REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE

MINISTERE DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR ET DE LA RECHERCHE SCIENTIFIQUE

UNIVERSITE AMO DE BOUIRA

FACULTE DES SCIENCES ET DES SCIENCES APPLIQUEES

DEPARTEMENT DU MATHEMATIQUES

MEMOIRE POUR L'OBTENTION DU DIPLOME DE MASTER EN MATHEMATIQUES

OPTION :

Recherche opératonnelle

THEME

Analyse et optimistation du réseau distribution électrique de la Wilaya de Bouira par la méthode de l'analyse matricielle

---

Présenté par :

— **OMARI Karima**

— **TABLI Kheira**

Soutiendra le :

Devant le jury composé de :

Président :	**HAMID Karim**	**MAA**	**U.A/M/O Bouira**
Encadreur :	**AIT YALA Abdelmadjid**	**MCA**	**U.A/M/O Bouira**
Examinatreur :	**DEMOUCH Nacer**	**MCB**	**U.A/M/O Bouira**
Examinatreur :	**ALEM Lala Maghnia**	**MAA**	**U.A/M/O Bouira**

Année universitaire :2019/2020

TABLE DES MATIÈRES

TABLE DES FIGURES

LISTE DES TABLEAUX

LISTE DES ABRÉVIATIONS

Abréviation	Libellé complet
V	Volt
W	Watt
KV	Kilo-Volt
KVA	KiloVolt-Ampère
A	Ampère
Ω	Ohm
MVA	MégaVolt-Ampère
HT	Hate Tension
MT	Moyenne Tension
BT	Basse Tension
HTA	Haute Tension catégorie A
HTB	Haute Tension catégorie B
BTA	Basse Tension catégorie A
BTB	Basse Tension catégorie B
SONELGAZ	Société Nationale de l'Electricité et du Gaz
p.c.m	Porteur de Charges Mobiles
Hz	Hertz
I	couran électrique (unité : A)
U	Tension électrique (unité : V)
R	Résistance
P	Puissance

REMERCIMENTS :

Nous tenons à remercier tout d'abord le Dieu le tout puissant de nous avoir donnés le courage et la volonté pour réaliser ce travail.

Nous remercions vivement notre promoteur Dr.AIT YALA Abdelmadjid pour ses conseils précieux, ses orientations et surtout sa confiance.

Nos remerciements les plus vifs s'adressent aussi à nos parents pour leurs encouragements et d'être à nos côtés tout au long du parcours académique, pour leurs soutien matérielles et morales et leurs conseils.

Nous remercions messieurs les membres de jury pour l'honneur qu'ils nous ont fait en acceptants d'être raporteurs de notre mémoire.

Nous remercions également tous les enseignants de département Mathématique de l'université de Bouira qui ont contribué à notre formation pendant tout le cycle universitaire.

Nous remercions aussi nos amis et nos collègues pour ses encouragements et ses sympathies pendant la réalisation de ce travail.

Que tous ceux qui ont constribué de prés ou de loin à la réalisation de ce mémoire, trouvent ici nos profondes gratitudes.

. OMARI Karima et TABLI Kheira

DÉDICACES :

Je dédie ce modeste travail à :

✓ Ma très chère mère et Mon très cher père :
Mes chers parents ; Tous les mots du monde ne sauraient exprimer l'immense amour que je vous porte, ni la profonde gratitude que je vous témoigne pour tous les efforts et les sacrifices que vous n'avez jamais cessé de consentir pour mon instruction et mon bien-être. J'espère avoir répondu aux espoirs que vous avez fondé en moi, et que ce modeste travail soit l'exaucement de vos voeux.

✓ Ma sœur Assia et Mes frères : Fateh et sa femme, Hamid et sa famme, Rached, pour m'avoire soutenu au long du parcours académique, que Dieu, le tout puissant, vous protège et vous garde.

✓ A tous les membres de ma famille, petits et grands.

✓ Tous mes professeurs et le chef de département Mathématique monsieur Beddek.S, qui m'ont fourni par des informations, des conseils et des directions

✓ Mon chère binôme Kheira

✓ Tous mes amis , mes cousins et tous mes collègues de classe

. OMARI Karima

Je dédie ce modeste travail à :

✓ Ma très chère mère et Mon très cher père
Qui n'ont jamais cessé de formule de prières a mon igord, de tous leur soutien, leurs sacrifices leur amour et leurs prières tout au long des mes études.

✓ Mes frères : Lazher, Chouaib et mon chère sœur Chaima
Pour ses soutiens moral et leur conseils precieux tout au long.

✓ Mon chère binôme karima
Pour soutien moral, sa patience et sa compréhension tout au long de ce projet

✓ Toute ma famille
Pour leur soutien et l'encouragement

✓ Tous mes professeurs

✓ Tous les cousins, les voisins et les amis

. TABLI Kheira

INTODUCTION GÉNÉRALE :

Nous sommes dans une époque où l'électricité est un point essentiel de notre vie quotidienne,la plupart des activités nécessitent la présence d'électricité.
L'électricité est même devenue un indice de développement pour les pays, donc pour répondre à la consommation de l'électricité croissante, nous sommes dans l'obligation de construire des centrales électriques capables de produire l'électricité en grande quantité et de bonne qualité pour répondre aux besoins des consommateurs, permettant la fabrication d'électricité à partir d'énergie renouvelable ou bien non renouvelable , une fois que nous avons de l'électricité, elle doit être transmise aux consommateurs et cela concerne plus exactement successivement le réseau de transport et le réseau de distribution, c'est-à-dire qu'après la production de cette dernière elle doit être transportée, une étape qui concerne le réseau de transport et que ce dernier garantit l'acheminement de l'électricité entre les producteurs et les distributeurs.

Les réseaux de distribution sont la dernière phase dans la procédure d'acheminement de l'énergie électrique à partir des centrales de productions aux consommateurs. Ils constituent conventionnellement des circuits électriques passifs dans lesquels les flux de puissance active et réactive s'écoulent des hautes vers les basses tensions. Ces flux ainsi que les tensions sont déterminés par les charges. Les systèmes de protection et le réglage de la tension sont actuellement basés sur ce caractère unidirectionnel de l'échange d'énergie. Le réseau de distribution a comme rôle principal de satisfaire la demande d'électricité des consommateurs avec une bonne qualité, faible chute de tension pour avoir une bonne stabilité et amélioration du profil de tension, et une continuité de service sans aucunes coupures possibles ; tout cela revient à l'amélioration des performances des réseaux électriques de distribution et donc par la minimisation des pertes de puissance.

Dans notre projet nous essayons d'optimiser (minimiser) les pertes d'énergie électrique (diminuer la puissance **P**), par une méthode mathématique (c'est une méthode purement matricielle), à l'aide des propriétés du projection et à l'aide du théorie des graphes.
Nous avons décomposé ce manuscrit de la façon suivante :

•Dans le premier chapitre nous allons présenter des notions de théorie des graphes, nous allons définir c'est quoi un graphe ?, de quoi est-il formé ?, et leurs différents types. Aussi nous allons étudier la représentation matricielle d'un graphe(matrice d'incidence aux arcs), puis nous allons représenter les différents cheminements dans un graphe.

•Dans le deuxième chapitre nous allons étudier les réseaux de distribution électrique, ses fonctions, ses niveaux de tension, les composantes des réseaux distribution aériens, les différents centrales électriques et les topologies des réseaux.

•La troisième chapitre sera consacré à la théorie des graphes aux circuits électriques, nous allons définir les circuits électriques et ses éléments actifs et passifs. Ainsi nous allons étudier la puissance électrique, puis nous allons représenter le graphe d'un circuit électrique, nous avons touché aussi les lois importants dans l'électricité.

•Dans le quatrième chapitre nous allons étudier la résolution théorique de modèle mathématique par la méthode matricielle, on a utilisé aussi la méthode classique(des moindres carrés).

Et nous avons fini notre projet par une petite conclusion qui résume notre travail.

CHAPITRE 1

NOTIONS DE THÉORIE DES GRAPHES

1.1 Généralité :

1.1.1 Introduction :

Actuellement la théorie des graphes est largement utilisée dans la résolution des problèmes scientifiques. Dans l'analyse des réseaux électriques le langage des graphes permet de décrire la structure géométrique du réseau. Ceci consiste à redessiner et à représenter le réseau en langages des graphes plus simples permettant d'élaborer des algorithmes capables d'être traité par ordinateur.

1.1.2 définition de la théorie des graphes :

La théorie des graphes est la branche mathématique discrète qui étudier des théorèmes et propriétés divers sur les graphes et établit à leur sujet des conditions nécessaires et suffisentes. Elle propose des algorithmes pour construire réellement les solutions d'un problème donné.

La théorie des graphes permet de résoudre efficacement une grande variété de problème en les ramenant à des configurations qui se dessinent simplement à l'ordre de point et des liaisons entre ces points.

1.1.3 définition d'un graphe :

Un graphe G est un dessin géométrique défini par la donnée d'un ensemble de points (appelés sommets ou nœuds), reliés entre eux par un ensemble des lignes ou des flèches (appelés arêtes ou arcs).Chaque arrête a pour extémités deux points, éventuellement confondus.Les graphes peuvent servir à représenter un grand nombre de situations courantes comme :

•Les liens routiers.

•Les réseaux de communication.

•Les circuits électriques.

•Les liens entre diverses personnes ou entités administratives. [14]

Exemple d'un graphe :

(A, B, C, D, E) sont les sommets et les flèches qui relies ces sommets entre eux sont les arcs.

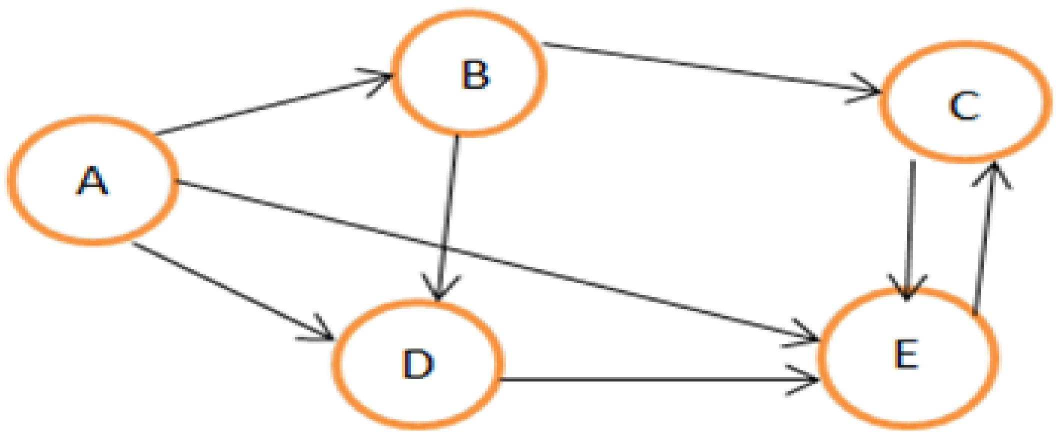
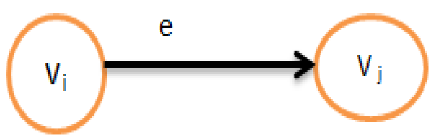


FIGURE 1.1 – Graphe-**G**

1.2 Graphe orienté :

Un graphe orienté est un système formé d'un ensemble fini de sommets que l'en notera $(v_1, v_2, ...v_n)$, et d'un ensemble fini d'arcs reliant dans un ordre bien défini ces sommets, ou un certain nombres d'entre eux noté $(e_1, e_2, ...e_m)$.
On note un arc reliant un sommet v_i au sommet v_j dans un graphe G par $e : (v_i, v_j)$



Mathématiquement un graphe orienté est représenté par le couple **G**=(V,E) où :
•V est l'ensemble des sommets.
•E est l'ensemble des arcs.

Chaque arc du graphe G relie respectivement deux sommets, le sommet de départ qui représente l'extrémité intiale de l'arc et le sommet d'arrivée qui représente l'extrémité terminale.
•I est l'application extrémité initiale d'un arc défini par :
$I : E \longrightarrow V$
$(v_i, v_j) \longrightarrow I(v_i, v_j) = v_i$ où : i=1,2,...,m et j=1,2,...,n
•T est l'application extrémité terminale d'un arc défini par :
$T : E \longrightarrow V$
$(v_i, v_j) \longrightarrow T(v_i, v_j) = v_j$
Remarque : On appelle l'arc dont l'extrémité initiale est confondue avec l'extrémté terminale une boucle notée $e = (v_i, v_i)$

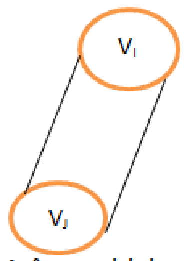
1.3 Graphe non orienté :

Si on définit une relation sur un ensemble où la notion d'ordre n'est pas important on représente ainsi la relation entre deux sommets par un arc non orienté appelé arête, on obtient alors un graphe non orienté noté G=(V,U). Avec :
•V : est l'ensemble des sommets.
•U : est l'ensemble des arêtes.

