Chapitre III : Identification des paramètres dynamiques du robot</i>	
<i>III.1. Introduction</i> .....	34
<i>III.2. Méthode des moindres carrés récurrents</i> .....	34
<i>III.3. Application de la méthode des moindres carrés récurrents au robot SCARA</i> .....	36
<i>III.4. Résultats de simulation et discussion</i> .....	38
<i>III.4.1.1<sup>er</sup> test de simulation</i> .....	38
<i>III.4.2. 2<sup>ème</sup> test de simulation</i> .....	45
<i>III.5. Conclusion</i> .....	49
<i>Conclusion générale</i> .....	50
<i>Références bibliographiques</i> .....	51

---

## Liste des tableaux

---

### Liste des figures

Figure I. 1. Schéma général d'identification.....	2
Figure I. 2. Schéma général d'un système .....	3
Figure I. 3. Modèle d'erreur de sortie .....	6
Figure I. 4. Modèle Réponse Impulsionnelle Finie (FIR) .....	7
Figure I. 5. Modèle de Box-Jenkins (BJ) .....	7
Figure I. 6. Modèle Auto-Regressive Moving Average eXogenous (ARMAX) .....	8
Figure I. 7. Modèle Auto-Regressive eXogenous (ARX) .....	9
Figure I. 8. Système en boucle ouverte .....	11
Figure I. 9. Système en boucle fermée .....	11
Figure I. 10. Schémas de la procédure d'identification des systèmes .....	12
Figure I. 11. Classes d'algorithmes d'optimisation paramétrique.....	14
Figure II. 1. Eléments constitutifs d'un robot manipulateur.....	18
Figure II. 2. Symboles d'une articulation rotoïde .....	19
Figure II. 3. Symboles d'une articulation prismatique .....	19
Figure II. 4. Structure cartésienne et son espace de travail.....	21
Figure II. 5. Structure cylindrique et son espace de travail.....	21
Figure II. 6. Structure sphérique et son espace de travail.....	22
Figure II. 7. Structure SCARA et son espace de travail.....	22
Figure II. 8. Structure anthropomorphe et son espace de travail.....	23
Figure II. 9. Schéma du robot SCARA à 2 ddl .....	23
Figure II. 10. Vue d'en haut de robot SCARA .....	24
Figure II. 11. Commande, position, vitesse et accélération de l'articulation 1 .....	31
Figure II. 12. Commande, position, vitesse et accélération de l'articulation 2.....	32
Figure III. 1. Trajectoires et couple pour l'articulation 1 (1 <sup>er</sup> test).....	39
Figure III. 2. Trajectoires et couple pour l'articulation 2 (1 <sup>er</sup> test).....	40
Figure III. 3. Evolution des paramètres relatifs à l'articulation 1 (1 <sup>er</sup> test).....	41
Figure III. 4. Evolution des paramètres relatifs à l'articulation 2 (1 <sup>er</sup> test).....	41
Figure III. 5. Evolution de l'erreur de prédiction pour les articulations 1 et 2 (1 <sup>er</sup> test).....	42
Figure III. 6. Test de validation du modèle de l'articulation 1 (1 <sup>er</sup> test).....	44
Figure III. 7. Test de validation du modèle de l'articulation 2 (1 <sup>er</sup> test).....	44
Figure III. 8. Evaluation des paramètres relatifs à l'articulation 1 (2 <sup>ème</sup> test).....	46
Figure III. 9. Evolution des paramètres relatifs à l'articulation 2 (2 <sup>ème</sup> test).....	46
Figure III. 10. Evolution de l'erreur de prédiction pour les articulations 1 et 2 (2 <sup>ème</sup> test) .....	47
Figure III. 11. Test de validation du modèle de l'articulation 1 (2 <sup>ème</sup> test).....	48
Figure III. 12. Test de validation du modèle de l'articulation 1 (2 <sup>ème</sup> test).....	49

## Liste des tableaux

---

### *Liste des tableaux*

Tableau I.1 Structures de modèles boîte noir.....	9
Tableau I.2 Comparaison qualitative des méthodes d'optimisation.....	14
Tableau III.1 Paramètres du modèle 1(1 <sup>er</sup> test).....	.42
Tableau III.2 Paramètres du modèle 2(1 <sup>er</sup> test).....	.43
Tableau III.3. Paramètres du modèle 1 (2 <sup>ème</sup> test).....	.47
Tableau III.4. Paramètres du modèle 2 (2 <sup>ème</sup> test).....	.47

## Liste des abréviations

---

### *Liste des abréviations*

**ARMAX** : Auto-Regressive Moving Average eXogenous

**ARX** : Auto-Regressive eXogenous

**BJ** : Box Jenkins

**d.d.l** : degrés de liberté

**ESMPE** : Erreur de Sortie Modèle de Prédiction Etendue

**FIR** : Finite Impulse Response

**LE** : Lagrange-Euler

**LMS** : Least Mean Squares

**MC** : Moindres Carrés

**MCD** : Modèle Cinématique Direct

**MCI** : Modèle Cinématique Inverse

**MCP** : Moindres Carrés Pondérés

**MCR** : Moindres Carrés Récursifs

**MGD** : Modèle Géométrique Direct

**MGI** : Modèle Géométrique Inverse

**MIMO** : Multi Input Multi Output

**MVR** : Maximum de Vraisemblance Récursif

**OE** : Output Error

**OT** : Organe Terminal

**PRBS** : Pseudo Random Binary Sequence

**RLS** : Recursive Least Squares

**SCARA** : Selective Compliance Assembly Robot Arm

**SISO** : Single Input Single Output

**SMA** : Système Mécanique Articulé

## Liste des abréviations

---

### *Liste des symboles*

$\mathbf{U}(t)$  : L'entrée de modèle

$\mathbf{Y}(t)$  : La sortie de modèle

$\mathbf{Z}$  : La fonction de transfert en Z

$\mathbf{X}_i$  : Les différentes combinaisons des coefficients

$\mathbf{n}_i$  : L'ordre des polynômes

$\mathbf{e}(t)$  : Le bruit

$T_e$  : Période d'échantillonnage

$\phi$  : Phi

$\phi^T$  : Phi transposé

$\theta$  : Theta

$\hat{\theta}$  : Theta chapeau

$\rho$  : Rhô

$\tau$  : Tau

$\mathbf{J}(\hat{\theta}(t))$  : La fonction de coût

$\varepsilon(t)$  : L'erreur de prédiction

$l_i$  : La longueur

$m_i$  : Le poids

$f_i$  : La fréquence

$F_i$  : Le gain d'adaptation

$\tau_i$  : Forces généralisées

$\vartheta_i$  : L'angle

$\mathbf{F}_e$  : Vecteur de l'effort extérieur

## Liste des abréviations

---

**F<sub>D</sub>** : Fonction de dissipation

**q** : Vecteur de position

**$\dot{q}$**  : Vecteur de vitesse

**$\ddot{q}$**  : Vecteur des accélérations

**r** : Vecteur des couples/ Forces

**L** : Lagrangien du système

**E** : Energie cinétique

**U** : Energie potentiel

**g** : Accélération de la gravité

**$\lambda$**  : Lambda

**$\pi$**  : Pi

**t** : temps

**Cos** : Cosinus

**Sin** : Sinus

**Tan** : Tangent

## Liste des abréviations

---

# **Introduction générale**

## *I. Introduction général*

L'automatique consiste à étudier des systèmes réels de différentes disciplines (électronique, mécanique, thermique, chimique, écologique,...) en vue de les analyser, les surveiller, les diagnostiquer, et les commander. Cela nécessite la disponibilité d'un modèle mathématique de ce système réel. Lorsque le modèle du système n'est pas connu ou ne peut pas être obtenu en utilisant les lois physiques régissant le système, il est nécessaire de procéder à son identification [1].

L'identification est consacrée à chercher les paramètres des modèles mathématiques des systèmes, à partir de données expérimentales et de connaissances disponibles a priori. Ces paramètres peuvent avoir une signification physique, comme dans les modèles de connaissance (issus de lois de la mécanique, de l'électricité, etc...), ou ne pas en avoir, comme c'est le cas pour les modèles de comportement. Dans les deux cas, ils doivent fournir une approximation fidèle des comportements du système physique, dans la mesure où leurs paramètres sont ajustés à partir de données expérimentales. Le but recherché est de rendre identiques les réponses du processus et du modèle, pour des séquences d'entrée données [2].

L'objectif de notre travail est l'identification des paramètres dynamiques d'un robot manipulateur de type SCARA à 2 d.d.l.

Il est réparti sur trois chapitres essentiels :

- Le premier chapitre donnera un aperçu sur les notions de base d'identification des systèmes. L'objectif de ce chapitre est de découvrir les différentes méthodes d'identification et d'éclaircir ces notions afin d'éviter toute confusion entre ses méthodes.
- Dans le deuxième chapitre, le robot utilisé dans notre étude sera présenté et les différents modèles décrivant son comportement statique et dynamique seront définis et élaborés.
- L'algorithme des moindres carrés récursifs sera décrit dans le troisième chapitre et sera utilisé pour l'identification des paramètres du robot SCARA.

Enfin, nous terminons par une conclusion générale et des perspectives.

**Chapitre I**  
**Généralités sur l'identification des**  
**Systemes**

### I.1. Introduction

L'identification de système ou identification paramétrique est une technique de l'automatique consistant à obtenir un modèle mathématique d'un système à partir de mesures.

L'identification consiste à appliquer ou à observer des signaux parasites à l'entrée du système (par exemple, pour les systèmes électroniques, ceux-ci peuvent être de type binaire aléatoire ou pseudo-aléatoire, sinusoïdes multifréquences, etc.) et en analyser la sortie afin d'obtenir un signal purement modèle mathématique. Dans ce cas, les différents paramètres du modèle ne correspondent à aucune réalité physique. En d'autres termes construire un modèle acceptable montré en figure (1), qui produirait une sortie  $\hat{y}(k)$  approximant  $y(k)$  lorsqu'il est soumis à la même entrée  $u(k)$  que celle du système à identifier et ceci dans le but d'optimiser un certain critère de performance basé sur l'erreur entre la sortie du système à identifier et la sortie du modèle d'identification [1][2][3].

L'identification peut se faire en temps (espace temporel) ou en fréquence (espace de Laplace) éviter les modèles purement théoriques à partir des équations physiques (en général des équations différentielles), qui sont longs à obtenir et souvent trop complexes pour le temps de développement donné, est donc possible avec cette technique.

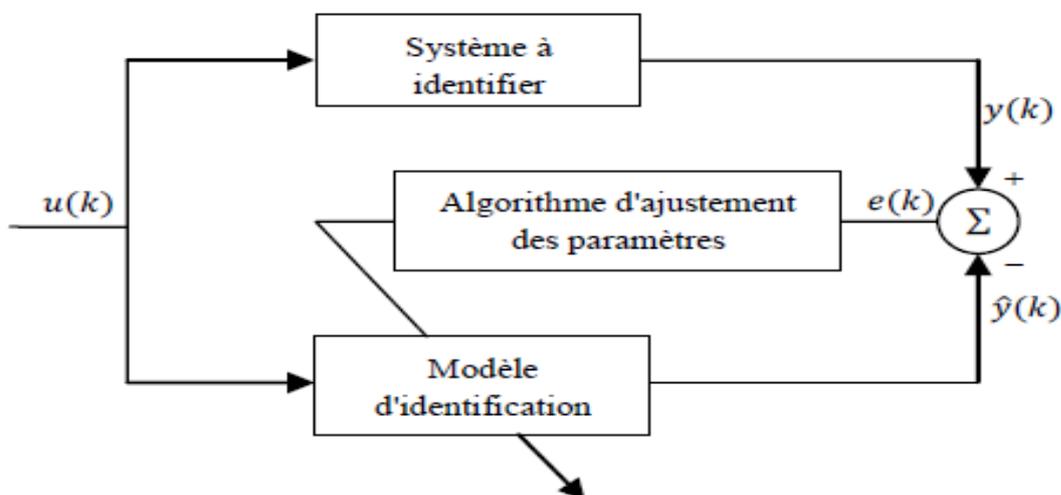


Figure I. 1. Schéma général d'identification

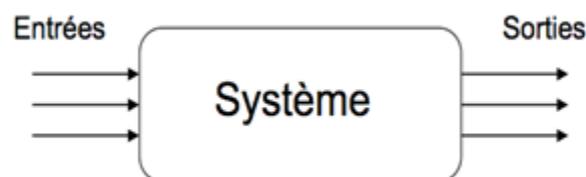
***I.2. Définitions******L'identification***

L'identification d'un processus selon Lotfi A.Zadeh [4] est définie comme l'identification de modèles appartenant à une classe particulière, basée sur la connaissance des entrées et des sorties du processus, qui sont équivalentes au processus.

En peut dire aussi l'identification d'un système est la détermination de son modèle Mathématiques basées sur des observations expérimentales d'entrée et de sortie. Traitement mathématique des réponses graphiques Le système s'appelle l'identification. Modèle dont on dit qu'il obtient Conduite ou représentation.

***Systeme***

Un système est une combinaison de composants assemblés pour atteindre un objectif, et le concept de système peut être appliqué à des phénomènes dynamiques tels que ceux rencontrés dans divers domaines (physique, biologie, économie, etc.). Un système est un appareil qui reçoit un ou plusieurs signaux d'entrée d'une action extérieure et délivre un plusieurs signaux de sortie comme cet exemple :



**Figure I. 2. Schéma général d'un système**

***Modèle***

Un modèle est une explication abstraite, simplifiée et idéalisée d'un objet ou d'un système relationnel du monde réel ou d'un processus évolutif résultant d'une description de la réalité. Cette définition est suffisamment large pour définir le concept de modèle, Les définitions suivantes donneront donc nous plus précis le concept de modèle.

***I.3. Principe de l'identification***

L'identification du système comporte deux étapes [4]:

***1.3.1. Etape qualitative***

Sur la base d'une connaissance préalable du système à identifier, déterminer la structure du modèle contenant les coefficients inconnus. : La case "grise" et " Boîte noire ".

***1.3.2. Etape quantitative***

Elle consiste à déterminer les coefficients inconnus du modèle tels que l'écart entre les N sorties réelles du système et les sorties du modèle soit minimal selon un critère donné adressé par l'algorithme d'identification.

***1.4. Les différents types de modèles******1.4.1. Modèle de connaissance***

Les modèles de connaissances sont construits sur les lois de la physique, ils sont basés sur une connaissance détaillée du système. Le modèle résultant est appelé modèle de connaissances ou modèle boîte blanche. Lorsque des équations différentielles sont utilisées pour établir des relations entre des variables du système, on constate qu'un certain nombre de constant représentant des paramètres du système ont des valeurs inconnues. Les paramètres de tels modèles représentent des grandeurs physiques, ou du moins ont des explications physiques. Ce type de modélisation est analytique, et si ses paramètres sont bien réglés, son comportement est très proche de celui du système réel, donc sa réponse est bien adaptée à celle du système réel. Cela signifie que la stabilité du système signifie la stabilité du modèle, et le modèle reste valide dans tout l'espace de signal du système. Par contre, Les modèles de connaissances sont souvent caractérisés par leur complexité, qui dépend de la complexité du système, et sont souvent difficiles à trouver.

***1.4.1.1. Modèles simples linéaires***

Ce sont des modèles issus de la physique. Lorsque le système n'est pas très complexe, la relation entre différentes grandeurs physiques décrivant différents sous-systèmes peut être écrite.

***1.4.1.2. Modèles systématiques***

La mise en œuvre d'une approche systématique est souvent utile lorsque le système devient plus complexe. Les équations lagrangiennes sont l'une de ces méthodes, et sont particulièrement adaptées à la robotique, mais presque tous les systèmes peuvent être modélisés de cette façon.

### ***1.4.2. Modèles dynamiques (conduite)***

Les modèles dynamiques peuvent être utilisés pour la conception et le réglage des systèmes de contrôle et de régulation. Bien qu'une indication de la structure de ces modèles de contrôle puisse être obtenue à partir de la structure du modèle de connaissance, il est souvent difficile de déterminer les valeurs des paramètres importants à partir de ces modèles.

C'est pourquoi dans la plupart des cas pratiques il est nécessaire de mettre en œuvre une méthode permettant d'identifier directement ces modèles dynamiques.

Les modèles dynamiques sont de deux sortes :

#### ***1.4.2.1. Modèles non paramétriques***

Est une technique qui permet d'estimer le comportement du processus par interpolation. Ces méthodes sont caractérisées par le nombre de termes utilisés pour approximer le comportement souhaité. Typiquement, les méthodes non paramétriques comprennent une analyse de corrélation pour estimer la réponse impulsionnelle du système et une analyse spectrale pour estimer la réponse en fréquence du système.

#### ***1.4.2.2. Modèles paramétriques***

Est une technique d'estimation des paramètres pour un modèle structurel donné. Il s'agit d'une opération de recherche statistique sur la valeur numérique des paramètres pour obtenir la meilleure cohérence entre la sortie théorique du modèle et la sortie mesurée. Ces méthodes sont caractérisées par le nombre de paramètres utilisés dans une structure donnée pour approximer le comportement souhaité [5] [6].

