

REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE

MINISTERE DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR ET DE LA RECHERCHE



SCIENTIFIQUE

UNIVERSITE DE BOUIRA



FACULTE DES SCIENCES ET DES SCIENCES APPLIQUEES

Département des Sciences et Technologie

Polycopie des Travaux Dirigés:

« *PHYSIQUE II* »

Destiné aux:

1^{ème} Année Sciences et Technologie

Présenter Par :

Dr. Slimen BELGHIT

ANNEE UNIVERSITEUR :

2021/2022

TABLE DES MATIERES

avant- propos

Chapitre I: L'électrostatique

	Introduction	
I.	Quantification et conservation de la charge	2
	I.1. Quantification de la charge	2
	I.2. Conservation de la charge	2
II.	Loi de Coulomb	2
III.	Le Champ et potentiel électrique	3
	III.1. Le Champ électrique	3
	III.2. Le potentiel électrique	4
IV.	Dipôle électrique	4
V.	Théorème De Gauss	5
	V.1. Distribution linéique	6
	V.2. Distribution surfacique	6
	V.3. Distribution volumique	6
VI.	Conducteurs en équilibre électrostatique	7
	VI.1. Classification des matériaux	7
	VI.1.1. Les Isolants	7
	VI.1.2. Les Conducteurs	7
	VI.1.3. Les Semi-conducteurs	7
VII.	Les Condensateurs	8
	VII.1. Capacité d'un condensateur	8
	VII.1.1. Capacité d'un condensateur plan	9
	VII.1.2. Capacité d'un condensateur sphérique	9
	VII.1.3. Capacité d'un condensateur Cylindrique	10
	VII.2. Association de condensateurs	11
	VII.3. Energie emmagasinée dans un condensateur	11

TABLE DES MATIERES

VIII.	Pression électrostatique	12
	Série TD : N°1	13
	Série TD : N°2	23

Chapitre II: L'électrocinétique

Introduction

I.	Le courant électrique	37
	I.1.Intensité du courant électrique	37
	I.2.densité de courant électrique	37
II.	Loi d'Ohm	38
	II.1.Loi d'Ohm a l'échelle macroscopique	38
	II.2.Loi d'Ohm a l'échelle Locale	38
III.	Effet Joule	39
IV.	Les Circuits électriques	40
	IV.1.Les Résistances	40
	➤ Groupement en série	40
	➤ Groupement en parallèle	40
	IV.2.Les Générateurs et les Récepteurs électriques	41
	a. Les Générateurs électriques	41
	b. Les Récepteurs électriques	42
V.	Lois de Kirchhoff	42
	➤ Loi des nœuds	42
	➤ Loi des mailles	42
VI.	Théorème de Thevenin et Norton	42
	VI.1.Théorème de Thevenin	42
	VI.2.Théorème de Norton	43
	VI.3.Equivalence entre représentations de Thévenin et Norton	43
	VI.4.Transformation (triangle \Leftrightarrow étoile)	43
VII.	Charge et décharge d'un condensateur	44
	VII.1.Charge d'un condensateur	44
	VII.2.Décharge d'un condensateur	45

Chapitre III: L'électromagnétisme

Introduction

I.	Quelques faits historiques	66
	I.1. Expérience d'Ørsted	66
	I.2. Les travaux d'Ampère et d'Arago	67
	I.3. Expérience de Rowland	67
	I.4. Effet Hall	68
	I.5. Loi de Biot et Savart	69
	I.6. Expérience de Faraday	69
II.	Le champ magnétique	70
	II.1. Définition du vecteur champ magnétique	70
	II.2. Propriétés des aimants	71
	II.3. Les lignes du champ magnétique	72
III.	Loi de Biot et Savart	72
IV.	Théorème d'Ampère	73
V.	Calcul de champs magnétiques créés par des courants permanents	73
VI.	Phénomènes d'induction	73
	VI.1. Force de Lorentz	74
	VI.2. Loi de Laplace	74
	VI.3. Loi de Faraday	75
	VI.4. Loi de Biot et Savart	76
	Sérié TD N°=4	77
	Conclusion générale	90
	Références	91
	Annex A : séries TD	92
	Annex B : Rappels Mathématiques	106
	Contenu de la matière	109