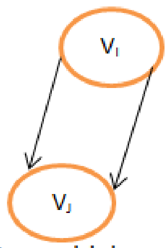
1.4 Graphe simple et graphe multiple :

Un graphe simple est un graphe sans boucles ni arcs (arêtes) multiple. Dans le cas contraire c'est-à-dire : si des arcs(arêtes) multiples sont autorisés, on dira alors que le graphe est multiple. [14]

Exemple :



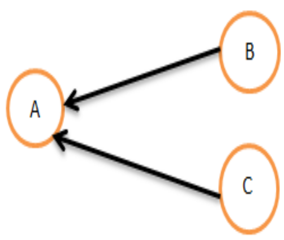
Arête multiple



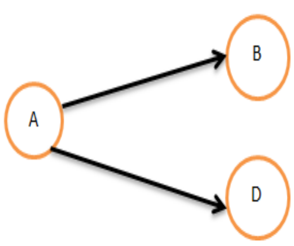
Arc multiple

1.5 L'ensemble des prédécesseurs et successeurs et voisins d'un sommet :

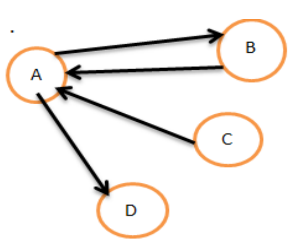
•Les sommets B et C forment l'ensemble des prédécesseurs de A :



•Les sommets B et D forment l'ensemble des successeurs de A :



•L'ensemble des voisins d'un sommet A est égale à la réunion de l'ensemble de ses prédécesseurs et de ses successeurs :



1.6 Les graphes particuliers :

1.6.1 Graphe complet :

Un graphe est complet si chaque sommet du graphe est relié directement à tous les autres sommets. [13]

Exemple :

$V = \{1, 2, 3, 4, 5\}$

$E = \{(1, 2), (1, 3), (1, 4), (1, 5), (2, 3), (2, 4), (2, 5), (3, 4), (3, 5), (4, 5)\}$

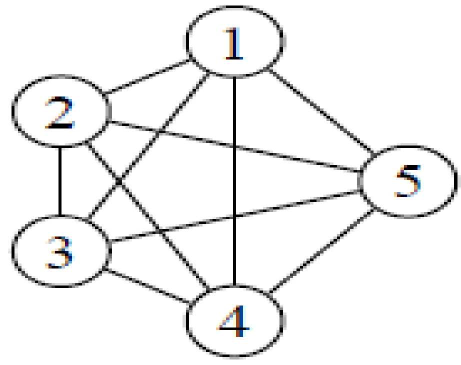


FIGURE 1.2 – Graphe complet

1.6.2 Graphe planaire :

Un graphe est dire planaire si on peut le dessiner sur un plan de telle façon que les arêtes ne se coupe pas en dehors de leurs extrémités.

1.6.3 Graphe biparti :

Un graphe est biparti si ses sommets peuvent être divisés en deux ensembles X et Y, de sorte que toutes les arêtes du graphe relient un sommet dans X à un sommet dans Y (dans l'exemple ci-dessous, on a $X = \{1, 3, 5\}$ et $Y = \{2, 4\}$, ou vice versa). [13]

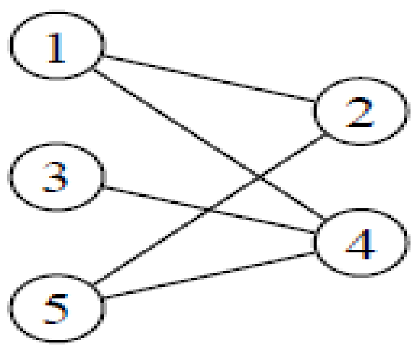


FIGURE 1.3 – Graphe biparti

$V = \{1, 2, 3, 4, 5\}$
$E = \{(1, 2), (1, 4), (2, 5), (3, 4), (4, 5)\}$

1.7 Autre représentation d'un graphe (représentation matricielle) :

1.7.1 Définition d'un matrice :

Etant donnés deux entiers m et n strictement positifs, une matrice à m lignes et n colonnes est un tableau rectangulaire de réels $A = (a_{i,j})$. L'indice de ligne i va de 1 à m, l'indice de colonne j va de 1 à n.
Les entiers m et n sont les dimensions de la matrice, $a_{i,j}$ est son coefficient d'ordre (i, j). L'ensemble des matrices à m lignes et n colonnes et à coefficients réels est noté $\mathcal{M}_{m,n}(\mathsf{R})$.Ce qui suit s'applique aussi, si on remplace R par C, à l'ensemble des matrices à coefficients complexes. [15]

Exemple :

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1j} & \dots & a_{1m} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2j} & \dots & a_{2m} \\ . & & & & & \\ . & & & & & \\ a_{i1} & a_{i2} & \dots & a_{ij} & \dots & a_{im} \\ . & & & & & \\ . & & & & & \\ a_{n1} & a_{n2} & \dots & a_{nj} & \dots & a_{nm} \end{pmatrix}$$

1.7.2 La représentation matricielle :

à un graphe $G = (V, E)$ cantenant n sommets et m arc, c'est-à-dire :
$|V| = n$ $|E| = m$
on associera trois types de matrices :
•La matrice d'adjacence.
•La matrice associée.
•La matrice d'incidence aux arcs.

1.7.3 La matrice d'incidence aux arcs :

Une représentation mathématique pour le graphe de circuit présentée sous forme matricielle est la matrice d'incidence des nœuds(des arcs). Ce modèle permet, en montrant la relation existante entre les arcs et les branches du graphe, de mettre en évidence d'une façon simple son interconnexion.
La matrice d'incidence aux arcs d'un graphe $G = (V, E)$ est une matrice n*m ses éléments prennent les valeurs 1,0 ou -1 chaque ligne de la matrice est associée à un sommet et chaque colonne à un arc. Chaque élément de la matrice indique la relation entre un sommet et un arc comme suit :

- +1 signifie que le sommet est une extrémité initiale de l'arc.
- -1 signifie que le sommet est une extrémité terminale de l'arc.
- 0 signifie qu'il n'existe pas de relations entre le sommet et l'arc. [14]

Exemple : Soit un graphe G d'ordre 4, composé de 7 arcs :

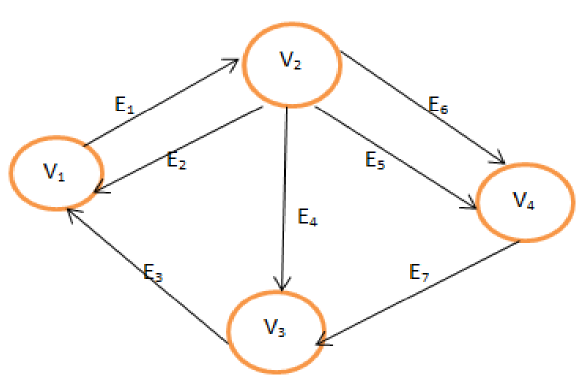


FIGURE 1.4 – Graphe(G)

La matrice d'incidence aux arcs de G est :

v_i/E_j	E_1	E_2	E_3	E_4	E_5	E_6	E_7
v_1	+1	-1	-1	0	0	0	0
v_2	-1	+1	0	+1	+1	+1	0
v_3	0	0	+1	-1	0	0	-1
v_4	0	0	0	0	-1	-1	+1

TABLE 1.1 – Matrice d'incidence aux arcs du graphe(G)

1.8 Cheminements dans un graphe :

Les cheminements dans la théorie des graphes sont de quatre types : la chaine, le cycle, le circuit et le chemin. [14]

1.8.1 La chaîne :

une chaîne joignant deux sommets v_0 et v_k dans un graphe G est une suite de sommets reliés par des arêtes tel que, deux sommets successifs ont une arête commune. On la note $(v_0, v_1, v_2..., v_k)$, on dit que v_0 et v_k sont les extrémités de la chaîne.
Exemple : La suite des sommets (A,B,C,D) dans la figure(1.5) est une chaîne joignant A à D.

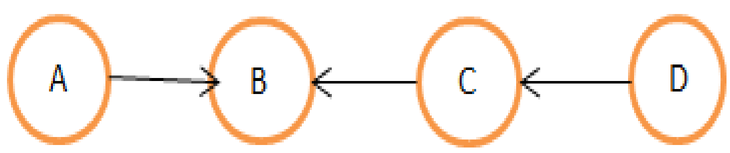


FIGURE 1.5 – Une chaîne

Une chaîne est dite simple si on passe une seule fois par ses arcs (arêtes)

1.8.2 le chemin :

Un chemin du sommet v_0 à v_k dans un graphe G est une suite de sommets reliés successivement par des arcs orientés dans le même sens, on le note : $(v_0, v_1, v_2, ..., v_k)$
Exemple : La suite des sommets (A,D,C,B) dans la figure(1.6) est une chemin joignant A à B.

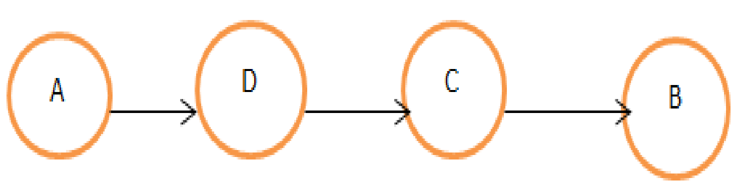


FIGURE 1.6 – Un chemin

Un chemin est dite simple si on passe une seule fois par ses arcs.

1.8.3 Le cycle :

Un cycle est une chaîne simple dont les deux extrémités coïncident , (v_1 coïncide avec v_k), on le note par : $(v_0, v_1, v_2, ..., v_k = v_0)$

Exemple : La suite des sommets (A,B,C,D,A) dans la figure(1.7) est un cycle.

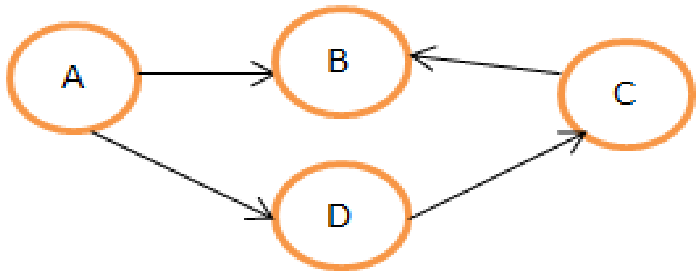


FIGURE 1.7 – Un cycle

1.8.4 Le circuit :

un circuit est un chemin dont les deux extrémités sont confondues , on le note par : $(v_0, v_1, v_2, ..., v_k = v_0)$

Exemple :

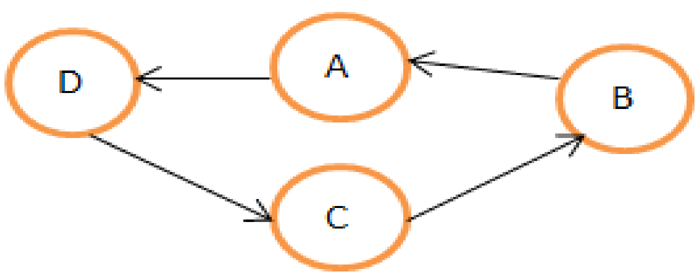


FIGURE 1.8 – Un circuit

Une chîne (chemin-circuit-cycle) est dite élémentaire si on passe une seule fois par ses sommets (tous les sommets sont différents).

•Un chemin eulérien est un chemin simple qui passe une et une seule fois par chaque arc du graphe.

•Un chemin hamiltonien est un chemin qui passe une est une seule fois par chaque sommet du graphe.

1.8.5 La connexité :

Deux sommets x et y ont la relation de connexité si et seulement s'il existe une chaîne entre x et y ou bien x=y.

Un graphe $G = (V, E)$ est connexe si $\forall x \in V$ et $\forall y \in V$ il existe une chaîne entre x et y.

On appelle composante connexe le sous-ensemble de sommets tels qu'il existe une chaîne entre deux sommets quelconques.

Un graphe est connexe s'il comporte une et une seule composante connexe .

Chaque composante connexe est un graphe connexe. [16]

1.8.6 La forte connexité :

Deux sommets x et y ont la relation de forte connexité si et seulement s'il existe un chemin de x à y.

1.8.7 Les composantes fortement connexes :

On appelle composante fortement connexe un ensemble de sommets qui ont deux à deux la relation de forte connexité.

1.8.8 Arbres et Arborescences :

Arbre : Un arbre est un graphe non orienté G qui vérifie une des conditions équivalentes suivantes :
•G est connexe et sans cycle
•G est sans cycle et possède $n-1$ arêtes, (n : le nombre des sommets)
•G est connexe et possède $n-1$ arêtes.
•G est sans cycle, et si en ajoutant une arête, on crée un et un seul cycle élémentaire
•G est connexe, et si en supprimant une arête quelconque, il n'est plus connexe
•Il existe une chaîne et une seule entre 2 sommets quelconques de G. [17]
Par exemple, le graphe suivant est un arbre :

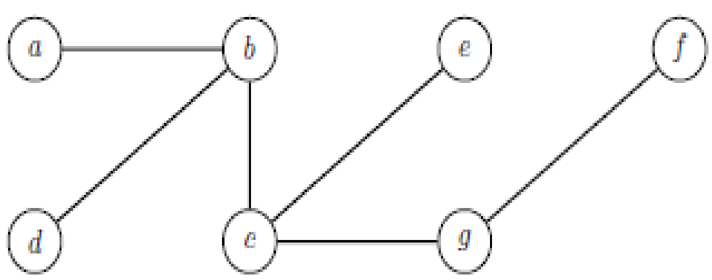


FIGURE 1.9 – Un Arbre

On appelle forêt un graphe dont chaque composante connexe est un arbre. Une arborescence est un graphe orienté sans circuit admettant une racine $v_0 \in V$ telle que pour tout autre sommet $v_i \in V$, il existe un chemin unique allant de v_0 vers v_i. Si l'arborescence comporte n sommets, alors elle comporte exactement $n-1$ arcs. Par exemple, le graphe suivant est une arborescence de racine a :

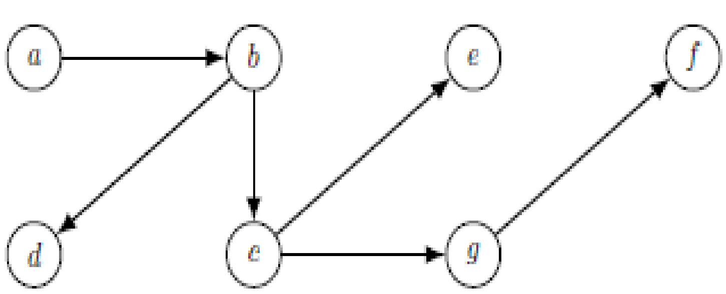


FIGURE 1.10 – Une arborescence

Remarque : Un sommet v d'un graphe G est une **racine** (resp **antiracine**) s'il existe un chemin joignant v à chaque sommet du graphe G (resp, joignant chaque sommet de G à v) à l'exception du sommet lui-même. [14]

CHAPITRE 2

RÉSEAUX DE DISTRIBUTIONS ÉLECTRIQUES :

2.1 Généralité :

2.1.1 Introduction

A notre époque, et sans électricité, la vie quotidienne serait difficilement envisageable, il est donc nécessaire de savoir la produire de manière efficace et continue. Pour répondre à la consommation croissante d'électricité, il a fallu inventer et construire des usines (centrales électriques) capables de produire de l'électricité en grande quantité. Une fois le courant produit, il doit être amené jusqu'au consommateur. Dans un pays, le Transport et la Distribution Publique assurent le transit de l'énergie électrique entre les points de production et les points de consommation. Le but premier d'un réseau d'énergie est de pouvoir alimenter la demande des consommateurs.