### ***1.5. choix de la complexité du modèle***

Le principe de l'identification des paramètres est d'extraire des modèles mathématiques des observations. Le modèle doit pouvoir calculer la sortie du processus qui est généralement bruitée. Cela est dû soit à l'effet des perturbations aléatoires agissant à différents endroits du procédé, soit à des bruits de mesure, y à tout instant  $t$  si les conditions initiales du système sont connues. Pour ce faire, nous pouvons utiliser les valeurs d'entrée actuelles et précédentes ( $u(t)$ ,  $u(t-1)$ , ...) et les valeurs précédentes de sortie ( $y(t-1)$ ,  $y(t-2)$ , ...) dans le cas des modèles de régression.

Il est toujours important d'avoir une connaissance de base du système pour choisir le modèle approprié.

- Modèles avec une entrée une sortie (SISO) ou plusieurs entrées multiples sorties (MIMO)

- Modèle linéaire ou non linéaire (dans ce cas, qu'est-ce qui est non linéaire par rapport à quoi)
- Modèles continus ou discrets
- Modèles de régression ou modèles indépendants : Pour les modèles de régression, la sortie  $y(t)$  à l'instant  $t$  dépend de l'instant précédent ( $y(t-i)$ ).
- Modèles stochastiques ou déterministes

En général, le modèle est représenté sous forme de fonction de transfert utilisant la transformée en Z.

L'identification nécessite une structure de modèle connu a priori pour venir identifier et décrire les différentes figures de paramétrage de  $G$  et  $H$ . Les différentes combinaisons des coefficients  $b_i, c_i, d_i$  et  $f_i$  de  $G$  et  $H$  et l'ordre  $n_b, n_c, n_d$  et  $n_f$  des polynômes associés donnent une famille de fonctions de transfert standard caractérisée par une structure commune.

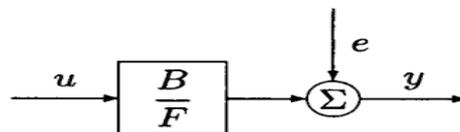
### I.5.1. Modèle Erreur de Sortie (OE)

Ce cas particulier est important car dans ce cas les propriétés perturbées ne sont pas modélisées et le modèle de bruit  $H(q)$  est choisi  $H(q) \equiv 1$ , c'est-à-dire  $n_c = n_d = 0, n_f \neq 0,$

$n_b \neq 0$ . Alors la sortie  $y(k)$  devient :

$$y(k) = \frac{B(q)}{F(q)}u(k) + e(k) \quad (\text{I.1})$$

Ce cas particulier est appelé modèle d'erreur de sortie (Output Error). La source de bruit  $e(t)$  sera la différence (erreur) entre la sortie réelle et la sortie sans bruit.



**Figure I. 3. Modèle d'erreur de sortie**

L'avantage de la structure OE est que la dynamique du système peut être décrite séparément et que les paramètres ne sont pas gaspillés sur le modèle de perturbation. Cette structure est plus commode dans le cas d'un système en boucle ouverte, et la fonction de transfert est bien décrite quelle que soit la nature de la perturbation. Cependant, la minimisation de la fonction standard peut être plus difficile que dans le cas ARMAX [7].

### I.5.2. Modèle Réponse Impulsionnelle Finie (FIR)

Un cas particulier où  $n_a = 0$ ,  $y(k)$  représente la Réponse Impulsionnelle Finie (FIR),

$$y(k) = B(q) u(k) + e(k) \quad (I.2)$$

Cette structure de modèle est particulièrement très commune dans les applications du traitement de signal.

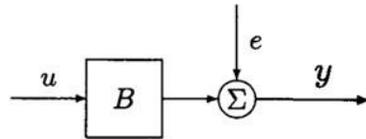


Figure I. 4. Modèle Réponse Impulsionnelle Finie (FIR)

Dans cette structure, seules les entrées précédentes participent dans la formulation de la réponse du système avec les valeurs instantanées de l'entrée et de bruit.

### I.5.3. Modèle Box-Jenkins (BJ)

Lorsque  $n_f \neq 0, n_b \neq 0, n_c \neq 0, n_d \neq 0$ , la sortie  $y(k)$  du modèle prend la forme :

$$y(k) = \frac{B(q)}{F(q)} u(k) + \frac{C(q)}{D(q)} e(k) \quad (I.3)$$

Cette structure est connue sous le nom de *modèle de Box-Jenkins* (BJ).

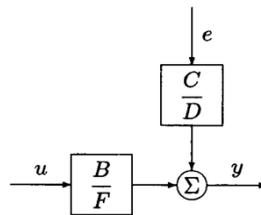


Figure I. 5. Modèle de Box-Jenkins (BJ)

La structure BJ est une structure "modèle complet" dans laquelle les propriétés de perturbation sont modélisées séparément de la dynamique du système. Le modèle BJ est préférable lorsque la perturbation est modélisée en "fin" de procédé, auquel cas le bruit de mesure n'affecte que la sortie.

### I.5.4. Modèle Auto-Regressive Moving Average eXogenous (ARMAX)

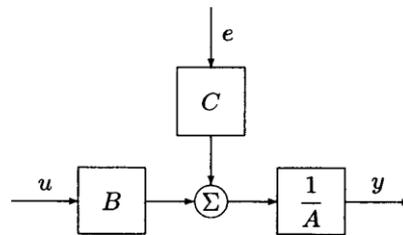
Une structure courante consiste à utiliser un dénominateur commun entre  $G$  et  $H$

$$F(q) = D(q) = A(q) = 1 + a_1 q^{-1} + \dots + a_{na} q^{-na}$$

On obtient

$$A(q) y(k) = B(q) u(k) + C(q) e(k) \quad (I.4)$$

Ce modèle est connu sous le nom *ARMAX*. Ce nom est dérivé du fait que  $A(q)y(k)$  représente une Auto-Régression, et  $C(q)e(k)$  représente un bruit blanc de moyenne mobile, tandis que la variable exogène  $B(q)u(k)$  représente un apport supplémentaire.



**Figure I. 6. Modèle Auto-Regressive Moving Average eXogenous (ARMAX)**

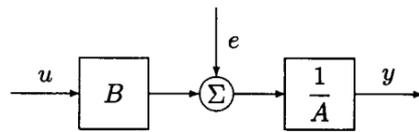
Physiquement, la différence entre les modèles ARMAX et BJ est que le signal de bruit  $e(k)$  et le signal de commande  $u(k)$  sont soumis à la même dynamique (mêmes pôles) dans le cas ARMAX. Ceci est raisonnable si la perturbation coopère directement avec l'entrée de contrôle de processus. Le modèle ARMAX reprend les propriétés du modèle ARX, mais inclut une fonction de transfert avec une moyenne de bruit blanc réglable. En général, le bruit blanc peut simuler des perturbations non mesurables dans le modèle. Cependant, ces perturbations non mesurées (fluctuations thermique, vibrations du sol...) sont rarement de moyenne nulle et peuvent également répondre au modèle. Pour cette raison, cette structure est souvent utilisée.

#### ***I.5.5. Modèle Auto-Regressive eXogenous (ARX)***

Dans ce cas,  $C(q) \equiv 1$ , c'est-à-dire  $n_c = 0$ , le model prend le structure suivante :

$$A(q) y(k) = B(q) u(k) + e(k) \quad (I.5)$$

Avec la même terminologie cette structure est appelé un modèle ARX.



**Figure I. 7. Modèle Auto-Regressive eXogenous (ARX)**

Sous cette forme, la dynamique du signal de bruit passant par le dénominateur du système avant d'être ajouté à la sortie est supposée. Cette structure est très populaire dans certaines applications car son prédicteur est un régresseur linéaire. Dans cette structure, toutes les entrées et sorties précédentes participent à la formulation de la réponse du système avec les valeurs instantanées de l'entrée et du bruit. De plus, le modèle inclut un retard pur de  $k$  coups d'horloge. Si le système échantillonne avec une période d'échantillonnage  $T_e$ , le retard sera de  $k \times T_e$ .

Sous forme temporelle :

$$Y(t) = B. [u(t - k), u(t - 1 - k), \dots]^T - A. [y(t - 1), y(t - 2), \dots]^T + A. [\zeta(t), \zeta(t - 1), \dots] \quad (I.6)$$

Les modèles ARX et ARMAX ont une dynamique commune (pôles communs) pour les signaux bruyants et les entrées système. Cette option est recommandée comme entrée lorsque des perturbations majeures surviennent au début du processus [8].

Le tableau suivant résume les structures de modèles boîte noire :

**Tableau I.1. Structures de modèles boîte noir**

	ARX	ARMAX	OE	FIR	BJ
$G(q, \theta)$	$\frac{R_B(q^{-1}, \theta)}{R_A(q^{-1}, \theta)}$	$\frac{R_B(q^{-1}, \theta)}{R_A(q^{-1}, \theta)}$	$\frac{R_B(q^{-1}, \theta)}{R_F(q^{-1}, \theta)}$	$R_B(q^{-1}, \theta)$	$\frac{R_B(q^{-1}, \theta)}{R_F(q^{-1}, \theta)}$
$H(q, \theta)$	$\frac{1}{R_A(q^{-1}, \theta)}$	$\frac{R_C(q^{-1}, \theta)}{R_A(q^{-1}, \theta)}$	1	1	$\frac{R_C(q^{-1}, \theta)}{R_D(q^{-1}, \theta)}$

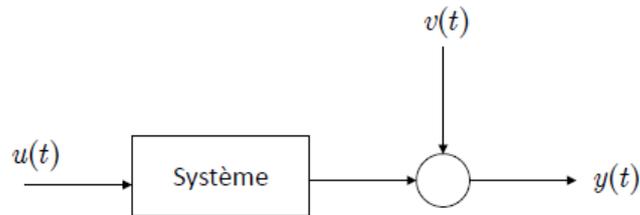
Le choix de la structure du modèle est une partie importante de tout programme Identification du système, ce choix décrit un ensemble valide de modèles Représente le système dans lequel se trouve le meilleur candidat. Chaque structure offre ses propres avantages. Si la structure est justifiée au regard du système À identifier, tous les autres composants tels que la conception de l'expérience, Sélection des critères d'estimation, etc. Peut contribuer avec succès efficacité

Le résultat final. Souvent, une mauvaise sélection de modèle affecte directement le système estime les mauvais résultats.

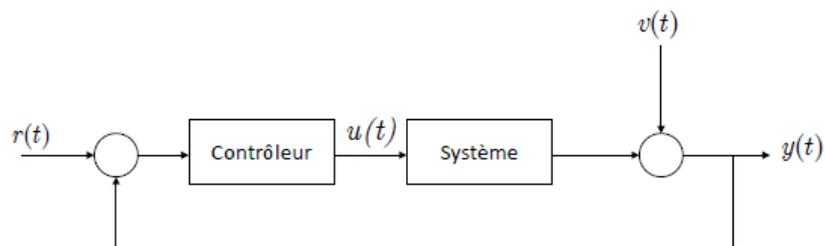
### ***1.6. Procédure d'identification***

Pour obtenir un modèle cohérent, il est important d'exciter le processus avec toutes les fréquences dans sa plage de fonctionnement. Par conséquent, le signal d'entrée de l'application doit être riche en fréquences (avec un large spectre). Typiquement, on applique un signal périodique pseudo-aléatoire (PRBS).

Lorsque le système comporte plusieurs entrées/plusieurs sorties, il est important, d'appliquer des signaux non carrés pour ne pas introduire de biais d'identification. L'idée courante de tirer les entrées les unes après les autres est une mauvaise approche car elle introduit un biais d'identification et ne reflète pas le fonctionnement normal du système. La procédure d'identification peut être effectuée en boucle ouverte ou en boucle fermée, Un système qui n'est pas sous contrôle de rétroaction, c'est-à-dire un système en boucle ouverte, comme le montre la figure (8). Le système a une entrée  $u(t)$ , une sortie  $y(t)$  et une perturbation  $v(t)$ . Les interférences peuvent inclure le bruit de mesure ainsi que les entrées externes du système et ne sont pas incluses dans  $u(t)$ . Un système sous contrôle de rétroaction, c'est-à-dire un système en boucle fermée, est illustré à la figure (9). L'une des raisons du choix d'une procédure d'identification en boucle fermée peut être que le système initial est instable et doit être contrôlé pour rester stable. De plus, il n'est pas facile de désinstaller plusieurs processus sans pouvoir isoler ou désinstaller les processus. C'est généralement le cas pour un robot manipulateur. D'autres raisons liées aux restrictions de sécurité ou de production ne permettent pas des expérimentations en boucle ouverte [9].



**Figure I. 8. Système en boucle ouverte**



**Figure I. 9. Système en boucle fermée**

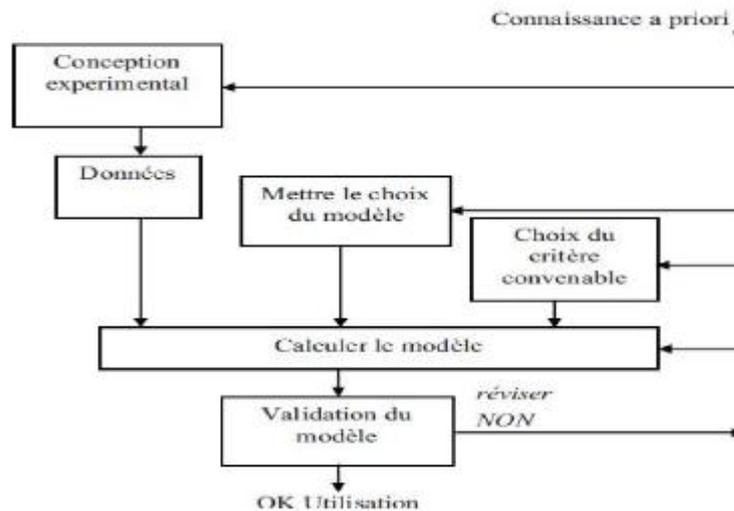
Il est important de suivre des procédures strictes pour identifier un procédé :

Acquisition des entrées/sorties sous un protocole d'expérimentation.

Choix d'une structure du modèle pour représenter le système.

Estimation des paramètres du modèle dont on détermine le "meilleur" modèle dans un ensemble guidé par les données.

Validation du modèle identifié.



**Figure I. 10. Schémas de la procédure d'identification des systèmes**

D'autres méthodes sont possible, notamment en regardant la matrice de sous-espace du système (mais moins efficace que le système non linéaire décrit ci-dessus). Cela peut facilement conduire à des modèles moins « théorique » et aider à améliorer les performances, le contrôle ou la prédiction (pour des valeurs d'actions dans un système économique par exemple) [6] [10] [11].

## I.7. Les algorithmes d'identification

### Définition générale de l'algorithme

Un algorithme est une méthode générale de résolution d'un ensemble de problèmes. On dit qu'il est correct lorsque, pour chaque instance du problème, il se termine pour produire la sortie correcte, c'est-à-dire qu'il résout le problème donné. Pour qu'un algorithme soit implémenté par un ordinateur, il doit être exprimé dans un langage informatique sous forme de logiciel. Les logiciels intègrent généralement de nombreux algorithmes : pour la saisie des données, le calcul des résultats, l'affichage, la communication avec d'autres logiciels, etc. L'analyse de la complexité de l'algorithme permet de prédire l'évolution du temps de calcul nécessaire pour compléter l'algorithme, en fonction de la quantité des données qui leur sont fournies. Ces algorithmes « auto-apprenants » appartiennent au domaine de recherche des systèmes experts et de « l'intelligence artificielle ». Ils sont utilisés dans de plus en plus de domaines.

En utilisant les algorithmes suivants :

### I.7.1. Algorithme d'optimisation paramétrique

L'idée générale de l'optimisation paramétrique est de déterminer un ensemble de paramètres permettant d'optimiser les critères contraints évoqués au paragraphe précédent. Ci-dessous, nous discuterons de la minimisation de la fonction de coût [12]. Les principales méthodes d'optimisation peuvent être classées en trois catégories :

1. Les méthodes analytiques, déterminer la valeur optimale en fonction des caractéristiques de la fonction.
2. Les méthodes stochastiques, intégrer une partie des opportunités.
3. L'énumération, y compris discrétiser l'espace généré par le vecteur à optimiser et calculer l'ensemble des possibilités.