Avant-propos

Ce polycopié des travaux dirigés a été destiné aux étudiants inscrits en première année système LMD, sciences et technologie, deuxième semestre de l'année universitaire. Le contenu de ce polycopié, correspond au programme officiel de la matière <<physique 2>> enseigné en première année, socle commun, de domaine sciences et technologies. Il a été rédigé dans le but de permettre d'avoir un outil de travail et de référence recouvrant les connaissances qui leur sont demandés.

Le manuscrit contient avec les rappels des chaque cours au début, trois chapitres:

- L'électrostatique
- L'électrocinétique
- L'électromagnétisme

Afin de permettre à l'étudiant d'assimiler le cours, nous avons traité plusieurs exercices d'application.

Chapitre I: L'électrostatique

Chaque atome est constitué d'un noyau, autour duquel gravite un nuage formé d'électrons. Ces électrons des charges négatives ($-q$), se repoussent entre eux mais restent positionnés autour du noyau. Le noyau est constitué de protons, qui portent des charges positives ($+q$), et de neutrons qui sont des charges nulles, Avec ($q = 1,6.10^{-19}c$).

L'électrostatique est la science qui s'intéresse à l'étude de l'ensemble des phénomènes produits par des charges statiques (immobiles).

I. Quantification et conservation de la charge :

I.1. Quantification de la charge :

Toute charge électrique Q s'écrit :

$$Q = n.e^{-} \quad (\text{I.1})$$

Avec n entier dont la valeur absolue correspond au nombre d'électrons arrachés au introduit dans la matière et e est la charge de l'électron. Ceci signifie en réalité que lors de l'électrisation (chargement électrique) d'une matière, on ne peut que lui arracher ou introduire un nombre entier d'électrons. En d'autres termes il est impossible de fractionner un électron.

I.2. Conservation de la charge :

Lorsqu'un système matériel est isolé, la somme de toutes les charges positives plus la somme de toutes les charges négatives se conservent (est constante).

$$Q_{\text{initail}} = Q_{\text{final}} \quad (\text{I.2})$$

II. Loi de Coulomb

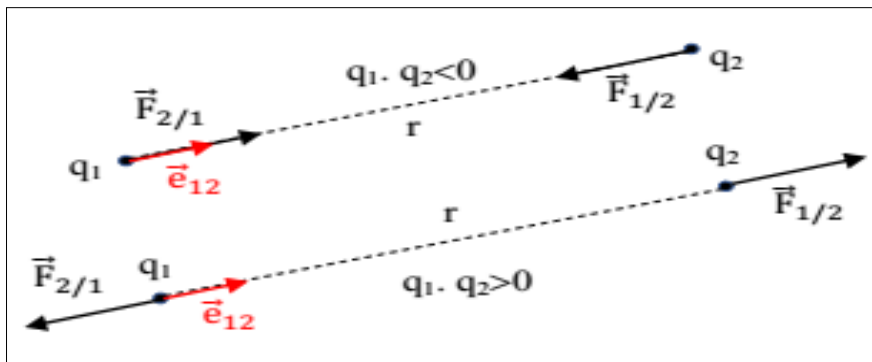
Toute charge électrique exerce une force (à distance) sur toute autre charge: des charges de même signe se repoussent, des charges de signe contraire s'attirent. Considérons Deux charges ponctuelles interagissent l'une sur l'autre par des forces

Chapitre I: L'électrostatique

opposées, dont les modules sont égaux, proportionnels aux produits des charges en valeurs absolues et inversement proportionnels au carré de la distance séparant les deux charges, la droite d'action de ces forces passant par les charges ponctuelles :

$$\vec{F}_{1/2} = -\vec{F}_{2/1} = K \frac{q_1 q_2}{r^2} \vec{e}_{12} \quad (\text{I.3})$$

$k = 9.10^9 \text{Nm}^2/\text{C}^2$: Constante caractérisant le milieu, ici le vide, \vec{e}_{12} est un vecteur unitaire orienté de q_1 vers q_2 .