2.1.2 Historique :

Les premières centrales électriques ont été construites au XIXème siècle par des industries pour s'autoalimenter en courant continu. L'usage public de l'électricité n'a réellement débuté qu'après l'Exposition Universelle de 1881. Les premières concessions municipales de production et de distribution d'électricité sont alors faites a des entreprises privées ou à des régies municipales pour l'éclairage public et l'alimentation de particuliers. Le courant alternatif s'est généralisé avec l'évolution technologique qui a permis d'adapter les tensions à des puissances importantes grâce aux transformateurs. Le début du XXème siècle connaît un développement rapide, mais anarchique de l'industrie électrique en zone urbaine. Les options techniques sont prises de manière non concertée entre les différentes concessions et la mise en œuvre incohérente rendra difficile l'unification du réseau. Ainsi, Paris utilisera en 1945 plusieurs types de distribution électrique : continu ; alternatif monophasé ou biphasé. Le courant continu ne disparaîtra que dans les années 1960. L'électrification rurale reste avant la première guerre mondiale à la traîne à cause de la faible densité de raccordement et donc du fort coût d'investissement. Entre les deux guerres, de nombreuses communes rurales vont se regrouper en syndicats intercommunaux d'électricité pour créer des réseaux de distribution ruraux qui se regrouperont petit à petit pour former des poches de plus en plus grandes. L'électrification rurale est très intense pendant cette période. En effet la proportion de la population ayant accès à l'électricité est passée de 58%en 1918 à 83% en 1929. Cependant, les réseaux créent à cette période sont souvent sous dimensionnes, il en résulte une qualité de l'électricité très inégale.. [12]

2.2 Réseaux de distribution électriques :

2.2.1 Définitions :

Réseau :

Un réseau est un ensemble d'équipements informatiques interconnectés.

Deux ordinateurs relient entre eux pour d'échanger des informations c'est déjà un petit réseau.

Réseaux électriques :

Un réseau, c'est d'abord un certain nombre de fonctions et de comportements d'ensemble, qu'il faut définir, mettre en oeuvre, maîtriser grâce à une conception et une exploitation convenables. Ce sont ensuite des ouvrages et des matériels (lignes aériennes et souterraines, postes, câbles, appareillage, transformateurs, parafoudres, etc.) qui, assemblés, forment le réseau physique ; la qualité conditionne très largement celle du réseau, donc celle de la desserte en électricité de ses clients. C'est enfin tout un ensemble d'automatismes et de transmission d'informations et de commandes, ensemble coordonné, donc système nerveux absolument indispensable à la protection des ouvrages et des matériels, à la robustesse du réseau vis-à-vis des défaillances internes et des agressions extérieures telles la foudre et les conditions climatiques extrêmes ; système indispensable aussi à la maîtrise par l'exploitant d'un outil technique qui, pour les réseaux publics, du moins, n'est pas concentré en un site, mais couvre des milliers et des centaines de milliers de kilomètres carrés. Les réseaux électriques ont pour fonction d'interconnecter les centres de production tels que les centrales hydrauliques, thermiques..., avec les centres de consommation (villes, usines...). L'énergie électrique est transportée en haute tension, voir très haute tension pour limiter les pertes joules (les pertes étant proportionnelles au carré de l'intensité puis progressivement abaissée au niveau de la tension de l'utilisateur final. [1]

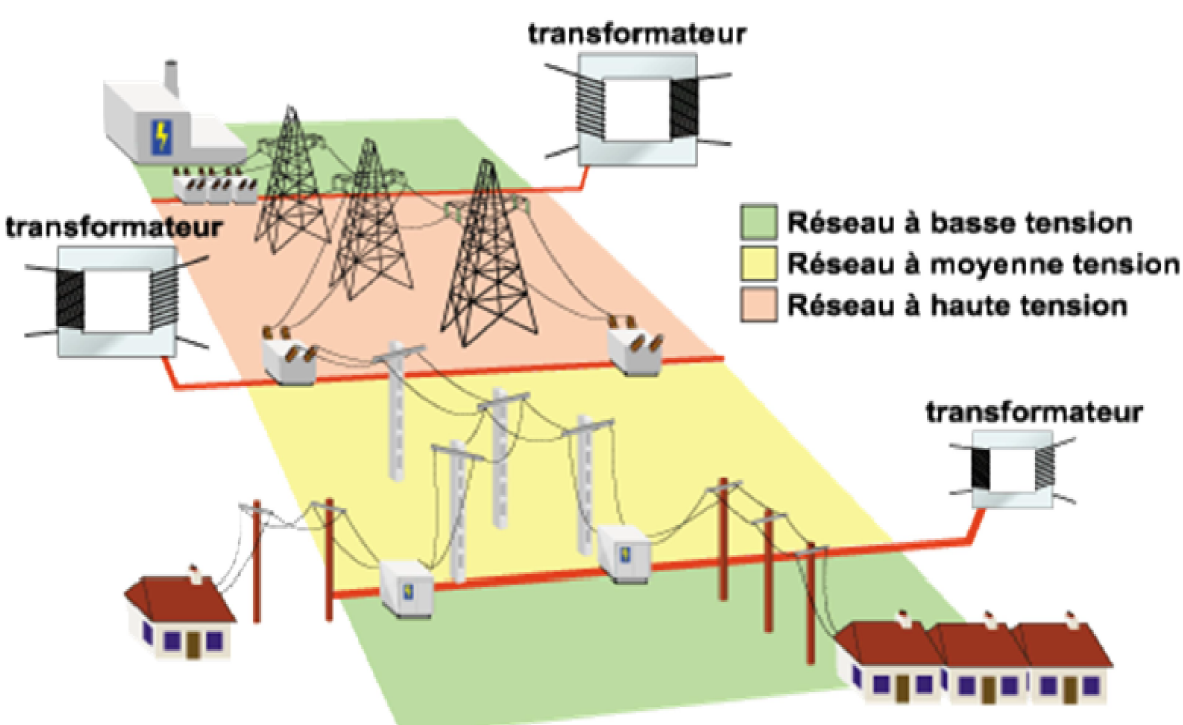


FIGURE 2.1 – Schéma du réseau de transport

Alors un réseau électrique est un ensemble d'appareils ou d'ensemble d'infrastructures destinés à produire, transporté, distribué et l'utilisation de l'électricité ce qui est d'acheminer de l'énergie électrique à partir de centres de production vers les consommateurs.

2.2.2 Les fonctions du réseaux électriques :

Les réseaux de transport et d'interconnexion (sous très haute ou haute tension) :

Les réseaux de transport et d'interconnexion ont principalement pour mission :
•De collecter l'électricité produite par les centrales importantes et de l'acheminer par grand flux vers les zones de consommation(fonction transport).
•De permettre une exploitation économique et sûre des moyens de production en assurant une compensation des différents aléas (fonction interconnexion).
•Neutre directemment mis à la terre.
•la tension est 150 kv, 220 kv et dernièrement 420 kv. [2]

Les réseaux de répartition (sous haute ou moyenne tension) :

Les réseaux de répartition ont pour rôle de répartir, au niveau régional, l'énergie issue du réseau de transport. Leur tension est supérieure à 63 kV selon les régions. Ces réseaux sont, en grande part, constitués de lignes aériennes, dont chacune peut transiter plus de 60 MVA sur des distances de quelques dizaines de kilomètres. Leur structure est, soit en boucle fermée, soit le plus souvent en boucle ouverte, mais peut aussi se terminer en antenne au niveau de certains postes de transformation.

En zone urbaine dense, ces réseaux peuvent être souterrains sur des longueurs n'excédant pas quelques kilomètres. Ces réseaux alimentent d'une part les réseaux de distribution à travers des postes de transformation HT/MT et, d'autre part, les utilisateurs industriels dont la taille (supérieure à 60 MVA) nécessite un raccordement à cette tension.
•La tension est 90 kV ou 63 kV.
•Neutre à la terre par réactance ou transformateur de point neutre.
✓ Limitation courant neutre à 1500 A pour le 90 kV.
✓ Limitation courant neutre à 1000 A pour le 63 kV.
•Réseaux en boucle ouverte ou fermée. [2]

Les réseaux de distribution (sous moyenne ou basse tension) :

Sous moyenne ou basse tension alimentent l'utilisateur à travers les postes de transformation. Les réseaux de distribution commencent à partir des tensions inférieures à 63 kV et des postes de transformation HTB/HTA avec l'aide des lignes ou des câbles moyenne tension jusqu'aux postes de répartition HTA/HTA. Le poste de transformation HTA/BTA constitue le dernier maillon de la chaîne de distribution et concerne tous les usages du courant électrique. [2] [3]

2.2.3 Les niveaux de tension du réseau :

•HTB : pour une tension composée supérieure à 50 kV.
•HTA : pour une tension composée comprise entre 1 kV et 50 kV.
•BTB : pour une tension composée comprise entre 500 V et 1 kV.
•BTA : pour une tension composée comprise entre 50 V et 500 V.

•TBT : pour une tension composée inférieure ou égale à 50 V. [4]
Remarque :
HTB désignera la haute tension HT.
HTA désignera la moyenne tension MT.
BTB et BTA désignerons le domaine de la basse tension BT.

2.3 Gamme des tensions utilisées par le groupe SONELGAZ :

La nouvelle norme en vigueur en Algérie (SONELGAZ) définit les niveaux de tension alternative le tableau [5] :

Domaine de tension	valeur de tension composée nominale(U_n en volts)
Très Basse Tension(TBT)	$U_n \leqslant 50$
Basse Tension(BTA)	$50 < U_n \leqslant 500$
Basse Tension(BTB)	$500 < U_n \leqslant 1000$
Haut Tension(HTA ou MT)	$1000 < U_n \leqslant 50000$
Haut Tension(HTB)	$U_n > 50000$

Table 2.1 – Tableau des domaines de tension

2.4 Les composantes des réseaux de distribution aériens :

Un réseau électrique est constitué d'éléments tous importants qui s'aménagent et jouent un rôle précis. On peut citer les indispensables suivant : les conducteurs, les organes de coupures, les postes de transformation, les supports, les armements.

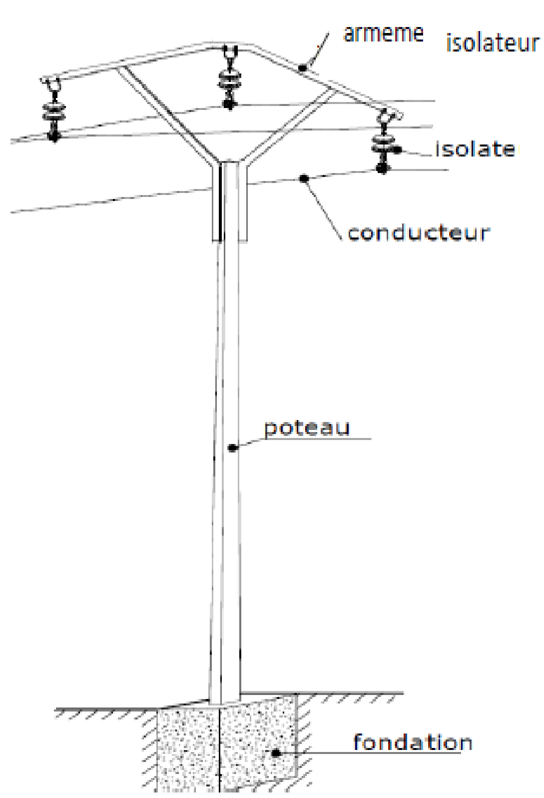


Figure 2.2 – Composantes d'une ligne électrique

2.4.1 Les supports :

Il existe des supports en bois, en béton et en métal. Le support en métal est historiquement le plus courant au Burkina Faso, mais le support en bois et le support en béton sont de plus en plus utilisés aussi.

2.4.2 Les conducteurs :

Le choix des conducteurs tient compte de la conductibilité électrique, du cout de revient en fonctionnement, des qualités mécaniques et des qualités chimiques du matériau. Les matériaux conducteurs utilisés pour les lignes sont :
•Le cuivre (Cu)
•L'Aluminium (Alu)
•Les alliages d'aluminium (Almélec)
•L'acier

2.4.3 Les armements :

Un armement est un ensemble d'accessoires permettant la fixation du conducteur sur un support. Il a une fonction électrique, empêchant le contact entre les conducteurs nus et le support et une fonction mécanique, lui permettant de résister à l'effort du câble (poids / pression du vent).

2.4.4 Les isolateurs :

Ils ont un rôle de fixation des conducteurs et d'isolation protégeant contre les lignes de fuite. Ceux-ci sont réalisés en verre, en céramique (composite), ou encore en porcelaine.

2.4.5 Les matériels de fixation ou accessoires de ligne :

Ce sont des accessoires permettant la fixation des conducteurs ou des ferrures sur des supports. Ils ont essentiellement une fonction mécanique. On rencontre plus couramment les pinces, les consoles, les connecteurs, les renvoi d'angle, etc.

2.4.6 Les postes de transformation du réseau de distribution :

Les postes de transformation HTA/BTA du réseau de distribution permettent de passer d'une valeur de tension haute a une plus basse, pour l'utilisation prévue.

2.4.7 Les dispositifs de protection du réseau de distribution :

Afin de veiller à une bonne continuité du service électrique et de protection des équipements électriques, on utilise des appareils de coupures installés dans les postes de transformation ou le long les lignes électriques de sorte à ouvrir une ligne en cas de défaut ou d'intervention.

2.4.8 Les fondations et supports :

Est une base en béton qui est solide.

2.5 Centrales électriques :

Il existe cinq principaux types de centrales électriques : Les centrales à combustibles fossiles (charbon, pétrole et gaz naturel) dites centrales thermiques classiques, les centrales nucléaires qui sont également des centrales que l'on peut qualifier de thermiques, les centrales hydroélectriques, les centrales solaires ou photovoltaïques, les centrales éoliennes [6].

2.5.1 Centrales thermiques :

Les centrales thermiques produisent l'électricité à partir de la chaleur qui se dégage de la combustion du charbon, du mazout ou du gaz naturel. On les trouve souvent près des rivière, lac et mer, car d'énormes quantités d'eau sont requises pour refroidir et condenser la vapeur sortant des turbines. La combustion dégage une grande quantité de chaleur utilisée pour chauffer de l'eau dans la chaudière (ou générateur de vapeur). On dispose alors de vapeur d'eau sous pression. Cette vapeur sous pression fait tourner à grande vitesse une turbine qui entraîne elle-même un alternateur qui produit une tension alternative sinusoïdale. A la sortie de la turbine la vapeur est refroidie pour se transformer en eau, puis renvoyée dans la chaudière.

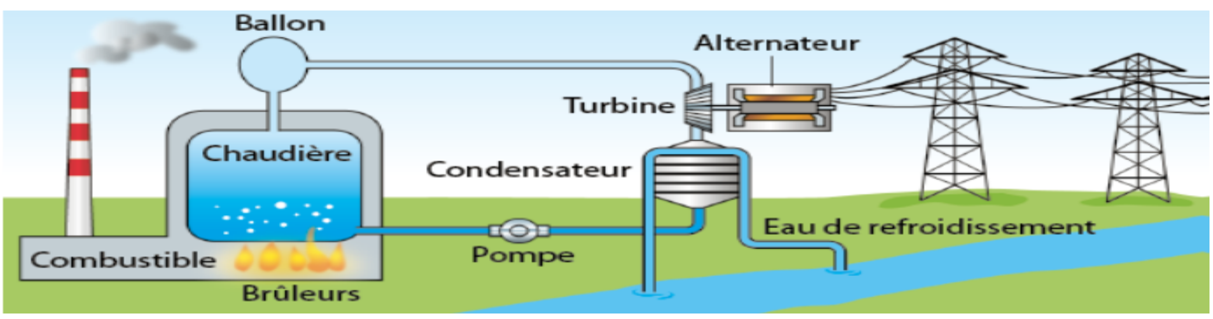


FIGURE 2.3 – Centrale thermique à flamme

2.5.2 Centrales nucléaires :

Ces centrales utilisent également des cycles de conversion thermodynamique, néanmoins leur "chaudière" est un réacteur nucléaire. L'énergie nucléaire obtenue à la suite de réactions de fission de l'uranium et du plutonium est la source de chaleur utilisée. Les centrales nucléaires produisent des déchets radioactifs et présentent un risque d'accident.

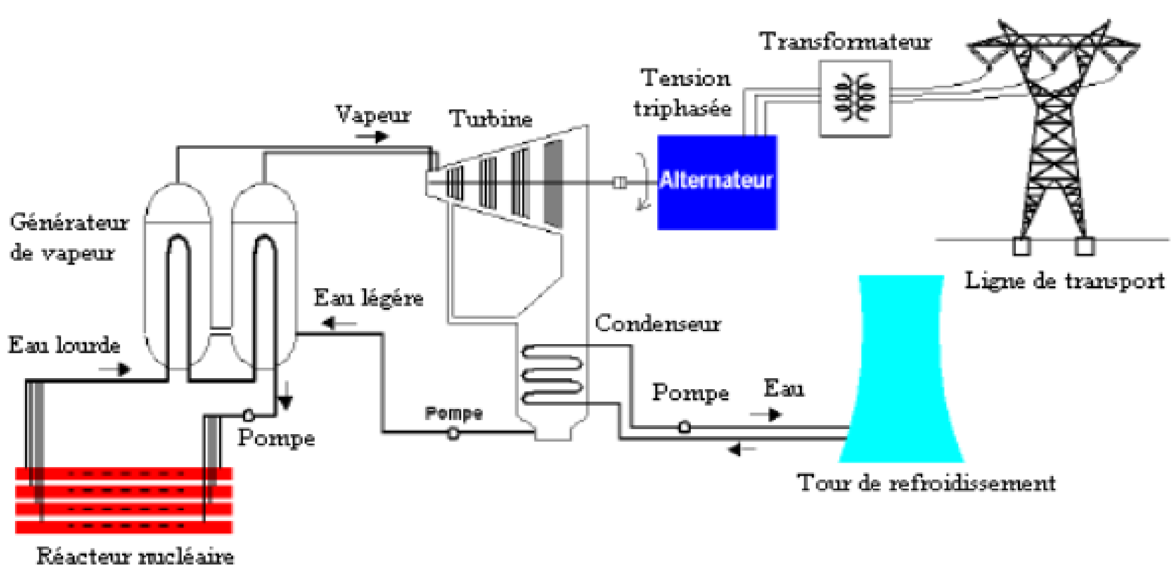


FIGURE 2.4 – Centrale nucléaire

2.5.3 Centrales hydroélectriques :

Les centrales hydroélectriques convertissent l'énergie de l'eau en mouvement en énergie électrique. L'énergie provenant de la chute d'une masse d'eau est tout d'abord transformée dans une turbine hydraulique en énergie mécanique. Cette turbine entraîne un alternateur dans le lequel l'énergie mécanique est transformée en énergie électrique.

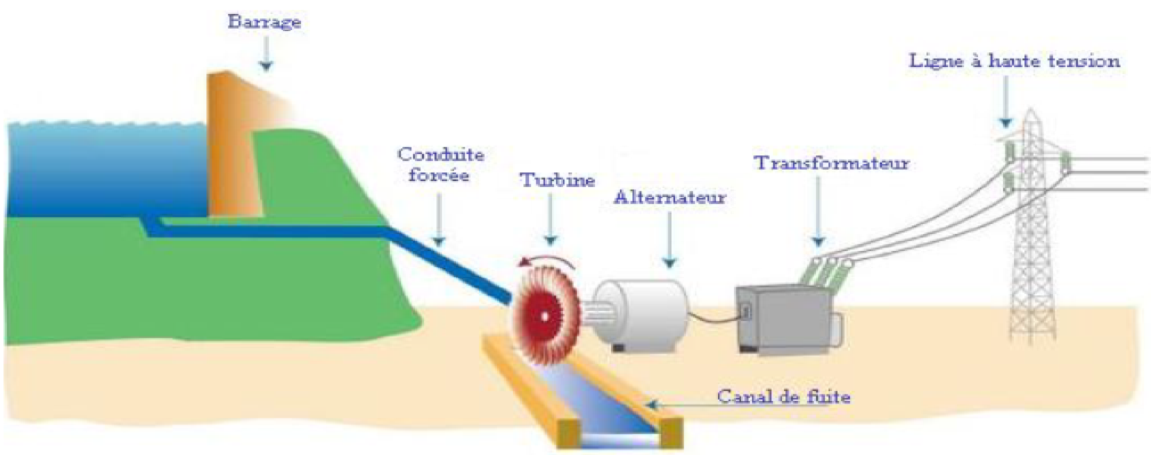


FIGURE 2.5 – Centrale hydroélectrique

2.5.4 Centrales solaires ou photovoltaïques :

Un premier processus consiste à fabriquer de l'électricité avec l'énergie solaire en utilisant les rayonnements lumineux du soleil, qui sont directement transformés en un courant électrique par des cellules à base de silicium ou autre matériau ayant des propriétés de conversion lumière/électricité. Chaque cellule délivrant une faible tension, les cellules sont assemblées en panneaux. Un autre procédé utilise des miroirs pour concentrer le flux d'énergie vers un foyer où de l'eau est vaporisée pour entraîner un alternateur.

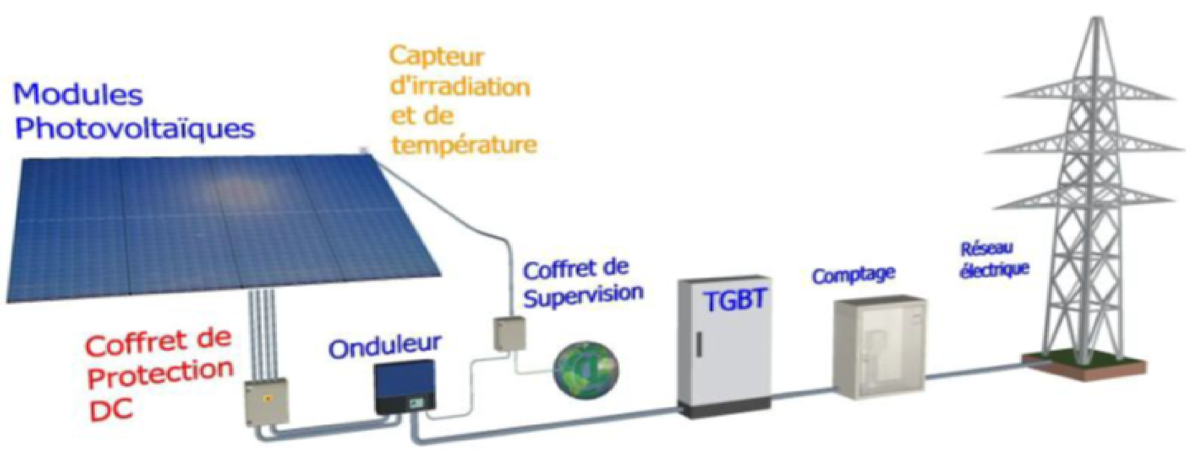


FIGURE 2.6 – Schéma de principe d'un générateur photovoltaïque

2.5.5 Centrales éoliennes :

L'énergie du vent provient de celle du soleil qui chauffe inégalement les masses d'air, provoquant des différences de pression atmosphérique et donc des mouvements de circulation de l'air. L'énergie éolienne est une énergie renouvelable, disponible partout (en quantités différentes) et bien sûr sans rejet polluant dans l'atmosphère. L'éolienne transforme la puissance de translation du vent en puissance de rotation. Un alternateur est mécaniquement couplé à l'axe des pales (rotor) pour produire les tensions triphasées.

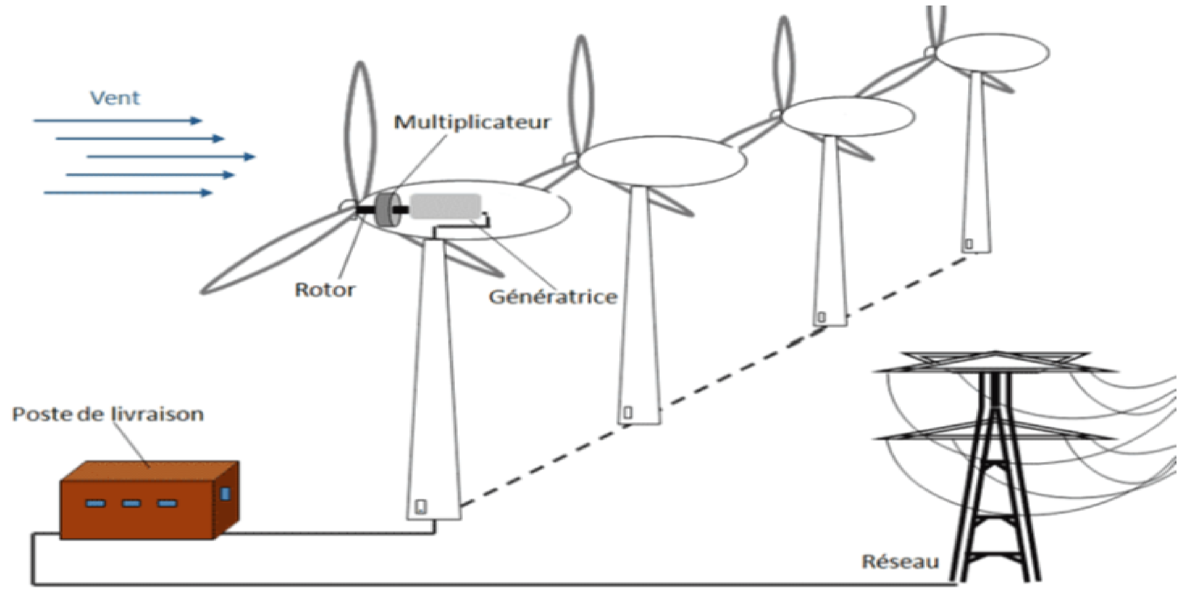


FIGURE 2.7 – Schéma de principe d'une production éolienne

Un dispositif de régulation permet d'obtenir une vitesse de rotation constante compatible avec la fréquence du réseau (50Hz).