La figure (I.11) Présente les différentes classes et groupes d'algorithmes utilisés pour l'optimisation paramétriques. On distingue dans ce cas :

- **L'énumération** : il consiste à prendre un nombre fini de valeurs pour chaque Paramètre Et calculez les critères pertinents pour cet ensemble de possibilités. Par exemple, dans le cas de la détermination de la valeur exacte des paramètres inertiels d'un robot 6 axes avec 13 paramètres par axe, l'utilisation de 50 valeurs de test pour chaque paramètre est nécessaire pour vérifier  $50^{13*6}$  possibilités! Une telle solution n'est pas envisageable dans de telles applications.
- **Les algorithmes d'ordre n** : Basés sur des séries de Taylor décomposant l'ordre n en la fonction à minimiser, ces algorithmes utilisent des dérivées d'ordre n Déterminer l'évolution de l'algorithme. Ils sont très rapides lorsque les fonctions sont continués, différentiables et convexes. En revanche, les fonctions ne sont pas très robustes si elles présentent des minima locaux.
- **Les algorithmes d'ordre 0** : Ces techniques n'utilisent la valeur de la fonction qu'à certains points. Ils sont lents mais robustes dans les cas où la fonction à optimiser est discontinue.
- **Les algorithmes génétiques** : Ils utilisent plusieurs vecteurs de paramètres (populations) pour évoluer vers un minimum en mettant en œuvre trois opérations aléatoires, sélection, croisement et mutation [13].

- **Les algorithmes de recuit simulé** : Ces algorithmes sont capables de déterminer le minimum global d'une fonction. Par contre, le temps de calcul nécessaire pour obtenir la valeur minimale peut être très long.
- **Les stratégies d'évolution** : Ils sont basés sur une évaluation itérative de la fonction à minimiser. La différence fondamentale entre les stratégies d'évolution et le "recuit simulé" est que la première méthode explore la fonction de façon locale alors que la deuxième peut explorer l'ensemble de l'espace [14].

Les critères de comparaison des différentes méthodes citées reposent généralement sur trois éléments de base. Nous distinguons la robustesse, qui reflète la capacité de la méthode à converger vers un minimum global sans interférence des minima locaux. A cela s'ajoute la vitesse de convergence, qui se mesure en nombre d'itérations de la fonction de coût au cours du processus de convergence. Enfin, on trouve la globalité des minima trouvés sans aucune connaissance préalable. On parlera alors d'initialisation aléatoire et on trouvera quelques comparaisons dans la littérature afin d'établir une classification des différentes méthodes liées à ces trois méthodes, à savoir la robustesse, la rapidité et la globalité des minima. Le tableau (I.2). Illustre les performances de certains des algorithmes d'optimisation les plus largement utilisés, Les notations sous forme de + et - permettent une comparaison qualitative de quelques méthodes.

Figure I. 11. Classes d'algorithmes d'optimisation paramétrique

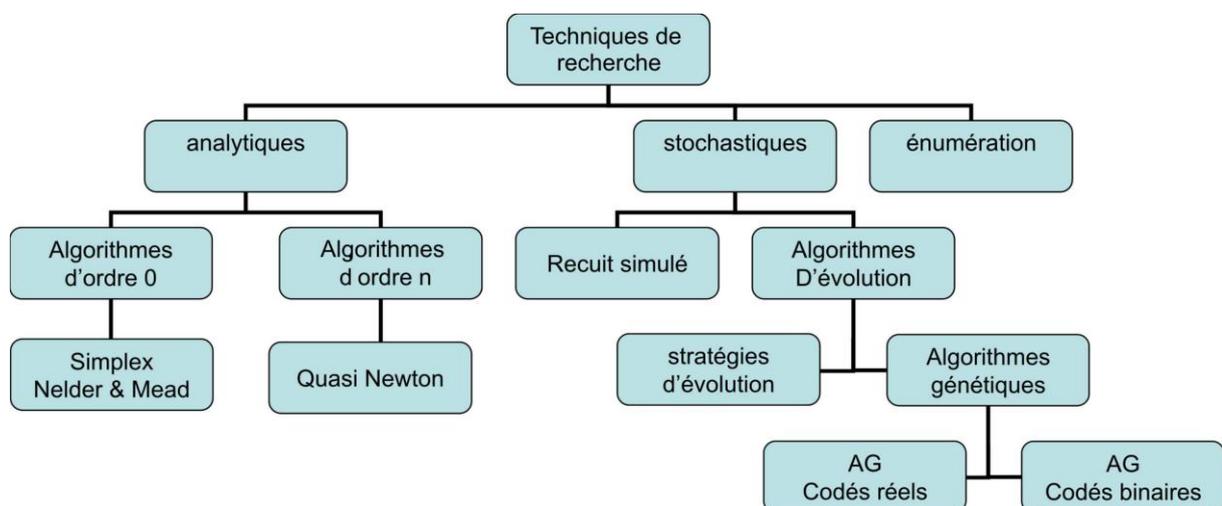


Tableau I.2. Comparaison qualitative des méthodes d'optimisation

Type d'algorithme	Robustesse	Vitesse	Type de minimum
Ordre 0 : simplex	–	+	Local
Ordre 1 : Gradient	– – –	++	Local
Algorithmes génétiques	+	– – –	global ++
Recuit simulé	++	– – –	global ++
Algorithmes d'évolution	+	– –	global –

**I.7.2. Algorithme des Moindres Carrés (MC)**

Ils représentent les techniques d'estimation les plus répandues dans la littérature en raison de leur simplicité de mise en œuvre et de leur utilisation dans les algorithmes de contrôle adaptatif. Ils peuvent être récursifs (moindres carrés récursif, moindres carrés étendus) [2] [15] ou non récursifs. Donc pour un système linéaire à paramètres fixes, l'équation de régression s'écrit sous la forme suivante :

$$y(t) = \phi^T \vartheta + \rho(t) \tag{I.7}$$

Où  $\phi^T$  est la matrice d'observation composée des mesures d'entrée et de sortie du système et de leurs dérivées continues.  $\rho(t)$  représente un vecteur contenant une erreur de prédiction et un bruit de mesure. La méthode des moindres carrés consiste à calculer la valeur de paramètre  $\hat{\theta}$  qui minimise une fonction de coût quadratique à chaque instant  $t$   $J(\hat{\theta})$ . Elle s'exprime en :

En temps continu :

$$J(\hat{\theta}(t)) = \int_0^t (y(\tau) - \phi^T(\tau)\hat{\vartheta}(t))^2 d\tau \tag{I.8}$$

En temps discret :

$$J(\hat{\theta}(t)) = (y(t) - \phi^T(t)\hat{\vartheta}(t-1))^2 \tag{I.9}$$

La fonction de coût  $\mathcal{J}(\hat{\theta})$  est convexe  $\hat{\theta}$  en à chaque instant  $t$ . Il est minimisé en trouvant la valeur de  $\hat{\theta}$  qui élimine son gradient. La valeur optimale du critère quadratique est donnée par l'expression suivante :

$$\hat{\vartheta} = (\Phi\Phi^T)^{-1}\Phi^T y \quad (\text{I.10})$$

L'algorithme des moindres carrés n'est pas considéré comme temps réel car il nécessite une inversion de matrice après le stockage des mesures. L'application des techniques des moindres carrés ordinaires dans des environnements bruyants peut conduire à des estimations de paramètres biaisées. Ce biais est dû à la corrélation entre le régresseur et le bruit de mesure. Dans la littérature, il existe deux classes de méthodes pour contourner ce problème [6] [16].

-Méthode d'identification basée sur l'erreur de prédiction du blanchiment. Par exemple, dans le cas de l'erreur de sortie des estimateurs de type moindres carrés récursifs (MCR), filtre de Kalman-Busy, moindres carrés pondérés (MCP), erreur de sortie modèle de prédiction étendu (ESMPE) et maximum de vraisemblance récursif (MVR). Si  $\varepsilon(t)$  désigne l'erreur de prédiction de la sortie du système, c'est-à-dire la différence entre  $y(t)$  et  $\hat{y}(t)$ , cela implique :

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \varepsilon(t)\varepsilon(t-1) = 0 \quad (\text{I.11})$$

-Méthodes d'identification basées sur la décorrélation du vecteur des observations et de l'erreur de prédiction comme dans le cas des méthodes à variables expérimentales.

### ***1.7.3. Les méthodes à variables instrumentales***

Bien que les moindres carrés ordinaires présentent de nombreux avantages, ils présentent également de nombreux inconvénients. En fait, si les variables aléatoires sont asymptotiquement orthogonales aux régresseurs, elles ne donneront que des estimations convergentes. Par conséquent, la méthode des variables instrumentales joue un rôle important dans la réduction du biais des paramètres estimés par la méthode des moindres carrés [17] [18]. Ils se révèlent robustes lorsqu'ils sont identifiés à partir de données bruitées. La méthode des variables instrumentales fonctionne en modifiant l'équation de régression linéaire (I.7) en multipliant chaque terme par un vecteur  $z(t)$ , appelé vecteur instrumental. La régression linéaire devient alors :

$$Z(t)y(t) = z(t)\phi^T \theta + z(t) \rho(t) \quad (\text{I.12})$$

Lorsqu'on choisit la matrice instrumentale, notée  $Z$ , telle que  $Z\phi^T$  soit inversible, une estimation du vecteur  $\theta$  est obtenue comme suit :

$$\hat{\theta} = (Z\phi^T)^{-1} Zy \quad (\text{I.13})$$

Si la décorrélation entre les variables instrumentales et l'erreur de prédiction est vérifiée, l'estimateur sera sans biais.

### ***1.8. Conclusion***

Dans ce chapitre, nous avons présenté les concepts de base de l'identification du système. Deux modèles sont proposés, le modèle de connaissance et le modèle dynamique, le premier a l'avantage d'être stable et cohérent, et le second a une applicabilité universelle. Différentes structures de fonction de transfert offrent flexibilité et simplicité dans l'approximation du comportement souhaité. Pour toutes les données d'entrée/sortie, la tâche principale du système de reconnaissance est d'évaluer les paramètres du modèle. La détermination des valeurs numériques de ces paramètres du modèle est une tâche importante, pour laquelle nous étudions certaines techniques d'estimation des paramètres.

Des structures de modèle et des méthodes d'identification associées peuvent être utilisées pour identifier des systèmes non linéaires dans des environnements linéaires. Diverses structures de modélisation connexes de ce dernier seront présentées d'une manière détaillée dans le chapitre suivant.

# **Chapitre II**

## **Modélisation du robot**

### ***II.1.Introduction***

Modéliser un système consiste à établir l'ensemble des relations mathématiques qui permettent de décrire, avec une précision suffisante, les interactions entre ce système et son environnement extérieur. Lorsque les relations sus citées sont issues des lois physiques qui régissent le système, le modèle obtenu est dit modèle de connaissance. Si ces relations découlent des observations disponibles sur le système, on aboutit au modèle de représentation obtenu par identification.

C'est au modèle de connaissance qu'on s'intéresse dans ce chapitre. D'une certaine façon, ce modèle va remplacer le système physique qu'on cherche à identifier. Il sera utilisé pas uniquement pour générer les entrées/sorties nécessaires pour l'identification mais aussi il servira de base pour connaître la structure du modèle et les paramètres à identifier.

Dans ce chapitre, est comme le système à modéliser dans notre étude est un robot manipulateur, il est plus approprié de donné d'abord quelques notions de base sur ces derniers. Ensuite le robot utilisé sera présenté et les différents modèles qui le caractérise seront définis et élaborés (modèles cinématique, géométrique et dynamique). On termine ce chapitre par une simulation en boucle ouverte du modèle dynamique du robot.

### ***II.2. Généralités sur les robots***

#### ***II.2.1. Définition***

Un robot est un dispositif mécatronique conçu pour accomplir automatiquement des tâches imitant ou reproduisant, dans un domaine précis, des actions humaines. La conception de ces systèmes est l'objet d'une discipline scientifique, branche de l'automatisme nommée robotique.

Plusieurs autres définitions ont été proposées pour qualifier un robot, parmi lesquelles on peut citer [19].

**-Le *Petit Larousse*** définit un robot comme étant un appareil automatique capable de manipuler des objets, ou d'exécuter des opérations selon un programme fixe ou modifiable.

**- La *JIRA (Japan Industrial Robot Association)*** définit un robot comme étant un système versatile doté d'une mémoire et pouvant effectuer des mouvements comme ceux d'un opérateur humain.

- La *RIA (Robot Institute of America)* définit un robot comme étant un manipulateur reprogrammable à fonctions multiples. Il est conçu pour déplacer des matériaux, des pièces, des outils ou des instruments spécialisés suivant des trajectoires variables programmées, en vue d'accomplir des tâches très diverses.

### II.2.2. *Eléments constitutifs d'un robot manipulateur*

Les robots manipulateurs constituent la classe la plus répandue de robot actuellement en service dans l'industrie. Un robot manipulateur est destiné au positionnement et à la mise en mouvement dans l'espace qui l'entoure d'un outil ou d'un produit à partir d'une base fixe ou plus rarement mobile (robot manipulateur mobile). Il est composé des éléments principaux suivants [20].

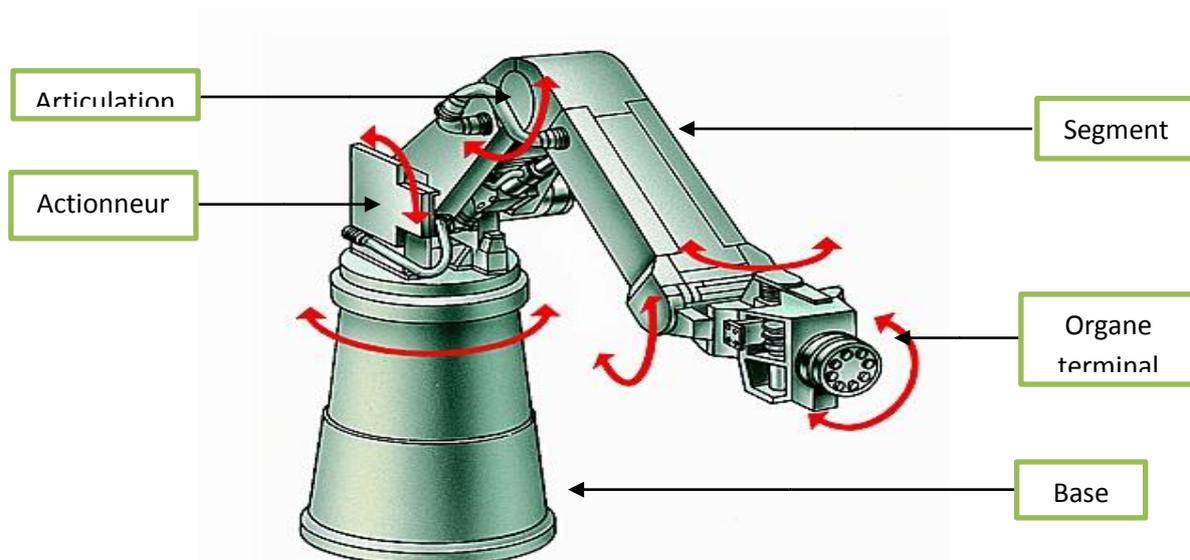


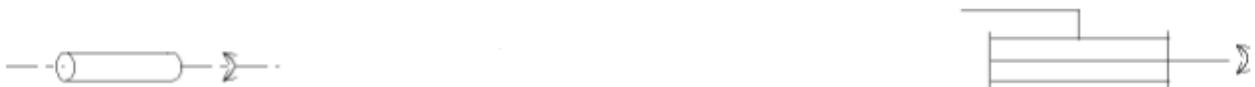
Figure II. 1. Eléments constitutifs d'un robot manipulateur

**La base:** La base du manipulateur est fixée sur le lieu du travail. Ceci est le cas de la quasi-totalité des robots industriels.

**Le système mécanique articulé (SMA) (le porteur)** Le porteur représente l'essentiel du système mécanique articulé. Il a pour rôle d'amener l'organe terminal dans une situation donnée imposée par la tâche. Il est constitué de :

- Segments : corps solides rigides susceptibles d'être en mouvement par rapport à la base du porteur, et les uns par rapport aux autres.
- Articulations : Une articulation lie deux corps successifs en limitant le nombre de degré de liberté, de l'un par rapport à l'autre. On distingue, généralement, deux types d'articulations, rotoïde et prismatique.

**Articulation rotoïde** : Il s'agit d'une articulation de type pivot, notée R, réduisant le mouvement entre deux corps à une rotation autour d'un axe qui leur est commun. La situation relative entre les deux corps est donnée par l'angle autour de cet axe.



**Figure II. 2. Symboles d'une articulation rotoïde**

**Articulation prismatique** : Il s'agit d'une articulation de type glissière, notée P, réduisant le mouvement entre deux corps à une translation le long d'un axe commun. La situation relative entre les deux corps est mesurée par la distance le long de cet axe.



**Figure II. 3. Symboles d'une articulation prismatique**

**Les actionneurs** : sont associés aux articulations (toutes les articulations dans le cas d'un manipulateur sériel) pour apporter la puissance mécanique nécessaire et les commander en

effort (force ou couple) ou en position, les moteurs utilisés sont le plus souvent électriques, parfois hydrauliques.

**Les capteurs :** Ils peuvent être des capteurs proprioceptifs mesurant l'état des articulations (position, vitesse et parfois l'effort), ou des capteurs extéroceptifs permettant d'obtenir des informations sur l'environnement externe du robot comme par exemple un système de vision.

**Le système de contrôle/commande :** assure la supervision et la commande du manipulateur.

**L'organe terminale :** Sous le terme organe terminal, on regroupe tout dispositif destiné à manipuler des objets (dispositifs de serrage, dispositifs magnétiques, à dépression, ...), ou à les transformer (outils, torche de soudage, pistolet de peinture, ...). En d'autres termes, il s'agit d'une interface permettant au robot d'interagir avec son environnement. Un organe terminal peut être multifonctionnel, au sens où il peut être équipé de plusieurs dispositifs ayant des fonctionnalités différentes. Il peut aussi être monofonctionnel, mais interchangeable.

### ***II.2.3. Classification des robots manipulateurs [20] [21] [22]***

Les robots manipulateurs sont généralement classés selon leur structure géométrique (l'architecture de leur porteur), Bien qu'on puisse avoir plusieurs architectures suivant le nombre et la nature des articulations du porteur, il n'y a que cinq structures qui sont les plus répandues dans l'industrie ou sur le marché : cartésienne, cylindrique, sphérique, SCARA et anthropomorphique.

- **Structure cartésienne (PPP)**

A trois liaisons prismatiques, c'est la structure la plus ancienne. Elle découle logiquement de la conception traditionnelle d'une machine-outil à trois axes. Cette structure offre une très bonne rigidité mécanique mais une faible dextérité. Elle est utilisée dans la manutention et l'assemblage.



**Figure II. 4. Structure cartésienne et son espace de travail**

- **Structure cylindrique (RPP) ou (PRP)**

Les robots cylindriques se différencient par leur joint rotatif à la base et au moins un joint prismatique reliant les membres. Ils peuvent se déplacer verticalement et horizontalement en coulissant. La conception compacte de l'effecteur permet au robot d'atteindre des espaces de travail étroits sans aucune perte de vitesse.



**Figure II. 5. Structure cylindrique et son espace de travail**

- **Structure polaire ou sphérique (RRP)**

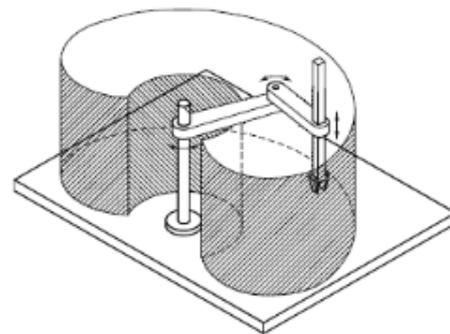
On appelle robot polaire les robots ayant deux articulations rotoïdes et une articulation prismatique. Pour pouvoir déplacer et orienter l'organe effecteur dans toutes les directions en 3D, un tel robot a besoin de 6 axes : 3 pour le déplacement, 3 pour l'orientation. Dans un environnement à 2 dimensions, il suffit de 3 axes : 2 pour le déplacement, 1 pour l'orientation.



**Figure II. 6. Structure sphérique et son espace de travail**

- **La structure dite SCARA (RRP)**

SCARA est un acronyme pour Selective Compliance Assembly Robot Arm (bras robotisé d'assemblage de conformité sélective). On reconnaît les robots SCARA à leurs deux articulations rotoïdes à axes verticaux et parallèles qui fournissent un mouvement dans le plan (x,y) et une troisième articulation prismatique permettant de positionner verticalement l'organe terminal. On utilise les robots SCARA pour les travaux qui nécessitent des mouvements latéraux précis, et ils sont parfaits pour les applications d'assemblage.



**Figure II. 7. Structure SCARA et son espace de travail**

- **La structure anthropomorphe (3R)**

Cette structure peut amener un solide à un point de l'espace avec trois rotations, une à axe vertical et deux à axes horizontaux et parallèles. C'est le porteur "généraliste" par excellence. Il peut être facilement programmé pour différents types de tâches et disposant d'un volume de travail conséquent.



Figure II. 8. Structure anthropomorphe et son espace de travail

### II.3. Présentation du robot utilisé

Le robot auquel on s'intéresse dans notre étude est un robot à 2 degrés de liberté de type SCARA (Selective Compliance Assembly Robot Arm). Il est caractérisé par deux articulations rotationnelles d'angle de rotation  $\vartheta_1$  et  $\vartheta_2$  par rapport à 2 axes verticaux et parallèles.

La position de l'organe terminal est complètement déterminée en utilisant ses deux coordonnées dans le plan  $(x, y)$  qui sont dites **coordonnées opérationnelles**. La configuration du robot est déterminée en utilisant les angles  $(\vartheta_1, \vartheta_2)$  qui sont dites **coordonnées généralisées**.

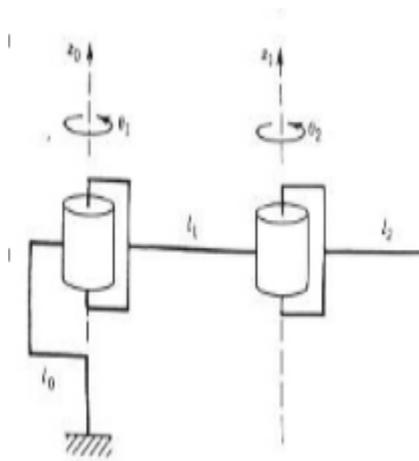


Figure II. 9. Schéma du robot SCARA à 2 ddl

C'est un robot planaire constitué de deux segments de masses et de longueurs respectives  $m_1, l_1$  et  $m_2, l_2$  pouvant tourner dans un plan horizontale autour de deux axes verticaux et parallèles. Son espace de travail est une partie du plan limitée par un cercle de rayon  $(l_1 + l_2)$ .

## II.4. Modélisation du robot manipulateur

### II.4.1 Modélisation géométrique [23]

Les robots connaissent plus naturellement leurs organes terminaux qu'envisagez de modifier sa configuration. Mais depuis la commande le système d'asservissement du robot agit sur le montant commun de la configuration définie, il faut donc établir une transformation géométrique reliant les variables articulaires et coordonnées absolues (coordonnées opérationnelles) de l'organe final.

#### II.4.1.1 Modèle géométrique direct

Un modèle géométrique direct (MGD) est un ensemble de relations qui expriment la situation de l'organe terminal, c'est-à-dire les coordonnées opérationnelles du robot, en fonction de ses coordonnées découpé. Dans le cas d'une chaîne ouverte simple, elle peut être représentée par la matrice de transformation  ${}^0T_n$  :

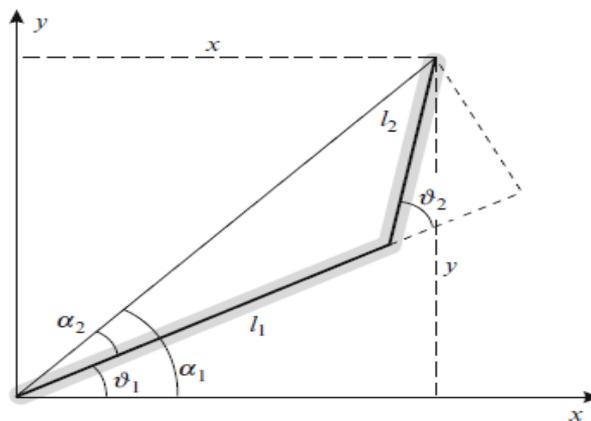


Figure II. 10. Vue d'en haut de robot SCARA

Le modèle géométrique direct du robot peut également être représenté par la relation suivante :

$$X = f(q) \quad (\text{II.1})$$

q est un vecteur de variables conjointes tel que :

$$q = [q_1 \ q_2 \ \dots \ q_n]^T$$

Les coordonnées de l'opération sont définies comme suit :

$$X = [x_1 \ x_2 \ \dots \ x_m]^T$$

Dans le cas du robot SCARA, et d'après la figure II.10, le modèle géométrique direct est donné par :

$$\begin{cases} x = l_1 \cos(\vartheta_1) + l_2 \cos(\vartheta_1 + \vartheta_2) \\ y = l_1 \sin(\vartheta_1) + l_2 \sin(\vartheta_1 + \vartheta_2) \end{cases}$$

(II.2)

#### II.4.1.2. Modèle géométrique inverse

Nous avons déjà vu que le modèle géométrique direct du robot permet de calculer les coordonnées de manipulation. La situation de l'organe terminal est donnée en termes de coordonnées articulaires. Le problème inverse est de calculer les coordonnées généralisées en fonction des coordonnées opérationnelles.

$$q = F^{-1}(X) \quad (\text{II.3})$$

Dans le cas du robot SCARA, la détermination du MGI se fait en 2 étapes.

**Étape 1 :** Calcul de l'angle  $\vartheta_2$

A partir du système II.2 on obtient

$$x^2 + y^2 = l_1^2 + l_2^2 + 2l_1l_2 \cos(\vartheta_2)$$

Donc on aura

$$\cos(\vartheta_2) = \frac{x^2 + y^2 - l_1^2 - l_2^2}{2l_1l_2}$$

D'où

$$\vartheta_2 = \arccos\left(\frac{x^2 + y^2 - l_1^2 - l_2^2}{2l_1l_2}\right)$$

Néanmoins, il sera convenable d'exprimer  $\vartheta_2$  sous une autre forme. On pose

$$a = \left(\frac{x^2 + y^2 - l_1^2 - l_2^2}{2l_1l_2}\right)$$

On aura

$$\begin{cases} \cos(\vartheta_2) = a \\ \sin(\vartheta_2) = \pm\sqrt{1-a^2} \Rightarrow \tan(\vartheta_2) = \frac{\pm\sqrt{1-a^2}}{a} \Rightarrow \vartheta_2 = \pm \arctan\left(\frac{\sqrt{1-a^2}}{a}\right) \end{cases}$$

Ceci traduit le fait que pour une position donnée de l'organe terminal le robot peut avoir deux configurations possibles.

**Etape 2 :** Calcul de l'angle  $\vartheta_1$

D'après la figure II.9, on remarque que  $\vartheta_1 = a_1 - a_2$

$$\text{Avec } \begin{cases} \tan(a_1) = \frac{y}{x} & \Rightarrow a_1 = \arctan\left(\frac{y}{x}\right) \\ \tan(a_2) = \frac{l_2 \sin(\vartheta_2)}{l_1 + l_2 \cos(\vartheta_2)} & \Rightarrow a_2 = \arctan\left(\frac{l_2 \sin(\vartheta_2)}{l_1 + l_2 \cos(\vartheta_2)}\right) \end{cases}$$

Donc

$$\vartheta_1 = a_1 - a_2 = \arctan\left(\frac{y}{x}\right) - \arctan\left(\frac{l_2 \sin(\vartheta_2)}{l_1 + l_2 \cos(\vartheta_2)}\right)$$

On obtient finalement le MGI

$$\begin{cases} \vartheta_1 = \arctan\left(\frac{y}{x}\right) - \arctan\left(\frac{l_2 \sin(\vartheta_2)}{l_1 + l_2 \cos(\vartheta_2)}\right) \\ \vartheta_2 = \pm \arctan\left(\frac{\sqrt{1-a^2}}{a}\right) \text{ avec } a = \left(\frac{x^2 + y^2 - l_1^2 - l_2^2}{2l_1 l_2}\right) \end{cases} \quad (\text{II.4})$$

#### II.4.2. Modélisation cinématique [24]

La modélisation cinématique complète la modélisation géométrique en établissant la relation entre les dérivées des coordonnées articulaires (vitesses articulaires ou vitesses des liaisons) et les dérivées des coordonnées opérationnelles (vitesses opérationnelles ou vitesses de l'organe terminal).

##### II.4.2.1. Modèle cinématique direct

Le modèle cinématique direct d'un robot manipulateur décrit les vitesses des coordonnées opérationnelles en fonction des vitesses articulaires. Il est noté :

$$\dot{X} = J(q)\dot{q} \quad (\text{II.5})$$

Où  $\mathbf{J}(\mathbf{q})$  représente la matrice jacobienne de la dimension  $(m \times n)$  de mécanisme, égal à  $\frac{\partial \mathbf{X}}{\partial \mathbf{q}}$  et fonctions de la Configuration articulaire  $\mathbf{q}$ . La même matrice jacobienne intervient dans le calcul du modèle différentiel direct qui

Donne les variations élémentaires  $d\mathbf{X}$  des coordonnées opérationnelles en fonction des variations élémentaires des

Coordonnées articulaires  $d\mathbf{q}$ , soit :

$$d\mathbf{X} = \mathbf{J}(\mathbf{q}) d\mathbf{q}$$

L'intérêt de la matrice jacobienne est des multiples [21] [25]

– elle est à la base du modèle différentiel inverse, permettant de calculer une solution locale des variables articulaires  $\mathbf{q}$  connaissant les coordonnées opérationnelles  $\mathbf{X}$  ;

– en statique, on utilise le jacobien pour établir la relation liant les efforts exercés par l'organe terminal sur l'environnement aux forces et couples des actionneurs ;

– elle facilite le calcul des singularités et de la dimension de l'espace opérationnel accessible du [26] [27].

*Calcul de la matrice jacobienne par dérivation du MGD :*

$$\dot{\mathbf{X}} = \mathbf{J}(\mathbf{q}) \dot{\mathbf{q}}$$

Où  $\mathbf{J}(\mathbf{q})$  désigne la matrice jacobienne de dimension  $(m \times n)$  du robot.

Le calcul de la matrice jacobienne se fait en dérivant le système MGD

$$\mathbf{J}(\mathbf{q}) = [J_{ij}]_{i=\overline{1,m}; j=\overline{1,n}} \quad \text{avec} \quad J_{ij} = \frac{\partial F_i(\mathbf{q})}{\partial q_j}$$

Dans notre cas

$$\mathbf{J} = \begin{pmatrix} \frac{\partial x}{\partial \vartheta_1} & \frac{\partial x}{\partial \vartheta_2} \\ \frac{\partial y}{\partial \vartheta_1} & \frac{\partial y}{\partial \vartheta_2} \end{pmatrix}$$

Ce qui donne le MCD suivant

$$\begin{pmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -l_1 \sin(\vartheta_1) - l_2 \sin(\vartheta_1 + \vartheta_2) & -l_2 \sin(\vartheta_1 + \vartheta_2) \\ l_1 \cos(\vartheta_1) + l_2 \cos(\vartheta_1 + \vartheta_2) & L_2 \cos(\vartheta_1 + \vartheta_2) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \dot{\vartheta}_1 \\ \dot{\vartheta}_2 \end{pmatrix} \quad (\text{II.6})$$

#### II.4.2.2. Modèle cinématique inverse

L'objectif du modèle cinématique inverse est de calculer, à partir d'une configuration  $\mathbf{q}$  donnée, les vitesses Articulaires  $\dot{\mathbf{q}}$  qui assurent au repère terminal une vitesse opérationnelle  $\dot{\mathbf{X}}$  imposée. Le MCI est de la forme :

$$\dot{\mathbf{q}} = J^{-1}(\mathbf{q})\dot{\mathbf{X}} \quad (\text{II.7})$$

Pour le robot SCARA utilisé, nous obtenons après calcul :

$$\begin{pmatrix} \dot{\vartheta}_1 \\ \dot{\vartheta}_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} L_2 \cos(\vartheta_1 + \vartheta_2) & l_2 \sin(\vartheta_1 + \vartheta_2) \\ -l_1 \cos(\vartheta_1) - l_2 \cos(\vartheta_1 + \vartheta_2) & -l_1 \sin(\vartheta_1) - l_2 \sin(\vartheta_1 + \vartheta_2) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \end{pmatrix} \quad (\text{II.8})$$

#### II.4.3. Modélisation dynamique [28]

C'est l'ensemble de relations qui régissent les mouvements des différentes articulations. De façon rigoureuse, le modèle dynamique d'un robot exprime les positions, vitesses et accélérations articulaires en fonction des efforts (forces ou couples) développés par les actionneurs équipant chaque articulation. On représente le modèle dynamique par une relation de la forme :

$$\Gamma = f(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}, \ddot{\mathbf{q}}, \mathbf{f}_e) \quad (\text{II.9})$$

Avec :

$\Gamma$  : Vecteur des couples/forces des actionneurs, selon que l'articulation est rotoïde ou prismatique. Dans la suite, on écrira tout simplement *couples* ;

$\mathbf{q}$  : Vecteur des positions articulaires ;

$\dot{\mathbf{q}}$  : Vecteur des vitesses articulaires ;

$\ddot{\mathbf{q}}$  : Vecteur des accélérations articulaires ;

**Fe** : vecteur représentant l'effort extérieur (forces et moments) qu'exerce le robot sur l'environnement.

Le modèle dynamique direct est celui qui exprime les accélérations articulaires en fonction des positions, vitesses et couples des articulations. Il est alors représenté par la relation :

$$\ddot{q} = g(q, \dot{q}, \Gamma, f_e)$$

(II.10)

Parmi les applications du modèle dynamique, on peut citer :

- La simulation, qui utilise le modèle dynamique direct ;
- Le dimensionnement des actionneurs [29] [30].
- l'identification des paramètres inertiels et des paramètres de frottement du robot.

▪ **Formalisme d'Euler-Lagrange :**

Elle se base sur l'analyse du bilan énergétique échangé par le système et son environnement (énergies cinétiques et potentielles). Le modèle dynamique est obtenu par application de la formulation d'Euler-Lagrange [31].

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{\partial L}{\partial \dot{q}_i} \right) - \frac{\partial L}{\partial q_i} + \frac{\partial F_D}{\partial \dot{q}_i} = \tau \quad i = \overline{1, n} \quad (\text{II.11})$$

Avec

- L : lagrangien du système égal à E – U.
- E : énergie cinétique totale du système.
- U : énergie potentielle totale du système.
- $F_D$  : Fonction de dissipation ayant la forme générale  $F_D = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n f_i \dot{q}_i^2$ , où  $f_i$  sont les coefficients de frottement visqueux.
- $\tau_i$  : Forces généralisées créées par les actionneurs.

Forme générale des équations dynamiques seront dérivées en 5 étapes :

- 1- L'énergie cinétique du système est une fonction quadratique des vitesses articulaires :

$$E_c = \frac{1}{2} \dot{q}^T A \dot{q}$$

$$E_c = a\dot{\vartheta}_1^2 + b(\dot{\vartheta}_1 + \dot{\vartheta}_2)^2 + c\vartheta_1(\dot{\vartheta}_1 + \dot{\vartheta}_2) \cos(\vartheta_2)$$

(II.12)

Avec  $a = \frac{1}{2}(\frac{7}{12}m_1 + m_2)l_1^2$

$$b = \frac{7}{24}m_2l_2^2$$

$$c = \frac{1}{2}m_2l_1l_2$$

2- L'énergie potentielle :

$$E_p = (m_1 + m_2)gl_2 \quad (\text{II.13})$$

3- La forme de dissipation :

$$F_D = \frac{1}{2}(f_1\dot{\vartheta}_1^2 + f_3\dot{\vartheta}_2^2) \quad (\text{II.14})$$

4- Lagrangien du système :

$$L = E_c - E_p \quad (\text{II.15})$$

5- Faire la différentiation :

$$\begin{cases} \frac{d}{dt} \left( \frac{\partial L}{\partial \dot{\vartheta}_1} \right) - \frac{\partial L}{\partial \vartheta_1} + \frac{\partial F_D}{\partial \dot{\vartheta}_1} = \tau_1 \\ \frac{d}{dt} \left( \frac{\partial L}{\partial \dot{\vartheta}_2} \right) - \frac{\partial L}{\partial \vartheta_2} + \frac{\partial F_D}{\partial \dot{\vartheta}_2} = \tau_2 \end{cases} \quad (\text{II.16})$$

Après avoir fait la différentiation et en prenant  $\tau_1 = k_1u_1$ ,  $\tau_2 = k_2u_2$ , on obtient les équations du modèle dynamique du robot :

$$\begin{cases} 2a\ddot{\vartheta}_1 + 2b(\ddot{\vartheta}_1 + \ddot{\vartheta}_2) + c(2\dot{\vartheta}_1 + \dot{\vartheta}_2) \cos(\vartheta_2) - c(2\dot{\vartheta}_1 + \dot{\vartheta}_2)\dot{\vartheta}_2 \sin(\vartheta_2) + f_1\dot{\vartheta}_1 = k_1u_1 \\ 2b(\ddot{\vartheta}_1 + \ddot{\vartheta}_2) + c\dot{\vartheta}_1 \cos(\vartheta_2) + c\dot{\vartheta}_2^2 \sin(\vartheta_2) + f_2\dot{\vartheta}_2 = k_2u_2 \end{cases} \quad (\text{II.17})$$

### II.5. Simulation en boucle ouverte du modèle dynamique

La résolution du système (II.17) a été effectuée en utilisant la méthode Runge-Kutta d'ordre 4, étape d'intégration  $h = 10$  et conditions initiales nulles. La simulation est réalisée à l'aide de la programmation sous MATLAB.

$$m_1 = 15.91 \text{ kg} ; m_2 = 11.36 \text{ kg}$$

$$l_1 = l_2 = 0.432m$$

$$f_1 = f_2 = 7.10^{-4} N.m.rad^{-1}.s$$

$$k_1 = k_2 = 0.18 N.m.V^{-1}$$

$$g = 9,81 m.s^{-1} \text{ (Accélération de la gravité)}$$

Les graphes ci-dessous montrent la réponse du robot en boucle ouverte, position, vitesse et accélération à des pas de tension unitaire, sur un horizon de 10 secondes.

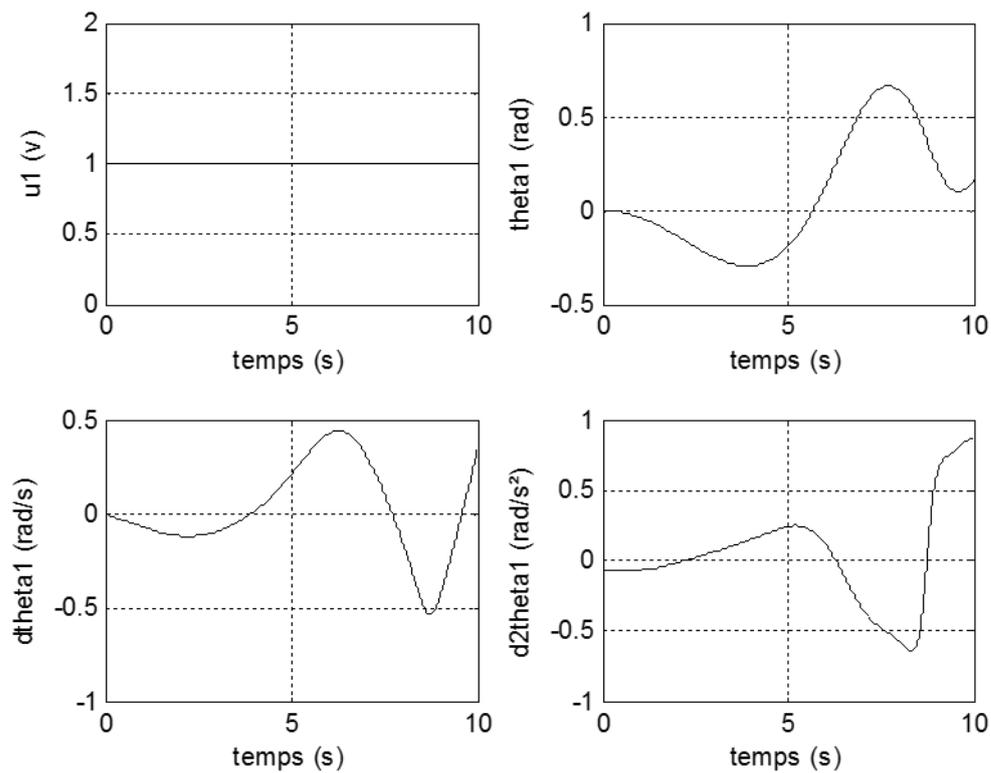


Figure II. 11. Commande, position, et accélération de l'articulation 1

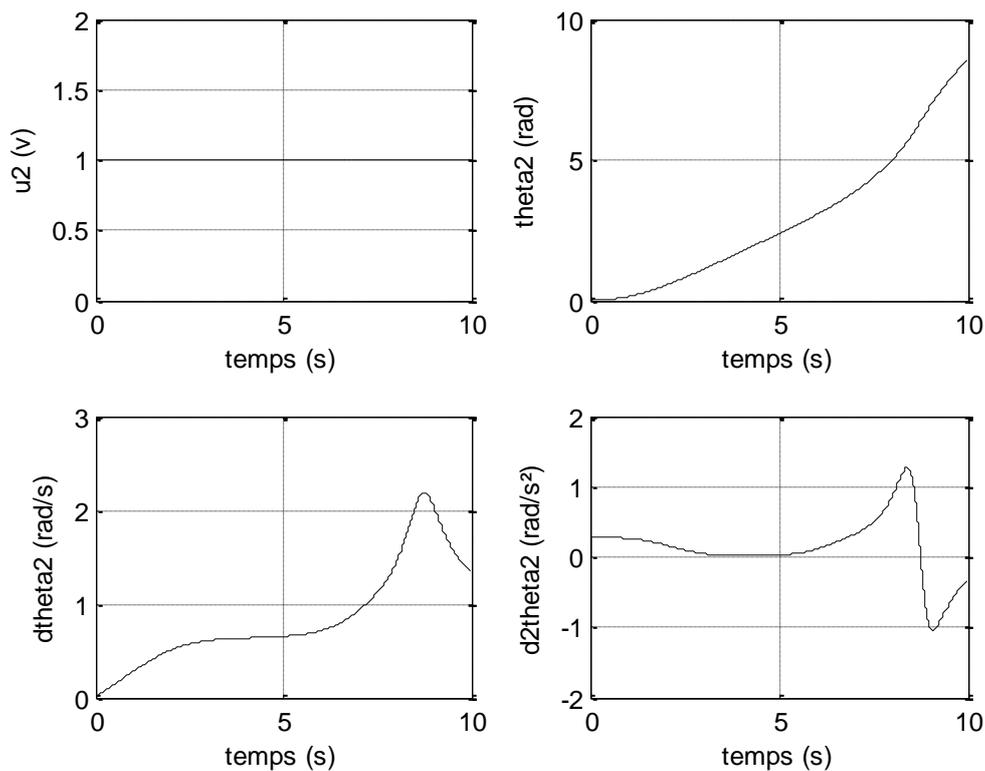


Figure II. 12. Commande, position, vitesse et accélération de l'articulation 2

### II.6. Conclusion

Ce chapitre a été consacré à la modélisation du robot manipulateur. Ainsi, après avoir donné quelques notions générales sur les robots et présenté le robot utilisé dans notre étude, différents modèles de ce dernier ont été développés. Le modèle géométrique permet d'établir la relation entre les coordonnées opérationnelles et les coordonnées généralisées, alors que le modèle cinématique permet d'établir la relation entre les changements de ces grandeurs. Pour développer le modèle dynamique du robot, la forme d'Euler-Lagrangienne est utilisée. Ce modèle est nécessaire pour simuler le comportement du robot en boucle ouverte et générer les entrées/sorties nécessaires à l'identification qui sera abordée dans le chapitre suivant.

## **Chapitre III**

# **Identification des paramètres dynamiques du robot**

***III.1. Introduction***

L'identification des paramètres dynamiques des robots est généralement basée sur l'utilisation du modèle dynamique inverse qui est linéaire par rapport aux paramètres à identifier. Afin d'obtenir un système surdéterminé, ce modèle est échantillonné pendant que le robot est piloté avec des mouvements excitants.

L'objectif de cette section est de présenter la méthode classique d'identification récursive permettant d'estimer en ligne un modèle du procédé qui reproduit asymptotiquement le comportement d'entrée-sortie du système. Différentes solutions ont été [2]. Elles diffèrent principalement selon la structure du modèle choisie a priori. En effet :

- Si le modèle utilisé est linéaire en les paramètres, de simples critères quadratiques peuvent être introduits. Leur minimisation est alors réalisable par des algorithmes récursifs de type moindres carrés.

- Si le modèle considéré est pseudo linéaire ou non linéaire, la tâche est bien plus complexe. Aucune solution analytique n'est envisageable. Des approximations, plus ou moins conséquentes, sont inévitables pour obtenir des algorithmes récursifs.

Dans ce chapitre, nous avons étudié et simulé le problème d'identification paramétrique par la méthode des moindres carrés récursifs. Une application de cette méthode sur un robot de type SCARA est présentée, Les principes de l'identification des modèles dynamiques de procédés, la structure de ces modèles. Ensuite, nous avons élaboré la programmation sous MATLAB pour l'identification paramétrique en utilisant la méthode des moindres carrés récursifs.

***III.2. Méthode des moindres carrés récursifs***

La méthode des moindres carrés permet de comparer des données expérimentales, généralement entachées d'erreurs de mesure à un modèle mathématique censé décrire ces données.

Ce modèle peut prendre diverses formes. Il s'agira en général de lois de conservation que les quantités mesurées doivent respecter. La méthode des moindres carrés permet alors de minimiser l'impact des erreurs expérimentales et évaluer les valeurs plus probables des paramètres de la loi recherchée, ainsi «ajoutant de l'information» dans le processus de mesure.

*Méthode des moindres carrés récursifs (MCR)*

La méthode des moindres carrés récursif (ou RLS pour Recursive Least Squares algorithm) est un algorithme pour les filtres adaptatifs qui estime récursivement les coefficients qui minimisent une fonction de coût, plus minimisent les moindres carrés pondérés. Cette approche est une extension d'autres algorithmes tels que les moindres carrés moyens (LMS) qui visent à réduire l'erreur quadratique moyenne. Pour le RLS, les signaux d'entrée peuvent être considérés comme déterministes, tandis que pour le LMS et d'autres algorithmes similaires, ils sont souvent considérés comme stochastiques. Comparé à la plupart de ses concurrents, le MCR présente une convergence extrêmement rapide. En général, le MCR peut être utilisé pour résoudre n'importe quel problème qui peut être résolu par les filtres adaptatifs. Cependant, cet avantage se fait au prix d'une grande complexité de calcul.

La méthode RLS a été découverte par Carl Friedrich Gauss. Il a déjà élaboré les concepts fondamentaux en 1795 lorsqu'il avait l'âge de 18 ans. Sa méthode a été publiée la première fois en 1809 lorsqu'elle parut dans le tome 2 de ses travaux sur la mécanique céleste. Cependant elle est restée inutilisée ou ignorée jusqu'à 1950 quand Plackett a redécouvert l'originalité de l'œuvre de Gauss.

L'algorithme des MCR est la version récursive de l'algorithme LS. Les ressources calculatoires sont donc plus importantes et cet algorithme est mal adapté pour une identification temps réel mais demeure néanmoins plus efficace que l'algorithme LS pour une identification hors ligne. L'algorithme est le suivant pour chaque itération  $k$  :

$$\begin{aligned}\hat{\theta}_k &= \hat{\theta}_{k-1} + K_k \cdot \varepsilon_k \\ \varepsilon_k &= (y_k - \hat{\theta}_{k-1}^T \cdot \varphi_k) \\ K_k &= \frac{P_{k-1} \cdot \varphi_k}{1 + \varphi_k^T \cdot P_{k-1} \cdot \varphi_k} \\ P_k &= P_{k-1} - \frac{P_{k-1} \cdot \varphi_k \varphi_k^T \cdot P_{k-1}}{1 + \varphi_k^T \cdot P_{k-1} \cdot \varphi_k}\end{aligned}\tag{III.1}$$

$\hat{\theta}_k$  Contient les paramètres à identifier,  $\varepsilon_k$  représente l'erreur entre la sortie réelle et l'estimation,  $K_k$  est la matrice de gain d'adaptation qui évolue pendant le déroulement de l'algorithme et si il y a convergence, alors  $K_k \rightarrow 0$ .

Il existe d'autres versions de l'algorithme MCR, particulièrement une version permettant d'intégrer un facteur d'oubli  $\lambda$  pour ne plus prendre en compte les premières itérations qui sont souvent peu significatives. Dans ce cas, la matrice

$$p_k = \frac{1}{\lambda} \left[ -\frac{p_{k-1} \cdot \varphi_k \varphi_k^T \cdot p_{k-1}}{1 + \varphi_k^T \cdot p_{k-1} \cdot \varphi_k} \right] \quad \text{avec } 0 < \lambda \leq 1. \text{ Si } \lambda = 1, \text{ on retrouve l'algorithme classique et Si } \lambda \neq 1, \text{ les erreurs sont pondérées par un coefficient } \lambda^{k-t}.$$

### III.3. Application de la méthode des moindres carrés récurrents au robot SCARA

Comme nous l'avons déjà mentionné, l'objectif principal de ce chapitre est d'utiliser l'algorithme des moindres carrés récurrents (MCR) présenté précédemment afin d'identifier les paramètres du modèle dynamique inverse du robot décrit par l'équation (II.17). Ce modèle exprime les couples articulaires en fonction des variables articulaires (positions, vitesses et accélérations)

$$\tau_1 = 2a\ddot{\vartheta}_1 + 2b(\ddot{\vartheta}_1 + \ddot{\vartheta}_2) + c(2\dot{\vartheta}_1 + \dot{\vartheta}_2)\cos(\vartheta_2) - c(2\dot{\vartheta}_1 + \dot{\vartheta}_2)\dot{\vartheta}_2\sin(\vartheta_2) + f_1\dot{\vartheta}_1 \quad (\text{III.2})$$

$$\tau_2 = 2b(\ddot{\vartheta}_1 + \ddot{\vartheta}_2) + c\dot{\vartheta}_1\cos(\vartheta_2) + c\dot{\vartheta}_1^2\sin(\vartheta_2) + f_2\dot{\vartheta}_2 \quad (\text{III.3})$$

$$\text{Avec } a = \frac{1}{2} \left( \frac{7}{12} m_1 + m_2 \right) l_1^2$$

$$b = \frac{7}{24} m_2 l_2^2$$

$$c = \frac{1}{2} m_2 l_1 l_2$$

Bien que les équations (III.2) et (III.3) soient non linéaires par rapport aux variables articulaires, elles sont linéaires par rapport aux paramètres du robot. Il suffit de mettre ces équations sous la forme canonique adéquate pour l'application de l'algorithme et bien définir le vecteur des paramètres à identifier.

L'approche que nous allons adopter consiste à considérer chaque articulation comme un sous-système indépendant puis proposer deux (02) modèles à identifier : un modèle représentant la dynamique inverse de la 1<sup>ère</sup> articulation et l'autre représentant la dynamique inverse de la 2<sup>ème</sup> articulation. Les paramètres de chaque modèle seront identifiés séparément.

#### Modèle d'identification 1 relatif à la 1<sup>ère</sup> articulation

L'équation (III.2), décrivant le couple de la 1<sup>ère</sup> articulation, peut être réécrite sous la forme suivante

$$\tau_1 = P_1^T \cdot D_1 \quad (\text{III.4})$$

Où

$\tau_1$  est le couple représentant la sortie du sous-système 1.

$P_1 = [a, b, c, f_1]^T$  est le vecteur des paramètres à identifier.

$D_1 = [2\ddot{\vartheta}_1, 2(\ddot{\vartheta}_1 + \ddot{\vartheta}_2), (2\ddot{\vartheta}_1 + \ddot{\vartheta}_2)\cos(\vartheta_2) - (2\dot{\vartheta}_1 + \dot{\vartheta}_2)\dot{\vartheta}_2\sin(\vartheta_2), \dot{\vartheta}_1]^T$  est le vecteur des mesures ou des observations.

Le modèle ajustable à identifier sera donc décrit par

$$\hat{\tau}_1(t) = \hat{P}_1^T(t) \cdot D_1(t) \quad (\text{III.4})$$

Où

$\hat{\tau}_1(t)$  est la sortie prédite par le modèle à l'instant  $t$ .

$\hat{P}_1(t) = [\hat{a}(t), \hat{b}(t), \hat{c}(t), \hat{f}_1(t)]^T$  est le vecteur des paramètres estimés à l'instant  $t$ .

Dans ce cas l'algorithme des moindres carrés récursifs pour l'adaptation des paramètres sera donné par les formules suivantes :

$$\begin{cases} e_1(t) = \tau_1(t) - \hat{P}_1^T(t) \cdot D_1(t) \\ F_1(t+1) = F_1(t) - \frac{F_1(t)D_1(t)D_1(t)^T F_1(t)}{1 + D_1(t)^T F_1(t)D_1(t)} \\ \hat{P}_1(t+1) = \hat{P}_1(t) + F_1(t+1)D_1(t)e_1(t) \end{cases} \quad (\text{III.6})$$

Où  $e_1(t)$  est l'erreur de prédiction à l'instant  $t$ .

$F_1(t)$  Matrice ( $4 \times 4$ ) représentant le gain d'adaptation à l'instant  $t$ .

### **Modèle d'identification 2 relatif à la 2<sup>ème</sup> articulation**

L'équation (III.3), décrivant le couple de la 2<sup>ème</sup> articulation, peut être réécrite sous la forme suivante

$$\tau_2 = P_2^T \cdot D_2 \quad (\text{III.7})$$

Où

$\tau_2$  est le couple représentant la sortie du sous-système 2.

$P_2 = [b, c, f_2]^T$  est le vecteur des paramètres à identifier.

$D_2 = [(\ddot{\vartheta}_1 + \ddot{\vartheta}_2), \ddot{\vartheta}_1\cos(\vartheta_2) + \dot{\vartheta}_1^2\sin(\vartheta_2), \dot{\vartheta}_2]^T$  est le vecteur des mesures ou des observations.

Le modèle ajustable à identifier sera donc décrit par

$$\hat{\tau}_2(t) = \hat{P}_2^T(t) \cdot D_2(t) \quad (\text{III.8})$$

Où

$\hat{\tau}_2(t)$  est la sortie prédite par le modèle à l'instant  $t$ .

$\hat{P}_2(t) = [\hat{b}(t), \hat{c}(t), \hat{f}_2(t)]^T$  est le vecteur des paramètres estimés à l'instant  $t$ .

Dans ce cas l'algorithme des moindres carrés récursifs pour l'adaptation des paramètres sera donné par les formules suivantes :

$$\begin{cases} e_2(t) = \tau_2(t) - \hat{P}_2^T(t) \cdot D_2(t) \\ F_2(t+1) = F_2(t) - \frac{F_2(t)D_2(t)D_2(t)^T F_2(t)}{1 + D_2(t)^T F_2(t)D_2(t)} \\ \hat{P}_2(t+1) = \hat{P}_2(t) + F_2(t+1)D_2(t)e_2(t) \end{cases} \quad (\text{III. 9})$$

Où  $e_2(t)$  est l'erreur de prédiction à l'instant  $t$

$F_2(t)$  Matrice ( $3 \times 3$ ) représentant le gain d'adaptation à l'instant  $t$

### III.4. Résultats de simulation et discussion

#### III.4.1.1<sup>er</sup> test de simulation

##### Génération des entrées/sorties pour l'identification

Le fichier entrées/sorties utilisé pour l'identification est constitué de 200 échantillons sélectionnés en imposant au robot de suivre une trajectoire polynomiale d'ordre 5 sur une durée de 10 secondes avec un pas d'échantillonnage de 0,05 secondes.

Dans le domaine de la robotique, les trajectoires polynomiales sont considérées comme suffisamment riches en fréquences pour exciter les dynamiques internes du robot [20] [32].

Les positions, vitesses et accélérations articulaires auront donc les expressions suivantes :

$$\vartheta_i(t) = a_{i0} + a_{i1}t + a_{i2}t^2 + a_{i3}t^3 + a_{i4}t^4 + a_{i5}t^5$$

$$\dot{\vartheta}_i(t) = a_{i1} + 2a_{i2}t + 3a_{i3}t^2 + 4a_{i4}t^3 + 5a_{i5}t^4 \quad i = \overline{1,2}$$

$$\ddot{\vartheta}_i(t) = 2a_{i2} + 6a_{i3}t + 12a_{i4}t^2 + 20a_{i5}t^3$$

Les coefficients  $a_{i0}$ ,  $a_{i1}$ ,  $a_{i2}$ ,  $a_{i3}$ ,  $a_{i4}$ ,  $a_{i5}$  sont déterminés en imposant les conditions aux limites suivantes :

$$\vartheta_i(t_i) = 0, \vartheta_i(t_f) = \frac{\pi}{2}$$

$$\dot{\vartheta}_i(t_i) = 0, \dot{\vartheta}_i(t_f) = 0$$

$$\ddot{\vartheta}_i(t_i) = 0, \ddot{\vartheta}_i(t_f) = 0$$

Avec  $t_i = 0$  instant initial et  $t_f = 10$  instant final.

Le modèle dynamique inverse donné par l'équation (II.17) est utilisé pour générer les couples correspondants.

Les figures (III.1) et (III.2) donnent une représentation graphique de ces trajectoires pour les articulations 1 et 2 respectivement.

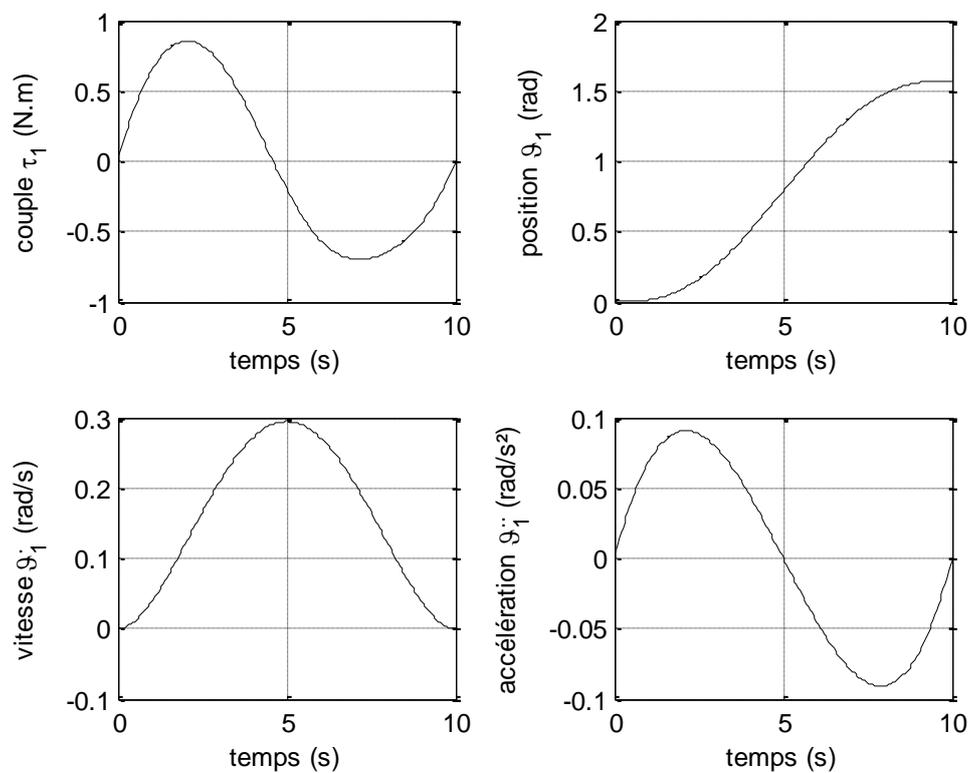
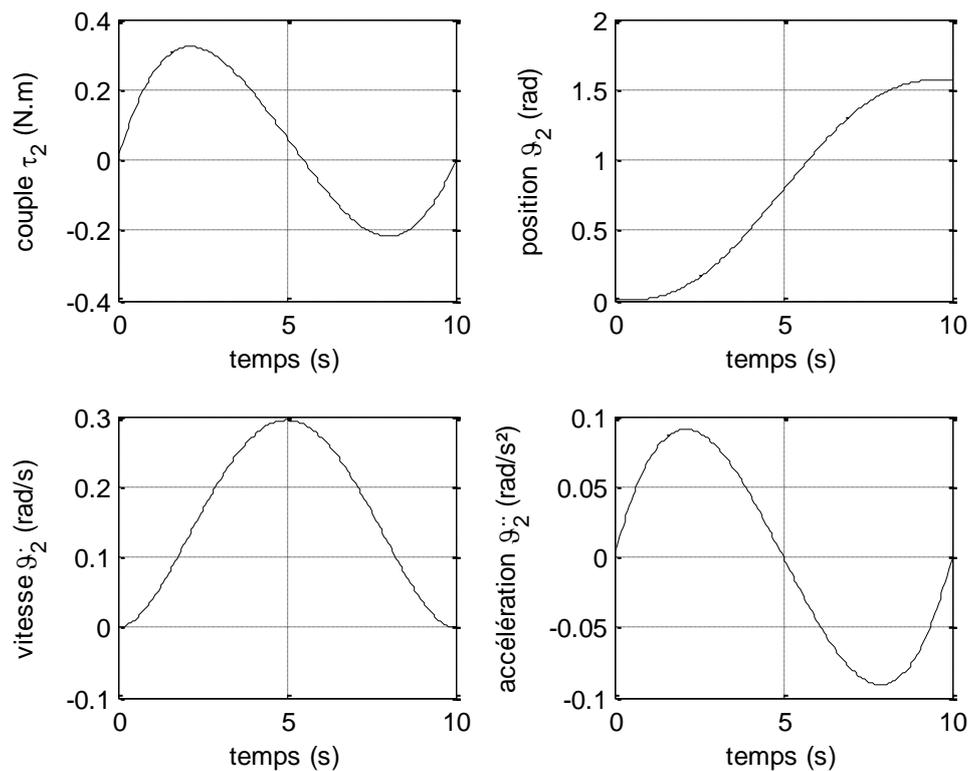


Figure III. 1. Trajectoires et couple pour l'articulation 1 (1<sup>er</sup> test)



**Figure III. 2. Trajectoires et couple pour l'articulation 2 (1<sup>er</sup> test)**

### *Adaptation des paramètres*

L'algorithme des moindres carrés récursifs présenté précédemment est utilisé pour estimer les paramètres dynamiques du robot. Tous les paramètres ont été initialisés à 0. Les gains d'adaptations ont été initialisés à

$$F1(0) = 10^4 I_4$$

$$F2(0) = 10^6 I_3$$

Où  $I_3$  et  $I_4$  sont respectivement les matrices identités d'ordre 3 et 4

Les figures (III.3) et (III.4) montrent l'évolution des paramètres relatifs aux articulations 1 et 2 respectivement.

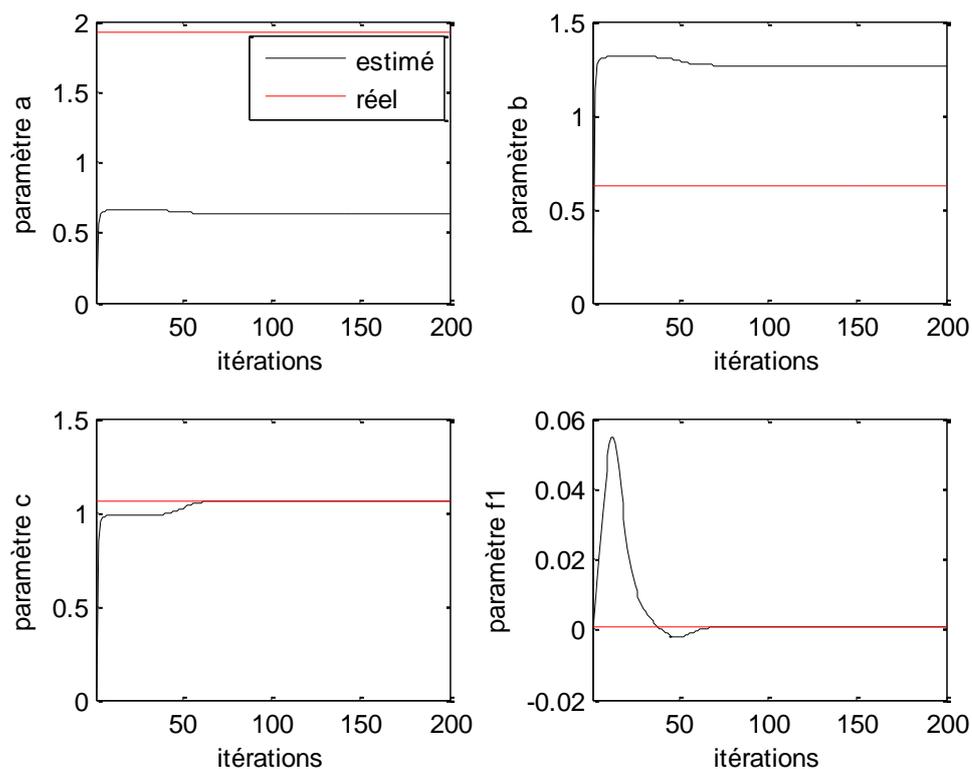


Figure III. 3. Evolution des paramètres relatifs à l'articulation 1 (1<sup>er</sup> test)

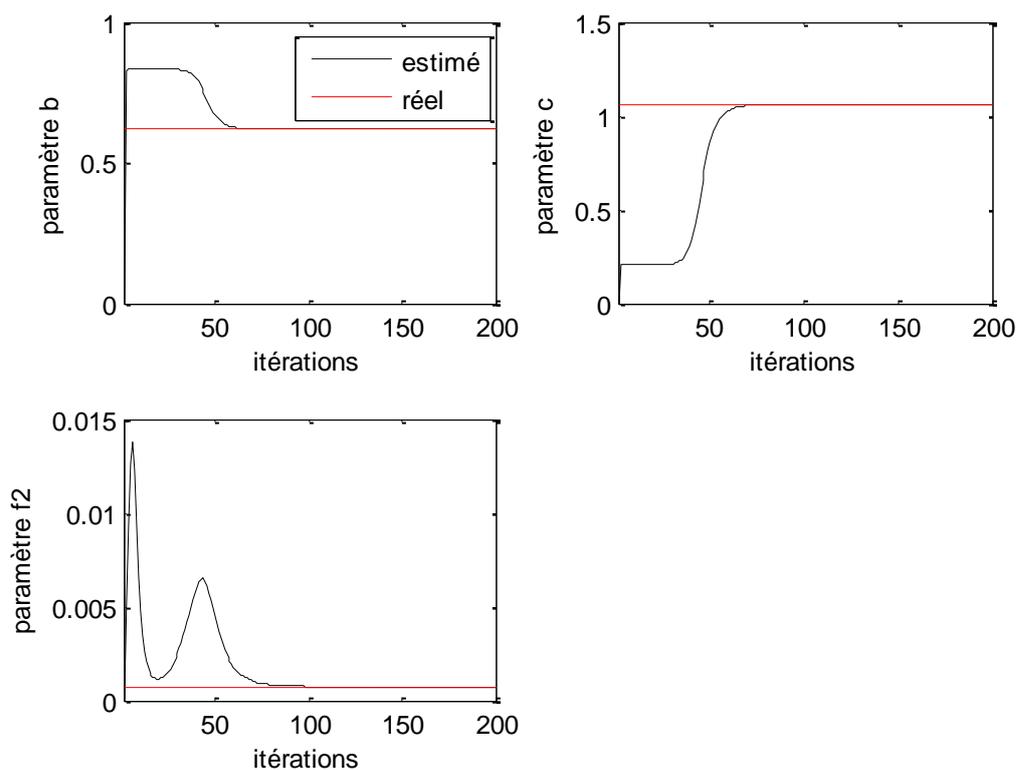
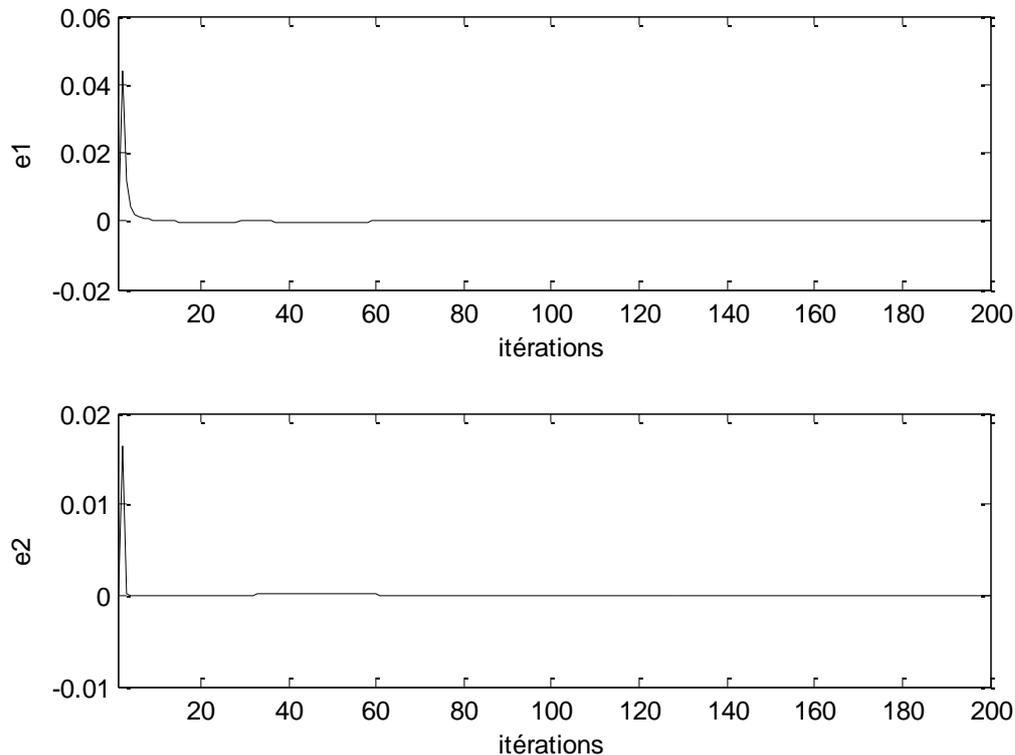


Figure III. 4. Evolution des paramètres relatifs à l'articulation 2 (1<sup>er</sup> test)

La figure (III.5) montre l'évolution de l'erreur de prédiction entre le couple estimé et le couple réel relatifs aux articulations 1 et 2 respectivement.



**Figure III. 5. Evolution de l'erreur de prédiction pour les articulations 1 et 2 (1<sup>er</sup> test)**

Les tableaux III.1 et III.2 donnent une comparaison entre les paramètres réels et les paramètres estimés à la fin de la phase d'adaptation pour les modèles 1 et 2.

Paramètre	Valeur réel	Valeur estimé	Erreur relative (en %)
$a$	1.9260	0.6325	67.16
$b$	0.6183	1.2651	104.61
$c$	1.0600	1.0600	00.00
$f_1$	$7 \times 10^{-4}$	$6.9440 \times 10^{-4}$	0.80

**Tableau III.1 Paramètres du modèle 1(1<sup>er</sup> test)**

Paramètre	Valeur réel	Valeur estimé	Erreur relative(en %)
$b$	0.6183	0.6183	00.00
$c$	1.0600	1.0600	00.00
$f_2$	$7 \times 10^{-4}$	$7.0520 \times 10^{-4}$	00.74

**Tableau III.2 Paramètres du modèle 2(1<sup>er</sup> test)**

*Commentaires et discussions*

Les résultats de simulation donnent lieu à deux constatations importantes :

1 - Après un certain nombre d'itérations, les paramètres estimés convergent pratiquement vers les paramètres réels. Ceci est valable pour les paramètres du modèle de l'articulation 2 et certains paramètres du modèle de l'articulation 1.

2 – Certains paramètres du modèle de l'articulation 1 ne convergent pas vers les valeurs réelles mais vers d'autres valeurs bien que ceci n'a pas influé sur la qualité de l'identification et la validité de ce modèle. En effet on constate bien que l'erreur de prédiction est nulle.

*Test de validation*

Pour tester la validité des modèles identifiés, nous allons imposer d'autres entrées, pour le système et le modèle d'identification, différentes de celles utilisées dans la phase d'identification. Ensuite une comparaison entre la sortie réelle de système et la sortie du modèle sera effectuée.

On utilise pour le test une trajectoire sinusoïdale composée de la forme suivante :

$$\vartheta_i(t) = \sin\left(\frac{2\pi}{t_f} t\right) + \sin\left(\frac{4\pi}{t_f} t\right) + \sin\left(\frac{8\pi}{t_f} t\right) \quad i = \overline{1,2}$$

Les figures (III.6) et (III.7) montrent bien que l'erreur de prédiction pour cette trajectoire est très faible (presque nuls). Donc on peut dire que le modèle identifié est valide.

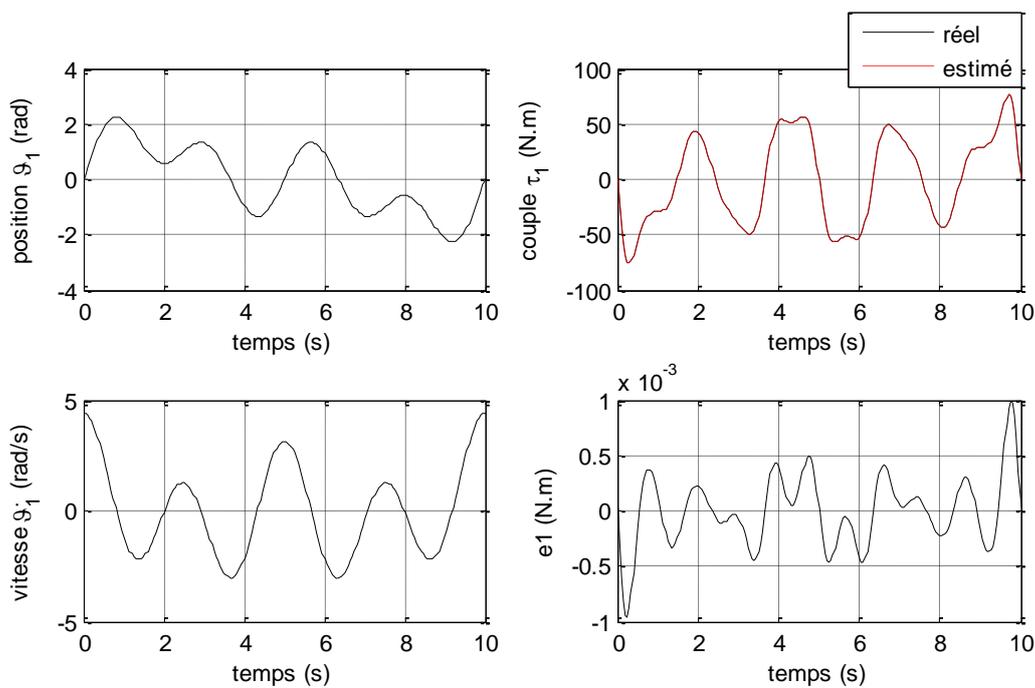


Figure III. 6. Test de validation du modèle de l'articulation 1 (1<sup>er</sup> test)

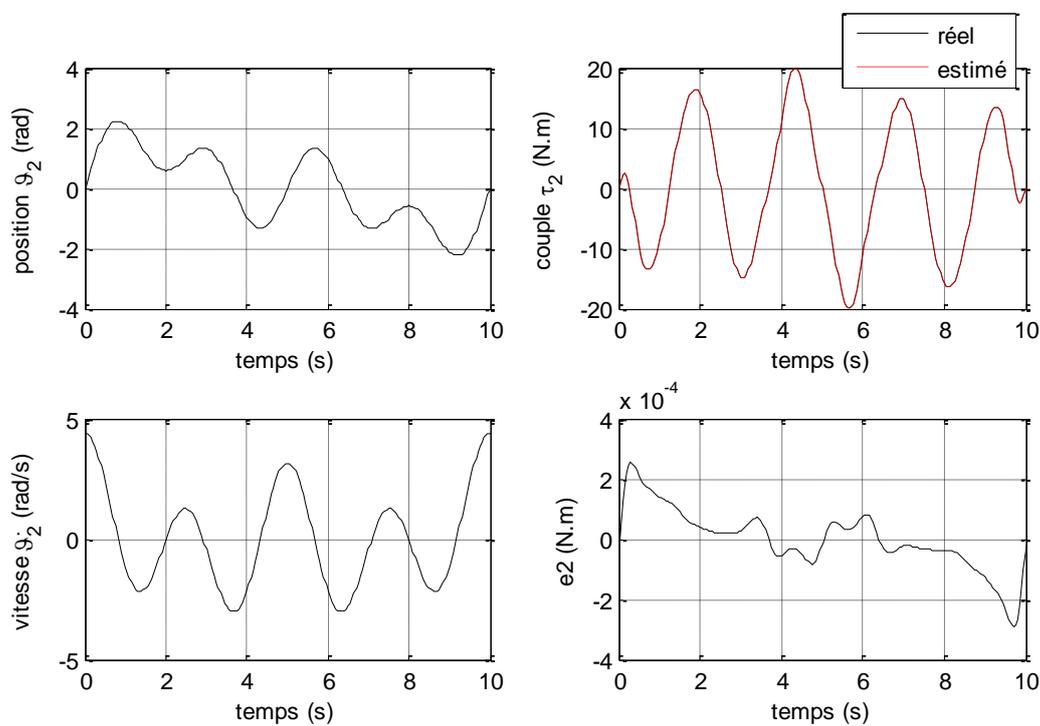


Figure III. 7. Test de validation du modèle de l'articulation 2 (1<sup>er</sup> test)

**III.4.2. 2<sup>ème</sup> test de simulation**

Comme nous l'avons constaté dans le 1<sup>er</sup> test de simulation, la convergence vers zéro de l'erreur de prédiction n'implique pas nécessairement la convergence de tous les paramètres estimés du modèle vers les paramètres réels. Ceci est en particulier le cas des paramètres  $a$  et  $b$  du modèle 1.

Une solution à ce problème peut être obtenue en modifiant les entrées/sorties utilisées pour l'identification (proposer des entrées plus riches et plus excitante [7]).

***Génération des entrées/sorties pour l'identification***

Les mêmes trajectoires du 1<sup>er</sup> test de simulation sont utilisées avec un changement de valeur finale de la 1<sup>ère</sup> trajectoire  $\vartheta_1(t_f) = -2.95 \frac{\pi}{4}$ .

***Adaptation des paramètres***

En utilisant les mêmes valeurs initiales précédentes pour l'algorithme d'adaptation des paramètres, les figures ci-dessous montrent l'évolution des paramètres ainsi que l'erreur de prédiction pour les modèles des articulations 1 et 2.

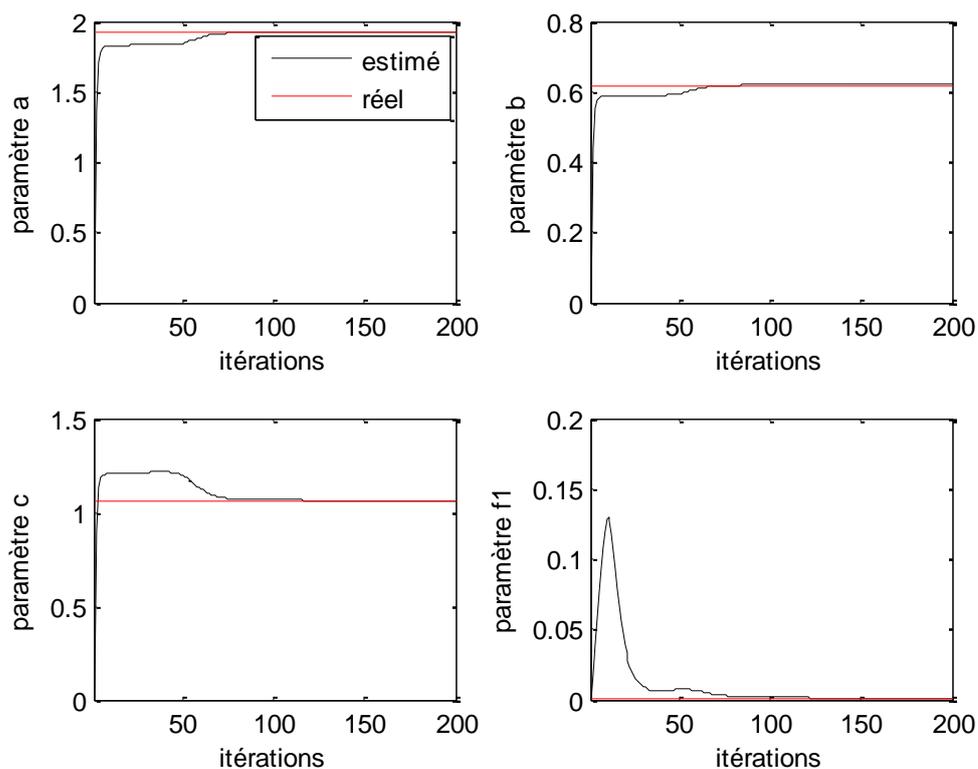


Figure III. 8. Evaluation des paramètres relatifs à l'articulation 1 (2<sup>ème</sup> test)

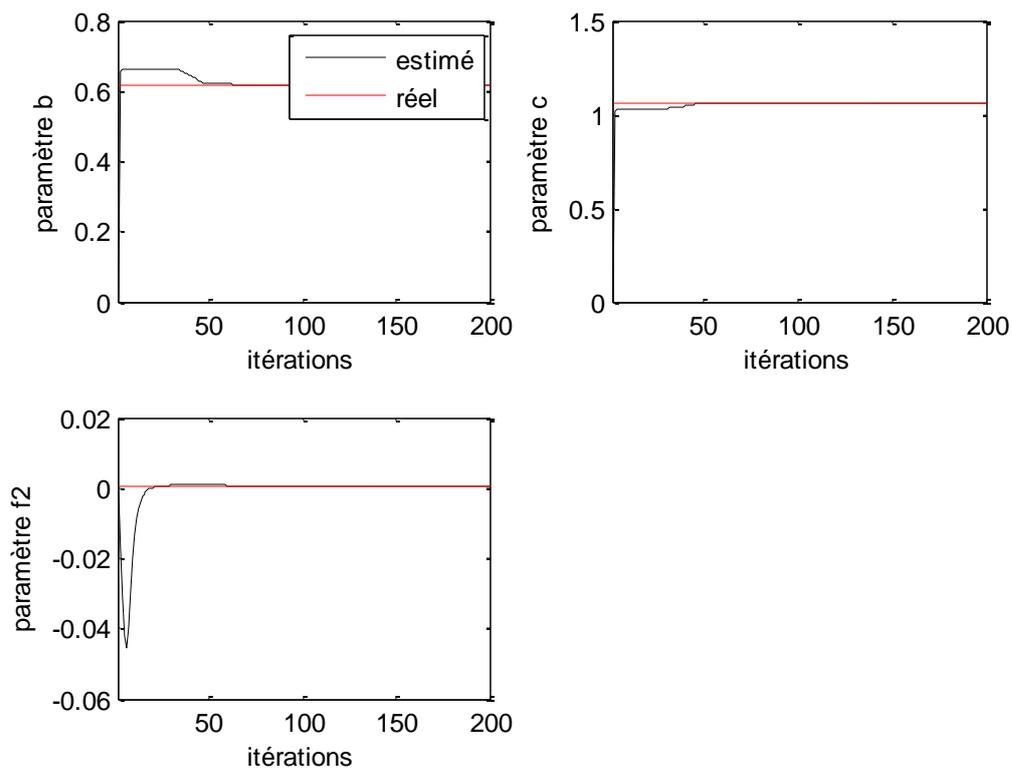


Figure III. 9. Evolution des paramètres relatifs à l'articulation 2(2<sup>ème</sup> test)

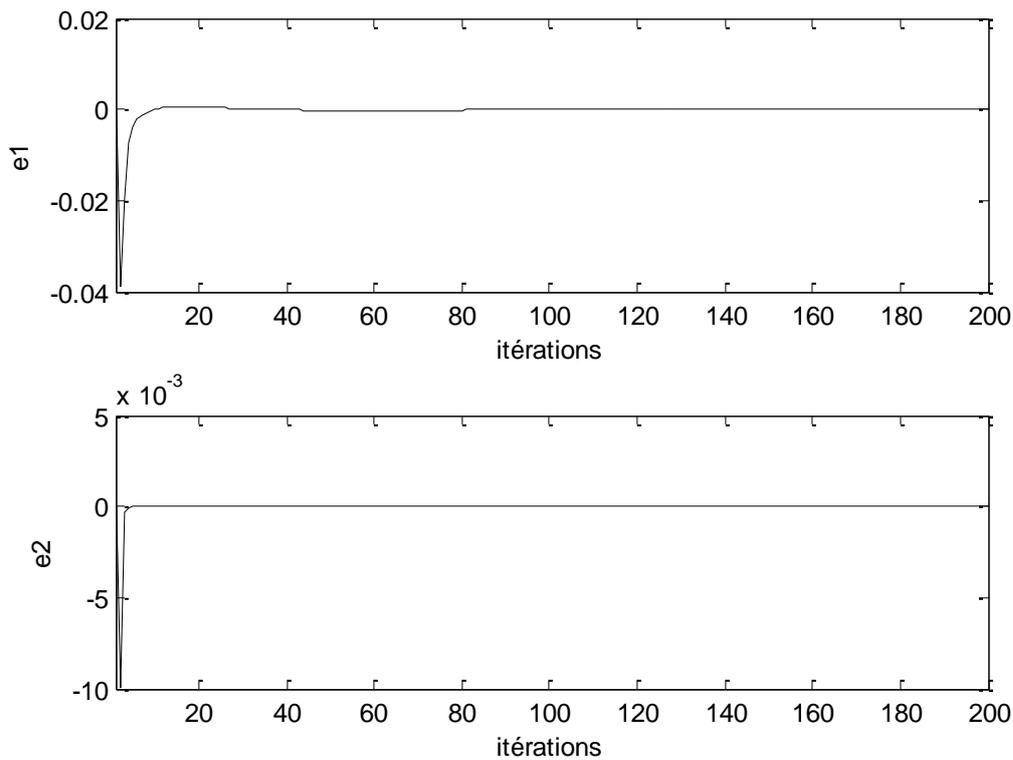


Figure III. 10. Evolution de l'erreur de prédiction pour les articulations 1 et 2 (2<sup>ème</sup> test)

Les tableaux III.3 et III.4 donnent une comparaison entre les paramètres réels et les paramètres estimés à la fin de la phase d'adaptation pour les modèles 1 et 2.

Paramètre	Valeur réel	Valeur estimé	Erreur relative(en %)
$a$	1.9260	1.9255	$2.5961 \times 10^{-2}$
$b$	0.6183	0.6201	00.29
$c$	1.0600	1.0600	00.00
$f_1$	$7 \times 10^{-4}$	$6.9735 \times 10^{-4}$	00.38

Tableau III.3. Paramètres du modèle 1 (2<sup>ème</sup> test)

Paramètre	Valeur réel	Valeur estimé	Erreur relative(en %)
$b$	0.6183	0.6183	00.00
$c$	1.0600	1.0600	00.00
$f_2$	$7 \times 10^{-4}$	$7.0014 \times 10^{-4}$	$2.0481 \times 10^{-2}$

Tableau III.4. Paramètres du modèle 2 (2<sup>ème</sup> test)

### Commentaire et discussions

On constate que, avec un choix adéquat des entrées, les paramètres estimés des modèles 1 et 2 convergent vers les paramètres réels et l'erreur de prédiction tend vers zéro.

### Test de validation

On utilise pour le test une trajectoire sinusoïdale composée de la forme suivante :

$$\vartheta_i(t) = \sin\left(\frac{2\pi}{t_f}t\right) + \sin\left(\frac{4\pi}{t_f}t\right) + \sin\left(\frac{8\pi}{t_f}t\right) + \sin\left(\frac{12\pi}{t_f}t\right) + \sin\left(\frac{16\pi}{t_f}t\right) \quad i = \overline{1,2}$$

Le test effectué montre la validité des modèles identifiés. La sortie de système et celle du modèle sont très proche (erreur de prédiction proche de zéro).

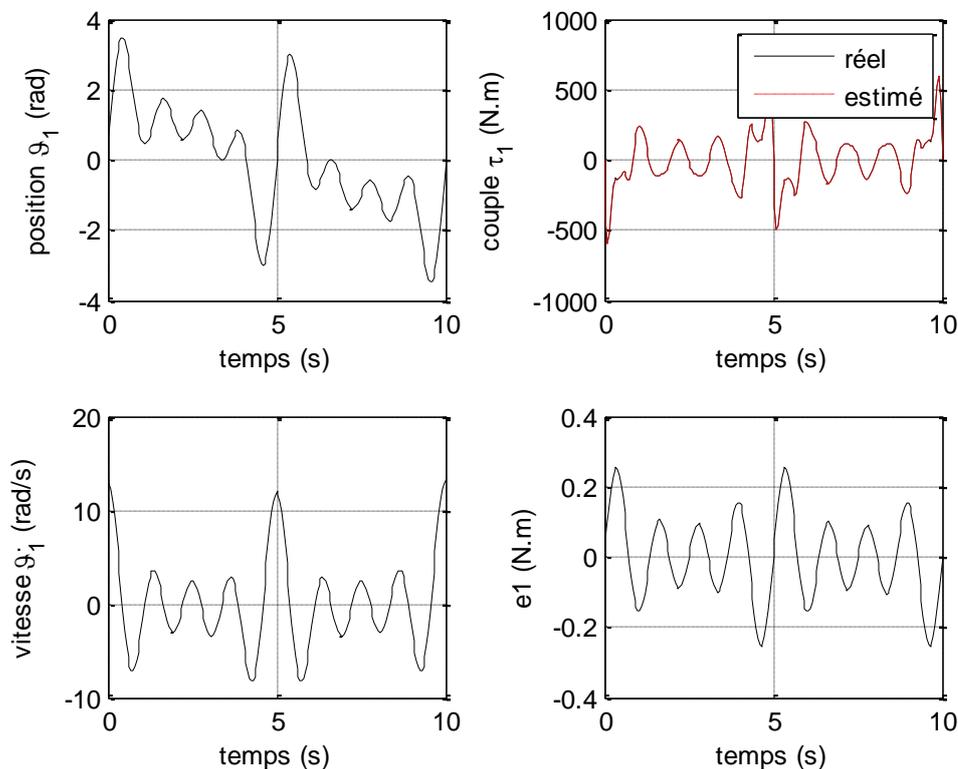


Figure III. 11. Test de validation du modèle de l'articulation 1 (2<sup>ème</sup> test)

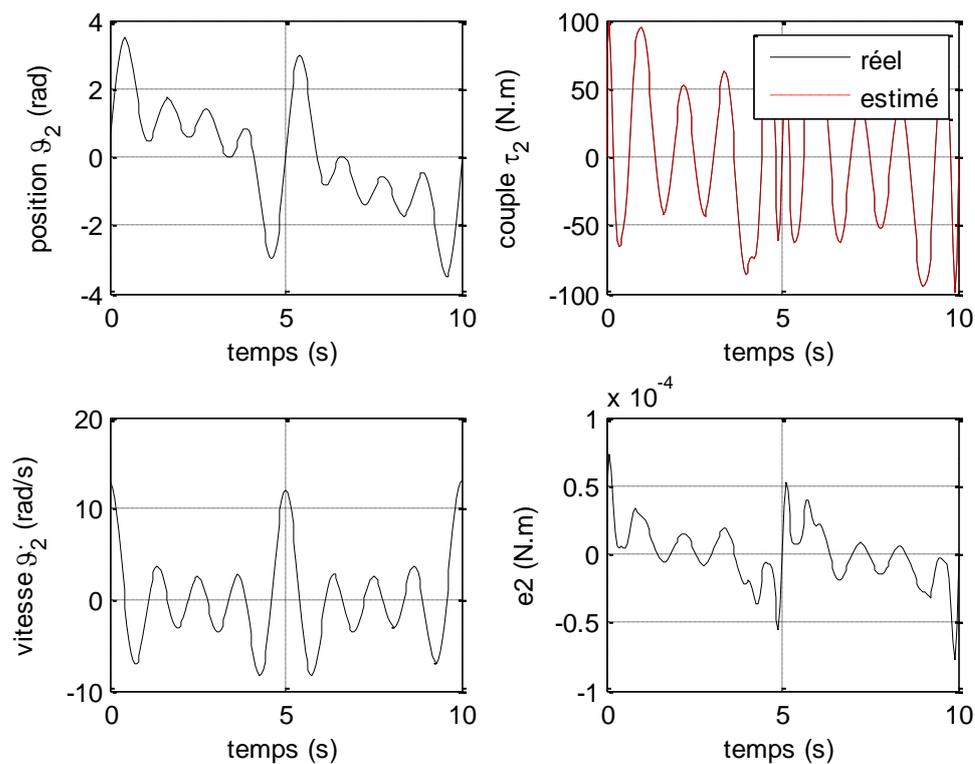


Figure III. 12. Test de validation du modèle de l'articulation 1 (2<sup>ème</sup> test)

### III.5. Conclusion

Dans ce chapitre nous avons utilisé la méthode des moindres carrés récurrents (MCR) pour l'identification des paramètres dynamiques du robot SCARA. Les résultats de simulation ont montrés l'efficacité de la méthode MCR et la validité des modèles identifiés. En effet, nous avons constaté une erreur de prédiction entre le modèle et le système pratiquement nulle, bien que certains paramètres estimés non pas convergés vers les paramètres réels du robot. Ce problème a pu être résolu en faisant un choix adéquat pour les trajectoires d'entrées/sorties utilisés dans la phase d'adaptation des paramètres.

## **Conclusion générale**

### *Conclusion générale*

Le travail présenté dans ce mémoire concerne l'identification des systèmes avec une application à un robot manipulateur de type SCARA à 2 d.d.l.

Nous avons d'abord commencé par donner des notions de base sur l'identification des systèmes incluant en particulier les structures des modèles d'identification ainsi que les algorithmes d'adaptation paramétriques utilisés.

Ensuite nous avons présenté le robot manipulateur utilisé dans notre étude qui est un robot SCARA à 2 d.d.l. Plusieurs modèles décrivant son comportement ont été dérivés, en particulier, le modèle dynamique obtenu en utilisant le formalisme d'Euler-Lagrange. Les équations dynamiques montrent que, malgré que le robot est système non linéaire et fortement couplé, son modèle reste linéaire par rapport aux paramètres ce qui permet d'utiliser les méthodes d'identification classique pour estimer les valeurs de ses paramètres.

L'identification des paramètres dynamiques du robot en utilisant la méthode des moindres carrés récurrents (MCR) a été présentée dans le dernier chapitre. Les tests de simulation ont donné des résultats très satisfaisants. En effet, le modèle identifié tend à avoir un comportement presque identique à celui du robot, bien que certains paramètres estimés n'ont pas convergés vers les paramètres réels du robot. Ce problème a été ensuite résolu en effectuant le bon choix des entrées/sorties pour l'identification. Les résultats obtenus ont aussi montré l'efficacité de la méthode MCR pour l'adaptation des paramètres dans le cas des entrées/sorties non bruitées.

Comme suite à ce travail nous pouvons proposer les perspectives suivantes :

- Identification d'autres types de robots avec plus de degrés de liberté.
- Utiliser d'autres algorithmes d'adaptation paramétriques en incluant des bruits de mesure dans les entrées/sorties d'identification.

## Références bibliographiques

---

### *Références bibliographiques*

- [1] L. Ljung, *System identification: Theory for the user*, Pearson Education, 1998.
- [2] L. Ljung and T. Soderstrom, *Theory and practice of recursive identification*, MIT Press, 1985.
- [3] P. Eykhoff, *System identification: Parameter and state estimation*, John Wiley & Sons, USA, 1979.
- [4] B.Ould Bouamama, *Identification des systèmes*, Laboratoire d'automatique, Génie Informatique et signal de Lille (LAGIS-UMR CNRS 8219).
- [5] M. Kunt, M. Bellanger, *Techniques modernes de traitement numérique des signaux*, Collection électricité, traitement de l'information, Volume1, 1991.
- [6] I.D. Landau, *Identification et commande des systèmes*, Hermes, Paris, 1998.
- [7] K.J. Hunt, D. Sbarbro, R. Zbikowski, P.J Gawthrop, "Neural Networks for control systems-A survey", *Automatica*, vol. 28, no. 6, pp. 1083-1112, 1992.
- [8] L. Ljung, T. Glad: *Modeling of dynamic systems*, Parentiss-Hall, 1994.
- [9] M Enqvist. *Some Results on Linear Models of Nonlinear Systems*. Linköpings universitet, Linköping, Sweden, 2003.
- [10] R. Pintelon and J. Schoukens, Measurement of frequency response functions using periodic excitations, corrupted by correlated input/output errors. *Instrumentation and Measurement, IEEE Transactions on*, 50(6) :1753–1760, 2001.
- [11] T.S. Söderstrom and P.G. Stoica. *System Identification*. Prentice Hall International Series In Systems And Control Engineering. Prentice Hall, 1989.
- [12] H. Azzag, F Picarougne, C Guinot, and G Venturini. Un survol des algorithmes biomimétiques pour la classification. *Classification et fouille de données*, RNTI-C, 1,2004.
- [13] John H Holland. *Adaptation in natural and artificial systems. an introductory analysis with application to biology, control, and artificial intelligence*. Ann

## Références bibliographiques

---

- Arbor, MI :University of Michigan Press, 1975.
- [14] Alavi, Maryam, and John C. Henderson. "An evolutionary strategy for implementing a decision support system." *Management Science* 27.11 (1981): 1309-1323.
- [15] L. Ljung. Identification for control : simple process models. In *Decision and Control, 2002, Proceedings of the 41st IEEE Conference on*, volume 4, pages 4652–4657 vol.4, 2002a.
- [16] P. Borne, G. Dauphin-Tanguy, J.P. Richard, F. Rotella, and L. Zambettakis. *Analyse et régulation des processus industriels : régulation continue*. Analyse et régulation des processus industriels. Éd. Technip, 1993.
- [17] T. Söderström and K. Mahata. On instrumental variable and total least squares approaches for identification of noisy systems. *International Journal of Control*, 75(6):381–389, 2002.
- [18] J.G. Linden, T. Larkowski, and K.J. Burnham. Algorithms for recursive/semi-recursive bias- compensating least squares system identification within the errors-in-variables framework. *International Journal of Control*, 85(11) :1625–1643, 2012.
- [19] L. Guenfaf , *Etude de différentes stratégies de commande adaptative : application à un bras manipulateur*, Mémoire d'ingénieur, ENP, 1997.
- [20] L. Sciavicco. and B. Siciliano, (2012). *Modelling and control of robot manipulators*. Springer Science & Business Media
- [21] R.P Paul., *robot manipulators : mathematics, programming and control*, MIT press, Cambridge, MA, 1981.
- [22] Sciavicco B., Sciavicco L., Villani L. and Oriolo G., *Robotics: modelling and control*, Springer-Verlag, London, 2010.
- [23] Sanz, *Robotics Automation Magazine, IEEE*, 16(4):101–101, 2009.
- [24] W. Khalil and E. Dombre. *Modélisation, identification et commande des robots*. Collection robotique. Hermes Science Publications, 1999.

## Références bibliographiques

---

- [25] D.E. Whitney, "Resolved motion rate control of manipulators and human prostheses",  
*IEEE Trans. On Man Machine Systems*, Vol. MMS-10(2), 1969, p. 47-53.
- [26] P. Borrel, "Contribution à la modélisation géométrique des robots-manipulateurs ; application à la conception assistée par ordinateur", Thèse d'Etat, USTL, Montpellier, 1986.
- [27] P. Wenger, "Aptitude d'un robot manipulateur à parcourir son espace de travail en présence d'obstacles", Thèse de Doctorat, ENSM, Nantes, 1989.
- [28] Shabana. *Dynamics of Multibody Systems*. Cambridge University Press, 2003.
- [29] P. Chedmail, M. Gautier, "Optimum choice of robot actuators", *Trans. of ASME, J. of Engineering for Industry*, Vol. 112(4), 1990, p. 361-367.
- [30] V. Potkonjak, "Thermal criterion for the selection of DC drives for industrial robots", *Proc. 16th Int. Symp. on Industrial Robots*, Bruxelles, 1986, p. 129-140.
- [31] B. Siciliano and O. Khatib, *Springer Handbook of Robotics*, Gale virtual reference library. Springer, 2008.
- [32] M. Gautier, "Identification of Robots Dynamics", *IFAC Theory of robots*, 1986, p. 125-130.