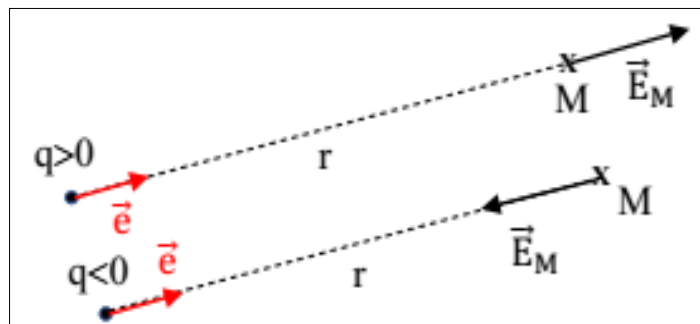
Figure(I.1) : Force de Coulomb

III. Le Champ et potentiel électrique

III.1. Le champ électrique

Un champ électrique est une région de l'espace où une charge électrique est soumise à une force électrique il est défini par l'équation suivant :

$$\vec{E}_M = K \frac{q}{r^2} \vec{e} \quad (\text{I.4})$$



Figure(I.2) : Le champ électrique.

III.2. Le Potentiel électrique

Une charge crée dans l'espace un champ et aussi un potentiel. Cet dernière pour une charge ponctuelle q en un point M dans l'espace, donnée par :

$$\vec{V}_M = K \frac{q}{r} \quad (I.5)$$

REMARQUES :

1. Si on place au point M une charge Q alors cette dernière sera soumise à une force exercée par q donnée par : $(\vec{F}_{q/Q} = K \frac{qQ}{r^2} \vec{e} = Q \vec{E}_M)$, La relation entre le champ et la force électriques donnée par :

$$\vec{F}_{q/Q} = Q \vec{E}_M \quad (I.6)$$

2. A l'exemple d'une charge ponctuelle La relation entre le champ et la potentiel électriques donnée par :

$$\vec{E}_M = -\overrightarrow{\text{grad}}V_M \quad (I.7)$$

Dans les coordonnées le gradient définit par :

$$\overrightarrow{\text{grad}} = \begin{cases} \left(\frac{\partial}{\partial x} \vec{i} + \frac{\partial}{\partial y} \vec{j} + \frac{\partial}{\partial z} \vec{k} \right) & \text{coordonnées cartizienne} \\ \left(\frac{\partial}{\partial r} \vec{U}_r + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial \theta} \vec{U}_\theta \right) & \text{coordonnées polaire} \\ \left(\frac{\partial}{\partial r} \vec{U}_r + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial \theta} \vec{U}_\theta + \frac{\partial}{\partial z} \vec{k} \right) & \text{coordonnées cylindrique} \end{cases} \quad (I.8)$$

IV. Dipôle électrique

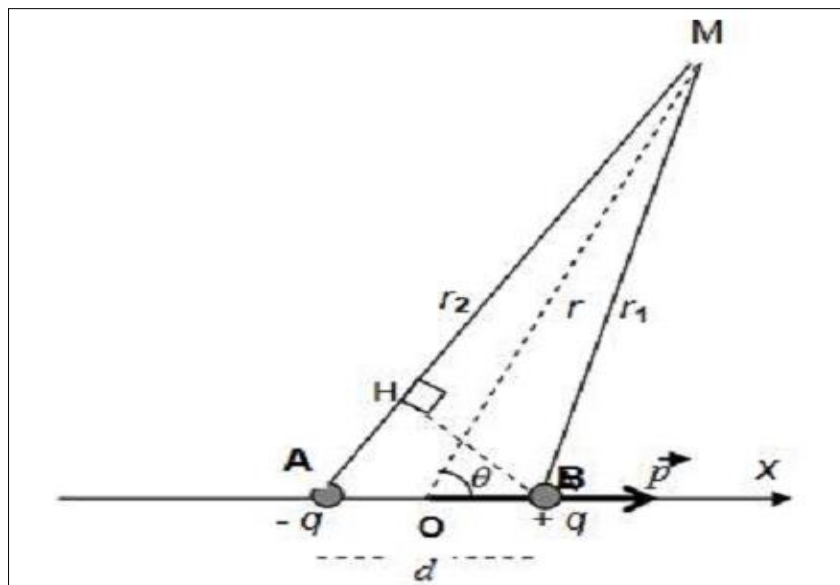
Un dipôle électrique est l'ensemble de deux charges ponctuelles égales, de signes contraires et séparées par une très petite distance. Cette notion est principalement utilisée en électromagnétisme et par suite en chimie où certaines liaisons entre molécules peuvent être expliquées en modélisant ces molécules par un dipôle (liaison hydrogène par exemple). En physique, on s'intéresse au champ électrostatique $E(r)$ créé en un point r éloigné du dipôle (on parle alors de dipôle actif). Mais on peut aussi étudier le comportement du dipôle lorsqu'il est placé dans un champ extérieur (on parle alors de dipôle passif).

Chapitre I: L'électrostatique

On appelle moment dipolaire d'un dipôle le vecteur libre \vec{p} , il est égal au produit de la valeur de la charge q par le vecteur déplacement \vec{a} de la charge, dirigé de la charge positive vers la charge négative (figure I.3)

$$\vec{P} = q \cdot \vec{a} \quad (\text{I.9})$$

Dans le SI, \vec{P} s'exprime en C.m.



Figure(I.3) : Dipôle électrique

V. Théorème de Gauss

Le flux du champ électrique à travers une surface fermée, appelée surface de Gauss, est égal à la somme des charges à l'intérieur de cette surface divisée par la permittivité de milieu considéré ϵ . Le théorème de Gauss n'est pratique que dans certains cas particuliers qui présentent une certaine symétrie tels que : sphère uniformément chargée et fil, cylindre et plan infinis uniformément chargés.

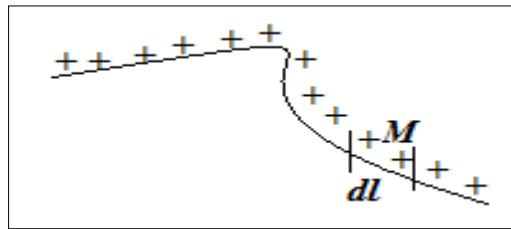
$$\phi = \oiint_{SG} \vec{E} \cdot d\vec{s}_G = \frac{\sum_i Q_{int}}{\epsilon_0} \quad (\text{I.10})$$

Chapitre I: L'électrostatique

V.1. Distribution linéique

On définit une densité linéique de charges λ , à partir de la charge dq portée par un élément du fil dl (si la charge est concentrée sur un système filiforme), entourant le point M par :

$$dq = \lambda \cdot dl \quad (I.11)$$

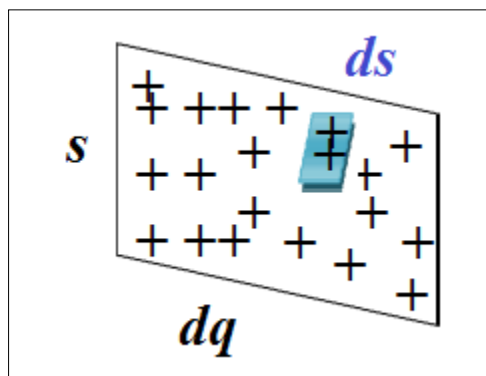


Figure(I.4) : Distribution linéique de charges

V.2. Distribution surfacique

On définit une densité surfacique de charges σ , entourant le point M, à partir de la charge dq portée par un élément ds de la surface d'une couche lorsque les charges sont réparties sur cette couche ayant une épaisseur très faible par rapport à ses dimensions:

$$dq = \sigma \cdot ds \quad (I.12)$$



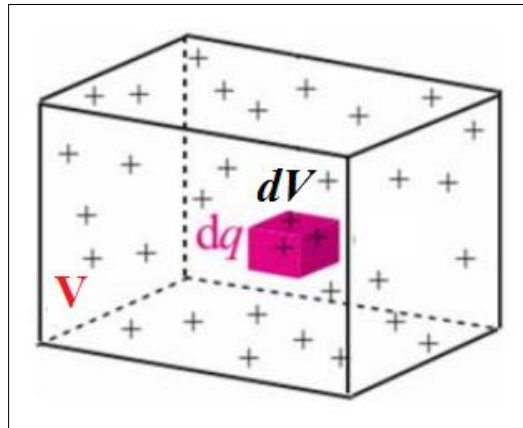
Figure(I.5) : Distribution surfacique de charges

V.3. Distribution volumique

La densité volumique de charges ρ est calculée à partir de la charge dq contenue dans un élément de volume dV entourant le point M

$$dq = \rho \cdot dV$$

(I.13)



Figure(I.6) : Distribution volumique de charges

VI. Conducteurs en équilibre électrostatique

Un conducteur est toute matière capable de bien conduire de l'électricité (présence de charges libres). Un conducteur est en équilibre électrostatique lorsqu'aucune charge électrique ne se déplace à l'intérieur du conducteur. La répartition des charges est constante dans le temps.

VI.1. Classification des matériaux

VI.1.1. Les Isolants

Ce genre de matériaux ne conduit pas l'électricité. Les porteurs de charges (e^-) sont liés et ne peuvent pas se déplacer librement.

Exemple : Plastique, verre, bois.

VI.1.2. Les Conducteurs

Sont des matériaux dans les quel les charges se déplacent librement lorsqu'une force électrostatique leur est appliquée.

Exemple : métaux, solutions électrolytiques.

VI.1.3. Les Semi-conducteurs

Ce sont des matériaux situés entre les deux premiers types. Ils peuvent selon des conditions (de température, électriques ...) se comporter comme bons conducteurs ou mauvais conducteurs.

Chapitre I: L'électrostatique

Exemple : Ge, Si, AsGa.

VII. Les Condensateurs

Un condensateur est un ensemble de deux conducteurs en influence totale (figure I.7), alors ($Q = Q_1$) prise comme la charge du condensateur. L'espace entre les deux armatures (les deux conducteurs) peut être du vide ou tout autre milieu non conducteur (diélectrique).

Soit un condensateur à l'équilibre, constitué de deux armatures A et B séparées d'une distance d , dont il est appliqué une différence de potentielle ($\Delta V = V_A - V_B > 0$) (V_A et V_B étant respectivement les potentiels des armatures A et B il apparaît sur la surface de l'armature A une charge positive Q_A et sur la surface de l'armature B une charge $Q_B = -Q_A = Q$). La capacité électrostatique de ce condensateur est définie par :

$$C = \frac{Q_B}{V_B - V_A} = \frac{Q_A}{V_A - V_B} = \frac{Q}{\Delta V} \quad (\text{I.14})$$

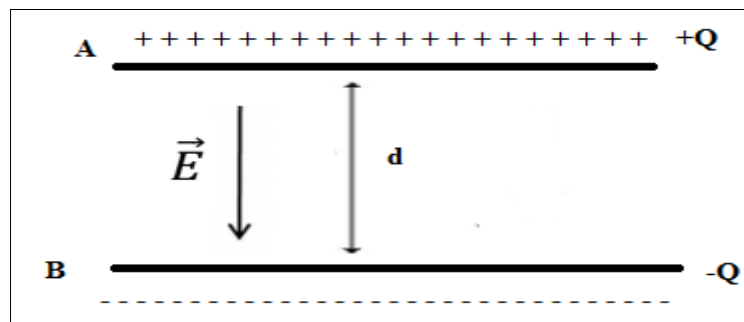


Figure (I.7) : conducteurs en influence totale

VII.1. