



الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية
République Algérienne Démocratique et Populaire
وزارة التعليم العالي والبحث العلمي
Ministère de l'Enseignement Supérieur et de la Recherche Scientifique



جامعة أكلح منب أولحادج - البويرة - Université Akli Mohand Oulhadj - Bouira -

Faculté des Sciences et des Sciences Appliquées
Département du Mathématiques

Mémoire de Master

Filière : Mathématiques

Spécialité : Recherche Opérationnelle

Thème

Optimisation de la dynamique du transfert de masse durant
le séchage d'aliments par micro-onde via les modèles ARIMA

Présenté par :

- GUENOUNE CHAHIRA
- TAIBI DJAHIDA

Devant le jury composé de :

Président	M ^r Madjid BIROUCHE	MAA	U. A/M/O Bouira.
Encadreur	M ^r L'hadi BOUGHANI	MAA	U. A/M/O Bouira.
Examineur	M ^r El-ghani IFTISSEN	MAA	U. A/M/O Bouira.

2019/2020

Remerciements

*Nos remerciements vont tout premièrement à **Allah** , le Généreux qui a enseigné à l'homme ce qu'il ne savait pas et aussi de nous avoir donné la force afin d'accomplir ce modeste travail.*

Nous tenons à adresser nos sincères remerciements et le plus grand respect à notre promoteur M.L'HADI BOUGHANI pour avoir accepté de diriger ce travail ainsi que pour ses conseils,et toute l'aide qu'il nous a rapporté.

Nous exprimons nos remerciements aux membres du jury qui ont accepté de juger notre travail, en l'occurrence M. BIROUCHE MADJID d'avoir accepter de présider le jury et M. IFTISSEN EL-GHANI pour examiner ce travail.

Nous remercions aussi tous ceux qui ont contribué de près ou de loin à la mise en œuvre de ce travail.

Un Remerciement spécial à ADLANE MELLAH pour nous aider.

Un Remerciement particulier aussi à nos chères amies : Fatma , Karima, Khadija, Djihad, Nadjet, Rabiaa et Mbarka.

Mecri à Tous

Dédicaces

Je dédie ce modeste travail :

À mes très chers parents qui ont toujours été là pour moi, et qui m'ont donné un magnifique modèle de labeur et de persévérance. À leurs amours, confiance, soutiens et sacrifices.

À Toutes mes chères sœur

*À Mes frères **ABDALLAH** , **ANISS** et **ABDALLATIF** et sa femme **IMENE***

*À Mes belles **AMINA** et **KHOLOUDE** et toutes mes nièces et neveux.*

*À ma famille et la famille **BOUCETTA***

*À ma chérie **DJAHIDA TAIBI** et sa famille*

À ceux qui m'ont soutenu de loin et de près

Chahira

Dédicaces

Je dédie ce modeste travail :

Aux êtres les plus chers à mon cœur, ma mère et mon père, qui m'ont beaucoup soutenu durant mon cursus d'étude et à qui je serai éternellement reconnaissante, qui ont tout enduré pour que je devienne ce que je suis aujourd'hui.

*À ma chère amie : **GUENOUNE Chahira** et sa famille, qui ont toujours été là pour moi
À leurs soutiens inoubliables*

À mes chères sœurs et chers frères et ses femmes, ainsi que leurs enfants, pour leurs soutiens avec beaucoup d'encouragements

*À mes collègues : **ABDERRAHMANE, AMINE** et particulièrement à mon cher ami **REZKALLAH MOHAND***

À tous ceux qui, par un mot, m'ont donnée la force de continuer

Djahida

Liste d'abréviations

TS :	Trend Stationnary..
DS :	DS Differency Stationnary.
ADF :	Test de dikey-fuller Augmenté.
ACF :	Fonction d'autoCorrelation.
PACF :	AutoCorrélation Partielle .
FACP :	Fonction d'autoCorrélation Partiel.
AR(p) :	Processus AutoRegressif d'orde p.
MA(q) :	Moyenne Mobile d'ordre q.
ARMA :	Processus AutoRegressif et Moyenne Mobile.
ARIMA :	Les modèles Autoregréssifs moyenne mobile intégré ARIMA.
BB :	Bruit blanc.
AIC :	Critère d'information d'Akaike.

Table des figures

2.1	Auto-covariance fonction	12
2.2	Auto-corrélation fonction	12
2.3	Série stationnaire et série non stationnaire	14
2.4	ACF et PACF d'un bruit blanc	15
2.5	La méthode de Box et Jenkins	23
3.1	Perte de masse de la fève durant son séchage sur micro-ondes	27
3.2	Auto corrélations de la série fève 1000W	27
3.3	Auto corrélations partielle de la série fève 1000W	28
3.4	Graphe de la séries différenciée	29
3.5	ACF et Pacf des résidus	29
3.6	Différents courbes des cinétiques de séchage de la fève	41
3.7	Acf et Pacf de la séries 900W l'aliment fève	41
3.8	Acf et Pacf de la séries 800W l'aliment fève	42
3.9	Acf et Pacf de la séries 700W l'aliment fève	42
3.10	Acf et Pacf de la séries 600W l'aliment fève	42
3.11	Acf et Pacf de la séries 500W l'aliment fève	43
3.12	Acf et Pacf de la séries 400W l'aliment fève	43
3.13	Acf et Pacf de la séries 300W l'aliment fève	43
3.14	Acf et Pacf de la séries 200W l'aliment fève	44
3.15	Acf et Pacf de la séries 100W l'aliment fève	44
3.16	Différents courbes des cinétiques de séchage de la petit pois	44
3.17	Acf et Pacf de la séries 1000W l'aliment petit pois	45
3.18	Acf et Pacf de la séries 900W l'aliment petit pois	45
3.19	Acf et Pacf de la séries 900W l'aliment petit pois	45
3.20	Acf et Pacf de la séries 800W l'aliment petit pois	46
3.21	Acf et Pacf de la séries 700W l'aliment petit pois	46
3.22	Acf et Pacf de la séries 600W l'aliment petit pois	46
3.23	Acf et Pacf de la séries 500W l'aliment petit pois	47
3.24	Acf et Pacf de la séries 400W l'aliment petit pois	47
3.25	Acf et Pacf de la séries 300W l'aliment petit pois	47
3.26	Acf et Pacf de la séries 200W l'aliment petit pois	48
3.27	Acf et Pacf de la séries 100W l'aliment petit pois	48
3.28	Différents courbes des cinétiques de séchage de la banane	48
3.29	Acf et Pacf de la séries 800W l'aliment banane	49
3.30	Acf et Pacf de la séries 600W l'aliment banane	49
3.31	Acf et Pacf de la séries 400W l'aliment banane	49
3.32	Acf et Pacf de la séries 200W l'aliment banane	50
3.33	Différents courbes des cinétiques de séchage de la citrouille	50

3.34	Acf et Pacf de la séries 800W l'aliment citrouille	50
3.35	Acf et Pacf de la séries 600W l'aliment citrouille	51
3.36	Acf et Pacf de la séries 400W l'aliment citrouille	51
3.37	Acf et Pacf de la séries 200W l'aliment citrouille	51
3.38	Différents courbes des cinétiques de séchage de la pomme de terre	52
3.39	Acf et Pacf de la séries 800W l'aliment pomme de terre	52
3.40	Acf et Pacf de la séries 600W l'aliment pomme de terre	52
3.41	Acf et Pacf de la séries 400W l'aliment pomme de terre	53
3.42	Acf et Pacf de la séries 200W l'aliment pomme de terre	53
3.43	Différents courbes des cinétiques de séchage de la pomme	53
3.44	Acf et Pacf de la séries 800W l'aliment pomme	54
3.45	Acf et Pacf de la séries 600W l'aliment pomme	54
3.46	Acf et Pacf de la séries 400W l'aliment pomme	54
3.47	Acf et Pacf de la séries 200W l'aliment pomme	55
3.48	Le programme sous R	55

Liste des tableaux

3.1	Résumé des modèles validés des séries suivant les puissances	34
3.2	Résumé des modèles validés des séries suivant l'aliment	38

Résumé

Le travail réalisé dans ce mémoire vise à étudier la possibilité de mettre un modèle mathématique approchant le processus du transfert de masse durant le séchage des aliments sur micro ondes via les modèles *ARIMA* ; modèles très efficaces proposés par l'analyse des séries temporelles.

L'analyse est faite sur des données expérimentales obtenues lors du séchage de plusieurs matrices alimentaires pour étudier la variation des coefficients du modèle suivant la variation de la nature de l'aliment.

l'analyse réalisée stipule que malgré l'efficacité des modèles *ARIMA* à décrire les cinétiques de séchage, elle rend difficile l'identification d'un modèle généralisé pour le contrôle du processus lors de la variation de l'aliment et les conditions initiales du micro-onde (puissance).

mots clés : séries temporelles, modèles *ARIMA*, stationnarisation, langage R, séchage micro-ondes, perte en masse

Abstract

The work carried out in this memory aims to study the possibility of putting a mathematical model approaching the process of mass transfer during the drying of food on microwaves via *ARIMA* models ; very efficient models proposed by time series analysis.

The analysis is made on experimental data obtained during the drying of several food matrices to study the variation of the coefficients of the model according to the variation in the nature of the food.

the analysis stipulates that despite the effectiveness of the *ARIMA* models in describing the drying kinetics, it is difficult to identify a generalized model for the control of the process during the variation of both food nature and the initial conditions of the micro-wave (power).

keywords : time series, *ARIMA* models, stationnarization, R language, microwave drying, mass loss

Table des matières

Liste d'abréviations	i
Liste des figures	iii
Liste des tableaux	iv
Introduction Générale	2
1 Généralité sur le séchage	4
1.1 Définition	4
1.2 Objectif de séchage	4
1.3 Principe du séchage	4
1.3.1 Mode Mécanique :	5
1.3.2 Mode Chimique :	5
1.3.3 Mode Thermique :	5
1.4 Efficacité d'une technique de séchage	5
1.4.1 La qualité du produit obtenu	5
1.4.2 La performance du procédé utilisé	5
1.5 Avantage et inconvénients du séchage	5
1.5.1 Les avantages du séchage	5
1.5.2 Les inconvénients du séchage	6
1.6 Méthodes du séchage	6
1.6.1 Séchage par entraînement	6
1.6.2 Séchage par ébullition	6
1.6.3 Séchage à l'air libre	6
1.6.4 Séchage à l'étuve	7
1.6.5 Séchage par micro-ondes	7
1.7 séchage par micro-ondes	7
1.7.1 Avantages spécifiques des micro-ondes	7
1.7.2 Mécanisme de séchage par microondes	7
1.7.3 Technologies de séchages combinées aux microondes	8
1.8 Cinétiques de séchage	8
2 Séries temporelles avec R	10
2.1 Qu'est-ce qu'une série temporelle ?	10
2.2 Composantes d'une série temporelle	10
2.3 La fonction d'auto-covariance et d'auto-corrélation	11
2.3.1 La fonction moyenne et la fonction d'auto-covariance	11
2.3.2 La fonction d'auto-corrélation	12

2.4	La Stationnarité de la série temporelle	13
2.4.1	Pourquoi une série temporelle doit-elle être stationnaire?	14
2.4.2	Bruit blanc	14
2.4.3	ACF et PACF d'un bruit blanc	15
2.5	Opérateur retard	15
2.6	La non stationnarité de la série temporelle	16
2.7	Processus de racine unitaire	17
2.7.1	Tests de racine unitaire	17
2.7.2	Transformer une série non stationnaire en une série stationnaire	18
2.8	Modélisation des séries stationnaires : modèles ARMA	19
2.8.1	Processus Auto-régressif AR(p)	19
2.8.2	Processus Moyenne mobile MA(q)	19
2.8.3	Processus ARMA(p,q) (Auto Regressive Moving Average)	20
2.9	Processus non stationnaire ARIMA	21
2.9.1	Les modèles Autoregressifs moyenne mobile intégré ARIMA(p,d,q)	21
2.10	La méthode de Box et Jenkins	22
2.10.1	La méthodologie de Box et Jenkins	22
2.10.2	Les étapes de Box et Jenkins	23
2.11	Quelques fonctions utilisées dans R	25
3	Application à la modélisation du processus de séchage d'aliments par micro-	
	ondes	26
3.1	Application à la série fève 1000W	26
3.1.1	Graphe de la série	26
3.1.2	Auto corrélogramme et auto corrélogrammes partiel	27
3.1.3	Stationnarisation de la série	28
3.2	Résumé des modèles validés des autres séries	30
3.2.1	suivant les puissances	30
3.2.2	suivant l'aliment	34
3.2.3	Résultats et discussion	39
	Conclusion Générale	40
	Annexe A :Les graphes, les Acf et les Pacf des séries sur R	41
	Bibliographie	56

Introduction Générale

De nombreux produits agricoles, consommés en grandes quantités ne sont pas toujours disponibles toute l'année. Une grande partie de cette production agricole (tomate, dattes, pomme etc.) se prête parfaitement à une conservation par séchage pour assurer une continuité dans sa disponibilité [3].

Le séchage est l'une des anciennes méthodes de conservation des aliments. Elle est par définition l'opération dont l'objectif est d'éliminer l'eau d'un corps humide (solide ou liquide). Il joue un rôle important dans les industries agro-alimentaires, à la fois par les qualités mécanique, sensorielles et nutritionnelles des produits, par les possibilités qu'il offre de créer des produits ayant de nouvelles fonctionnalités et par son poids économique : réduit l'emballage, le stockage et les frais de transport.

Ces dernières années, le séchage au micro-ondes a été introduit et a montré son efficacité surtout qu'il réduit le temps de séchage à plus de 99% comparé par des autres méthodes du séchage (soleil, l'étuve ...).

Son intérêt a incité les théoriciens autant que les praticiens à travailler sur des modèles mathématiques et mécaniques afin de contrôler ce processus et l'utiliser dans les conditions optimales. L'un des axes les plus étudiés pour décrire ce processus est les cinétiques de séchage représentées par le transfert de masse lors du processus de séchage (perte en masse due à l'évaporation de l'humidité contenue dans l'aliment après absorption de la chaleur émise par le micro-ondes).

Les cinétiques de séchage sont un processus très complexe qui obéissent à la seconde loi de Fick [12], dont la solution exacte pour la troisième dimension n'existe pas, c'est ainsi que des solutions approchées sont proposées. Elles consistent en général en des ajustements par des fonctions connues en utilisant des données expérimentales représentées par des masses instantanées de l'aliment durant le processus du séchage.

La théorie des séries temporelles s'avère un outil très puissant pour décrire de telles données. Elle est appliquée de nos jours dans des domaines très variés tel l'économétrie, la biologie ... et s'intéresse à l'évolution d'un phénomène, dans le but de le décrire, l'expliquer, le modéliser, et prévoir son comportement dans un futur plus ou moins proche. Elle offre plusieurs outils puissants d'analyse de données expérimentales relevées au cours du temps, telles les méthodes de lissage exponentiel, les modèles ARMA et ses dérivés ainsi que d'autres. Ces derniers sont différenciés suivant leur usage pour la prévision (long ou court terme)[11].

Dans [2] un modèle de lissage exponentiel double est explicité pour décrire les cinétiques de séchage du laurier pour différentes puissances du micro-onde. Par contre A. Bouzini et K. Kiouas dans [8] ont réalisé une étude comparative lors du séchage de matrices de l'ail, dans laquelle ils concluent que les modèles *ARIMA* sont plus efficaces pour décrire les cinétiques de séchage. Ce travail a pour objet de compléter ces deux travaux. On se propose alors de vérifier la possibilité

d'obtenir un modèle *ARIMA* général pour décrire les cinétiques de séchage de n'importe quel aliment et pour n'importe quelle puissance du micro-onde. Pour ce faire on modélisera plusieurs séries de données relatives au cinétiques de séchage de plusieurs aliments suivant différentes puissances chacun. Ces données ont été obtenues au niveau du laboratoire LBBBS¹ de l'université de Béjaïa après expérimentations sur plusieurs aliments.

Ce mémoire est structuré en trois chapitres complétés par des annexes. le premier est consacré aux principales définitions et notions générales du séchage et ces différentes méthodes.

Le deuxième chapitre est réservé à l'étude des séries chronologique avec R. Nous introduisons des rappels et quelque concepts de base nécessaires à la compréhension de cet outil. Nous donnons aussi la méthodologie de modélisation des séries temporelles par les modèles *ARIMA*.

Le dernier chapitre fait l'objet de la présentation des résultats numériques obtenus par le logiciel R lors de la modélisation des séries chronologiques relatives aux données expérimentales obtenues lors du séchage de différents aliments par le modèle *ARIMA*. On y trouve un résumé des modèles validés des séries suivant les puissances et suivant la nature de l'aliment.

Ces trois chapitres sont complétés par quelques annexes, une introduction et une conclusion générale.

1. Laboratoire de Biomathématiques, Biophysique, Biochimie et Scientométrie

Chapitre 1

Généralité sur le séchage

Introduction

De tous temps, l'homme a recherché des méthodes pour conserver sa nourriture en empêchant et en retardant les principaux types de détérioration alimentaire, dont le séchage est l'un des procédés les plus utilisés pour la conservation des aliments en général et des fruits et légumes en particuliers assurant ainsi une meilleure répartition et qualité ainsi qu'une bonne réhydratation.

Le séchage est l'une des méthodes les plus anciennes de conservation des aliments. Il consiste en sujets d'évaporation de l'eau et de composés volatils, réduisant la croissance des micro-organismes et des réactions chimiques non désirées telles que le brunissement enzymatique afin d'augmenter la vie du produit. Il aide à obtenir un produit sec et homogène à l'extrémité du séchage.

1.1 Définition

Le séchage est une opération unitaire qui consiste à éliminer totalement ou partiellement un liquide imprégnant un matériau par apport d'énergie thermique. Il consiste en sujets d'évaporation de l'eau et de composés volatils, réduisant la croissance des micro-organismes et des réactions chimiques non désirées telles que le brunissement enzymatique afin d'augmenter la durée de vie du produit. Il aide à obtenir un produit sec et homogène à l'extrémité du séchage. ce qui permet de réduire considérablement la masse et le volume des produits et facilite leur transport, stockage et manutention[1].

1.2 Objectif de séchage

L'objectif principal du séchage est de diminuer l'activité de l'eau de divers matériaux périssables qui consiste de convertir ce dernier en produits stabilisés. Il consiste à enlever l'excès d'humidité d'un produit par évaporation de l'eau qu'il contient aux valeurs < 0.5 , afin de permettre leur stockage à la température ambiante[1].

1.3 Principe du séchage

La première idée qui vient à l'esprit pour sécher un produit est de le porter à la température d'ébullition de l'eau, qui alors se vaporise. En réalité, ce principe n'est pas le plus employé et l'on préfère souvent opérer à température moins élevée en utilisant l'air comme gaz d'entraînement. Trois modes de séchage peuvent être distingués[2] :

1.3.1 Mode Mécanique :

C'est l'élimination du liquide par des forces purement mécaniques (pressage, centrifugation, ...). Certains processus de pré concentration et de pré séchage peuvent se réaliser sans transfert thermique mais par simple transfert de quantité de mouvement.

1.3.2 Mode Chimique :

C'est un procédé basé sur l'utilisation de produits déshydratants (chlorure de calcium, ...) pour extraire l'eau.

1.3.3 Mode Thermique :

Ce type d'opération est essentiellement un transfert de masse nécessitant au préalable une "activation" de l'eau par une certaine quantité d'énergie apportée par un transfert de chaleur.

Les deux transferts se dédoublent en une phase externe et une phase interne :

- Transfert de chaleur interne, de la source de chaleur vers la surface du produit.
- Transfert de chaleur interne, de la surface vers le cœur du produit.
- Transfert de masse interne, du cœur vers la surface du produit.
- Transfert de masse externe de la surface du produit vers le milieu extérieur.

1.4 Efficacité d'une technique de séchage

L'efficacité d'une technique de séchage se mesure à deux niveaux, à savoir[3] :

1.4.1 La qualité du produit obtenu

La qualité hygiénique, nutritionnelle, praticité, sensorielle comme flaveur, couleur, texture du produit séché dépend du processus adopté, des pré traitements éventuels (il s'agit principalement de l'imprégnation pour les légumes et fruits), du taux d'élimination de l'eau, de l'état du fruit ou du légume impliquant le degré de maturité, mais également la taille des découpes (entiers, coupées, purée), ainsi que du matériau d'emballage utilisé.

1.4.2 La performance du procédé utilisé

Elle est évaluée en termes de consommation d'énergie, cinétique, coût d'équipements et coût total ainsi qu'en terme de son impact sur l'environnement.

1.5 Avantage et inconvénients du séchage

1.5.1 Les avantages du séchage

Les principaux avantages du procédé de séchage sont :

- La simplicité de la méthode avec généralement un bon rendement.
- L'universalité du procédé, accessible à tous, y compris pour les particuliers.
- Une durée de conservation des aliments déshydratés qui peut être de plusieurs mois .
- La désactivation des enzymes responsables de la dégradation des aliments .
- L'inhibition de la croissance des micro-organismes grâce à la réduction de l'activité d'eau .

- Sa capacité à être utilisée à des fins commerciales permettant de limiter les pertes de récoltes.
- La diminution des coûts financiers et environnementaux liés au transport des marchandises en raison de la réduction massique[4].

1.5.2 Les inconvénients du séchage

Comme tous les traitements thermiques, le séchage peut entraîner, en particulier, des pertes d'arômes, de vitamines et de pigments, des réactions de brunissement, des durcissements superficiels, des modifications irréversibles de texture et donc de capacité à la réhydratation, des pertes de constituants volatils et la modification de la répartition de l'humidité dans le produit. En général, le séchage a globalement moins d'inconvénients que d'autres procédés de conservation (appertisation, congélation ou traitement aseptique). Le séchage des fruits, des légumes et des épices reste encore une méthode très répandue de conservation de ces aliments[4].