2.6 Topologie des réseaux :

•maillée.
•bouclée.
•arborescente.
•radiale. [7]

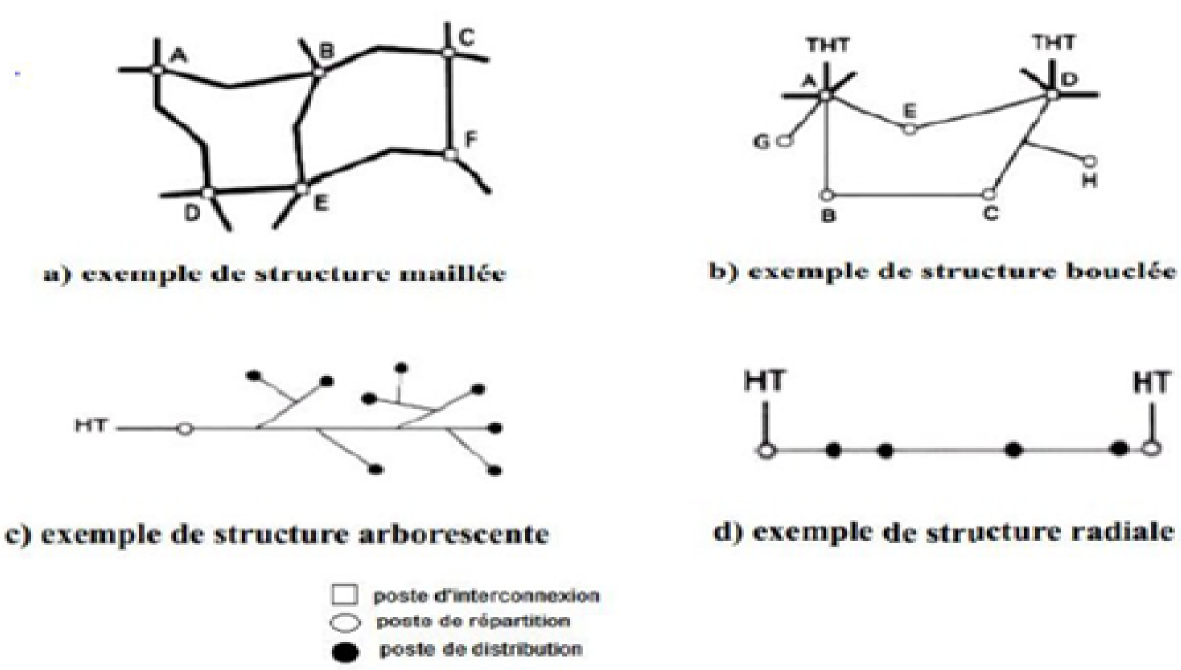


FIGURE 2.8 – Topologie des réseaux électriques

2.7 Rôle du réseau électrique :

Les réseaux électriques (transport et distribution) ont pour rôle d'acheminer l'énergie des sites de production vers les lieux de consommation, avec des étapes de baisse du niveau de tension dans des postes de transformation. [4]

CHAPITRE 3

THÉORIE DES GRAPHES APPLIQUÉE AUX RÉSEAUX ÉLECTRIQUES

3.1 Introduction :

Le graphe correspondant à un réseau électrique donné est une manière concise de description des liens entre les entités topologiques qui sont des points représentatifs d'une structure géométrique, appelé noeuds, et des segments de liaison qui relient ces points (les éléments du réseau). Un noeud de référence doit être choisi et il est pratique courante d'assigner à ce noeud le numéro zéro (0). Dans le cas de systèmes électriques, le graphe est toujours orienté, c'est-à-dire qu'une direction est assignée à chaque segment. Cette direction correspond au sens de circulation du courant dans l'élément que représente le segment en question. Une exception ne respecte pas cette règle : les sources de tension indépendantes, auxquelles on doit assigner la direction contraire à celle du courant. [8]

3.2 Définition d'un circuit électrique :

Un circuit électrique est un ensemble plus ou moins complexes de composants (éléments), interconnectés d'une manière quelconque par des conducteurs ou des fils de connexion de résistance négligeable, auxquels sont appliqués des signaux électriques d'excitation (signaux d'entrée) et qui délivrent des signaux électriques de réponses (signaux de sortie). [9] par exemple :

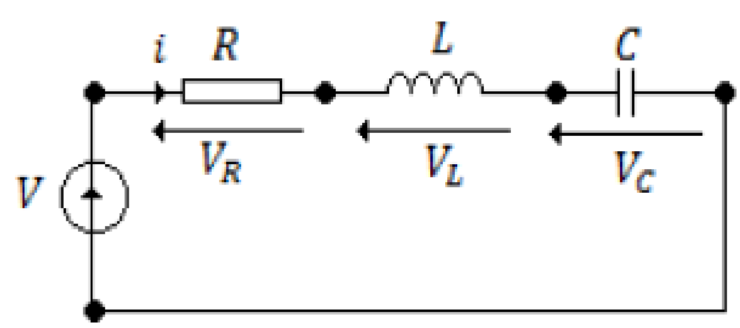


Figure 3.1 – schéma d'un circuit électrique

Un circuit électrique se compose de deux types d'éléments : les éléments passifs et les éléments actifs. Contrairement aux éléments actifs, les éléments passifs ne génèrent pas d'énergie. Ces éléments passifs sont des résistances, des inductances et des condensateurs. les éléments actifs les plus connus sont les sources de tension et sources de courant.

•Courant électrique :
Un courant électrique est la grandeur algébrique correspondant à la circulation de porteurs de charges mobiles (p.c.m.) électriques dans un conducteur notée I, dont le signe + ou − marque le sens. IL s'exprime en ampères (A). Sur le conducteur, on place une flèche pour marquer le sens conventionnel positif du courant[Figure3.2] [9] [10]

FIGURE 3.2 – Courant électrique

•Tension :
la tension électrique U (aussi confondue avec la différence de potentiel), est la valeur algébrique correspondant à la circulation du champ électrique $\vec{E}$ le long d'un circuit. La tension électrique U_{AB} entre les points A et B, est la différence entre les potentiel V_A au point A et V_B au point B :

$$U_{AB} = V_A - V_B$$

U_{AB} est une grandeur algébrique, c'est-à-dire : $U_{AB} = -U_{BA}$. Elle se mesure au moyen d'un voltmètre ou d'un oscilloscope (branché en parallèle).
La différence est souvent définie par rapport à un potentiel nul de référence pour le circuit qui est appelé masse[Figure3.4]. [10]

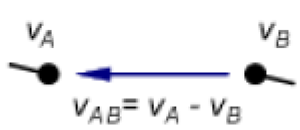


FIGURE 3.3 – Tension

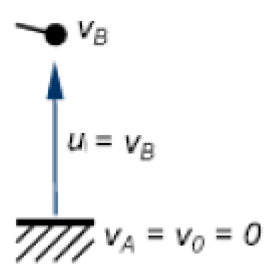


FIGURE 3.4 – Masse

3.3 Les éléments de circuits électriques :

Parmi les composants électroniques, on distingue souvent composants actifs et composants passifs. Les composants actifs (transistors et diodes) accroissent ou dirigent le courant. On parle aussi de semi-conducteurs, ce terme faisant référence au type de matériau dont ils sont constitués. Les composants passifs (résistances, condensateurs, inducteurs et transformateurs) n'amplifient pas et ne dirigent pas le courant, mais ils peuvent le ralentir ou le stocker (les transformateurs survolteurs, ou élévateurs de tension, augmentent la tension tout en diminuant le courant). Un circuit ne comportant que des composants passifs est appelé un circuit passif; un circuit comportant au moins un composant actif est appelé un circuit actif.

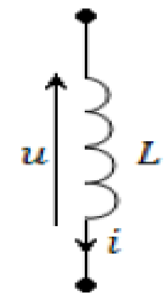
3.3.1 Eléments passifs :

•Résistance (R) : exprimée en (Ohm : Ω)
Défini par la relation $v - i$ suivant la loi d'Ohm : si i est le courant qui, à l'instant t,

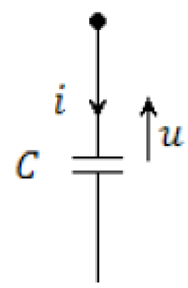
traverse R, la chute de tension **u** aux bornes de R est égale à : $\mathbf{u} = v_A - v_B = \mathrm{R.i}$ [9]

Figure 3.5 – Résistance

•**Inductance :** La différence potentiel **u** est définie par : $u(t) = L\frac{di}{dt}$, où L est une constante appelée *l'inductance* de la bobine (exprimée en Henry :H).



•**condensateur :** le condensateur est défini par la relation $i(t) = C\frac{du}{dt}$, où C est une constante appelée la **capacité** (exprimée en Farad : F). [9]



3.3.2 Eléments actifs :

•**Source de tension :** élément idéal, la différence de potentiel E entre ces bornes est constante. C'est-à-dire $u(t)$ est indépendante de $i(t)$: E est imposée.
Une source de tension est représentée sous l'une des formes de la [Figure3.6].

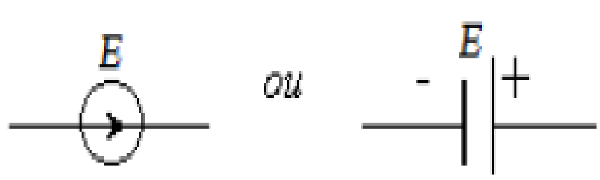


Figure 3.6 – Source de tension

•**Source de courant :** élément idéal fournissant un courant J imposé indépendamment de la tension à ses bornes.
Une source de courant est représentée par la forme de la [Figure3.7]. [9]

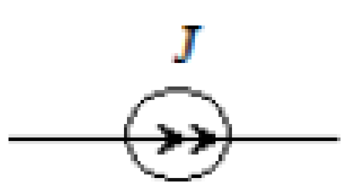


Figure 3.7 – Source de courant

3.3.3 Bornes d'éléments :

Pour définir les éléments de circuit électrique, on utilise les notions de paire des bornes de connexion (multipôles).
Un multipôle est un élément électrique qui possède plusieurs paires de bornes défini comme suit :

Dipôle :

Elément à deux bornes caractérisés par une relation : $u = f(i)$

Quadripôle :

Elément à deux paires de bornes (quatre extrémités), caractérisés par deux relations :
$$\begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} f_1(i_1, i_2) \\ f_2(i_1, i_2) \end{bmatrix}$$

Hexapôle :

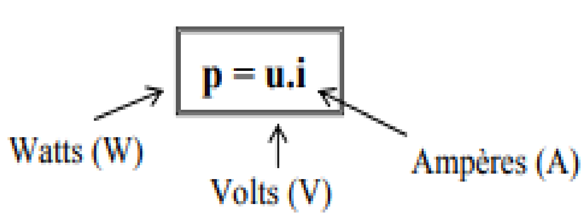
Elément à 3 paires de bornes et plus caractérisés par les relations :
$$\begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ .. \\ u_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} f_1(i_1, i_2, ..., i_n) \\ f_2(i_1, i_2, ..., i_n) \\ .. \\ f_n(i_1, i_2, ..., i_n) \end{bmatrix}$$
Ces relations sont appelées relations caractéristiques $v - i$ (courant-tension) du multipôle. [9]

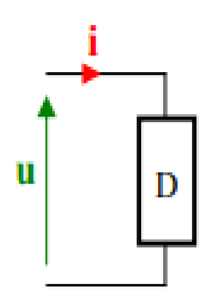
3.4 La Puissance :

La puissance **P** s'exprime en Watts (W).
Elle correspond au produit de l'intensité du courant en ampères et de la tension en volts. [18]

3.4.1 Expression générale de la puissance électrique :

Soit un dipôle D quelconque, traversé par un courant d'intensité i et soumis à la tension u. Avec la convention récepteur, la puissance reçue par D s'écrit :



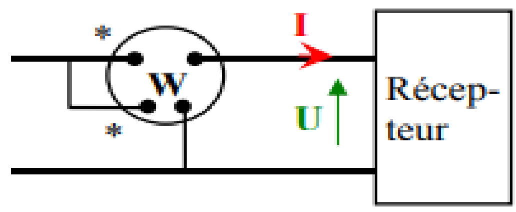


La puissance est une grandeur algébrique dont le signe dépend de la convention choisie.
Avec la convention récepteur, le comportement du dipôle est le suivant :

•si $\mathbf{P} = u.i > 0$, alors le dipôle reçoit la puissance (récepteur)
•si $\mathbf{P} = u.i < 0$, alors le dipôle fournit la puissance (générateur).

3.4.2 Mesure de la puissance électrique :

En général, la puissance se mesure avec un Wattmètre (schéma ci-dessous). Cet appareil mesure à la fois la tension et le courant pour en déduire la puissance. Sur les Wattmètres modernes, la mesure du courant se fait à l'aide d'une pince ampèremétrique. En courant continu, la mesure de la tension u et du courant i permet de calculer la puissance $\mathbf{P} = u.i$



3.4.3 Puissance dans les résistors linéaires (résistances) :

Pour une résistance R, la relation entre u et i est $u = Ri$.
On a $\mathbf{P} = ui$ donc $\boxed{\mathbf{P} = Ri^2}$.
Mais aussi $\boxed{\mathbf{P} = \frac{u^2}{R}}$

3.5 Graphe d'un circuit électrique :

La topologie d'un circuit électrique peut donc être représentée par un graphe, $G = (V, E)$ pour construire le graphe d'un circuit électrique, il suffit de remplacer tous les éléments de ce circuit par des branches, chaque branche relie les deux nœuds aux bornes de cet élément. La [Figure3.8, (a) et (b)] illustrent un circuit électrique et son graphe du circuit.

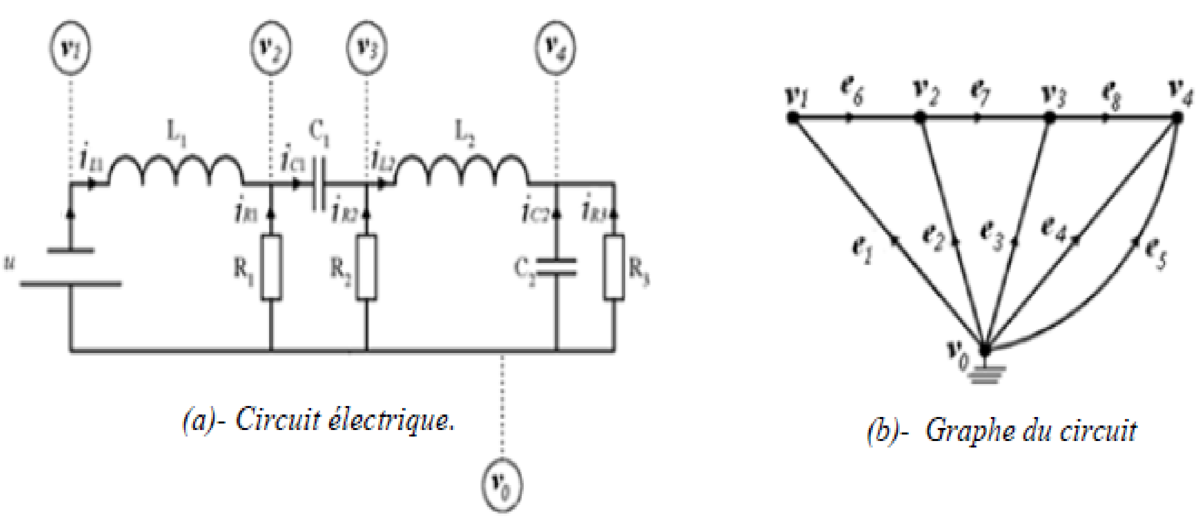


FIGURE 3.8 – Circuit électrique et son graphe

Dans la représentation graphique, chaque branche représente le port d'interconnexion d'un élément sans tenir compte de sa nature. A chaque branche est donc associée la paire de variables de puissance (courant-potentiel).

3.5.1 Isomorphe des graphes topologiques :

Les graphes des circuits de la [Figure3.9], sont isomorphes(identiques), d'où la position des noeudes et la forme des branches n'ont aucune importance, seule importe de savoir comment les noeudes sont reliés.

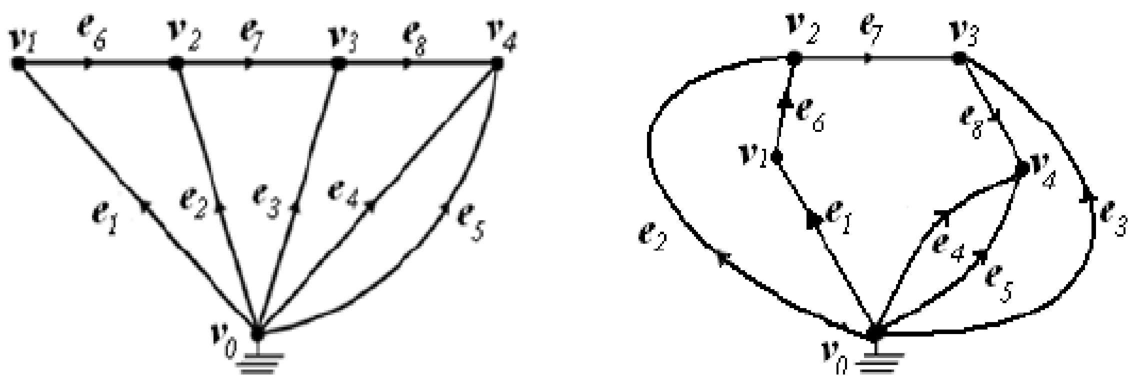


Figure 3.9 – Deux graphes isomorphes

3.5.2 Circuits différents avec même graphe topologique :

La topologie du circuit n'est pas uniquement définie par l'interconnexion de ses éléments, mais aussi par la nature de ses éléments. De ce fait, il est possible que des circuits avec des topologies différentes soient représentés par des graphes identiques les figures [Figure 3.10, (a)] et [Figure 3.10,(b)] illustrent deux circuits avec topologies différentes avec un même graphe du circuit [Figure 3.10(c)] : [9]

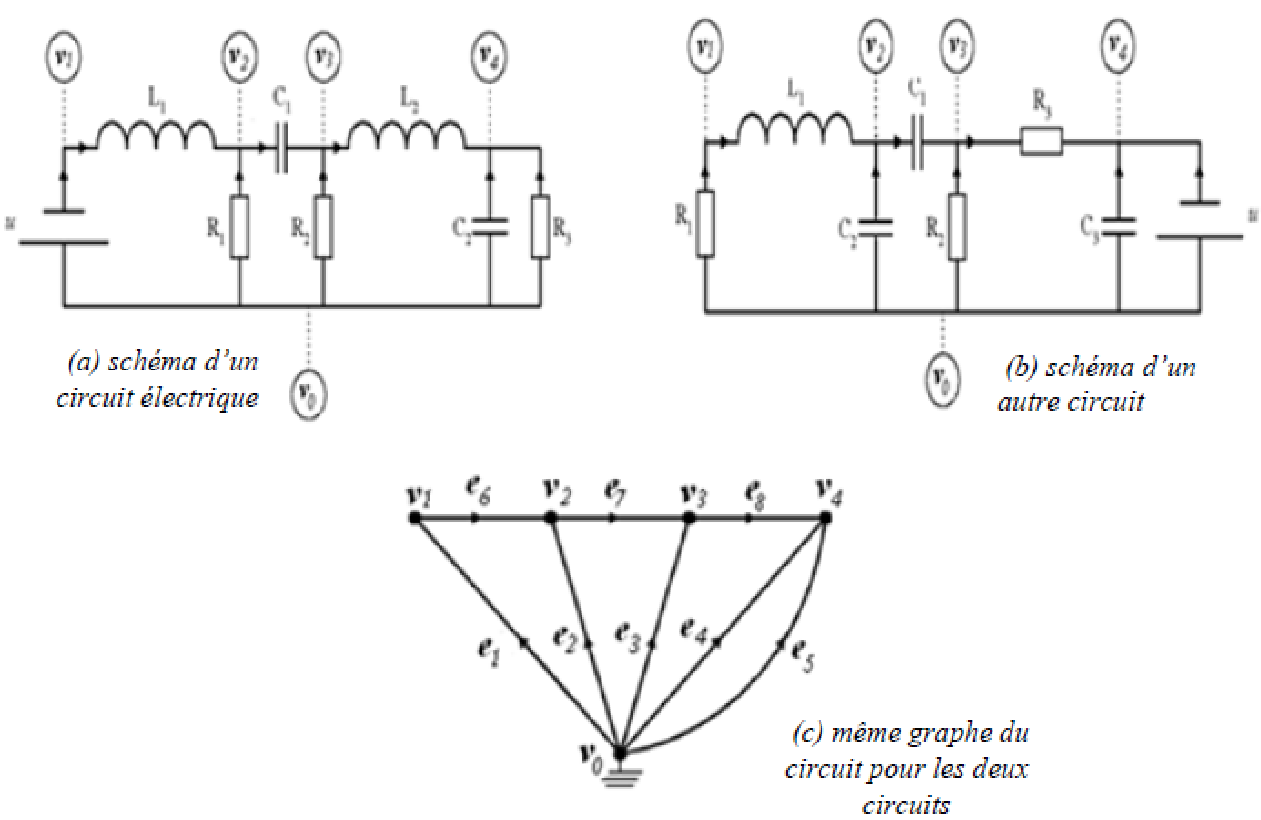


Figure 3.10 – Circuits différents avec même graphe

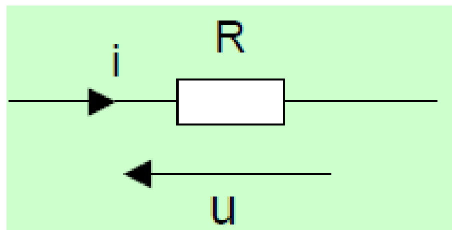
3.6 Les lois :

3.6.1 Loi d'Ohm :

Dans une résistance électrique, tension et courant sont proportionnels. [9][11]

• **Loi d'Ohm en convention récepteur :**

On parle de convention récepteur quand les orientations du courant et de la tension relatives à un dipôle sont en sens inverse :

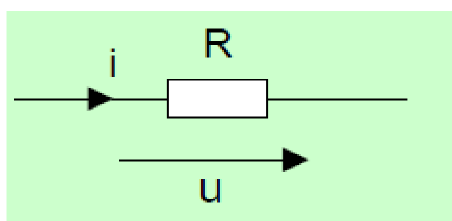


u=+Ri $[V] = [\Omega][A]$

R est la résistance électrique (en Ohm).

• **Loi d'Ohm en convention générateur :**

Les orientations du courant et de la tension sont dans le même sens :

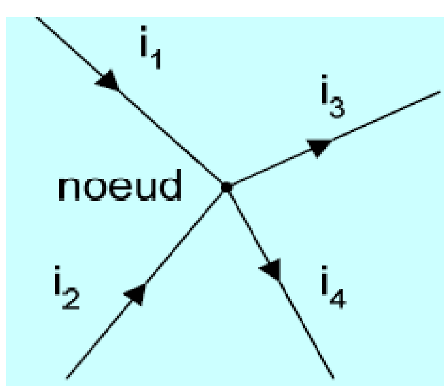


u=-Ri

La résistance est une grandeur positive

3.6.2 Loi des nœuds (1ère loi de Kirchhoff) :

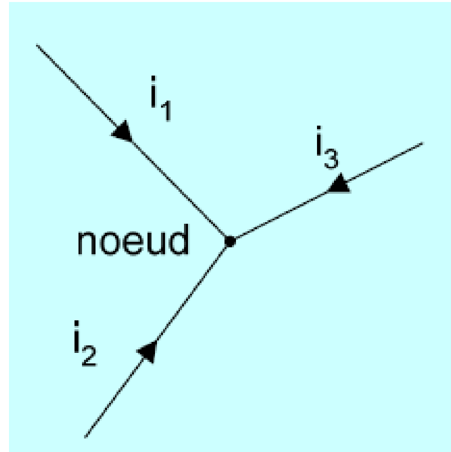
Un nœud est un point de jonction de plusieurs conducteurs électriques :



La somme des intensités des courants arrivant à un nœud est égale à la somme des intensités des courants sortant du nœud :

$i_1 + i_2 = i_3 + i_4$

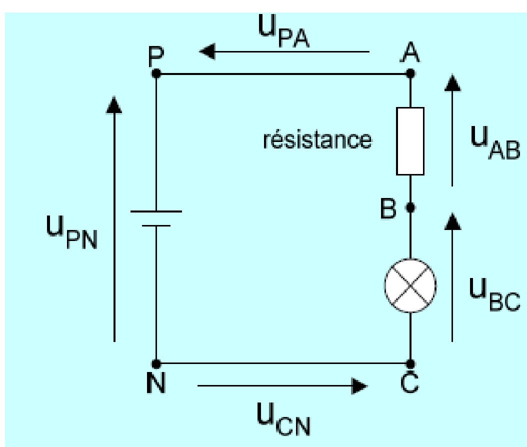
•exemple :
$i_1 = +1A$
$i_2 = +2A$
calculer i_3



$i_1 + i_2 + i_3 = 0$
$i_3 = -3A$

3.6.3 Loi des branches (2ème loi de Kirchhoff) :

La tension totale entre deux points d'un circuit électrique est égale à la somme des tensions intermédiaires. [11]



$U_{PN} = U_{PA} + U_{AB} + U_{BC} + U_{CN}$

CHAPITRE 4

LA RÉSOLUTION THÉORIQUE DE MODÈLE MATHÉMATIQUE PAR LA MÉTHODE MATRICIELLE

4.1 La résolution avec la méthode classique (des moindres carrés) :

Estimation de l'état des réseaux de transport électrique a d'abord été formulé sous la forme des moindres carrés pondérés problème par Fred Schweppe et ses recherches en 1969 (Schweppe a également développé la tarification au comptant, précurseur de la modernité prix marginaux de localisation - PMT - une caractéristique des marchés de l'électricité). Un estimateur d'état est une partie centrale de chaque centre de contrôle. La motivation de base pour l'estimation d'état est que nous voulons effectuer une analyse informatique du réseau dans les conditions caractérisées par l'ensemble actuel de mesures.
Plus précisément, nous voulons connaître les valeurs des amplitudes et des angles de phaseur de tension de bus V_k, θ_k pour tous les $k = 1, \ldots, N$ bus du réseau (nous supposons $\theta_1 = 0$ donc nous n'avons pas besoin de trouver celui-là) .

Considéron le graphe d'un circuit donné dans la [Figure4.1] où les injections de courant I_1, I_2 et la tension e' sont inconnues. Soit $R_1 = R_2 = R_3 = 1,0\ \Omega$. Les mesures sont les suivantes : [19]

- mètre A_1 : $i_{1,2} = 1.0$ Ampère.
- mètre A_2 : $i_{3,1} = -3.2$ Ampère.
- mètre A_3 : $i_{2,3} = 0.8$ Ampère.
- mètre V : $e' = 1.1$ Volt.

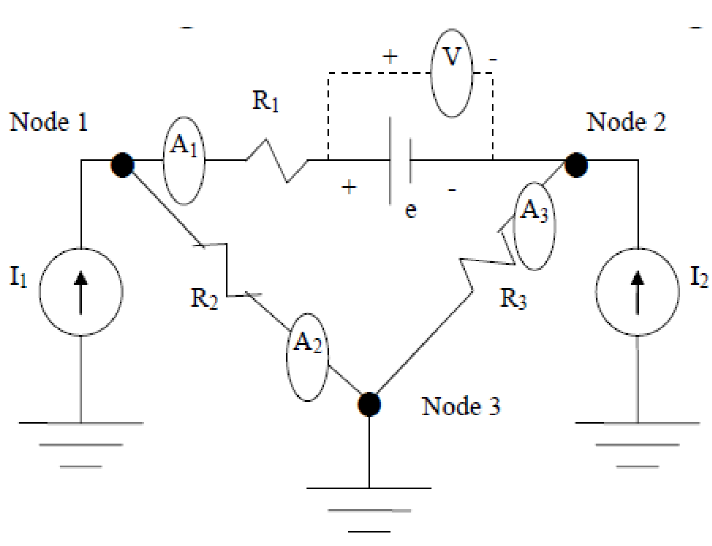


FIGURE 4.1 – Graphe d'un circuit électrique

Écrivons chacun des courants mesurés dans termes des tensions de nœud, et nous pouvons également notez notre mesure de tension unique
$i^m_{1,2} = \frac{v_1 - v_2 - e'}{1} = v_1 - v_2 - e' = 1.0$
$i^m_{3,1} = \frac{0 - v_1}{1} = -v_1 = -3.2$
$i^m_{2,3} = \frac{v_2 0}{1} = v_2 = 0.8$
$e' = 1.1$
La matrice d'incidence aux arcs associée a ce graphe est :

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & -1 \\ -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Expriment tout ce qui précède sous forme matricielle :

$$\begin{bmatrix} 1 & -1 & -1 \\ -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \\ v_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1.0 \\ -3.2 \\ 0.8 \\ 1.1 \end{bmatrix} \tag{4.1}$$

Notons notre matrice par A et soit $X = \begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \\ v_3 \end{bmatrix}$

(avec $v_3 = e'$)

et soit le vecteur $b = \begin{bmatrix} 1.0 \\ -3.2 \\ 0.8 \\ 1.1 \end{bmatrix}$

Alors on aura l'équation :

$$A\vec{X} = \vec{b} \tag{4.2}$$

Le question qu'on se pose ici : comment on résoudre l'équation (4.2)
On remarque que la matrice multiplicatrice n'est pas carrée, c'est-à-dire qu'il y a 4 lignes mais seulement 3 colonnes. La raison en est qu'il y a 4 équations mais seulement 3 variables. Cela signifie que le système d'équations défini par l'équation (4.3) :

$$\begin{cases} v_1 - v_2 - v_3 = 1 \\ -v_1 = -3.2 \\ v_2 = 0.8 \\ v_3 = 1.1 \end{cases} \tag{4.3}$$

est surdéterminé. Il s'agit d'une fonctionnalité standard de l'estimation d'état. Remarquant qu'il y en a une équation pour chaque mesure, l'implication est que nous essaierons toujours d'obtenir autant de mesure que nous pouvons.
Il n'y a pas de solution unique à l'équation. (4.2), mais il y a une solution unique qui est normalement considérée comme "meilleur." Une façon de définir «meilleur» est que c'est la solution qui minimise la somme des «erreurs» au carré entre ce qui devrait être calculé par chaque équation, qui est :

$$b = \begin{bmatrix} 1.0 \\ -3.2 \\ 0.8 \\ 1.1 \end{bmatrix} \tag{4.4}$$

et ce qui est calculé par chaque équation, qui est :

$$AX = \begin{bmatrix} 1 & -1 & -1 \\ -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \\ v_3 \end{bmatrix} \tag{4.5}$$

La différence, ou erreur, est alors :

$$b - AX = \begin{bmatrix} 1.0 \\ -3.2 \\ 0.8 \\ 1.1 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 1 & -1 & -1 \\ -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \\ v_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1.0 - v_1 + v_2 + v_3 \\ -3.2 + v_1 \\ 0.8 - v_2 \\ 1.1 - v_3 \end{bmatrix} \tag{4.6}$$

L'erreur au carré est alors :

$$\begin{bmatrix} (1.0 - v_1 + v_2 + v_3)^2 \\ (-3.2 + v_1)^2 \\ (0.8 - v_2)^2 \\ (1.1 - v_3)^2 \end{bmatrix} \tag{4.7}$$

et la somme des erreurs au carré est :

$$(1.0 - v_1 + v_2 + v_3)^2 + (-3.2 + v_1)^2 + (0.8 - v_2)^2 + (1.1 - v_3)^2 \tag{4.8}$$

Un suivi attentif de l'expression précédente indiquent qu'il pourrait être écrit comme :

$$(b - AX)^T (b - AX)$$

Multiplions ce qui précède par $\frac{1}{2}$, et on le note J :

$$J = \frac{1}{2}(b - AX)^T (b - AX) \tag{4.9}$$

Notre problème est alors de choisir x pour minimiser J. En vertu des exigences relatives à la forme de J (convexité), nous la minimisons en définissant sa gradient par rapport à x à 0 ; puis résolvez pour x. Pour ce faire, nous pouvons développer J comme suit : $J = \frac{1}{2}(b - AX)^T(b - AX) = \frac{1}{2}(b^T - (AX)^T)(b - AX)$

$$= \frac{1}{2}[b^T b - (AX)^T b - b^T AX + (AX)^T AX] \tag{4.10}$$

En utilisant $(AX)^T = A^T X^T$, on obtient :

$$J = \frac{1}{2}[b^T b - X^T A^T b - b^T AX + X^T A^T AX] \tag{4.11}$$

Considérons le deuxième et le troixième terme dans l'équation(4.11), (on utilise A(2×2) pour illustrer) :

$X^T A^T b = [x_1 \; x_2] \begin{bmatrix} A_{11} & A_{21} \\ A_{12} & A_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \end{bmatrix} = b_1 x_1 A_{11} + b_1 x_2 A_{12} + b_2 x_1 A_{21} + b_2 x_2 A_{22}$

$b^T AX = [b_1 \; b_2] \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} \\ A_{21} & A_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} = b_1 x_1 A_{11} + b_2 x_1 A_{21} + b_1 x_2 A_{12} + b_2 x_2 A_{22}$

nous observons que ces termes sont égaux, ce que nous pouvons prouver en utilisant $(AX)^T = A^T X^T$ pour montrer que $[X^T A^T b]^T = b^T AX$, et reconnaissant que ces termes sont scalaires dans (4.11).
Par conséquent, (4.11) devient :

$$J = \frac{1}{2}[b^T b - 2b^T AX + X^T A^T AX] \tag{4.12}$$

Le gradient de J est donné par :

$$\bigtriangledown_x(J) = \begin{bmatrix} \frac{\partial J}{\partial x_1} \\ \frac{\partial J}{\partial x_2} \\ . \\ . \\ \frac{\partial J}{\partial x_n} \end{bmatrix} \tag{4.13}$$

Le tableau suivant illustre certaines des règles de dérivation (calcule du gradient) :

	Fonction	Gradient
1	$F = X^T b$	$\bigtriangledown_x(F) = b$
2	$F = b^T X$	$\bigtriangledown_x(F) = b$
3	$F = X^T Au$	$\bigtriangledown_x(F) = Au$
4	$F = u^T AX$	$\bigtriangledown_x(F) = A^T u$
5	$F = X^T AX$	$\bigtriangledown_x(F) = 2AX$

TABLE 4.1 – Les relations de gradient

La relation 5 s'applique uniquement si A est symétrique.
On appliquent les relations de gradient ci-dessus sur l'équation(4.12) on utilise des relations appropriées ci-dessus table (4 au deuxième terme et 5 au troisième term), le gradient de(4.12) peut être exprimé par :

$$\bigtriangledown_x(J) = \frac{1}{2}[-2A^T b + 2(A^T A)^T X] \tag{4.14}$$

Encore en applquant $(AX)^T = X^T A^T$ en deuxième terme de l'équation (4.14)$2(A^T A)^T X = 2A^T AX$, donc (4.14) devient :

$$\bigtriangledown_x(J) = \frac{1}{2}[-2A^T b + 2A^T AX] = -A^T b + A^T AX \tag{4.15}$$

Le minimum de J est obtenu lorsque :

$$\frac{\partial J}{\partial x} = -A^T b + A^T AX = 0 \tag{4.16}$$

Et cela implique que

$$A^T b = A^T AX \tag{4.17}$$

Notes :

•Les équations (4.17) sont appelés dans les statistiques **les équations normales**.
•nous pouvons obtenire l'équation(4.17) par juste multiplions $AX = b$ par A^T.
•$A^T A$ multiple $(m \times n)$ par $(n \times m)$ donne une matrice carrée ($m \times m$.)
•$(A^T A)^T = A^T A$, donc le transposé de $A^T A$ est elle-même, (ce qui signifie que $A^T A$ est symétrique).

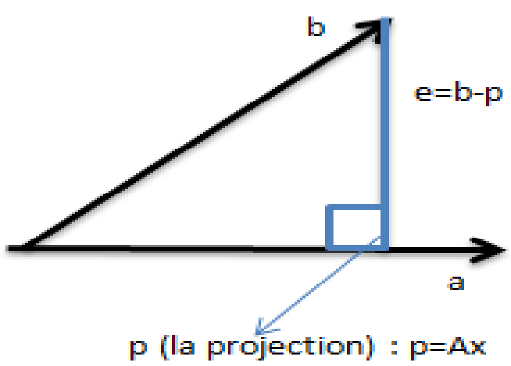
4.2 La résolution avec la méthode matricielle appliquée en projection dans un sous espace vectorielle :

4.2.1 Introduction :

Comme on a vu précédemment l'équation $AX = b$ généralement n'admet pas de solution. La matrice A n'est pas carrée mais en partant à une $AX = b$ en déduit facilement que $A^T AX = A^T b$.
$A^T A$ pas seulement carrée mais symétrique donc inversible, d'où l'existence d'une solution approchée.
Le problème qui se pose alors est le suivant :
La solution trouvée est-elle optimale ?.
la réponse est oui, et nous alons le démontrer.

4.2.2 Projection dans un sous espace :

Considérons deux vecteurs $\vec{A}$ et $\vec{b}$.



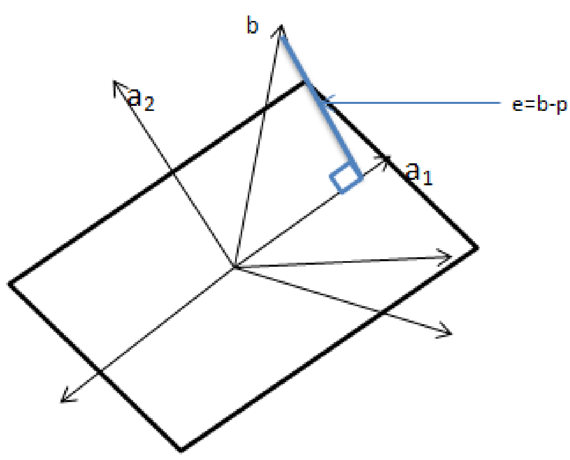
On projette le vecteur b sur A . P se trouve sur la droite qui contient A, on peut écrire $p = AX$.
on sait que $b = p + e$ (addition vectorielle)
alors $e = b - p$.
L'angle que fait e avec A étant droit (orthogonalité de la projection), on peut approcher ce problème par la trigonométrie, mais l'approche par l'algèbre linéaire est plus pertinente.
On exprime donc cette orthogonalité par $A^T(b - AX) = 0$,
d'où : $\boxed{A^T AX = A^T b}$......($\star$)
l'équation ($\star$) appelée **équation normale**. Ce système admet toujours au moins une solution.
Alors on a $X = \frac{A^T b}{A^T} A$ et $p = AX$

$$\Rightarrow p = A\frac{A^T b}{A^T A} \tag{4.18}$$

•Supposons qu'on double $\vec{b}$ (2b) : $p = (2)A\frac{A^T b}{A^T A}$
•Supposons qu'on double $\vec{A}$ (2A) : la projection ne change pas.
$p = A\frac{A^T}{A^T A} b$
$\Rightarrow p = P(b)$.
$P = \frac{AA^T}{A^T A}$: c'est la matrice de projection , (tel que AA^T est un matrice et $A^T A$ est un nombre)
Propriétés du projection p :

•p est symétrique : $p^T = p$
•$p^2 = p$ la projection d'une projection est la projection.

A ce stade on a définie la projection par une approche matricielle.
On a défine la matrice de projection $P = \frac{AA^T}{A^TA}$, et ses propriétés, maintenant on pose la question : quel est le but de cette aproche ?
Le but de cette approche est la résolution de l'équation $[A][X] = [b]$, qui n'est pas résoluble lorsque le nombre d'équation est plus élevé que celui des inconues.
On cherche alors une solution approximative.
$\hat{X}$: la meilleure approximation.
On peut représenter cette situation de la manière suivante :
Soit un plan dans $\mathbb{R}^3$ avec un vecteur b qui n'appartient pas au plan.



On doit projeter b dans le plan, comment réaliser cette pojection ?.
On utilisent les résultats de l'algèbre matricielle, pour cela on doit d'abord définir notre plan. Cela se fait à l'aide de deux vecteurs a_1 et a_2 pas necéssairement orthogonales mais indépendants.
Note : le plan défini par a_1 et a_2 est un espace colonne de $A = [a_1 \ a_2]$, $b \notin$ oblégatoirement au plan, le vecteur e est $\perp$ au plan.
On a : $p = \hat{x_1}a_1 + \hat{x_2}a_2 = A\hat{X}$, on doit donc déterminer $\hat{x_1}$ et $\hat{x_2}$
On a $b - A\hat{X} \perp$ au plan et donc $\perp$ à a_1 et a_2,
c'est-à-dire : $a_1^T(b - A\hat{X}) = 0$ et $a_2^T(b - A\hat{X}) = 0$
$\Rightarrow \begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \end{bmatrix} (b - AX) = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$
$\Rightarrow A^T(b - AX) = 0$
$\boxed{\Rightarrow A^TAX = A^Tb}$.....$(\star)$

4.3 Application numérique :

Le but c'est de résoudre l'équation (4.2) associée au graphe de la [Figure4.1]

$$A\vec{X} = \vec{b} \Leftrightarrow \begin{bmatrix} 1 & -1 & -1 \\ -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \\ v_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1.0 \\ -3.2 \\ 0.8 \\ 1.1 \end{bmatrix} \tag{4.19}$$

4.3.1 Résolution par la méthode des moindres carrés :

Soit l'équation :$AX = b$, avec : A une matrice (4×3) tel que :
$A = \begin{bmatrix} 1 & -1 & -1 \\ -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$

Et b un vecteur tel que $b = \begin{bmatrix} 1.0 \\ -3.2 \\ 0.8 \\ 1.1 \end{bmatrix}$

Et $X = \begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \\ v_3 \end{bmatrix}$ (avec e est donné, $v_3 = e' = 1.1$)

$$AX = b \Leftrightarrow \begin{bmatrix} 1 & -1 & -1 \\ -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \\ v_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1.0 \\ -3.2 \\ 0.8 \\ 1.1 \end{bmatrix} \tag{4.20}$$

b n'appartient pas à l'espace vectoriel de A (plan Im(A)), c'est-à-dire on ne peut pas trouver une solution dans ce cas.
On cherche alors à minimiser l'erreur : $AX - b = e$.

$$||A\vec{X} - \vec{b}||^2 = e_1^2 + e_2^2 + e_3^2 \tag{4.21}$$

$$AX = b \Rightarrow AX - b = 0 \Leftrightarrow \begin{bmatrix} 1 & -1 & -1 \\ -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \\ v_3 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 1.0 \\ -3.2 \\ 0.8 \\ 1.1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \tag{4.22}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} v_1 - v_2 - v_3 - 1 = 0 \\ -v_1 + 3.2 = 0 \\ v_2 - 0.8 = 0 \\ v_3 - 1.1 = 0 \end{cases} \tag{4.23}$$

Si on remplace $v_3 = e' = 1.1$ on aura :

$$\Rightarrow \begin{cases} v_1 - v_2 - 2.1 = 0 \\ -v_1 + 3.2 = 0 \\ v_2 - 0.8 = 0 \end{cases} \tag{4.24}$$

$$||A\vec{X} - \vec{b}||^2 = \left\| \begin{matrix} v_1 - v_2 - 2.1 \\ -v_1 + 3.2 \\ v_2 - 0.8 \end{matrix} \right\|^2 \tag{4.25}$$

$= (v_1 - v_2 - 2.1)^2 + (-v_1 + 3.2)^2 + (v_2 - 0.8)^2$
On pose :

$$f = (v_1 - v_2 - 2.1)^2 + (-v_1 + 3.2)^2 + (v_2 - 0.8)^2 \tag{4.26}$$

Calculons le gradient de la fonction f :

$$\bigtriangledown(f) = \begin{bmatrix} \frac{\partial f}{\partial v_1} \\ \frac{\partial f}{\partial v_2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4v_1 - 2v_2 - 10.6 \\ -2v_1 + 4v_2 + 2.6 \end{bmatrix} \tag{4.27}$$

On résoudre $\bigtriangledown(f) = 0$ pour trouver les valeurs de v_1 et v_2 :

$$\bigtriangledown(f) = 0 \Rightarrow \begin{cases} 4v_1 - 2v_2 - 10.6 = 0 \\ -2v_1 + 4v_2 + 2.6 = 0 \end{cases} \tag{4.28}$$

Ce qui donne : $\begin{cases} v_1 = 3.1 \\ v_2 = 0.9 \end{cases}$

4.3.2 Résolution par la méthode matricielle :

On a l'équation $A\vec{X} = \vec{b}$ qui n'admet pas de solution, on multiple les deux Côtés de cette équation par la matrice transposée de A on obtient :
$(\star)$: $A^T A\vec{X} = A^T\vec{b}$
alors la résolution de cette équation est comme suit :

$$A^T A = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & -1 & -1 \\ -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & -1 & -1 \\ -1 & 2 & 1 \\ -1 & 1 & 2 \end{bmatrix} \tag{4.29}$$

le résulta de ce produit donne une matrice symétrique.

$$A^T\vec{b} = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1.0 \\ -3.2 \\ 0.8 \\ 1.1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4.2 \\ -0.2 \\ 0.1 \end{bmatrix} \tag{4.30}$$

Donc : l'équation $(\star)$ nous donne :

$$A^T A\vec{X}^* = A^T\vec{b} \Rightarrow \begin{bmatrix} 2 & -1 & -1 \\ -1 & 2 & 1 \\ -1 & 1 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \\ v_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4.2 \\ -0.2 \\ 0.1 \end{bmatrix} \tag{4.31}$$

On aura le système linaire suivant :

$$\begin{cases} 2v_1 - v_2 - v_3 = 4.2 \\ -v_1 + 2v_2 + v_3 = -0.2 \\ -v_1 + v_2 + 2v_3 = 0.1 \end{cases} \tag{4.32}$$

Ce qui implique :

$$\begin{cases} v_1 = \frac{12.5}{4} = 3.125 \\ v_2 = \frac{3.5}{4} = 0.875 \\ v_3 = \frac{4.7}{4} = 1.175 \end{cases} \tag{4.33}$$

D'où la solution approchée est $\vec{X}^* = \begin{bmatrix} 3.125 \\ 0.875 \\ 1.175 \end{bmatrix}$

Maintenant : calculons l'erreur $||\vec{b} - A\vec{X}^*||$

$$A\vec{X}^* = \begin{bmatrix} 1 & -1 & -1 \\ -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 3.125 \\ 0.875 \\ 1.175 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1.075 \\ -3.125 \\ 0.875 \\ 1.175 \end{bmatrix} \tag{4.34}$$

$$||\vec{b} - A\vec{X^*}||^2 = \left\| \begin{matrix} 1 - 1.075 \\ -3.2 + 3.125 \\ 0.8 - 0.875 \\ 1.1 - 1.175 \end{matrix} \right\|^2 = \left\| \begin{matrix} -0.075 \\ -0.075 \\ -0.075 \\ -0.075 \end{matrix} \right\|^2 \tag{4.35}$$

D'où :

$$||\vec{b} - A\vec{X^*}||^2 = (-0.075)^2 + (-0.075)^2 + (-0.075)^2 + (-0.075)^2 = 0.0225 \tag{4.36}$$

Et ici on note l'importance, la facilité et la force de la méthode matricelle par rapport à la méthode classique (la méthode des moindres carrés)

4.4 Démonstration :(est-ce-que la solution est optimale ?)

On a :

$$[A][X] = 0 \tag{4.37}$$

la transposée de ce produit s'écrit :

$$(AX)^T = 0 \tag{4.38}$$

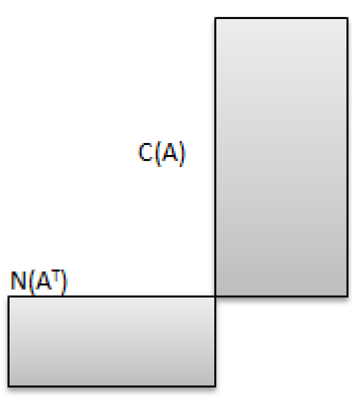
ou

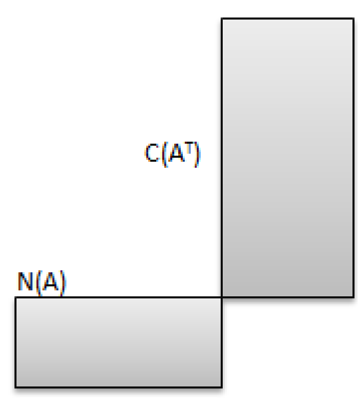
$$X^T A^T = 0. \tag{4.39}$$

C'est-à-dire :

$$[X_1, X_2, ..., X_n][A^T] \tag{4.40}$$

Or $[X_1, X_2, ..., X_n]$ représente l'espace nul de la matrice A.
De la même manière on démontre que l'espace nul de la matrice A^T est perpendiculare à la matrice A.





Ce résultat est très important car la distance de la matrice A sera minimale.
Nous allons appliqué ces résultats à la résolution de notre problème.
On a :

$$AX = b \tag{4.41}$$

comme on la precisé ulterieurement cette equation n'a pas toujours de solution.
Mais en multiplion cette equation par A^T on obtient :

$$A^T AX = A^T b \tag{4.42}$$

$A^T A$ étant symetrique et donc inversible, alors il existe une solution à ce problème.
Maintenant l s'agit de garantir que cette solution est un minimum.

On a :

$$A^T AX = A^T b \Rightarrow A^T (AX - b) = 0 \tag{4.43}$$

$AX = b$ constitue dans l'espace nulle de la matrice A.
Or l'expression $AX - b$ repense l'erreur. Qui est ainsi minimal.

CONCLUSION

La demande en énergie électrique est en progression constante il est donc impératif d'optimiser le réseau de distribution de cette énergie qui est fourni sous forme de puissance, cette dernière exprimé sous forme produit $v.i$ (v :volt, i :Ampère) .il en découle que deux ces paramètres déterminant tout l'optimisation, on doit donc se baser sur la relation qui est relié ce deux paramètres, cette dernière se présenté sous la forme matricielle $AX = b$.

•A est la matrice d'incidence.

•X : la différence du potentielle.

•B : le courant.

En générale cette équation n'a pas de solution, on cherche alors la meilleure approximation.

La méthode matricielle nous permettant d'arriver à but et c'est révélé meilleure que la méthode des moindres carrés, il est plus direct et exigent moins de temps de calcul, il présente aussi l'avantage de paramètres procédés de simulation, car la méthode réduite considérablement le temps de calcul.

Remarque : Notre projet est besoin d'un stage pratique st à cause de **Covid-19** on n'a pas fait un stage.

BIBLIOGRAPHIE

[1] L. Boufenneche, polycopie, RESEAUX ELECTRIQUES, Ens,2017/2018.

[2] Mr. ZELLAGUI Mohamed, MÉMOIRE, ÉTUDE DES PROTECTIONS DES RÉSEAUX ÉLECTRIQUES MT (30 et 10 kV), 2010.

[3] Julie Rosine YE (2012 0652), MÉMOIRE, CONSTRUCTION D'UNE LIGNE DE DISTRIBUTION ELECTRIQUE HTA 15 kV ET RESTRUCTURATION D'UN RESEAU ELECTRIQUE BTA AU SECTEUR 30 DE BOBO-DIOULASSO, [2018/2019].

[4] BELLAREDJ Amina, GAOUAR Youcef, MÉMOIRE, Conception et simulation d'une ligne aérienne de transport électrique 220KV,2016.

[5] Laribi Hamza, Djabbour Abd Elhakem, MÉMOIRE, Etude d'intégration d'une production décentralisée dans un réseau de distribution électrique, 2017.

[6] Dr. AOUZELLAG LAHAÇANI Narimen, Polycopié de cours UEF 3111(3ème Année Licence ELT), RÉSEAUX ÉLECTRIQUES.

[7] NOUIOUA MABROUK, ADOUI MERWAN, MÉMOIRE, Protection des réseaux électriques HTB en utilisantt de relais de distance, 2016 /2017.

[8] Mr. Athmane BOUZIDI, Cours, Modélisation et simulation des réseaux électriques,

[9] Mohammed Naji REKKAB, MÉMOIRE, L'intégrationdu calcule symbolique à la simulation des systèmes électriques par une approche topologique, 2011/2012.

[10] David FOLIO, SUPPORT DE COURS, D'ÉLECTRICITÉ/ÉLECTROTECHNIQUE, 2017/2018.

[11] Fabrice Sincère, Cours, Module d'Electricité(1ère partie : Electrocinétique).

[12] Nadir GHANEMI « Etude de la tenue aux courant de court-circuit pour le raccordement d'une production décentralisée au réseau MT », (Thèse de Magister) Université Mentouri de Constantine ,2008.

[13] Didier Müller, CAHIERS DE LA CRM(COMMISSION ROMANDE DE MATHÉMATIQUE), Introduction à la théorie des graphes, 2012

[14] @book Pages Bleues, N.Belharrat,La Théorie des Graphes, 2014, Pages bleues, Y.SADAOUI,H.BENMESSAOUD,Mc BELAID, Francais, 16*23.5, 300p,

[15] Bernard Ycart,Calcul matriciel,Maths en Ligne,Université Joseph Fourier, Grenoble, 8 novembre 2011.

[16] MERBOUTI Saïda, Mémoir de Master,Ensembles astéroïdaux dans les graphes.

[17] IUT Lyon Informatique, Théorie des Graphes, 2011-2012.

[18] http ://cbissprof.free.fr, Christian BISSIERES, STI Electronique (Physique Appliquée) .

[19] A. Monticelli, "State Estimation in Electric Power Systems : A Generalized Approach," Kluwer, Boston, 1999.