1.6 Méthodes du séchage

Pour extraire l'eau d'un produit, différents modes peuvent être utilisés comme[5] :

1.6.1 Séchage par entraînement

Lorsqu'un corps humide est placé dans un courant d'air suffisamment chaud et sec, il s'établit spontanément entre ce corps et l'air un écart de température et de pression partielle de vapeur d'eau. Il s'ensuit un transfert de chaleur de l'air vers le produit, sous l'effet de l'écart de température et un transfert d'eau en sens inverse du fait de l'écart de pression de vapeur d'eau entre la surface du produit et l'air environnant. Le séchage est dit « isenthalpique » si l'énergie nécessaire à la vaporisation de l'eau est exactement égale à celle apportée par l'air chaud.

1.6.2 Séchage par ébullition

Un séchage par ébullition a lieu lorsque le flux thermique transféré au produit est très intense à cause d'un écart de température très élevé entre la source chaude et le produit (par conduction sur une surface chaude (séchoir cylindre), par rayonnement (séchoir microondes), par convection (séchoir à vapeur d'eau surchauffée), par immersion dans de l'huile chaude). Dans toutes ces conditions la température du produit atteint un niveau tel que la pression de vapeur d'eau (p) de ce produit est égale ou dépasse à la pression totale ambiante (p_t) : $p \geq p_t$. L'ébullition proprement dite s'observe difficilement dans les solides ou les corps pâteux que dans les liquides.

1.6.3 Séchage à l'air libre

Cette méthode est la plus ancienne et elle est utilisée jusqu'à nos jours. Elle est basée sur un transfert de l'eau de la matrice voulue séchée vers l'air ambiant. En effet, une faible humidité relative de l'air correspond à une température élevée, ce qui lui confère une plus grande capacité d'entraînement de l'humidité. Ainsi l'augmentation de la température de l'air ambiant est sans effet sur sa teneur en vapeur d'eau, mais les variations de température dans une matrice hydratée aura une incidence sur le contenu en vapeur d'eau de cette dernière.

1.6.4 Séchage à l'étuve

Il faut préciser la consigne de température de l'étuve, le temps de séjour et la taille de l'échantillon testé. Même si cette taille n'est pas en générale critique, le temps de séjour dans l'étuve doit être adapté au rapport surface/volume. La meilleure durée est « jusqu'à poids constant » pour atteindre la masse sèche. La perte de poids est calculée par la différence de pesée avant et après séchage. L'air présent dans l'étuve peut être augmenté par la vapeur émise par les échantillons séchés en fonction du renouvellement de l'atmosphère interne de l'étuve c'est pour cela les étuves ventilées sont les meilleur et les plus utilisés.

1.6.5 Séchage par micro-ondes

1.7 séchage par micro-ondes

Les micro-ondes ou hyperfréquences sont des ondes électromagnétiques .Une onde électromagnétique est composée d'un champ électrique et d'un champ magnétique. Les micro-ondes se situent dans les fréquences allant de 300 MHz à 300GHz ce qui correspond à des longueurs d'onde d'un mètre à un millimètre.

Le fonctionnement d'un four à micro-onde est simple. L'énergie électrique apporté alimente le magnétron qui convertie l'énergie électrique en champ électromagnétique et par un guide d'onde (tube rectangulaire en métal), les micro-ondes produites sont dirigées vers l'agitateur d'onde et pénètrent dans l'enceinte métallique où se trouve l'aliment à chauffer sur une plaque tournante, qui permette au produit alimentaire d'être exposé aux micro-ondes qui pénétrant l'aliment pour atteindre les molécules d'eau[1].

1.7.1 Avantages spécifiques des micro-ondes

Le séchage par micro-onde présente bels avantages, entre autre comme une opération très rapide dans le temps, permettant des économies d'énergie, et une qualité du produit plus élevée. Ce séchage est très élargi dans divers applications comme l'inactivation, la stérilisation enzymatique et la pasteurisation des produits alimentaire (jus de fruit, laits, purée alimentaire, viande). L'absence d'inertie permet une régulation et un asservissement aisé, la production de la chaleur étant liée à la nature de la matière elle-même et en fin le chauffage est sélectif seul le produit est chauffé, et non l'environnement[1].

1.7.2 Mécanisme de séchage par microondes

Principe

Le phénomène fondamental responsable du chauffage microondes (appelé aussi chauffage par hystérésis diélectrique) est la dégradation par dissipation d'une partie de l'énergie transportée par l'onde électromagnétique. Un matériau diélectrique est un isolant donc un mauvais conducteur d'électricité. Il s'échauffe du fait de la polarisation et de la rotation de ses dipôles puis de leur relaxation lorsqu'ils sont soumis à des champs électriques alternatifs. Le dégagement de chaleur résultant diffère fondamentalement du chauffage par effet Joule qui est provoqué par des frictions internes entre les électrons et les molécules. De plus, contrairement au chauffage classique, il a lieu dans le volume, d'où son appellation de « chauffage volumique »[6].

Paramètres influençant le séchage microondes

1. Propriétés diélectriques des aliments

Dans le traitement microondes, seules les propriétés électriques du matériel à chauffer sont importantes pour la dissipation de l'énergie électrique en chaleur[6].

2. Puissance microondes dissipée

La puissance microondes est en réalité une densité de puissance (ou puissance volumique) dissipée dans le produit. L'énergie microondes en elle-même n'est pas une énergie thermique. La chaleur provient plutôt de la conséquence de l'interaction entre l'énergie des microondes et le matériau[6].

3. Profondeur de pénétration des microondes

L'absorption progressive de la puissance est caractérisée par la profondeur de pénétration (d_p). Elle est définie comme la profondeur dans le matériau pour laquelle le transfert de l'onde a été réduit de 37 par rapport à la puissance entrante[6].

4. Effet du facteur de perte

Le facteur de perte ε d'un matériau varie avec sa température, sa teneur en eau et la fréquence du champ électrique qui lui est soumis[6].

1.7.3 Technologies de séchages combinées aux microondes

Pour comparer différentes techniques de déshydratation, trois aspects principaux du processus peuvent être utilisés. Il s'agit de la vitesse de déshydratation, de la qualité et des caractéristiques du produit final, et des coûts énergétiques et économiques du processus. Le séchage microonde peut être combiné au :

- ✓ Le séchage micro ondes combiné à la lyophilisation.
- ✓ Le séchage en lit fluidisé combiné aux micro ondes .
- ✓ Le séchage micro ondes combiné à l'air chaud .
- ✓ Le séchage sous vide combiné aux micro ondes[6].

1.8 Cinétiques de séchage

le séchage est le processus qui sépare le liquide d'un milieu solide par évaporation. Un des important changement physique subit par l'aliment durant le processus de séchage est la réduction de son volume : la perte en eau cause un stress au niveau de la structure interne de la cellule menant à un changement de forme et décroissance en dimension. Ceci dépend essentiellement de :

- Le transfert de chaleur,
- séchage en continu ou en discontinu,
- la direction des fluides chauffés respectivement à l'aliment (pression atmosphérique, surface profonde ou légère).

De plus le séchage implique deux types de transferts :

1. **La diffusion de chaleur** : l'équation de diffusion de chaleur est définie par :

$$\frac{\partial T}{\partial t} + u \frac{\partial T}{\partial x} = \alpha \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} \quad (1.1)$$

2. **Le transfert de masse** : l'équation du transfert de masse est définie par :

$$\frac{\partial M}{\partial t} + u \frac{\partial M}{\partial x} = \alpha \frac{\partial^2 M}{\partial x^2} \quad (1.2)$$

où T représente la température diffusée vers l'aliment, M la masse de l'aliment et x est le volume de ce dernier, u étant une fonction dépendant du coefficient de diffusion initial de la chaleur et α étant une fonction dépendant du coefficient de transfert initial de la matière .

Ces équation n'ont pas de solutions analytiques, et vu leurs importance dans la description et le contrôle du processus de séchage, des solution approchées ont été introduite, majoritairement basé sur l'ajustement de données expérimentales sur des fonctions théoriques.

Ces dernières décrivent seulement la perte de masse durant le séchage en fonction du temps, ignorant ainsi la nature de l'aliment et son volume (résumé dans le chapitre 1 de [8]).

Conclusion

Les modèles proposés pour approcher les cinétiques de séchage des aliments sont tous basé sur un ajustement des vitesses de séchage en fonction du temps à travers des séries de données expérimentales. Malgré que les statistiques des séries chronologiques offrent un arsenal très robuste d'analyse de telles données on y trouve presque aucun modèle utilisant cet arsenal, c'est ainsi que ce travail s'inscrit, avec les travaux réalisés dans [2, 8], dans la modélisation des cinétiques de séchage par modèles de séries chronologiques.

Le chapitre suivant exposera l'essentiel de cet arsenal ainsi que quelques commandes R utilisées pour implémenter ces modèles.

Chapitre 2

Séries temporelles avec \mathbb{R}

Introduction

Une série temporelle est Une collecte de données $\{X_t\}$ enregistrées sur une période de temps, analysées pour comprendre le passé, afin de prévoir l'avenir (prévision), aidant les gestionnaires et les décideurs politiques à prendre des décisions bien informées et judicieuses.

2.1 Qu'est-ce qu'une série temporelle ?

Une série temporelle est une suite réelle fini $(x(t))_{0 \leq t \leq n}$ ou t représente le temps et peut être en minute, heure, jour..., et le nombre n est appelé la longueur de la série. Il est la plupart du temps bien utile de représenter la série temporelle sur un graphe construit de la manière suivante : en abscisse le temps, en ordonnée la valeur de l'observation à chaque instant. Les points ainsi obtenus sont reliés par des segments de droite et le graphe apparaît donc comme une ligne brisée[8].

2.2 Composantes d'une série temporelle

En général, une série chronologique comporte 4 composantes décrivant son évolution dans le temps et la mise en œuvre de ces composantes permettra de mettre un modèle mathématique pour prévoir des valeurs futures de X_t , Ces composantes sont[8] :

- **La tendance** : Elle décrit l'évolution à court terme de la série x_t : l'évolution peut être à la hausse ou bien à la baisse et traduit le comportement moyen de la série, elle est notée T_t .
- **La saisonnalité** : Elle décrit une partie de la série qui est répétée sur des périodes de temps homogènes. Graphiquement cette composante est identifiée par des pics qui se répètent dans des intervalles de temps réguliers dit période P , elle est notée S_t .
- **La Composante résiduelle (variations irrégulières)** : est la partie non structurée du phénomène elle est notée ε_t .
- **La composante cyclique** : Elle décrit l'évolution de la série à long terme. Cette composante se manifeste dans le cas d'un historique de données très important de x_t , elle est notée C_t .

Décomposition d'une série temporelle : il y a trois types[10] :

- ✓ Le modèle de décomposition additive :

$$X_t = T_t + S_t + \varepsilon_t + C_t$$

- X_t = Données originales au moment t
 - T_t = Valeur tendancielle au temps t
 - S_t = Fluctuation saisonnière au temps t
 - ε_t = Variation irrégulière au temps t
 - C_t = Fluctuation cyclique au temps t
- ✓ Le modèle de décomposition multiplicative :

$$X_t = T_t \times S_t \times \varepsilon_t \times C_t$$

- ✓ Le modèle de décomposition mixte : Par exemple, si T_t et C_t sont corrélés entre eux, mais ils sont indépendants de S_t et ε_t , le modèle sera $X_t = T_t \times C_t + S_t + \varepsilon_t$.

Décomposition d'une série temporelle dans R : En R, la fonction `decompose()` estime la tendance, la saisonnalité et les variations irrégulières en utilisant la méthode des moyennes mobiles (Moving Averages). Dans ce cas, la série est décomposée en 3 composantes : la composante tendance-cycle, la composante saisonnière et la composante irrégulière. [10]

- ✓ Le modèle de décomposition additive :

$$X_t = T_t + S_t + \varepsilon_t$$

- ✓ Le modèle de décomposition multiplicative :

$$X_t = T_t \times S_t \times \varepsilon_t$$

où T_t est la composante tendance-cycle (contenant à la fois les composantes tendance et cycle).

2.3 La fonction d'auto-covariance et d'auto-corrélation

2.3.1 La fonction moyenne et la fonction d'auto-covariance

Définition 2.3.1. La fonction moyenne mobile d'une série temporelle $\{x_t\}$ est définie par $\mu_t = E(X_t)$, alors que la fonction de la variance est définie par $Var(X_t) = E[(X_t - \mu_t)^2]$ [10].

La fonction μ_t spécifie les propriétés du premier ordre de la série temporelle.

Définition 2.3.2. La fonction d'auto-covariance d'une série temporelle $\{x_t\}$ est définie comme étant $\gamma(s, t) = Cov(X_s, X_t) = E(X_s - \mu_s)(X_t - \mu_t)$, pour deux points quelconques de temps t et s .

La fonction $\gamma(s, t)$ spécifie les propriétés de second ordre de la série temporelle.

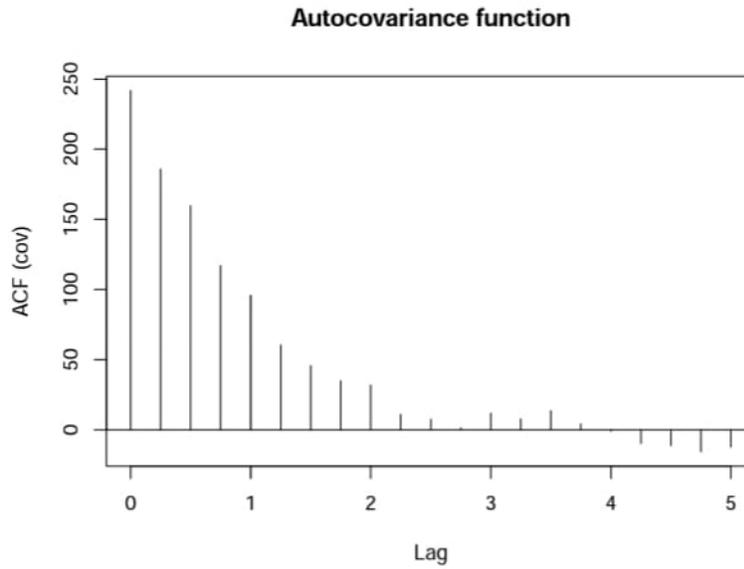


FIGURE 2.1 – Auto-covariance function

2.3.2 La fonction d’auto-corrélation

La fonction d’auto-corrélation de la série X_t est donnée par :

$$\rho(h) = \frac{\gamma(h)}{\gamma(0)} \quad , h \in Z$$

Le graphe de cette fonction est appelé corrélogramme simple Avec : $\rho(0) = 1$ et $|\rho(h)| < 1$ [8]

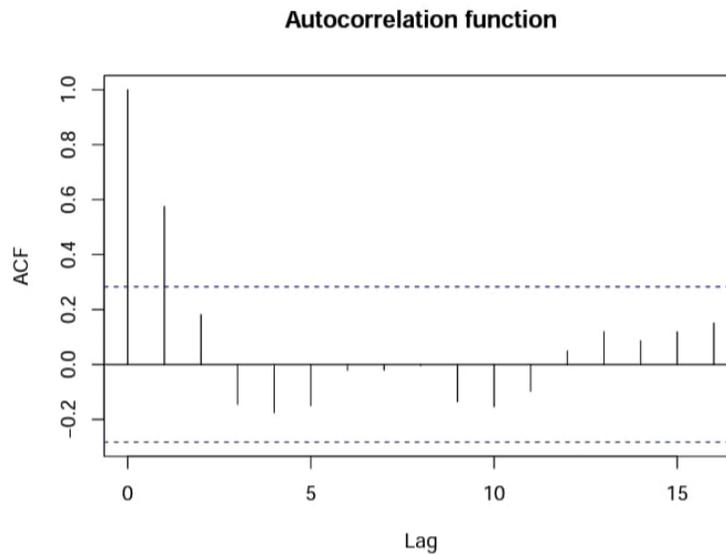


FIGURE 2.2 – Auto-corrélation function

- **La fonction d'auto-corrélation partielle** : Pour la série X_t , on définit la fonction d'autocorrélation partielle, pour tout $t \in Z$, par [8] :

$$r(h) = \text{corr}(x_t, x_{t-h} \setminus x_{t-1}, \dots, x_{t-h+1})$$

Définition 2.3.3. Le corrélogramme partiel[8]

Le graphe de la suite $r(h)$, constitue le corrélogramme partiel. L'intérêt pratique des fonctions d'autocorrélations partielles se retrouve dans l'étude des processus stationnaires tels que les processus autorégressifs (notée AR), les processus de moyenne mobile (notée MA) et les processus mixtes autorégressifs et moyenne mobile(notée ARMA).

Remarque 2.3.1. [10]

- Si $h = t - s$, le paramètre $\gamma X(h)$ est appelé le h^{eme} ordre ou lag h autocovariance de $\{X_t\}$. Ainsi, $\gamma X(0) = Var(X_t)$.
- La différence entre deux moments dans le temps est appelée le décalage (lag).
- $\forall h, \gamma X(h) = Cov(X_t, X_{t+h}) = Cov(X_t, X_{t-h}) = \gamma X(-h)$
- $\forall h$, l'auto-corrélation $\rho X(h) = \rho X(-h)$

2.4 La Stationnarité de la série temporelle

Une série temporelle y_t , ou processus stochastique, est dite strictement stationnaire si la distribution conjointe de $(y_{t_1}, \dots, y_{t_k})$ est identique à celle de $(y_{t_1+t}, \dots, y_{t_k+t})$, quels que soient k le nombre d'instants considérés, (t_1, \dots, t_k) les instants choisis et t , le décalage ; c'est-à-dire que, quels que soient le nombre de dates et les dates choisis, quand on décale ces dates d'une même quantité, la distribution ne change pas. En somme, la stationnarité stricte dit que la distribution conjointe de tout sous-vecteur de y_t , quels que soient sa longueur et les instants choisis, est invariante quand on translate ces instants d'une même quantité. Cette condition est difficile à vérifier et on utilise une version plus faible de stationnarité, la stationnarité faible ou du second ordre, souvent suffisante :

Théorème 2.4.1. [9]

$\{y_t\}$ est dite faiblement stationnaire si :

- $\mathbf{E}(y_t) = \mu$, constante indépendante de t ;
- $\mathbf{cov}(y_t, y_{t-l})$ ne dépend que de l entier et dans ce cas elle est notée :

$$\gamma_l = \mathbf{cov}(y_t, y_{t-l}).$$

Ainsi, une série temporelle $\{y_t\}$ est faiblement stationnaire si sa moyenne ne dépend pas de t et si la covariance entre y_t et y_{t-l} ne dépend que de l et non de t .

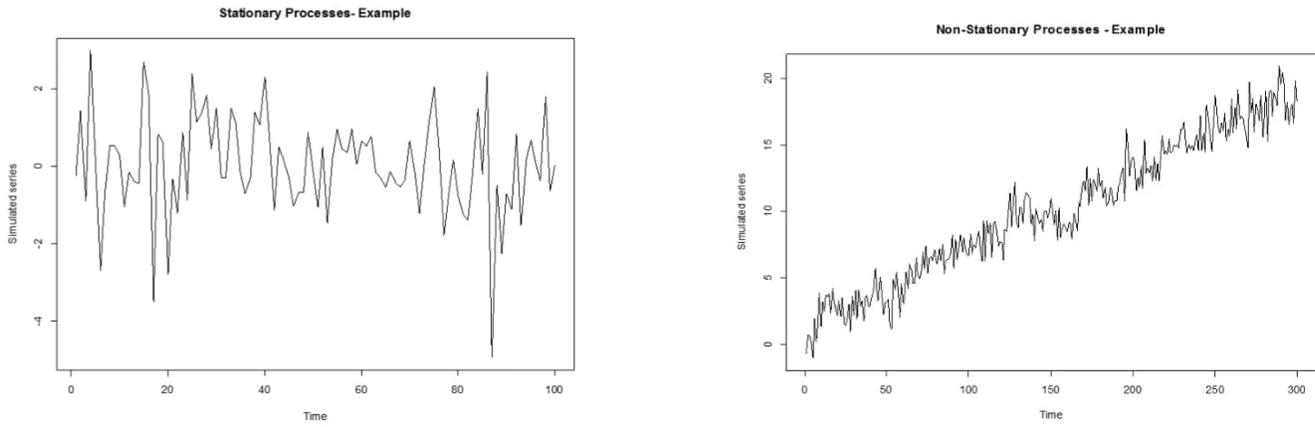


FIGURE 2.3 – Série stationnaire et série non stationnaire

2.4.1 Pourquoi une série temporelle doit-elle être stationnaire ?

- ✓ La stationnarité est un phénomène unique, de sorte qu'il n'y a qu'une seule façon pour que les données des séries chronologiques soient stationnaires, mais de nombreuses façons pour qu'elles le soient moins. La stationnarité est donc nécessaire pour modéliser la structure de dépendance de manière unique.
- ✓ Il est préférable que les estimateurs de paramètres tels que la moyenne et la variance, s'ils existent, ne soient pas modifiés dans le temps.
- ✓ Dans la plupart des cas, les données stationnaires peuvent être approximées avec le modèle ARMA stationnaire.
- ✓ Les processus stationnaires évitent le problème de la régression fallacieuse.

2.4.2 Bruit blanc

Définition 2.4.1. *On dit que la suite de variables aléatoires $\{\varepsilon_t\}$ constitue un bruit blanc faible si elle possède les propriétés suivantes[8] :*

$$\begin{cases} E(\varepsilon_t) = 0, \forall t \in Z, \\ E(\varepsilon_t^2) = \sigma^2 \neq 0, \\ cov(\varepsilon_s, \varepsilon_t) = 0 \text{ si } t \neq s \end{cases}$$

Définition 2.4.2. [8]

On dit que $\{\varepsilon_t\}$ est un bruit blanc fort s'il est un bruit blanc faible et que les variables aléatoires ε_t sont i.i.d (indépendantes et identiquement distribuées).

Remarque 2.4.1. [10]

- si $\varepsilon_t \sim N(0, \sigma_t^2)$, $\{\varepsilon_t\}$ est un bruit blanc gaussien.

2.4.3 ACF et PACF d'un bruit blanc

les ACF et PACF d'un bruit blanc ressemble au graphes des figures suivantes[10] :

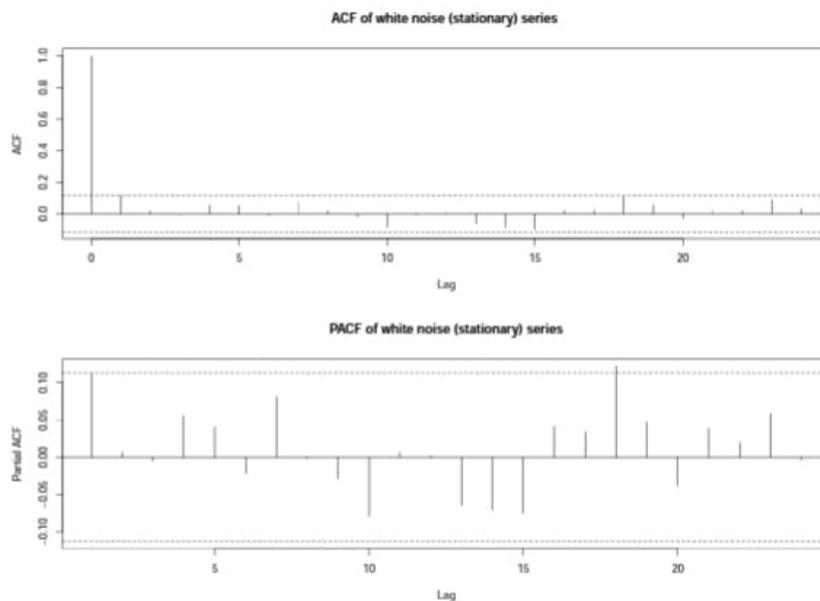


FIGURE 2.4 – ACF et PACF d'un bruit blanc

2.5 Opérateur retard

La manipulation pratique ou théorique des séries temporelles se trouve considérablement simplifiée par l'usage de l'opérateur retard (Lag operator) [9].

Opérateur retard. On note indifféremment B (backwards) ou L (lag), l'opérateur qui fait passer de x_t à x_{t-1} :

$$Bx_t = x_{t-1}$$

On a :

$$B^2x_t = B(Bx_t) = Bx_{t-1} = x_{t-2}$$

Opérateur avance. On note indifféremment F (Forwards) ou L (lead), l'opérateur qui fait passer de x_t à x_{t+1} :

$$Fx_t = x_{t+1}$$

On a :

$$F^2x_t = F(Fx_t) = Fx_{t+1} = x_{t+2}$$

Opérateur différence. La différence première est :

$$\Delta x_t = (1 - B)x_t = x_t - x_{t-1},$$

c'est la série des accroissements, alors que la différence seconde Δ^2 donne la série des accroissements des accroissements. On a :

$$\Delta^2 x_t = \Delta(\Delta x_t) = (1 - B)^2 x_t = (1 - 2B + B^2)x_t = x_t - 2x_{t-1} + x_{t-2}$$

Les opérateurs retard, principal et différence dans R [10]

- Pour obtenir $(1 - B^h)X_t = X_t - X_{t-h}$, $\forall h \in Z$, $1 \leq h < t$, avec R :
> `diff(X, lag=h)`
- l'inverse de `diff()` est `cumsum()`
- Pour obtenir $\Delta^d X_t = (1 - B)^d X_t$, $\forall d \in Z$, $1 \leq d < t$, avec R :
> `diff(X, differences = d)`
- Pour obtenir $(1 - B^h)^d X_t$, $\forall h, d \in Z$, $1 \leq h \times d < t$, avec R :
> `diff(X, lag=h, differences = d)`
- > `diff(diff(X))` produit le même résultat que > `diff(X, differences = 2)`

2.6 La non stationnarité de la série temporelle

Un processus est non stationnaire s'il présente au moins une d'une composantes tendancielle ou saisonnière. L'analyse des processus stationnaires est plus facile à établir et donne de meilleurs résultats par rapport aux processus non stationnaires, c'est pour cela que tout processus non stationnaire se doit d'être stationnarité [8].

On constate en pratique deux types de processus non stationnaires (processus **DS**, processus **TS**).

1. Processus TS (Trend Stationary)

Un processus TS (Trend Stationary) selon la terminologie proposée par Nelson et Plosser (1982) est défini comme suit :

Définition 2.6.1. $(x_t; t \in Z)$ est un processus TS s'il peut s'écrire sous la forme :

$$x_t = f(t) + \varepsilon_t$$

Où $f(t)$ est une fonction du temps et ε_t est un processus stochastique stationnaire (un bruit blanc).

Pour stationnariser un processus de type TS on estime $f(t)$ par les moindres carrés ordinaires, puis on retranche les valeur estimées de la série initiale. Avec un processus TS l'effet produit par un choc est transitoire, la chronique retrouve son mouvement de long terme.

2. Processus DS (Differency Stationary)

Définition 2.6.2. Un processus non stationnaire $(x_t; t \in Z)$ est un processus DS (Differency Stationary) d'ordre d , où d désigne l'ordre d'intégration, si le processus filtré défini par $(1 - D)^d x_t$ est stationnaire. On dit aussi que $(x_t; t \in Z)$ est un processus intégré d'ordre d noté $I(D)$, D est dit opérateur de retard.

Ainsi, on peut définir une classe de processus stochastique qui ne satisfont pas les conditions de la stationnarité, mais dont la différence à l'ordre d satisfait les propriétés de la stationnarité.

2.7 Processus de racine unitaire

Définition 2.7.1. Le processus $x_t = x_{t-1} + \varepsilon_t$, où ε_t est un bruit blanc $BB(0, \sigma^2)$ pour tous $t \geq 1$ (i.e. un processus $AR(1)$ avec $\phi = 1$) est appelé un processus de marche aléatoire (racine unitaire)[10].

En d'autres termes, la valeur de X à la période t est égale à sa valeur en $t - 1$, plus une étape aléatoire dû au choc du bruit blanc ε_t .

Le processus $x_t = x_{t-1} + \varepsilon_t$ n'est pas stationnaire comme on le voit ci-dessous :
Considérons $x_0 = a$, où a est un constant :

$$\Rightarrow \begin{cases} x_1 = x_0 + \varepsilon_1 = a + \varepsilon_1 \\ x_2 = x_1 + \varepsilon_2 = a + \varepsilon_1 + \varepsilon_2 \\ x_3 = x_2 + \varepsilon_3 = a + \varepsilon_1 + \varepsilon_2 + \varepsilon_3 \\ \vdots = \vdots \\ x_t = x_{t-1} + \varepsilon_t = a + \sum_{i=1}^t \varepsilon_i \end{cases}$$

La fonction d'auto-covariance d'un processus de racine unitaire :

$$\gamma x(h) = Cov(x_t, x_{t+h}) = Cov(a + \sum_{i=1}^t \varepsilon_i, \sum_{j=1}^{t+h} \varepsilon_j) = t\sigma^2$$

La fonction d'auto-corrélation d'un processus de racine unitaire :

$$\rho x(h) = \frac{Cov(x_t, x_{t+h})}{\sqrt{Var(x_t)Var(x_{t+h})}} = \frac{t\sigma^2}{\sqrt{t\sigma^2(t+h)\sigma^2}} = \frac{1}{\sqrt{1+h/t}}$$

2.7.1 Tests de racine unitaire

Les tests de racine unitaire "Unit Root Test" permettent de détecter l'existence d'une non stationnarité mais aussi de déterminer de quelle non-stationnarité il s'agit (processus TS ou DS) et donc la bonne méthode pour stationnariser une série[8] :

— Test de Dikey-Fuller Augmenté ADF

Le test de Dickey-Fuller augmenté (ADF) est un test de racine unitaire, qui permet de vérifier si une série est stationnaire ou non.

Les hypothèses de Dikey-Fuller Augmenté se définissent de la façon suivante ; Un processus non stationnaire correspondra à l'une des formes de non stationnarité suivantes :

$$\begin{cases} \Delta x_t = \phi x_{t-1} + \sum_{i=1}^p \alpha_i \Delta x_{t-i} + \epsilon_t & \phi = \rho - 1 & \text{Modèle[1]} \\ \Delta x_t = \alpha + \phi x_{t-1} + \sum_{i=1}^p \alpha_i \Delta x_{t-i} + \epsilon_t & & \text{Modèle[2]} \\ \Delta x_t = \alpha + \beta t + \phi x_{t-1} + \sum_{i=1}^p \alpha_i \Delta x_{t-i} + \epsilon_t & & \text{Modèle[3]} \end{cases}$$

Les hypothèses à tester sont :

$$\begin{cases} H0 : \text{La série n'est pas stationnaire (existence la racine unitaire)} \\ H1 : \text{La série stationnaire (absence de racine unitaire)} \end{cases}$$

Si la probabilité est supérieur aux valeurs tabulées $t_{5\%}$ on rejette H1 et on accepte H0. On estime en premier le "Modèle 3".

On commence par tester la significativité de la tendance

Modèle 3

$$\begin{cases} H0 : \text{La tendance est significative} \\ H1 : \text{L'absence de la racine unitaire} \end{cases} \Rightarrow \text{La série est de type TS}$$

$$\begin{cases} H0 : \text{La tendance est significative} \\ H1 : \text{L'existence de la racine unitaire} \end{cases} \Rightarrow \text{La série est de type DS}$$

Si la tendance n'est pas significative alors on teste la significativité de la constante donc on estime le " Modèle 2".

Modèle 2

$$\begin{cases} H0 : \text{La constante est significative} \\ H1 : \text{L'existence de la racine unitaire} \end{cases} \Rightarrow \text{La série est de type DS avec dérivé}$$

Si la constante n'est pas significative alors on passe au " Modèle 1".

Modèle 1

$$\begin{cases} H0 : \text{Ni tendance ni constante} \\ H1 : \text{L'existence de la racine unitaire} \end{cases} \Rightarrow \text{La série est de type DS sans dérivé}$$

Dans R, les tests de Dikey-Fuller Augmenté ADF sont implémentés dans les fonctions[10] :

1. La fonction `adf.test()` dans package `tseries`.
2. La fonction `nsdiffs()` dans package `forecast`.
3. La fonction `ur.df()` dans package `urca`.
4. `adfTest()` et `urdfTest()` dans package `fUnitRoots`.

2.7.2 Transformer une série non stationnaire en une série stationnaire

- On peut éliminer la non-stationnarité dans un processus de racine unitaire en prenant la première différence de x_t ainsi, $y_t = \Delta x_t = x_t - x_{t-1} = \varepsilon_t$ est un processus stationnaire de BB[10].
- Pour atteindre la stationnarité en présence de racine unitaire d , on doit appliquer les différences d à x_t ; $y_t = \Delta^d x_t = (1 - B)^d x_t$.

Remarque 2.7.1. Une racine unitaire fournit souvent un bon ajustement aux données avec des tendances stochastiques, comme les variations du prix des actions, bien que des ajustements encore meilleurs soient généralement obtenus à partir d'un modèle plus général des formulations, tels que les modèles *ARIMA*.

2.8 Modélisation des séries stationnaires : modèles ARMA

Pour une série chronologique stationnaire sans tendances ni effets saisonniers, c'est-à-dire, si nécessaire, les tendances, les effets saisonniers ou cycliques ont déjà été retiré de la série, nous pourrions construire un modèle linéaire pour une série temporelle avec autocorrélation. Les cas particuliers les plus importants des processus linéaires sont :

- ✓ Modèle Auto-régressif (*AR*).
- ✓ Modèle Moyenne mobile (*MA*).
- ✓ Modèle Auto-régressif Moyenne mobile (*ARMA*).
- ✓ Modèle Auto-régressifs Moyenne mobile Intégré (*ARIMA*).

Ces modèles peuvent être utilisés pour prévoir l'évolution (prévisionnelle) future d'une série chronologique [10].

2.8.1 Processus Auto-régressif AR(p)

Un processus autorégressif d'ordre p retrace la façon dont est générée l'observation présente x_t à partir de ses observations passées $x_{t-1}, x_{t-2}, \dots, x_{t-p}$. Il est dit autorégressif d'ordre p , et on le note $AR(p)$, et on a [8] :

$$x_t - \sum_{i=1}^p \phi_i x_{t-i} = \varepsilon_t \quad \forall t \in Z$$

Avec les ϕ_i sont des réels pour $i=1,2,\dots,p$, où $\phi_p \neq 0$ et $\{\varepsilon_t\}_{t \in Z}$ est un bruit blanc de variance σ^2 . Cette relation équivaut à

$$(1 - \phi_1 B - \phi_2 B^2 - \dots - \phi_p B^p)x_t = \varepsilon_t \Leftrightarrow \Phi(B)x_t = \varepsilon_t$$

B est dit opérateur de décalage.

Le modèle $AR(p), \forall p \geq 1$, est un modèle stationnaire si et seulement si |la racine| de :

$$1 - \phi_1 B - \phi_2 B^2 - \dots - \phi_p B^p = 0 > 1$$

2.8.2 Processus Moyenne mobile MA(q)

On appelle processus moyenne mobile d'ordre q noté $MA(q)$ pour Moving Average un processus $\{x_t\}_{t \in Z}$ défini par [8] :

$$x_t = \varepsilon_t + \sum_{j=1}^q \theta_j \varepsilon_{t-j} \quad \forall t \in Z$$

Avec les θ_j sont des réels pour $j=1,2,\dots,q$, où $\theta_q \neq 0$ et $\{\varepsilon_t\}_{t \in Z}$ est un bruit blanc de variance σ^2 . Cette relation équivaut à

$$x_t = (1 + \theta_1 B + \theta_2 B^2 + \dots + \theta_q B^q)\varepsilon_t \Leftrightarrow \Theta(B)\varepsilon_t$$

Le modèle $MA(q), \forall q \geq 1$, est toujours stationnaire.

Si |la racine| de : $1 + \theta_1 B + \theta_2 B^2 + \dots + \theta_q B^q = 0 > 1$, On dit que le modèle $MA(q)$ est inversible.

La fonction d'auto-corrélation d'un processus $MA(q)$ [8]

La fonction d'auto-corrélation d'un processus $MA(q)$ est de la forme générale :

$$\rho(h) = \begin{cases} 1 & \text{si } h = 0 \\ \frac{(-\theta_1 + \theta_1\theta_{h+1} + \dots + \theta_{q-h}\theta_q)}{1 + \theta_1^2 + \dots + \theta_q^2} & \text{si } 1 \leq h \leq q \\ 0 & \text{si } h > q \end{cases}$$

La fonction d'auto-corrélation partielle d'un processus $MA(q)$ [8]

Contrairement aux processus $AR(p)$, on montre que la fonction d'auto-corrélation partielle d'un processus $MA(q)$ n'est pas tronquée au-delà de l'ordre q .

En faisant varier t de 1 à q et en remplaçant $\rho(h)$ par $\hat{\rho}(h)$, on obtient un système non linéaire de q inconnues à équation suivant :

$$\begin{cases} \hat{\rho}(1) = \frac{(-\theta_1 + \theta_1\theta_2 + \dots + \theta_{q-1}\theta_q)}{1 + \theta_1^2 + \dots + \theta_q^2} \\ \hat{\rho}(2) = \frac{(-\theta_2 + \theta_2\theta_1 + \dots + \theta_{q-2}\theta_q)}{1 + \theta_1^2 + \dots + \theta_q^2} \\ \vdots \\ \hat{\rho}(q) = \frac{-\theta_q}{1 + \theta_1^2 + \dots + \theta_q^2} \end{cases}$$

L'estimation préliminaire des paramètres $\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_q$ d'un processus $MA(q)$ s'obtient en résolvant ce système.

2.8.3 Processus $ARMA(p,q)$ (Auto Regressive Moving Average)

Les processus $ARMA$ généralisent simultanément les modèles AR purs et les modèles MA purs. Ces derniers présentent l'avantage d'être plus souples d'utilisation et fournissent généralement de bonnes approximations des séries réelles avec moins de paramètres que les modèles AR ou MA purs. Un processus auto-régressif d'ordre p et moyenne mobile d'ordre q pour une variable x , $ARMA(p, q)$, s'écrit comme suit [8] :

$$x_t - \sum_{i=1}^p \phi_i x_{t-i} = \varepsilon_t + \sum_{j=1}^q \theta_j \varepsilon_{t-j} \quad \forall t \in \mathbb{Z}$$

Avec les ϕ_i et θ_j sont des paramètres du modèle $ARMA$ pour $i = 1, 2, \dots, p$ et $j = 1, 2, \dots, q$, où $\phi_p \neq 0$, $\theta_q \neq 0$, $\theta_0 = 1$ et $\{\varepsilon_t\}_{t \in \mathbb{Z}}$ est un bruit blanc de variance σ^2 .

On peut aussi écrire le modèle $ARMA(p, q)$ sous la forme :

$$\begin{array}{ccc} \Phi(B)x_t & = & \Theta(B)\varepsilon_t \\ \text{Auto Regressive} & & \text{Moving Average} \end{array}$$

exemple 2.8.1. [10]

- $AR(1) \equiv ARMA(1, 0)$, s'écrit comme suit :

$$x_t = \phi x_{t-1} + \varepsilon_t \text{ ou } (1 - \phi B)x_t = \varepsilon_t$$

- $AR(2) \equiv ARMA(2, 0)$, s'écrit comme suit :

$$x_t = \phi_1 x_{t-1} + \phi_2 x_{t-2} + \varepsilon_t \text{ ou } (1 - \phi_1 B - \phi_2 B^2)x_t = \varepsilon_t$$

- $MA(1) \equiv ARMA(0, 1)$, s'écrit comme suit :

$$x_t = \varepsilon_t + \theta \varepsilon_{t-1} \text{ ou } x_t = (1 + \theta B)\varepsilon_t$$

- $MA(2) \equiv ARMA(0, 2)$, s'écrit comme suit :

$$x_t = \varepsilon_t + \theta_1 \varepsilon_{t-1} + \theta_2 \varepsilon_{t-2} \text{ ou } x_t = (1 + \theta_1 B + \theta_2 B^2)\varepsilon_t$$

exemple 2.8.2. [10]

- $ARMA(1, 1)$, s'écrit comme suit :

$$x_t = \phi x_{t-1} + \varepsilon_t + \theta \varepsilon_{t-1} \text{ ou } (1 - \phi B)x_t = (1 + \theta B)\varepsilon_t$$

- $ARMA(2, 1)$, s'écrit comme suit :

$$x_t = \phi_1 x_{t-1} + \phi_2 x_{t-2} + \varepsilon_t + \theta \varepsilon_{t-1} \text{ ou } (1 - \phi_1 B - \phi_2 B^2)x_t = (1 + \theta B)\varepsilon_t$$

- $ARMA(1, 2)$, s'écrit comme suit :

$$x_t = \phi x_{t-1} + \varepsilon_t + \theta_1 \varepsilon_{t-1} + \theta_2 \varepsilon_{t-2} \text{ ou } (1 - \phi B)x_t = (1 + \theta_1 B + \theta_2 B^2)\varepsilon_t$$

- $ARMA(2, 2)$, s'écrit comme suit :

$$x_t = \phi_1 x_{t-1} + \phi_2 x_{t-2} + \varepsilon_t + \theta_1 \varepsilon_{t-1} + \theta_2 \varepsilon_{t-2} \text{ ou } \Phi_2(B)x_t = \Theta_2(B)\varepsilon_t$$

$$\text{où } \Phi_2(B) = 1 - \phi_1 B - \phi_2 B^2 \text{ et } \Theta_2(B) = 1 + \theta_1 B + \theta_2 B^2$$

2.9 Processus non stationnaire ARIMA

2.9.1 Les modèles Autoregressifs moyenne mobile intégré ARIMA(p,d,q)

Lorsque l'on a une série (x_t) à non stationnarité tendancielle, il convient de la modéliser à un modèle $ARIMA(p, d, q)$ où d désigne l'ordre de différenciation (ou d'intégration)[8].

Définition 2.9.1. (x_t) est un modèle autoregressif moyenne mobile intégré stationnaire d'ordre p, d, q , noté $ARIMA(p, d, q)$, s'il admet la représentation :

$$\Phi(B)\Delta^d x_t = \Theta(B)\varepsilon_t$$

$$\text{où : } \begin{cases} \Delta^d x_t = (1 - B)^d x_t \\ \Phi(B) = (1 - \phi_1 B - \phi_2 B^2 - \dots - \phi_p B^p) & \phi_p \neq 0 \\ \Theta(B) = (1 + \theta_1 B + \theta_2 B^2 + \dots + \theta_q B^q) & \theta_q \neq 0 \end{cases}$$

Δ^d est appelé l'opérateur de différenciation à l'ordre d (le but de cet opérateur est donc d'éliminer la tendance).

La série (x_t) est une série non stationnaire alors que la série $\Delta^d x_t = y_t$ est une série stationnaire. Estimer les paramètres du processus $ARIMA(p, d, q)$ pour la série (x_t) non stationnaire revient à estimer les coefficients du processus $ARMA(p, q)$ pour la série y_t stationnaire.

Remarque 2.9.1. [10]

- $AR(p) \equiv ARIMA(p, 0, 0)$,
- $MA(q) \equiv ARIMA(0, 0, q)$,
- $ARI(p, d) \equiv ARIMA(p, d, 0)$,
- $IMA(d, q) \equiv ARIMA(0, d, q)$,
- $ARMA(p, q) \equiv ARIMA(p, 0, q)$,
- $BB \equiv ARIMA(0, 0, 0)$,
- $I(d) \equiv ARIMA(0, d, 0)$.

exemple 2.9.1. [10]

- $ARI(1, 1) \equiv ARIMA(1, 1, 0)$, s'écrit comme suit :

$$x_t = \phi x_{t-1} + x_{t-1} - \phi x_{t-2} + \varepsilon_t \equiv (1 - \phi B)(1 - B)x_t = \varepsilon_t$$

- $ARIMA(1, 1, 1)$, s'écrit comme suit :

$$(1 - \phi B)(1 - B)x_t = (1 + \theta B)\varepsilon_t$$

- $ARIMA(2, 1, 1)$, s'écrit comme suit :

$$(1 - \phi_1 B - \phi_2 B^2)(1 - B)x_t = (1 + \theta B)\varepsilon_t$$

- $ARIMA(1, 2, 2)$, s'écrit comme suit :

$$(1 - \phi B)(1 - B)^2 x_t = (1 + \theta_1 B + \theta_2 B^2)\varepsilon_t$$

2.10 La méthode de Box et Jenkins

2.10.1 La méthodologie de Box et Jenkins

George Box et Gwilym Jenkins ont développé en 1976 une véritable méthodologie de recherche et d'étude systématique en fonction de l'étude des corrélogrammes. C'est une approche itérative qui consiste à identifier un modèle susceptible de représenter le phénomène étudié, elle se réfère à deux types de modèles auto-régressifs et moyenne mobile ou à une combinaison des deux. Cependant la modélisation de la chronique nécessite au préalable une stationnarisation. Le diagramme qui suit illustre la démarche générale de Box et Jenkins.

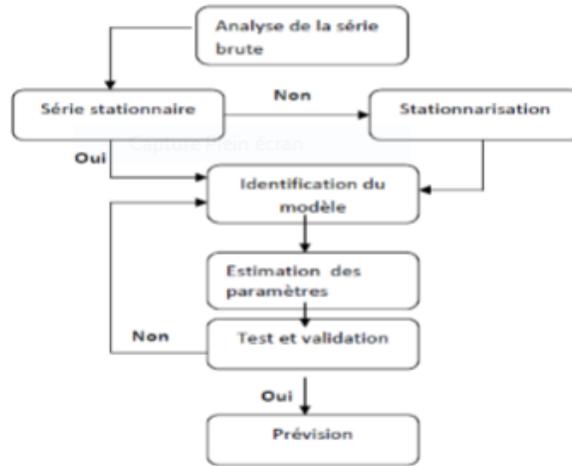


FIGURE 2.5 – La méthode de Box et Jenkins

2.10.2 Les étapes de Box et Jenkins

1. Identification :

L'identification du modèle se fait après avoir vérifié que la série est stationnaire. Une fois cette condition assurée, on s'en remet aux corrélogrammes d'auto-corrélation. Pour déterminer la valeur p de processus AR , et pour la valeur q de processus MA on utilise le corrélogramme d'auto-corrélations partielles.

2. Estimation du paramètre d'intégration :

Lorsqu'un processus possède une non stationnarité de type DS , on parle alors d'un modèle intégré. Dans ce cas, il convient de déterminer l'ordre d'intégration d qui est le nombre de différenciations pour que la série initiale sera stationnaire.

La méthode différenciation :

L'estimation des modèles $ARIMA$ par la méthodologie de Box et Jenkins suppose que l'on travaille sur une série stationnaire. Ceci signifie que la moyenne de la série est constante dans le temps, ainsi que sa variance. La meilleure méthode pour éliminer toute tendance est de différencier, c'est-à-dire de remplacer la série originale par la série des différences adjacentes. Une série temporelle qui a besoin d'être différenciée pour atteindre la stationnarité est considérée comme une version intégrée d'une série stationnaire (d'où le terme Integrated). La correction d'une non-stationnarité en termes de variance peut être réalisée par des transformation de type logarithmique (si la variance croît avec le temps) ou à l'inverse exponentielle. Ces transformations doivent être réalisées avant la différenciation.

3. Estimation des paramètres :

L'estimation des paramètres d'un modèle lorsque p et q sont connus se réalise par la méthode de maximum de vraisemblance.

Définition 2.10.1. La fonction de vraisemblance associée à un échantillon X_1, X_2, \dots, X_T i.i.d. d'une loi dont la densité est $f(x, \theta)$, avec $\theta = \theta_1, \dots, \theta_k \in R^k$ est définie par :

$$L(\theta) = \prod_{i=1}^T f(x_i, \theta)$$

Parfois, il est possible de déduire cet estimateur en dérivant $L(\theta)$ par rapport à chacun des

paramètres $\theta = \theta_1, \dots, \theta_k$ et de résoudre le système à k équations :

$$\frac{\partial L(\theta)}{\partial \theta_j} = 0, \quad \text{où } j = 1, \dots, k$$

4. Validation de modèle :

Il s'agit de vérifier notamment que les résidus du modèle, ε_t est un bruit blanc. Afin de valider le modèle estimé, on doit retrouver un résultat analogue sur les résidus et le test de Box et Pierce permet d'identifier le processus bruit blanc :

Test de Student :

Ce test se fait pour chacun des paramètres du processus *ARMA* en divisant le paramètre par son écart type : on calcule alors la statistique de Student donnée par la formule :

$$\frac{\hat{B}_p}{\hat{\sigma}_{\hat{B}_p}}$$

si $|\frac{\hat{B}_p}{\hat{\sigma}_{\hat{B}_p}}| < \alpha = 0.05$ le paramètre est significatif au niveau de confiance 95%.

Test sur les Résidus :

Il s'agit de tester l'hypothèse :

$$H_0 : \rho(1) = \rho(2) = \dots = \rho(h)$$

Contre H_1 : il existe au moins ρ_1 significativement différent de 0 pour effectuer ces tests, on recourt à la statistique Q de Box-Pierce ou Q' de Ljung-Box qui sont données par :

$$\begin{cases} Q = n \sum_{j=1}^h \rho(\hat{j}^2) \\ Q' = n(n+2) \sum_{j=1}^h \frac{\hat{\rho}^2(h)}{n-h} \sim X^2(h) \end{cases}$$

La règle de décision est la suivant :

Si $Q(Q') > Q^*$ avec Q^* est la valeur donnée par la table du khi-deux pour un risque α fixé et un nombre h de degrés de liberté \implies rejette H_0 et on accepte H_1 .

Remarque 2.10.1. On peut valider plusieurs modèles pour une seule série, pour cela il est nécessaire de choisir le modèle optimale, on se basant sur une comparaison de leur qualité en utilisant certain critère :

Critère d'information (Akaike (AIC)/Schwartz(SC)) :

Dans un premier temps, on repère plusieurs modèles qui représente bien notre série. En suite on va choisir parmi ces modèles celui qui représente le mieux. Ce choix se fait à l'aide d'un certain nombre de critères les plus utilisée sont :

- Critère d'information d'Akaike : présenté en 1973 parmi les tests spécialement construits pour les processus *ARMA*, Akaike a démontré que le meilleur des modèles *ARMA* non filtré est celui qui minimise la statistique :

$$AIC_{(p,q)} = n \log(\hat{\sigma}_\varepsilon^2) + 2(p+q)$$

- Critère de Schwarz (1978) : le meilleur des modèles est celui qui minimise la statistique :

$$SC_{(p,q)} = n \log(\hat{\sigma}_\varepsilon^2) + (p+q) \log(n)$$

Test de normalité des résidus :

Plusieurs des modèles de séries chronologiques supposent que les résidus sont indépendants et distribués selon la loi Normale. Un des tests permettant de vérifier la normalité des résidus est celui de Jarque et Bera. Les hypothèses à confronter ont :

$$\begin{cases} H_0 \ \epsilon_t \sim N(0, 1) \\ H_1 \ \epsilon_t \not\sim N(0, 1) \end{cases}$$

La statistique de ce test est définie par :

$$JB = \frac{n}{6}\beta_1^2 + \frac{n}{24}(\beta_2 - 3)^2$$

et suit asymptotiquement une loi χ^2 à 2 degrés de liberté. Si $JB > \chi^2_{1-\alpha}(2)$ on rejette l'hypothèse H_0 de normalité des résidus.[8]

2.11 Quelques fonctions utilisées dans R

R-Fonction	Description
<code>attach()</code>	rend les noms des variables de colonne disponibles.
<code>ts()</code>	Produit un objet de série chronologique.
<code>ts.plot()</code>	Il produit un graphique temporel pour une ou plusieurs séries.
<code>summary()</code>	résume un objet R.
<code>adf.test()</code>	Calcule le test Dickey-Fuller augmenté pour le nul que x à une racine unitaire (tseries package).
<code>acf()</code>	retourne le corrélogramme (ou définit l'argument pour obtenir la fonction d'autocovariance).
<code>pacf()</code>	retourne la fonction d'autocorrélation partielle
<code>coef()</code>	extraits les coefficients d'un modèle ajusté.
<code>resid()</code>	extraits les résidus d'un modèle ajusté.
<code>diff()</code>	retourne convenablement des différences décalées et itérées.
<code>AIC()</code>	Critère d'information sur Akaike pour le modèle de sélection.
<code>BIC()</code>	Critère d'information bayésienne pour le modèle de sélection.
<code>arima()</code>	adapter un modèle ARIMA à une série chronologique univariée.
<code>auto.arima()</code>	retourne le meilleur modèle ARIMA selon la valeur AIC, AICc ou BIC (forecast package).

Chapitre 3

Application à la modélisation du processus de séchage d'aliments par micro-ondes

Introduction

Dans ce chapitre on réalisera une application des modèles de séries chronologiques présentés dans le chapitre précédent sur le processus de transfert de matière durant le séchage d'aliments par micro-ondes. Deux analyses seront examinées pour tester la possibilité d'un modèle *ARIMA* général qui décrira les cinétiques de séchage des aliments assistés par micro-ondes suivant :

- La variation des puissances attribuée lors du séchage de l'aliment,
- la variation de la nature des aliments.

Le modèle qui sera sélectionné repose donc sur des données expérimentales² obtenues lors du séchage de différents aliments suivant différentes puissances du micro-ondes. Elles consistent en l'observation de la variation instantanée de la masse de l'aliment tout au long de la période de séchage.

La démarche de modélisation commencera d'abord par l'élaboration du meilleur modèle *ARIMA* pour chaque série, puis observer s'il y a d'éventuelles relations entre les différents modèles suivant les points sus-cités.

La modélisation se fera en utilisant le logiciel R, un outil open source, très puissant dans les modélisations statistiques qui comporte plusieurs packages qui facilitent les analyses et les représentations graphiques.

3.1 Application à la série fève 1000W

Le programme R détaillé de cette application est présenté dans l'annexe B.

3.1.1 Graphe de la série

2. Les données ont été reçues auprès du labo LBBBS Université de Béjaïa

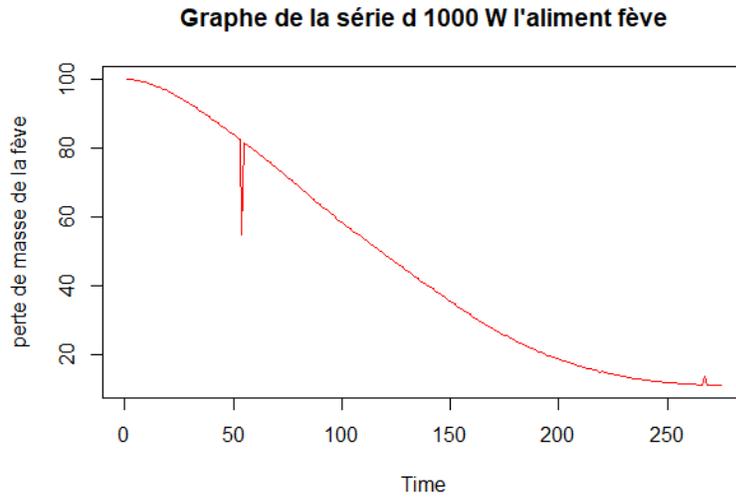


FIGURE 3.1 – Perte de masse de la fève durant son séchage sur micro-ondes

commentaire

On remarque que d’après le graphique, la série fève présente une tendance décroissante mais ne fait apparaître aucune saisonnalité. la décroissance est linéaire pendant les premiers instants de la série, puis augmente de vitesse lors des instants au milieu pour revenir à la stabilité durant les périodes de la fin du séchage.

L’examen des auto corrélations et auto corrélations partielles confirmera l’existence de la tendance et de la non saisonnalité.

3.1.2 Auto corrélogramme et auto corrélogrammes partiel

Auto corrélogramme

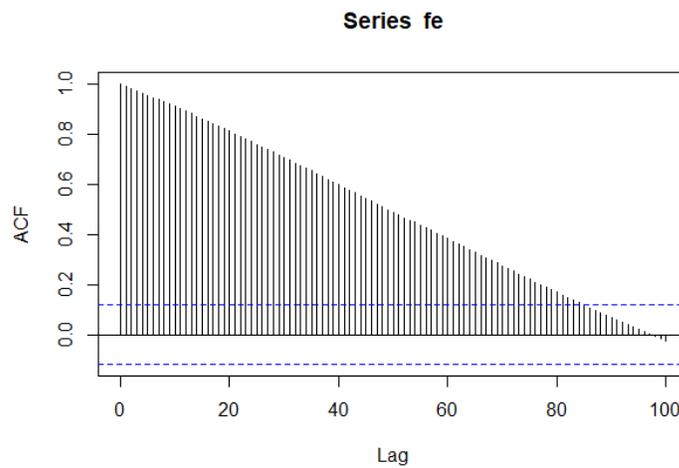


FIGURE 3.2 – Auto corrélations de la série fève 1000W

L'examen du corrélogramme nous montre une décroissance linéaire des auto corrélations, ce qui confirme l'existence d'une tendance.

Auto corrélogramme partielle

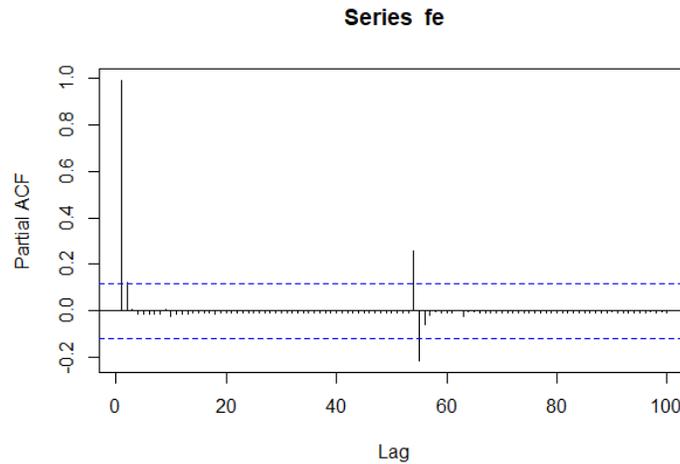


FIGURE 3.3 – Auto corrélations partielle de la série fève 1000W

L'examen de l'auto corrélogramme montre un processus moyenne mobile d'ordre 1 mais ne montre aucun signe de saisonnalité Afin de confrimer que la série n'est pas stationnaire on utilise le test ADF

Test ADF

les résultat de ce test sur R nous donne

```
Augmented Dickey-Fuller Test  
  
data: fe  
Dickey-Fuller = -1.0605, Lag order = 1, p-value = 0.9275  
alternative hypothesis: stationary
```

la p-value du test est supérieur à 5% donc on rejette l'hypothèse alternative ce qui confirme que la série est non stationnaire.

3.1.3 Stationnarisation de la série

le graphe de la la différence première de la série fève 1000w est le suivant :

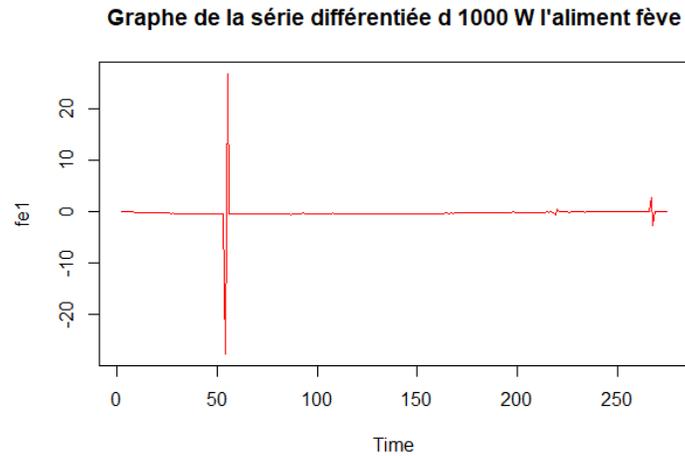


FIGURE 3.4 – Graphe de la séries différenciée

le test ADF de cette série donne les résultats suivants :

Augmented Dickey-Fuller Test

data: fe1

Dickey-Fuller = -9.386, Lag order = 6, p-value = 0.01

alternative hypothesis: stationary

la P-value du test est inférieur à 5% d'où la série différenciée est stationnaire. les auto corrélations et auto corrélations partielle de cette série se présentent comme suit :

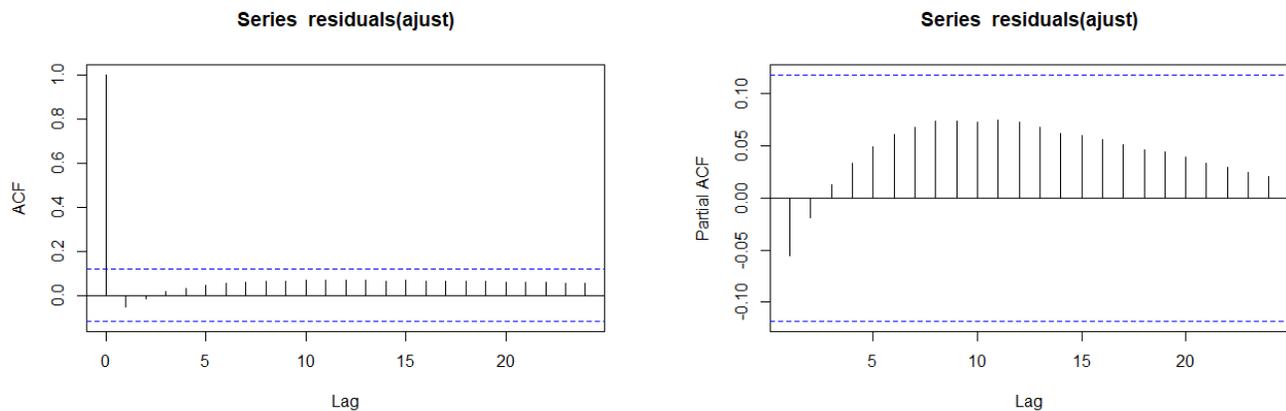


FIGURE 3.5 – ACF et Pacf des résidus

L'examen du corrélogramme et corrélogramme partiel montre que les résidus forment un bruit blanc donc le modèle validé pour la série fève 1000 W est le modèle $ARIMA(0, 1, 1)$

Remarque 3.1.1. *L'obtention de ce résultat peut se faire facilement sur R en utilisant la fonction $auto.arima(x)$, où x représente la série fève 1000 W*

Dans la suite on utilise la commande `auto.arima` pour obtenir le meilleur modèle pour chaque série. les résultats sont détaillés dans l'annexe A.

3.2 Résumé des modèles validés des autres séries

3.2.1 suivant les puissances

Lorsque on a :

ARIMA(AR,1,MA) :la série est un seul fois différenciée.

ARIMA(AR,2,MA) :la série est deux fois différenciée.

la puissance	l'aliment	modèle validé
1000W	Fève	$ARIMA(0, 1, 1)$ $x(t) = -0.6811\varepsilon_{t-1} - 0.3271 + \varepsilon_t$
	Petit pois	$ARIMA(1, 2, 2)$ $x(t) = 0.9862x_{t-1} - 1.8057\varepsilon_{t-1} + 0.8408\varepsilon_{t-2} + \varepsilon_t$
900W	Fève	$ARIMA(3, 2, 3)$ $x(t) = -0.0293x_{t-1} + 0.2943x_{t-2} + 0.0509x_{t-3} - 1.3063\varepsilon_{t-1}$ $+0.1502\varepsilon_{t-2} + 0.3093\varepsilon_{t-3} + \varepsilon_t$
	Petit pois	$ARIMA(0, 1, 5)$ $x(t) = -0.3084\varepsilon_{t-1} - 0.4549\varepsilon_{t-2} + 0.6706\varepsilon_{t-3} - 0.1462\varepsilon_{t-4} - 0.4778\varepsilon_{t-5}$ $-0.2697 + \varepsilon_t$
800W	Fève	$ARIMA(0, 2, 2)$ $x(t) = -1.4201\varepsilon_{t-1} + 0.5115\varepsilon_{t-2} + \varepsilon_t$
	Petit pois	$ARIMA(1, 2, 4)$ $x(t) = 0.8566x_{t-1} - 2.6770\varepsilon_{t-1} + 2.3780\varepsilon_{t-2} - 0.6870\varepsilon_{t-3}$ $-0.011\varepsilon_{t-4} + \varepsilon_t$

la puissance	l'aliment	modèle validé
800W	Banane	$ARIMA(2, 2, 2)$ $x(t) = -0.4188x_{t-1} - 0.9302x_{t-2} + 0.1851\varepsilon_{t-1} + 0.6711\varepsilon_{t-2} + \varepsilon_t$
	Citrouille	$ARIMA(2, 2, 2)$ $x(t) = -0.4188x_{t-1} - 0.9302x_{t-2} + 0.1851\varepsilon_{t-1} + 0.6711\varepsilon_{t-2} + \varepsilon_t$
	Pomme de terre	$ARIMA(2, 2, 2)$ $x(t) = 0.4545x_{t-1} - 0.9487x_{t-2} - 0.2463\varepsilon_{t-1} + 0.8133\varepsilon_{t-2} + \varepsilon_t$
	pomme	$ARIMA(1, 2, 0)$ $x(t) = -0.4497x_{t-1} + \varepsilon_t$
700W	Fève	$ARIMA(1, 2, 2)$ $x(t) = 0.4261x_{t-1} - 1.7614\varepsilon_{t-1} + 0.8197\varepsilon_{t-2} + \varepsilon_t$
	Petit pois	$ARIMA(2, 2, 3)$ $x(t) = 0.7504x_{t-1} + 0.0954x_{t-2} - 2.6831\varepsilon_{t-1} + 2.3936\varepsilon_{t-2} - 0.7082\varepsilon_{t-3} + \varepsilon_t$
600W	Fève	$ARIMA(1, 2, 2)$ $x(t) = 0.2707x_{t-1} - 1.7007\varepsilon_{t-1} + 0.7479\varepsilon_{t-2} + \varepsilon_t$
	petit pois	$ARIMA(1, 2, 2)$ $x(t) = 0.5819x_{t-1} - 1.6603\varepsilon_{t-1} + 0.7176\varepsilon_{t-2} + \varepsilon_t$
	Banane	$ARIMA(0, 2, 0)$

la puissance	l'aliment	modèle validé
600W	Citrouille	$ARIMA(0, 2, 0)$
	Pomme de terre	$ARIMA(0, 2, 0)$
	Pomme	$ARIMA(2, 2, 2)$ $x(t) = -1.2802x_{t-1} - 0.6495x_{t-2} + 1.7939\varepsilon_{t-1} + 0.9376\varepsilon_{t-2} + \varepsilon_t$
500W	Fève	$ARIMA(5, 2, 2)$ $x(t) = -0.2066x_{t-1} - 0.3439x_{t-2} - 0.4261x_{t-3} - 0.4257x_{t-4}$ $-0.2571x_{t-5} - 1.0587\varepsilon_{t-1} + 0.2625\varepsilon_{t-2} + \varepsilon_t$
	Petit pois	$ARIMA(5, 2, 4)$ $x(t) = -1.7439x_{t-1} - 1.5641x_{t-2} - 0.7439x_{t-3}$ $-0.0878x_{t-4} + 0.0669x_{t-5} + 0.9134\varepsilon_{t-1} - 0.0255\varepsilon_{t-2}$ $-0.9290\varepsilon_{t-3} - 0.8686\varepsilon_{t-4} + \varepsilon_t$
400W	Fève	$ARIMA(2, 2, 2)$ $x(t) = 0.0379x_{t-1} + 0.0302x_{t-2} - 1.9161\varepsilon_{t-1} + 0.9219\varepsilon_{t-2} + \varepsilon_t$
	petit pois	$ARIMA(1, 2, 2)$ $x(t) = 0.0112x_{t-1} - 1.9353\varepsilon_{t-1} + 0.9381\varepsilon_{t-2} + \varepsilon_t$
	Banane	$ARIMA(3, 2, 0)$ $x(t) = -0.4567x_{t-1} - 0.4913x_{t-2} - 0.2211x_{t-3} + \varepsilon_t$
	Citrouille	$ARIMA(3, 2, 0)$ $x(t) = -0.4567x_{t-1} - 0.4913x_{t-2} - 0.2211x_{t-3} + \varepsilon_t$

la puissance	l'aliment	modèle validé
400W	Pomme de terre	$ARIMA(0, 2, 1)$ $x(t) = -0.4544\varepsilon_{t-1} + \varepsilon_t$
	Pomme	$ARIMA(0, 2, 4)$ $x(t) = -0.5419\varepsilon_{t-1} + 0.0483\varepsilon_{t-2} + 0.5519\varepsilon_{t-3} - 0.3660\varepsilon_{t-4} + \varepsilon_t$
300W	Fève	$ARIMA(1, 1, 2)$ $x(t) = 0.6985x_{t-1} - 1.6197\varepsilon_{t-1} + 0.6559\varepsilon_{t-2} - 0.0786 + \varepsilon_t$
	petit pois	$ARIMA(1, 2, 2)$ $x(t) = 0.3716x_{t-1} - 1.9213\varepsilon_{t-1} + 0.9240\varepsilon_{t-2} + \varepsilon_t$
200W	Fève	$ARIMA(2, 2, 2)$ $x(t) = 0.0176x_{t-1} + 0.0108x_{t-2} - 1.9252\varepsilon_{t-1} + 0.9306\varepsilon_{t-2} + \varepsilon_t$
	Petit pois	$ARIMA(0, 2, 2)$ $x(t) = -1.8946\varepsilon_{t-1} + 0.8979\varepsilon_{t-2} + \varepsilon_t$
	Banane	$ARIMA(1, 2, 1)$ $x(t) = 0.3244x_{t-1} - 0.8691\varepsilon_{t-1} + \varepsilon_t$
	Citrouille	$ARIMA(2, 2, 2)$ $x(t) = 0.5268x_{t-1} + 0.0817x_{t-2} - 1.1178\varepsilon_{t-1} + 0.3914\varepsilon_{t-2} + \varepsilon_t$
	Pomme de terre	$ARIMA(0, 2, 1)$ $x(t) = -0.5046\varepsilon_{t-1} + \varepsilon_t$

la puissance	l'aliment	modèle validé
200W	Pomme	$ARIMA(0, 2, 1)$ $x(t) = -0.8255\varepsilon_{t-1} + \varepsilon_t$
	Fève	$ARIMA(1, 2, 3)$ $x(t) = 0.4438x_{t-1} - 2.2985\varepsilon_{t-1} + 1.6799\varepsilon_{t-2} - 0.3774\varepsilon_{t-3} + \varepsilon_t$
100W	Petit pois	$ARIMA(1, 2, 3)$ $x(t) = 0.5705x_{t-1} - 2.4574\varepsilon_{t-1} + 1.9624\varepsilon_{t-2} - 0.5022\varepsilon_{t-3} + \varepsilon_t$

TABLE 3.1 – Résumé des modèles validés des séries suivant les puissances

3.2.2 suivant l'aliment

l'aliment	la puissance	modèle validé
pomme	800W	$ARIMA(1, 2, 0)$ $x(t) = -0.4497x_{t-1} + \varepsilon_t$
	600W	$ARIMA(2, 2, 2)$ $x(t) = -1.2802x_{t-1} - 0.6495x_{t-2} + 1.7939\varepsilon_{t-1} + 0.9376\varepsilon_{t-2} + \varepsilon_t$
	400W	$ARIMA(0, 2, 4)$ $x(t) = -0.5419\varepsilon_{t-1} + 0.0483\varepsilon_{t-2} + 0.5519\varepsilon_{t-3} - 0.3660\varepsilon_{t-4} + \varepsilon_t$
	200W	$ARIMA(0, 2, 1)$ $x(t) = -0.8255\varepsilon_{t-1} + \varepsilon_t$

l'aliment	la puissance	modèle validé
Fève	1000W	$ARIMA(0, 2, 2)$ $x(t) = -1.2622\varepsilon_{t-1} + 0.4663\varepsilon_{t-2} + \varepsilon_t$
	900W	$ARIMA(4, 2, 3)$ $x(t) = 1.1960x_{t-1} - 0.2808x_{t-2} - 0.0051x_{t-3} + 0.0795x_{t-4} - 2.3791\varepsilon_{t-1}$ $+1.9073\varepsilon_{t-2} - 0.5205\varepsilon_{t-3} + \varepsilon_t$
	800W	$ARIMA(0, 2, 3)$ $x(t) = -1.3967\varepsilon_{t-1} + 0.3965\varepsilon_{t-2} + 0.0905\varepsilon_{t-3} + \varepsilon_t$
	700W	$ARIMA(1, 2, 2)$ $x(t) = 0.5490x_{t-1} - 1.8105\varepsilon_{t-1} + 0.8643\varepsilon_{t-2} + \varepsilon_t$
	600W	$ARIMA(1, 2, 2)$ $x(t) = 0.2574x_{t-1} - 1.6922\varepsilon_{t-1} + 0.7396\varepsilon_{t-2} + \varepsilon_t$
	500W	$ARIMA(5, 2, 2)$ $x(t) = -0.2066x_{t-1} - 0.3439x_{t-2} - 0.4261x_{t-3} - 0.4257x_{t-4} - 0.2571x_{t-5}$ $-1.0587\varepsilon_{t-1} + 0.2625\varepsilon_{t-2} + \varepsilon_t$
	400W	$ARIMA(2, 2, 2)$ $x(t) = 0.0379x_{t-1} + 0.0301x_{t-2} - 1.9163\varepsilon_{t-1} + 0.9221\varepsilon_{t-2} + \varepsilon_t$
	300W	$ARIMA(0, 2, 2)$ $x(t) = -1.9294\varepsilon_{t-1} + 0.9319\varepsilon_{t-2} + \varepsilon_t$

l'aliment	la puissance	modèle validé
Fève	200W	$ARIMA(2, 2, 2)$ $x(t) = 0.0176x_{t-1} + 0.0108x_{t-2} - 1.9252\varepsilon_{t-1} + 0.9306\varepsilon_{t-2} + \varepsilon_t$
	100W	$ARIMA(1, 2, 3)$ $x(t) = 0.4425x_{t-1} - 2.2983\varepsilon_{t-1} + 1.6785\varepsilon_{t-2} - 0.3761\varepsilon_{t-3} + \varepsilon_t$
petit pois	1000W	$ARIMA(1, 2, 2)$ $x(t) = 0.9862x_{t-1} - 1.8057\varepsilon_{t-1} + 0.8408\varepsilon_{t-2} + \varepsilon_t$
	900W	$ARIMA(0, 1, 0)$ $x(t) = -0.2627 + \varepsilon_t$
	800W	$ARIMA(1, 2, 4)$ $x(t) = 0.8567x_{t-1} - 2.6770\varepsilon_{t-1} + 2.3780\varepsilon_{t-2} - 0.6870\varepsilon_{t-3} - 0.0111\varepsilon_{t-4} + \varepsilon_t$
	700W	$ARIMA(1, 2, 3)$ $x(t) = 0.6610x_{t-1} - 2.4826\varepsilon_{t-1} + 2.0178\varepsilon_{t-2} - 0.5305\varepsilon_{t-3} + \varepsilon_t$
	600W	$ARIMA(1, 2, 2)$ $x(t) = 0.5819x_{t-1} - 1.6603\varepsilon_{t-1} + 0.7176\varepsilon_{t-2} + \varepsilon_t$
	500W	$ARIMA(5, 2, 4)$ $x(t) = -1.7439x_{t-1} - 1.5641x_{t-2} - 0.7439x_{t-3} - 0.0878x_{t-4}$ $+ 0.0669x_{t-5} + 0.9134\varepsilon_{t-1} - 0.0255\varepsilon_{t-2} - 0.9290\varepsilon_{t-3} - 0.8686\varepsilon_{t-4} + \varepsilon_t$

l'aliment	la puissance	modèle validé
petit pois	400W	$ARIMA(1, 2, 2)$ $x(t) = 0.0196x_{t-1} - 1.9003\varepsilon_{t-1} + 0.9052\varepsilon_{t-2} + \varepsilon_t$
	300W	$ARIMA(1, 2, 2)$ $x(t) = 0.3716x_{t-1} - 1.9213\varepsilon_{t-1} + 0.9240\varepsilon_{t-2} + \varepsilon_t$
	200W	$ARIMA(0, 2, 2)$ $x(t) = -1.8916\varepsilon_{t-1} + 0.8949\varepsilon_{t-2} + \varepsilon_t$
	100W	$ARIMA(1, 2, 3)$ $x(t) = 0.5705x_{t-1} - 2.4574\varepsilon_{t-1} + 1.9624\varepsilon_{t-2} - 0.5022\varepsilon_{t-3} + \varepsilon_t$
Banane	800W	$ARIMA(2, 2, 2)$ $x(t) = -0.4188x_{t-1} - 0.9302x_{t-2} + 0.1851\varepsilon_{t-1} + 0.6711\varepsilon_{t-2} + \varepsilon_t$
	600W	$ARIMA(0, 2, 0)$
	400W	$ARIMA(3, 2, 0)$ $x(t) = -0.4567x_{t-1} - 0.4913x_{t-2} - 0.2211x_{t-3} + \varepsilon_t$
	200W	$ARIMA(1, 2, 1)$ $x(t) = 0.3244x_{t-1} - 0.8691\varepsilon_{t-1} + \varepsilon_t$

l'aliment	la puissance	modèle validé
citrouille	800W	$ARIMA(2, 2, 2)$ $x(t) = -0.4188x_{t-1} - 0.9302x_{t-2} + 0.1851\varepsilon_{t-1} + 0.6711\varepsilon_{t-2} + \varepsilon_t$
	600W	$ARIMA(0, 2, 0)$
	400W	$ARIMA(3, 2, 0)$ $x(t) = -0.4567x_{t-1} - 0.4913x_{t-2} - 0.2211x_{t-3} + \varepsilon_t$
	200W	$ARIMA(2, 2, 2)$ $x(t) = 0.5268x_{t-1} + 0.0817x_{t-2} - 1.1178\varepsilon_{t-1} + 0.3914\varepsilon_{t-2} + \varepsilon_t$
pomme de terre	800W	$ARIMA(2, 2, 2)$ $x(t) = 0.4544x_{t-1} - 0.9487x_{t-2} - 0.2463\varepsilon_{t-1} + 0.8132\varepsilon_{t-2} + \varepsilon_t$
	600W	$ARIMA(0, 2, 0)$
	400W	$ARIMA(0, 2, 1)$ $x(t) = -0.4544\varepsilon_{t-1} + \varepsilon_t$
	200W	$ARIMA(0, 2, 1)$ $x(t) = -0.5046\varepsilon_{t-1} + \varepsilon_t$

TABLE 3.2 – Résumé des modèles validés des séries suivant l'aliment

3.2.3 Résultats et discussion

L'examen des résultats des deux tableaux montre qu'il y a une diversification entre les modèles obtenus pour chaque série, ce qui rend la généralisation très difficile.

On constate alors que les modèles ARIMA sont très puissant pour décrire les cinétiques de séchage de chaque aliment à part entière mais présente une difficulté de trouver un modèle généralisé lequel prend en compte la variation de la série suivant la nature de l'aliment et le changement de la puissance initiale du micro-onde.

Conclusion Générale

La modélisation de n'importe quel phénomène est une tâche très complexe qui nécessite un examen très profond pour aboutir au meilleur modèle. Toute fois, il existe des phénomènes pour lesquels l'existence d'un modèle approchant les vraies valeurs de ce dernier reste une question qui suscite un intérêt particulier vu qu'il est impossible de cerner ce dernier par des modèles exactes.

Le processus du transfert de masse et de chaleur durant le séchage d'aliments assistés par micro-ondes est l'un des problèmes où décrire ses mécanismes par des modèles mathématiques exactes relève d'une difficulté inouïe, ainsi des modèles approchés sont favorisés.

Ce travail constitue une suite des travaux réalisés dans [2, 7], dans lesquels ils ont montré que les modèles des séries temporelles sont très efficaces pour décrire les cinétiques de séchages des aliments. Notre objectif était de généraliser leurs résultats pour un modèle qui prendra en compte la variété des aliments et la variation de la puissance générant la température du micro-onde. Un tel modèle est très important pour le contrôle et la maîtrise du processus de séchage.

Les résultats obtenus dans ce travail montrent que :

- les séries de données expérimentales ne convergent pas vers le même modèle ARIMA (en matière de l'ordre AR et MA).
- Donc une non homogénéité pour trouver une généralisation suivant ces derniers (ajustement des coefficients du modèle par ajustement suivant la puissance puis suivant le volume de l'aliment)

Ainsi on conclut qu'un modèle généralisé des cinétiques de séchages reposant sur les modèles ARIMA est difficile à obtenir et comme perspectives on se propose de :

- réaliser une étude similaire en se basant sur le modèle du lissage exponentiel double,
- performer plusieurs simulations pour valider ce dernier et l'élargir pour différentes techniques de séchage.

Annexe A

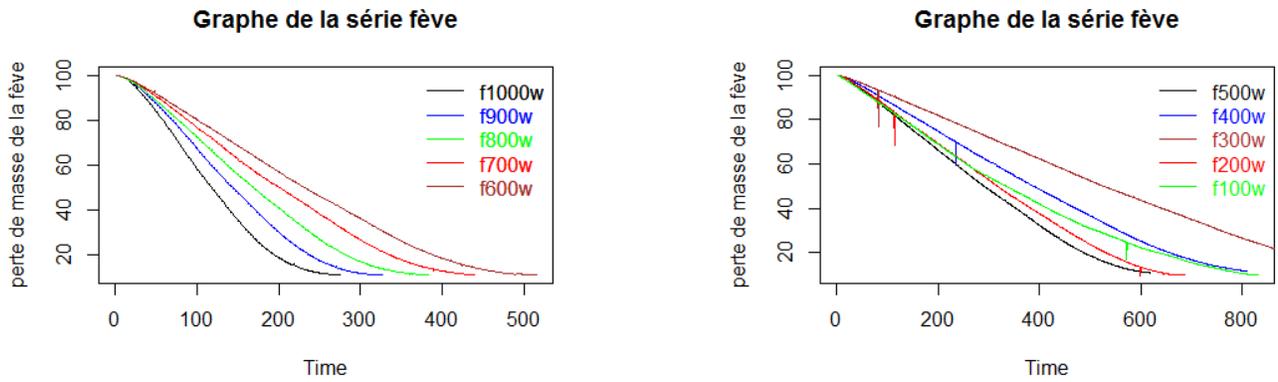


FIGURE 3.6 – Différents courbes des cinétiques de séchage de la fève

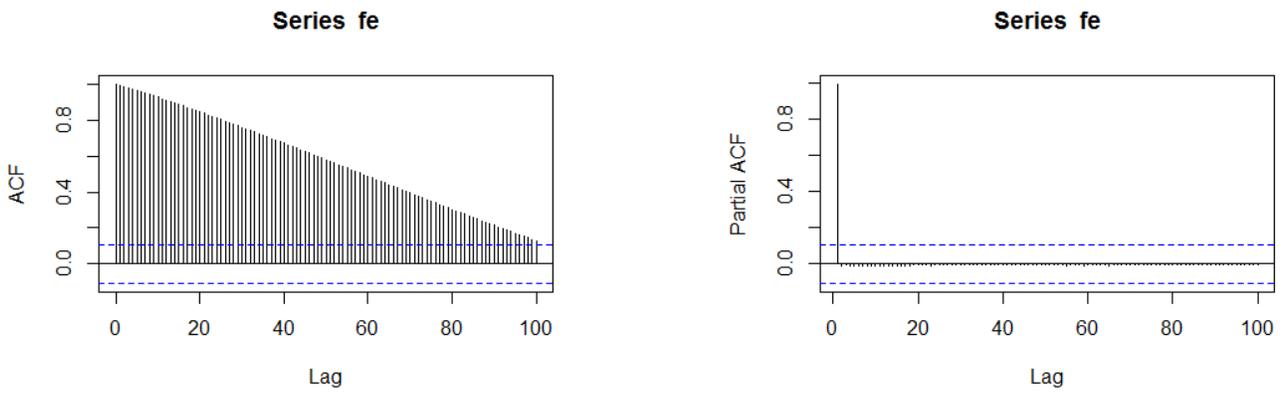


FIGURE 3.7 – Acf et Pacf de la série 900W l'aliment fève

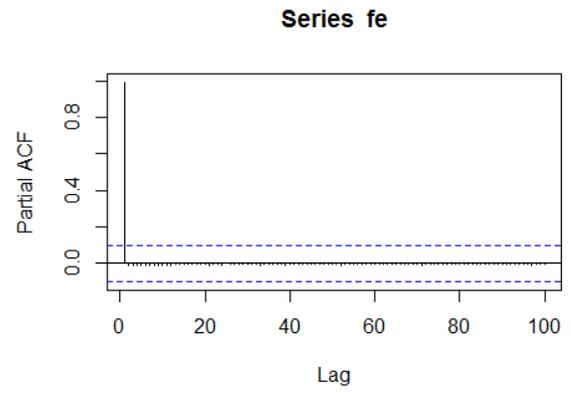
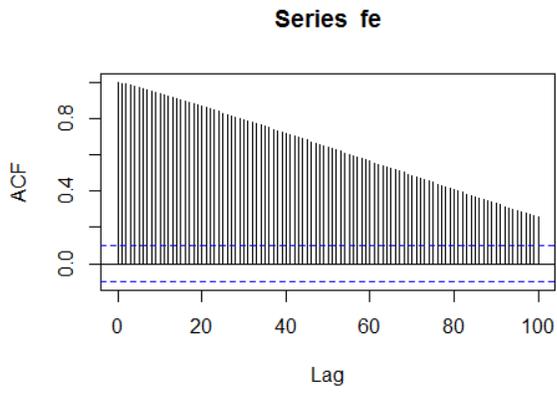


FIGURE 3.8 – Acf et Pacf de la série 800W l'aliment fève

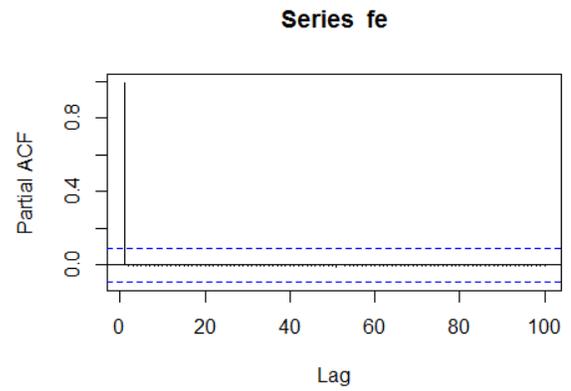
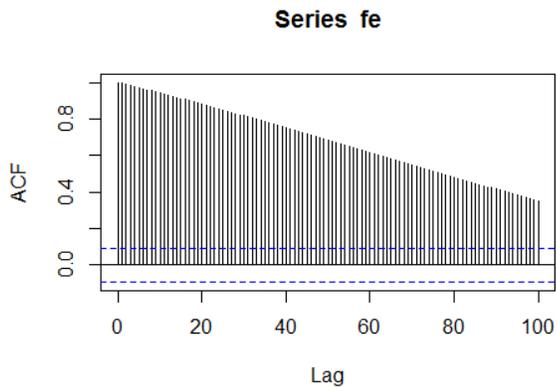


FIGURE 3.9 – Acf et Pacf de la série 700W l'aliment fève

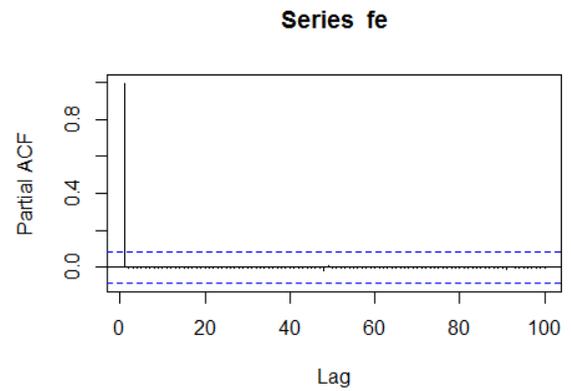
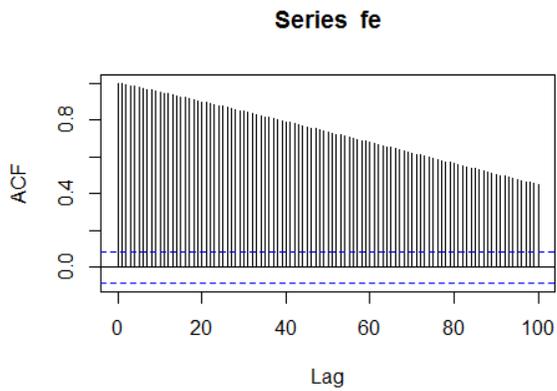


FIGURE 3.10 – Acf et Pacf de la série 600W l'aliment fève

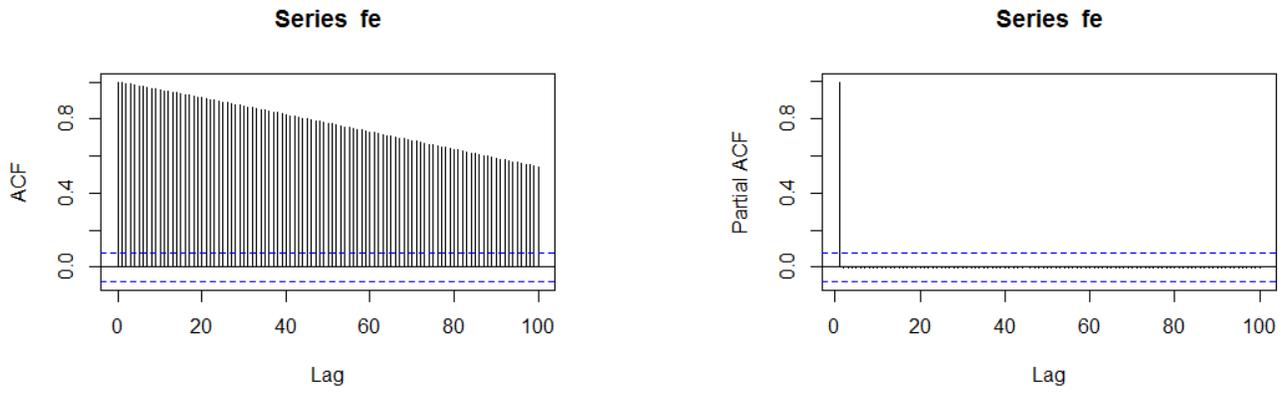


FIGURE 3.11 – Acf et Pacf de la série 500W l'aliment fève

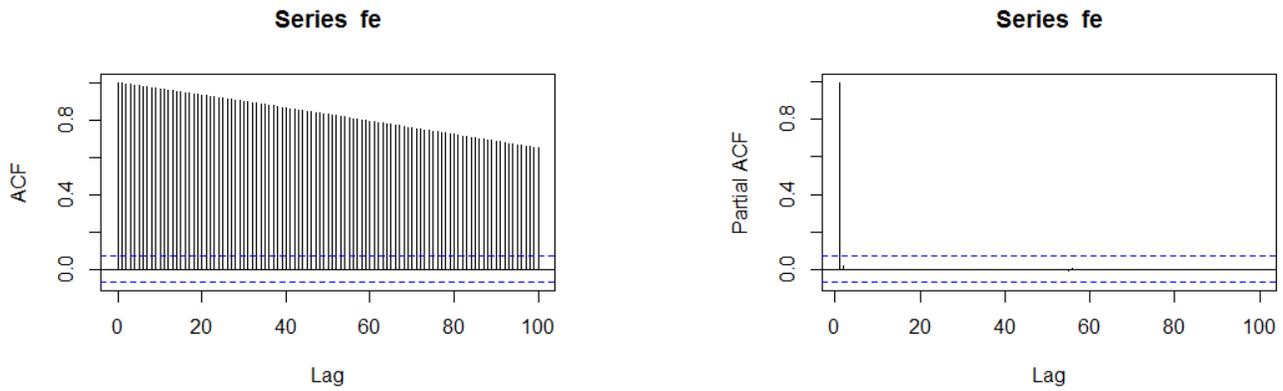


FIGURE 3.12 – Acf et Pacf de la série 400W l'aliment fève

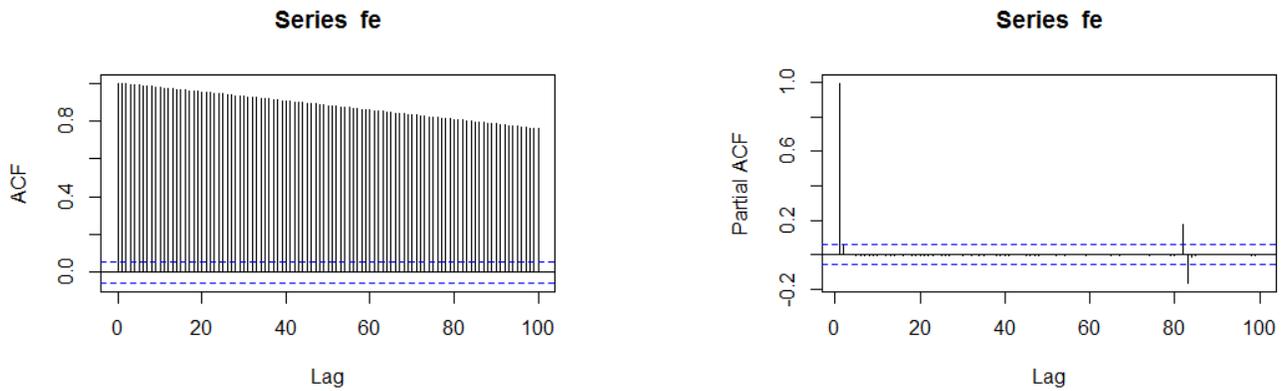


FIGURE 3.13 – Acf et Pacf de la série 300W l'aliment fève

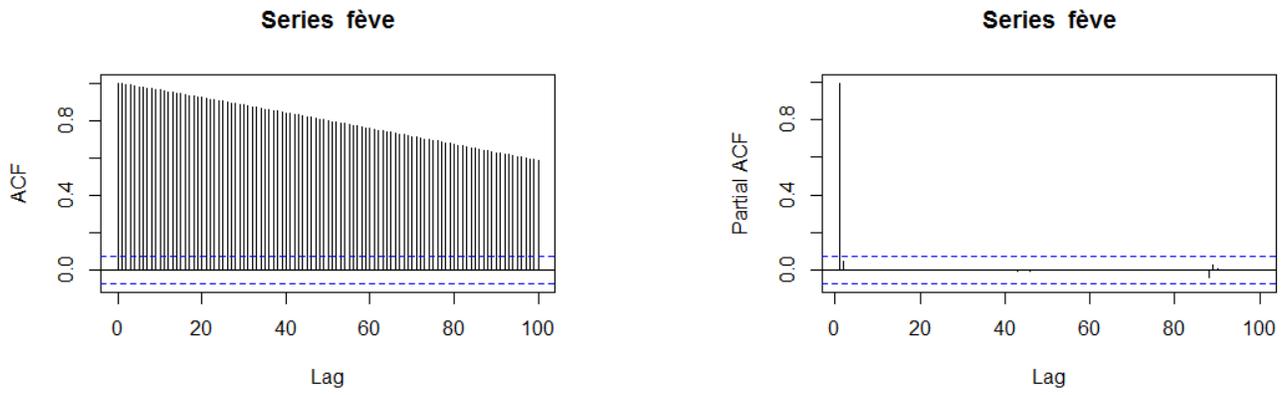


FIGURE 3.14 – Acf et Pacf de la série 200W l'aliment fève

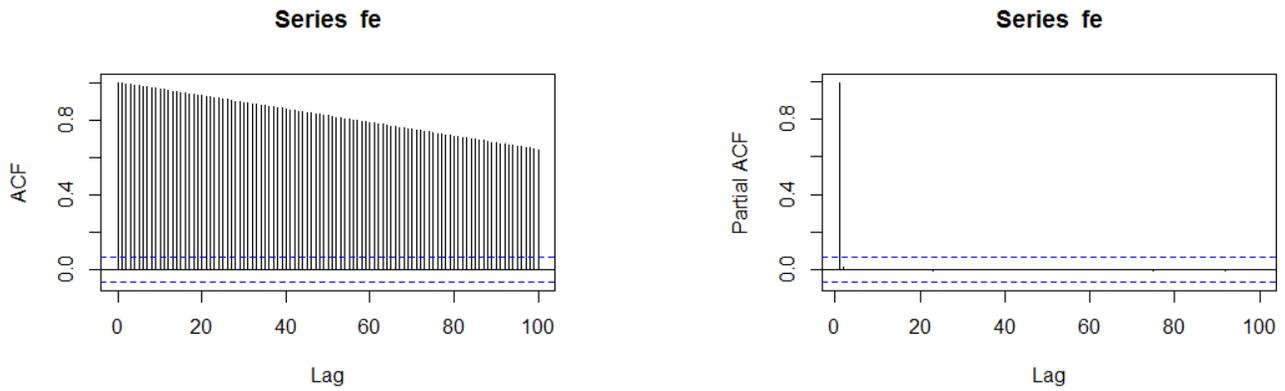


FIGURE 3.15 – Acf et Pacf de la série 100W l'aliment fève

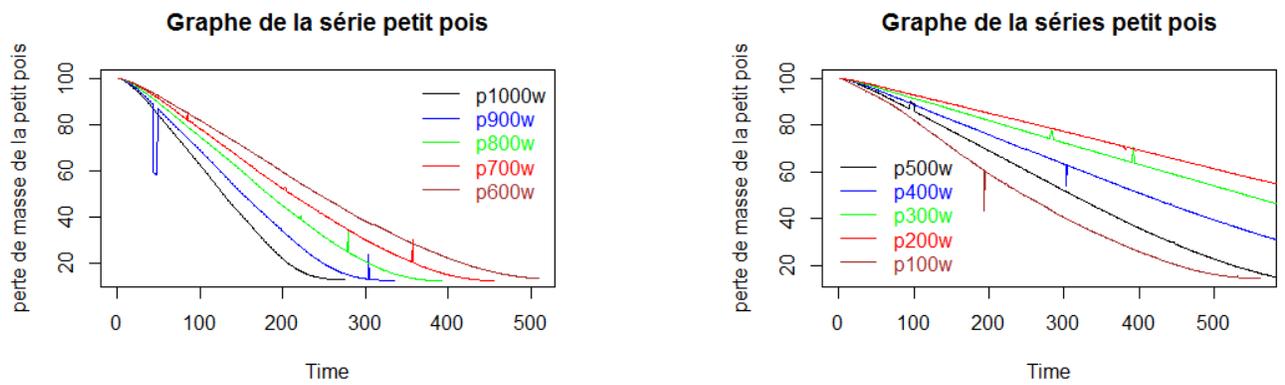


FIGURE 3.16 – Différents courbes des cinétiques de séchage de la petit pois

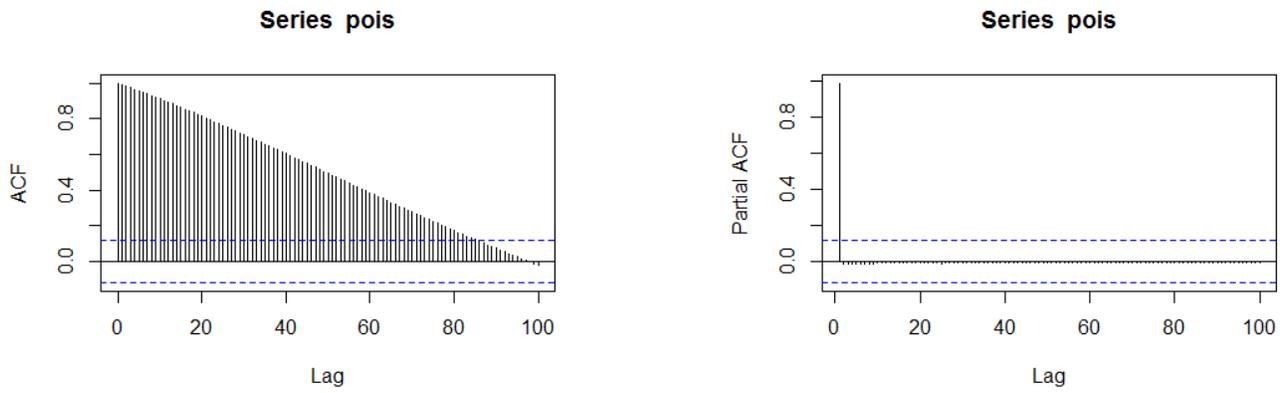


FIGURE 3.17 – Acf et Pacf de la série 1000W l'aliment petit pois

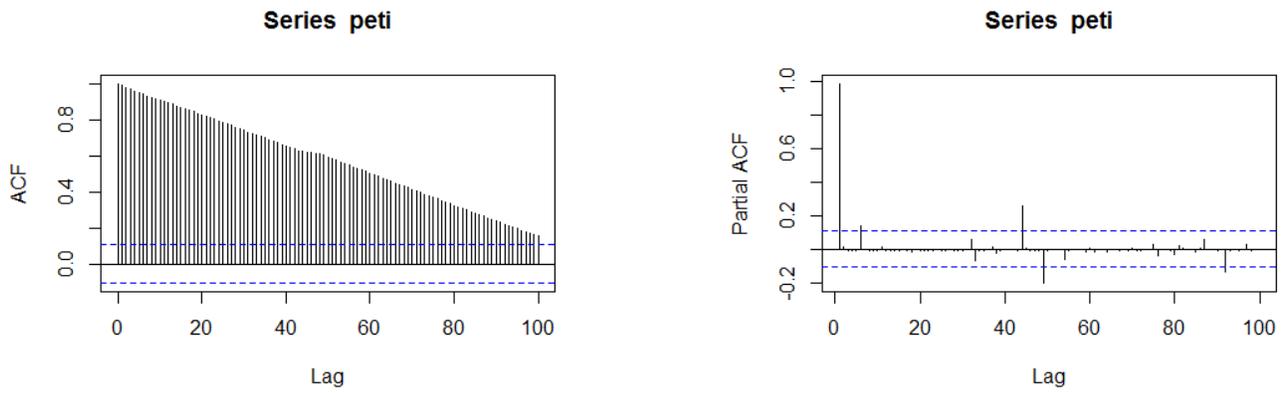


FIGURE 3.18 – Acf et Pacf de la série 900W l'aliment petit pois

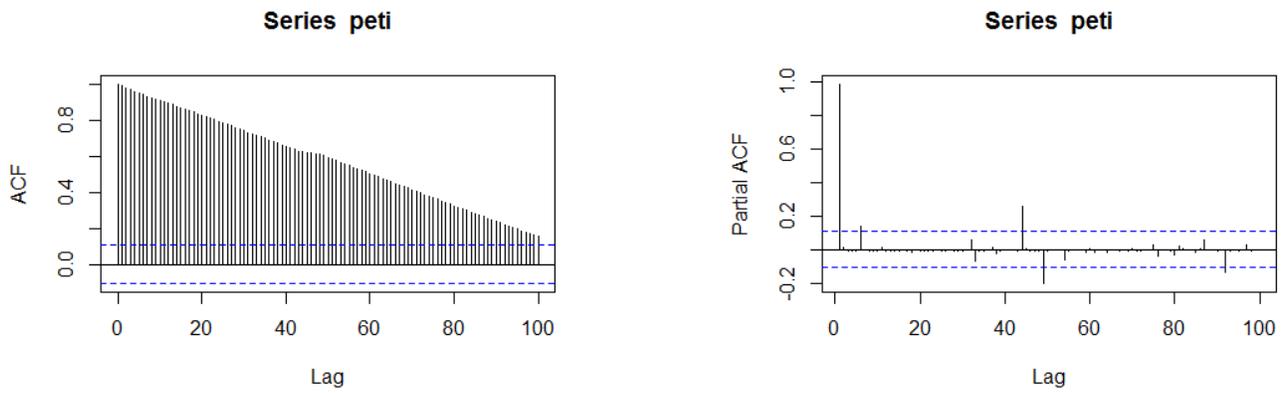


FIGURE 3.19 – Acf et Pacf de la série 900W l'aliment petit pois

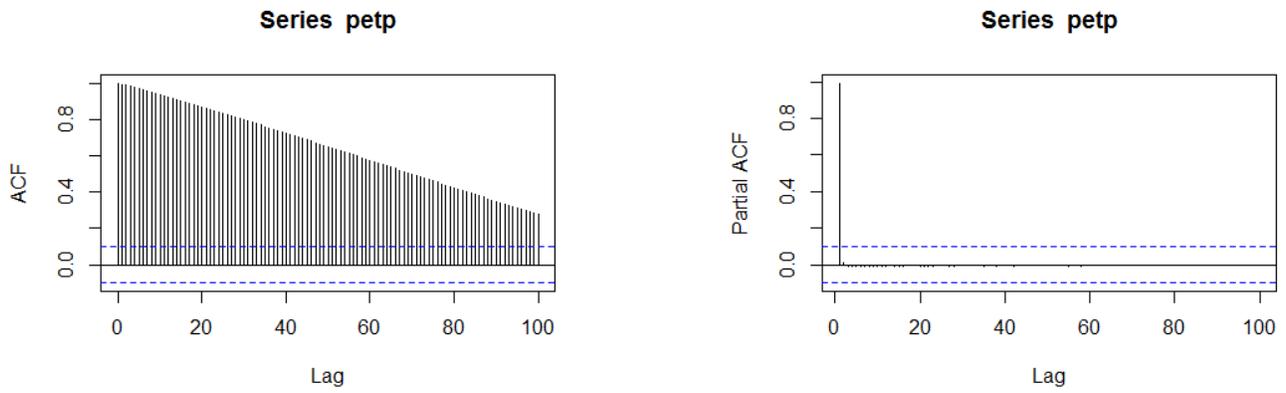


FIGURE 3.20 – Acf et Pacf de la série 800W l'aliment petit pois

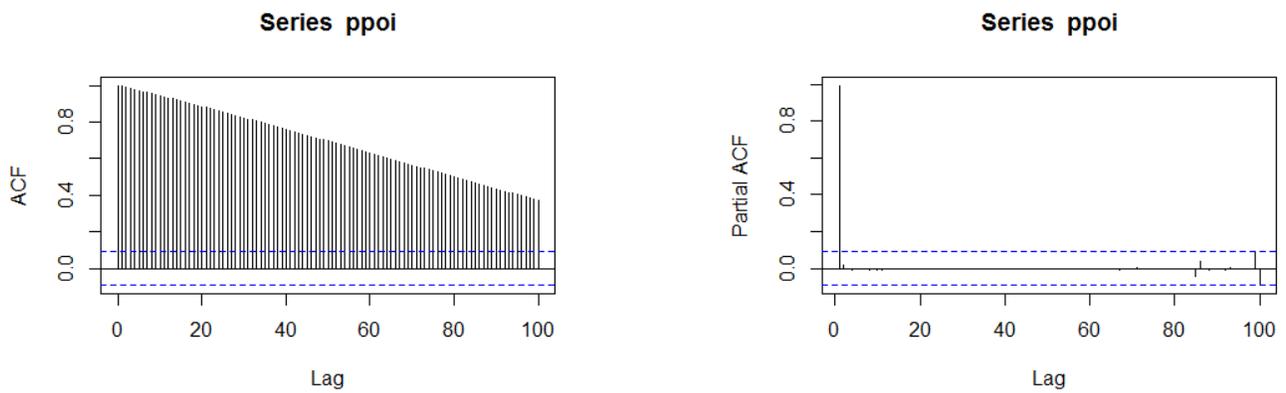


FIGURE 3.21 – Acf et Pacf de la série 700W l'aliment petit pois

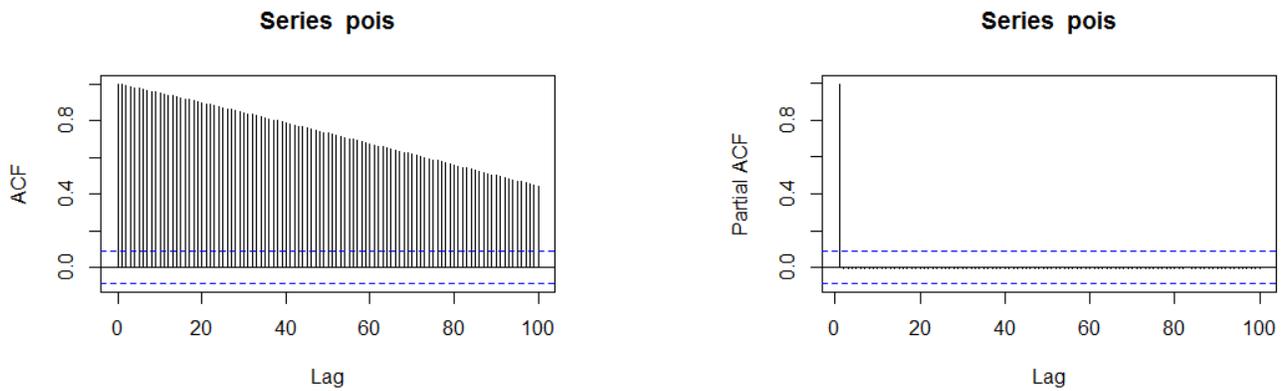


FIGURE 3.22 – Acf et Pacf de la série 600W l'aliment petit pois

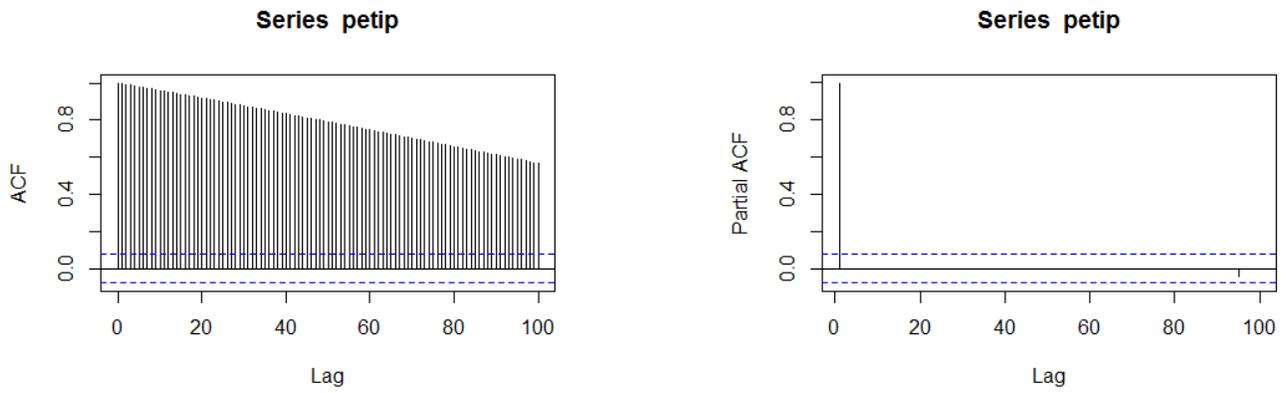


FIGURE 3.23 – Acf et Pacf de la série 500W l'aliment petit pois

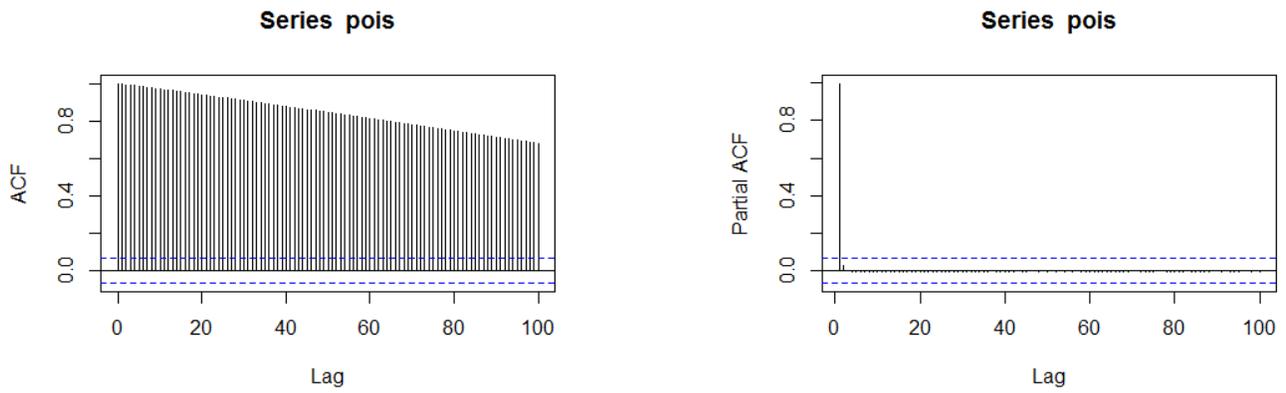


FIGURE 3.24 – Acf et Pacf de la série 400W l'aliment petit pois

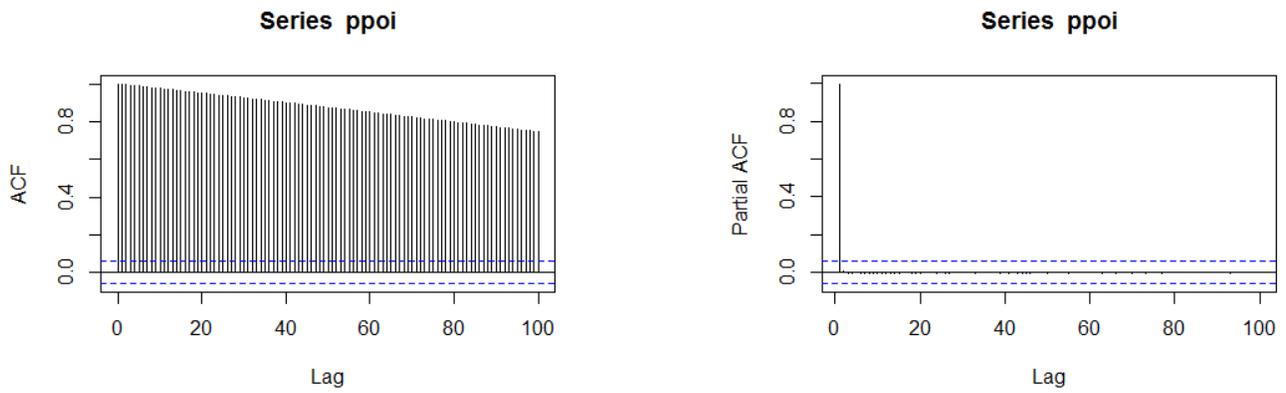


FIGURE 3.25 – Acf et Pacf de la série 300W l'aliment petit pois

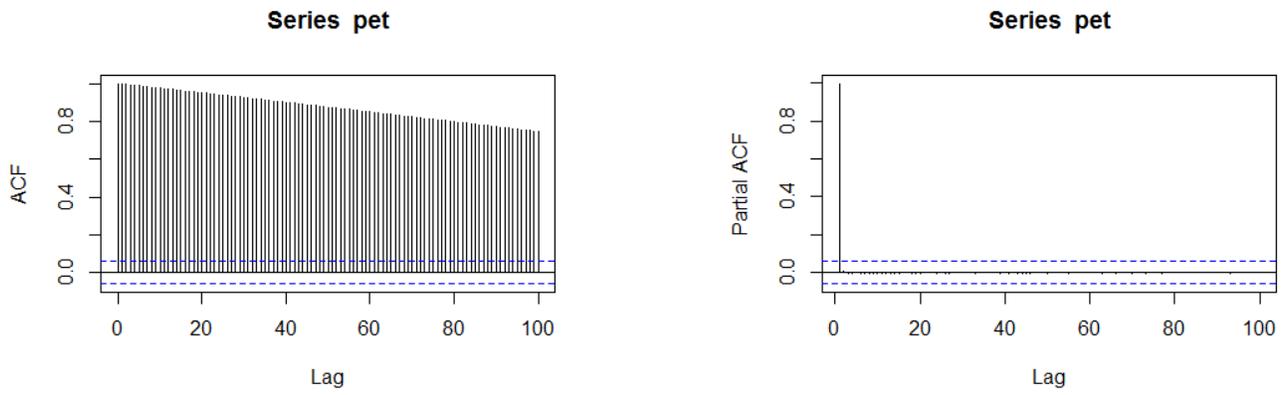


FIGURE 3.26 – Acf et Pacf de la série 200W l'aliment petit pois

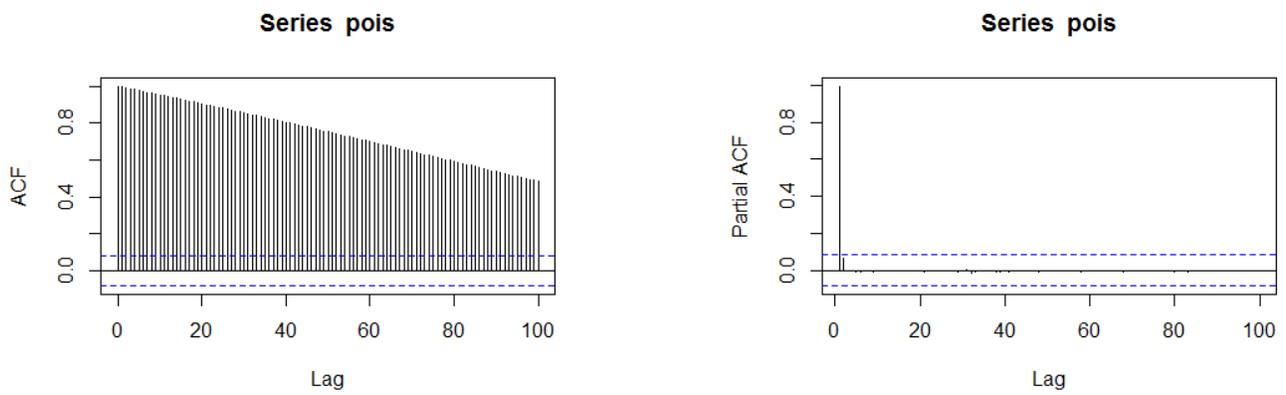


FIGURE 3.27 – Acf et Pacf de la série 100W l'aliment petit pois

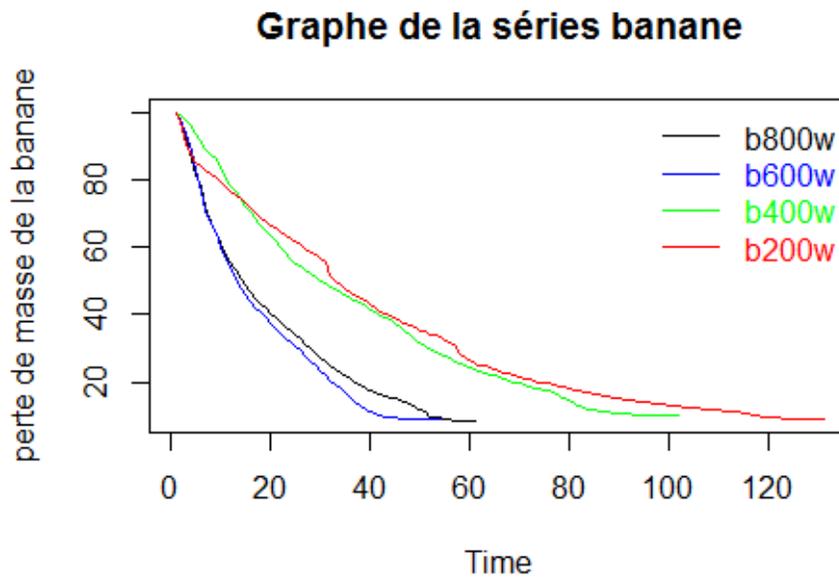


FIGURE 3.28 – Différents courbes des cinétiques de séchage de la banane

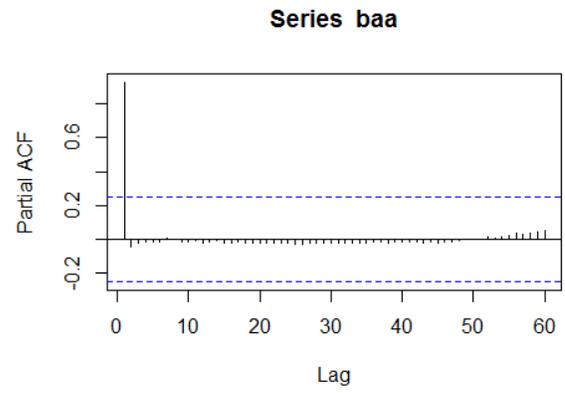
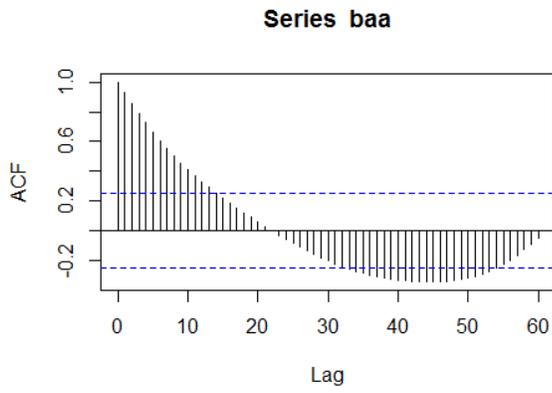


FIGURE 3.29 – Acf et Pacf de la série 800W l'aliment banane

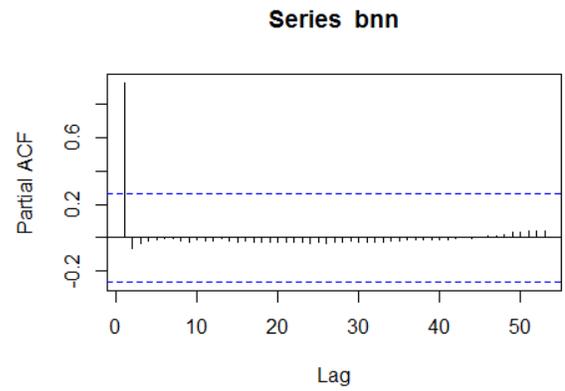
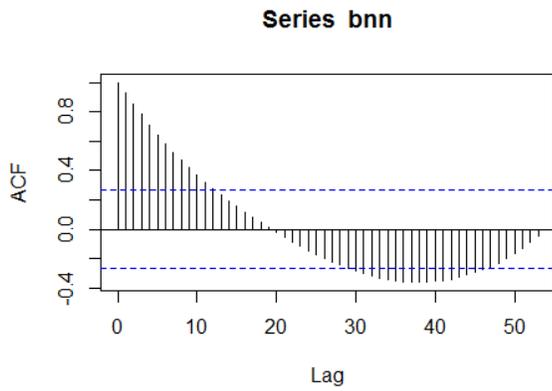


FIGURE 3.30 – Acf et Pacf de la série 600W l'aliment banane

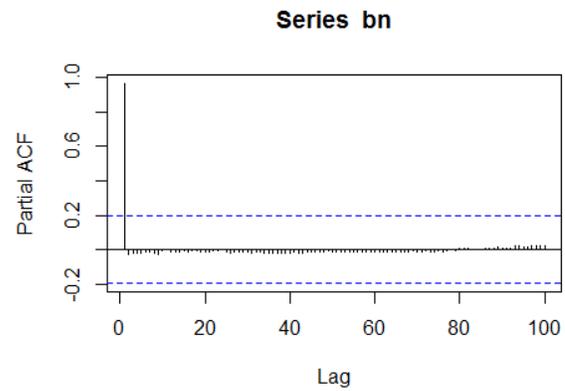
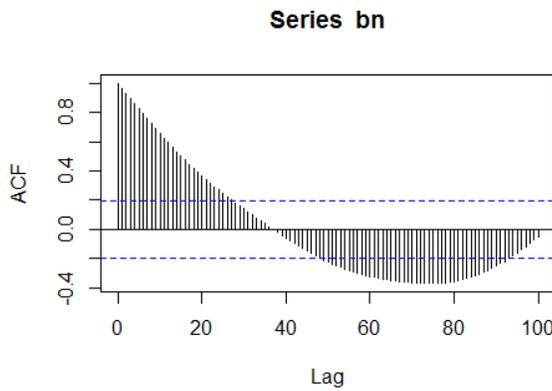


FIGURE 3.31 – Acf et Pacf de la série 400W l'aliment banane

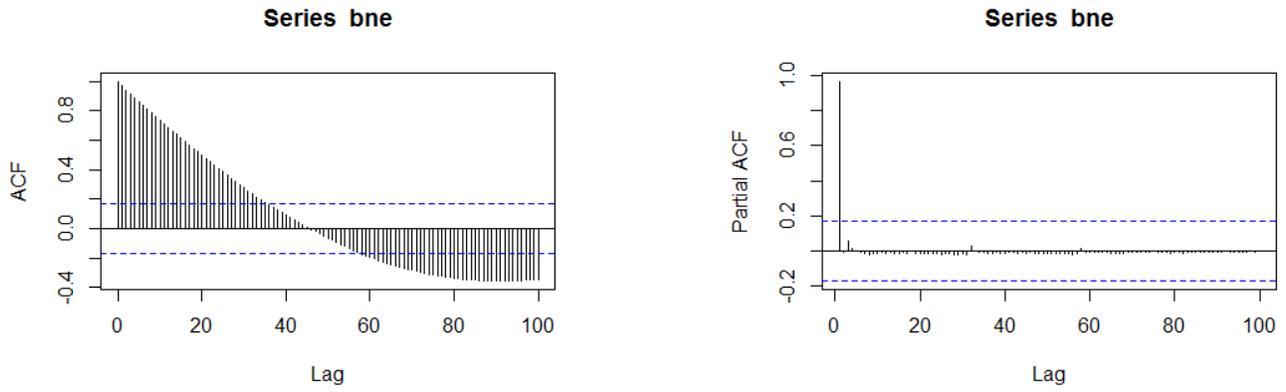


FIGURE 3.32 – Acf et Pacf de la série 200W l'aliment banane

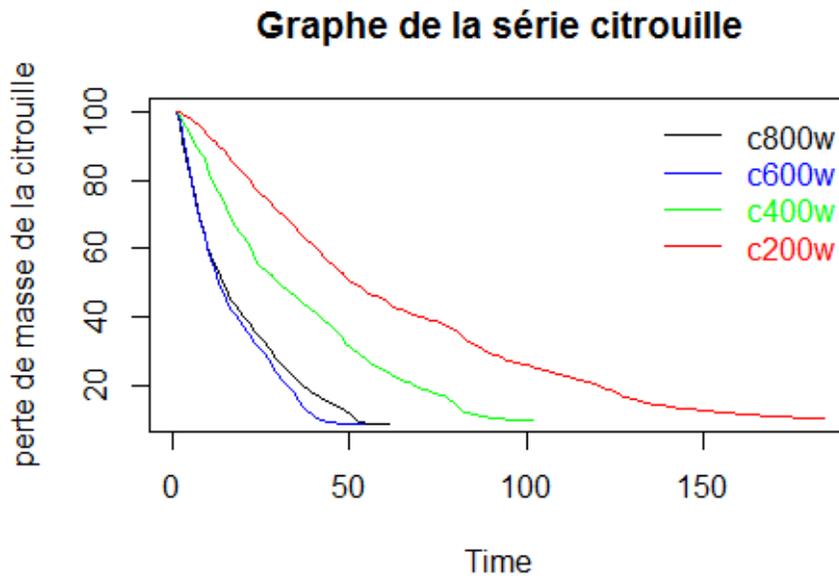


FIGURE 3.33 – Différents courbes des cinétiques de séchage de la citrouille

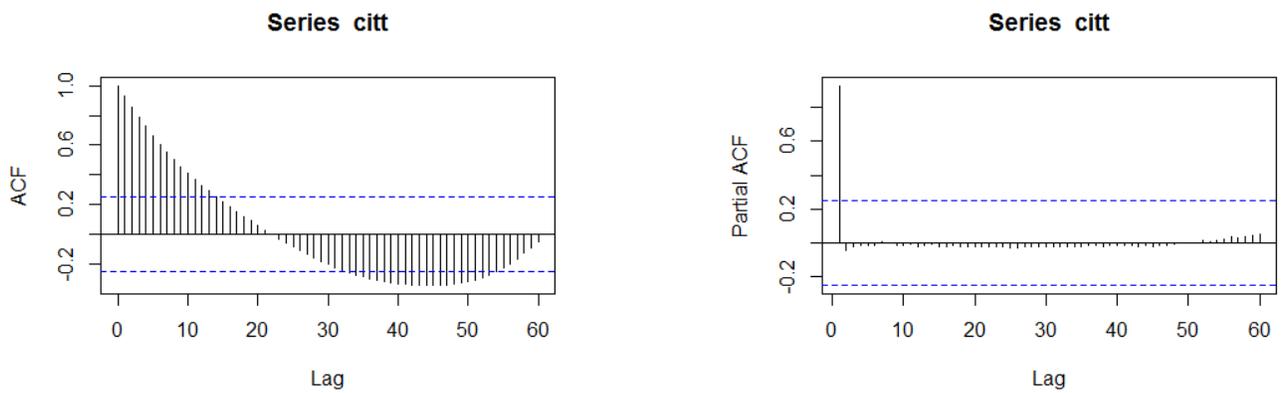


FIGURE 3.34 – Acf et Pacf de la série 800W l'aliment citrouille

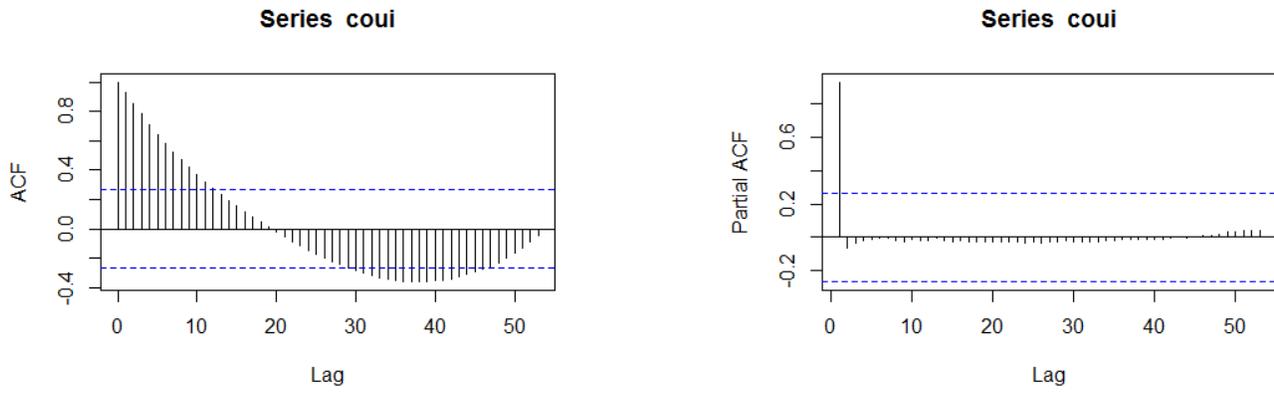


FIGURE 3.35 – Acf et Pacf de la série 600W l'aliment citrouille

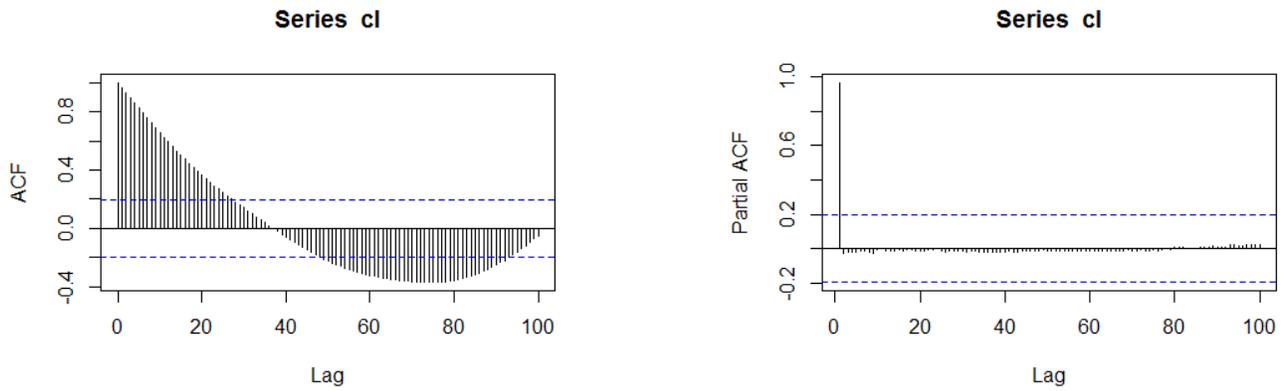


FIGURE 3.36 – Acf et Pacf de la série 400W l'aliment citrouille

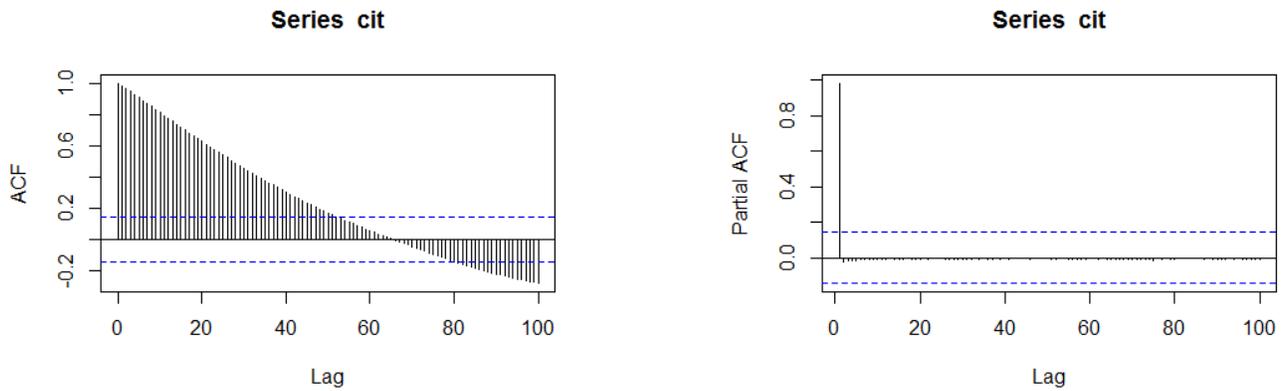


FIGURE 3.37 – Acf et Pacf de la série 200W l'aliment citrouille

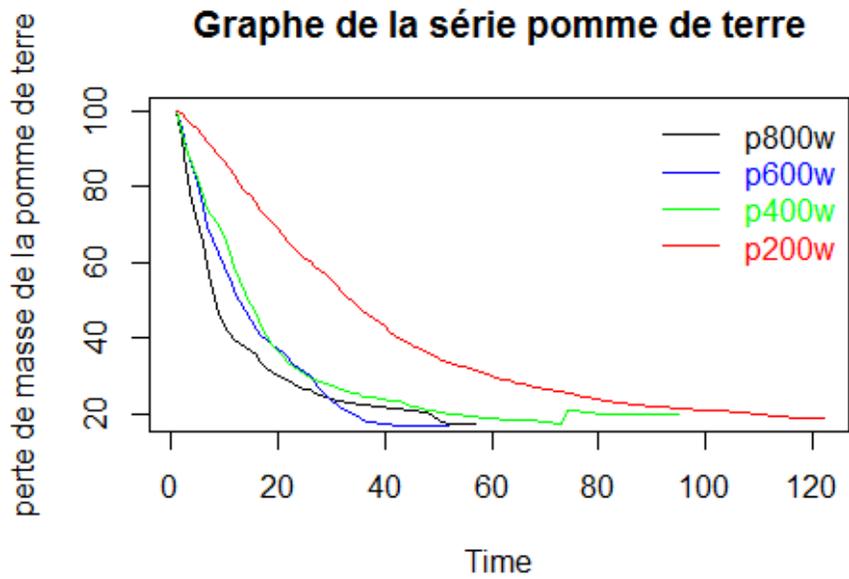


FIGURE 3.38 – Différents courbes des cinétiques de séchage de la pomme de terre

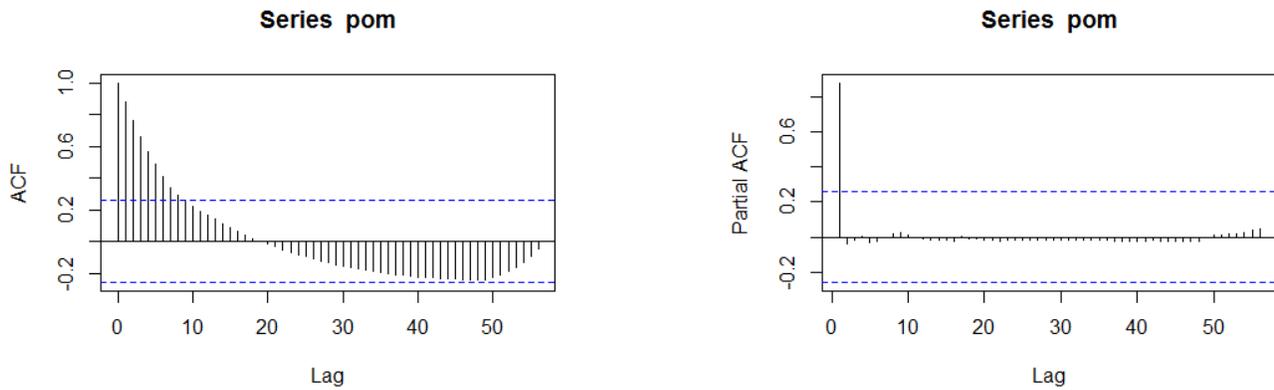


FIGURE 3.39 – Acf et Pacf de la série 800W l'aliment pomme de terre

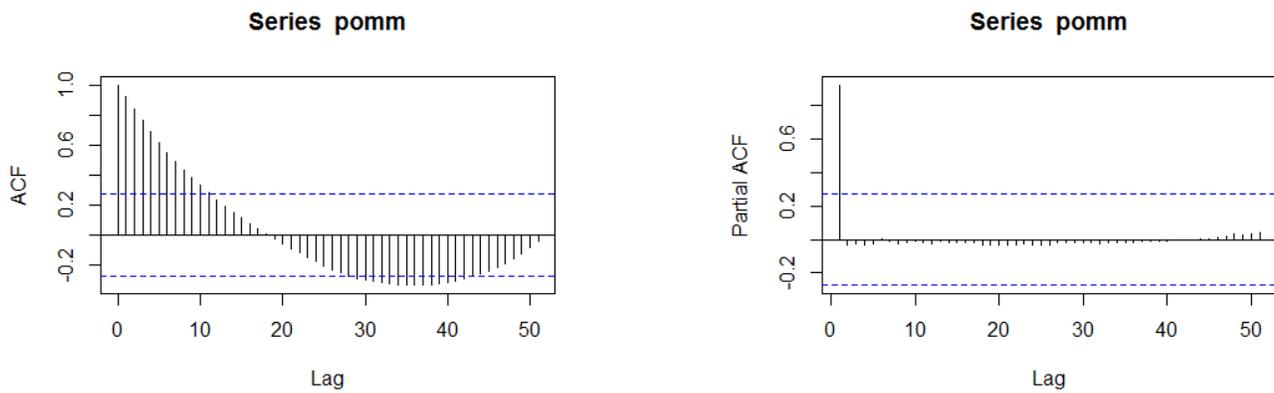


FIGURE 3.40 – Acf et Pacf de la série 600W l'aliment pomme de terre

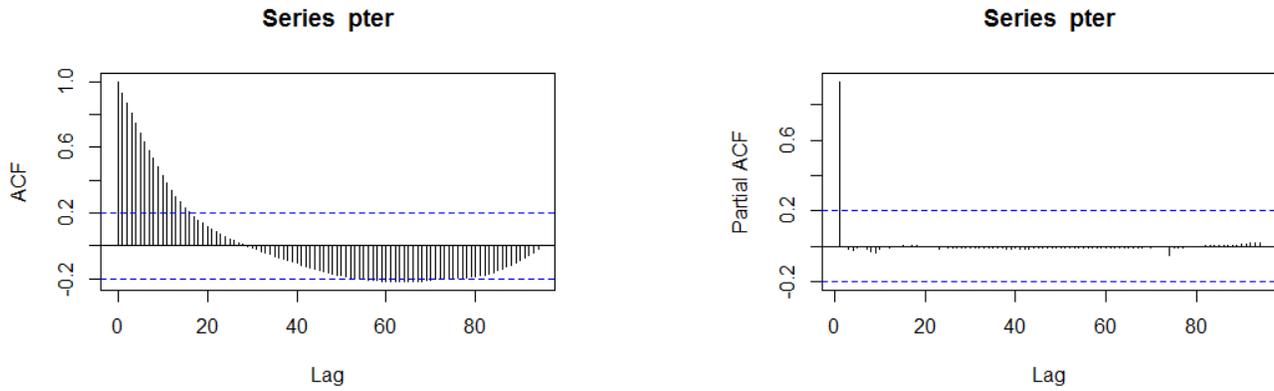


FIGURE 3.41 – Acf et Pacf de la série 400W l'aliment pomme de terre

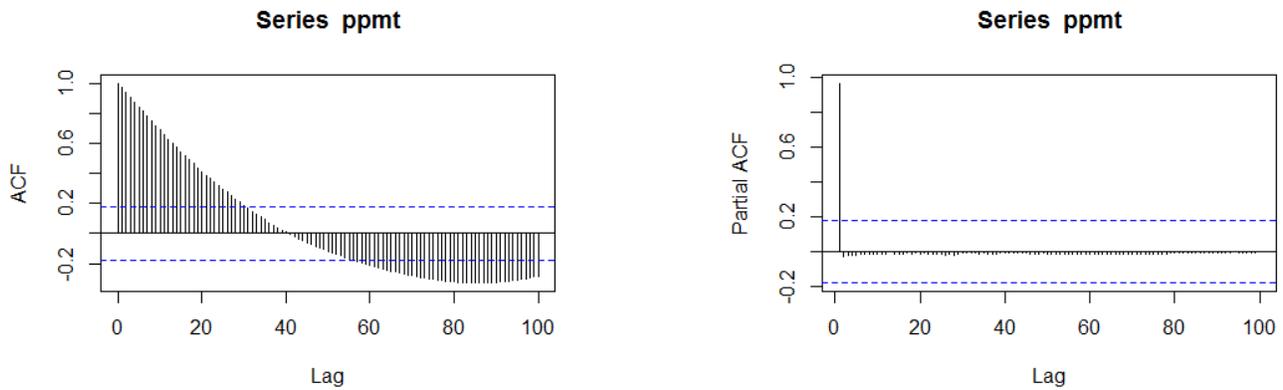


FIGURE 3.42 – Acf et Pacf de la série 200W l'aliment pomme de terre

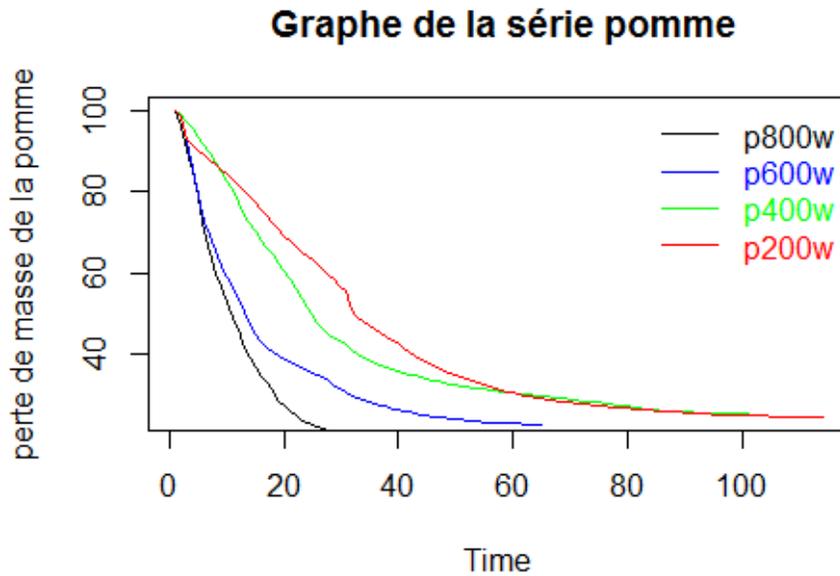


FIGURE 3.43 – Différents courbes des cinétiques de séchage de la pomme

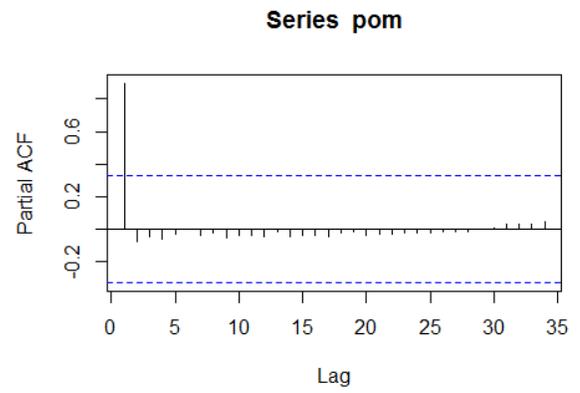
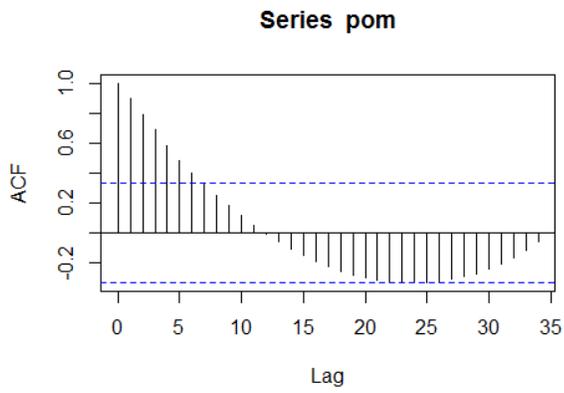


FIGURE 3.44 – Acf et Pacf de la série 800W l'aliment pomme

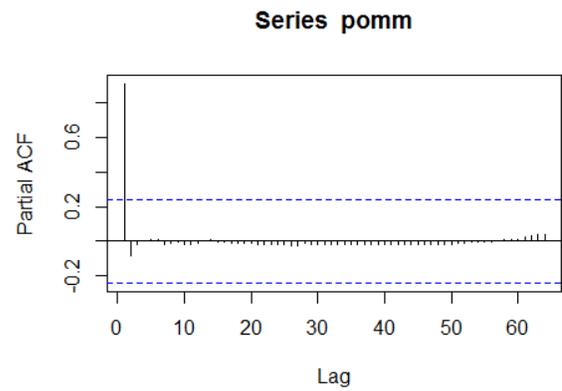
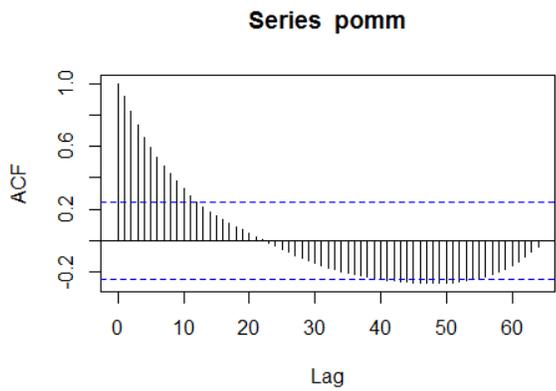


FIGURE 3.45 – Acf et Pacf de la série 600W l'aliment pomme

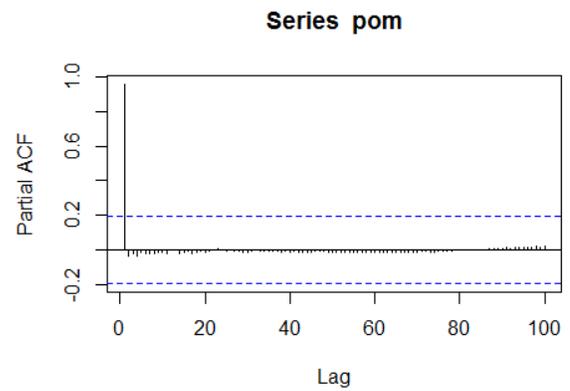
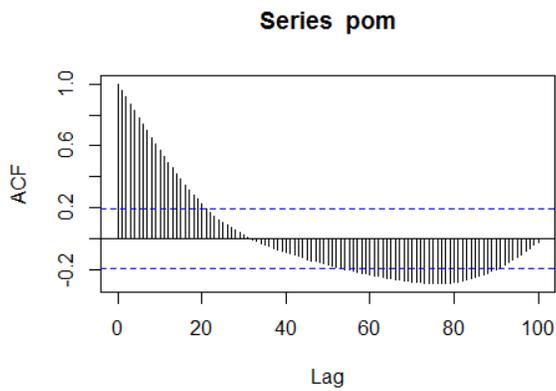


FIGURE 3.46 – Acf et Pacf de la série 400W l'aliment pomme

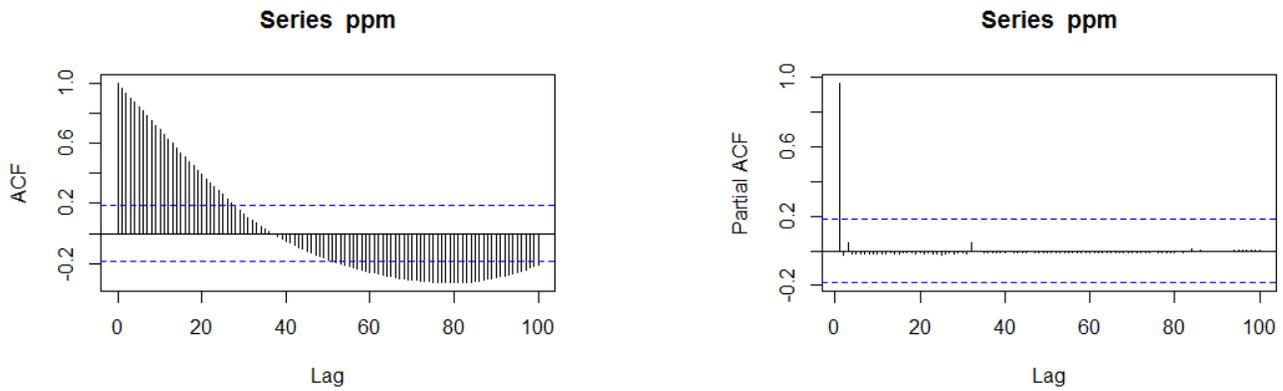


FIGURE 3.47 – Acf et Pacf de la série 200W l'aliment pomme

```

3  ### chargement des packages nécessaires ##
4  library(tseries)
5  library(forecast)
6  library(urca)
7  ##importons les données avec Rcmdr
8  library(Rcmdr)
9
10 - ##### l'aliment fève #####
11  ## les donnée
12  tab1 <- readXL("C:/Users/PC HP/Desktop/fichier2/fève.xlsx",
13               rownames=FALSE, header=TRUE, na="", sheet="Feuil1", stringsAsFactors=TRUE)
14
15  view(tab1)
16  attach(tab1)
17 - ##### la puissance 1000w #####
18  ##Visualisation des données et résumés statistiques de la série fève
19  f=tab1$mass.1000w
20  summary(f)
21
22  ##création des séries temporelles d'après les données
23  #t=seq(from=0,to=1370,by=5)
24  fè10=ts(f)
25  ##enlèvement des valeurs non définie NA
26  fèvee<-na.omit(fè10)
27
28  plot(fèvee,main = " Graphe de la série d 1000 w l'aliment fève ",ylab='perte de masse de la fève')
29
30  auto.arima(fèvee)
31
32  ajustf1000=arima(fèvee,order=c(0,2,2))
33  summary(ajustf1000)
34  residuals(ajustf1000)
35  acf(residuals(ajustf1000))
36  pacf(residuals(ajustf1000))
37

```

FIGURE 3.48 – Le programme sous R

Bibliographie

- [1] A. OUTIS et Y. YAHIA. Effet du séchage au micro-onde et à l'étuve sur la composition et l'activité anti oxydante de la tomate (*Solanum lycopersicum* L.), université de béjaia, 2016.
- [2] D. Amara. Modélisation du séchage du laurier sur micro-onde par l'analyse des séries chronologiques, mémoire de master, université amo de bouira, 2018.
- [3] S. MOKRANE. Effet du séchage au micro-onde et à l'étuve sur la composition et l'activité antibactérienne du gingembre (*Zingiber officinale*), mémoire de master, université amo de bouira, 2019.
- [4] Nguyen Thu ha. étude expérimentalement et modélisation du procédé de séchage des végétaux. Génie de procédés, Université de Bretagne sud, 2015.
- [5] CH. KACHBI, C. HOUCAT. Séchage de la carotte par micro-onde versus conventionnel. Etude phénoménologique, université de béjaia, 2015.
- [6] L. HARDOU - BENBOUABDELLAH. Etude comparative de trois techniques de séchage (étuve, microonde et air libre) des feuilles de laurier en terme de qualité phytochimique et minérale, université de béjaia, 2014.
- [7] R. Harrache et I. Boukhelf. Ajustement des cinétiques de séchage des feuilles de Laurier sur micro-onde par des modèles empiriques via la simulation Monté Carlo, mémoire de master, université amo de bouira, 2019.
- [8] A. Bouzini, K. Kiouas. Modélisation du séchage de l'ail sur micro-onde par l'analyse des séries chronologiques : Une comparaison entre lissage exponentiel et modèles ARMA, mémoire de master, université amo de bouira, 2019.
- [9] Yves Aragon. Séries temporelles avec R Méthodes et Cas, Université Toulouse 1 – Capitole, Springer-Verlag France, 2011.
- [10] <http://site.iugaza.edu.ps/emahdi/courses/time-series-analysis-stat3305/lectures/>
- [11] Sara Guemouni. Etude comparative du séchage par micro-onde et à l'étuve de l'ail "*allium sativum*", mémoire de master, université de béjaia, 14 Juin 2016.
- [12] M.M Farid, Mathematical Modeling of Food Processing, Contemporary Food Engineering series, 2010, CRC Press.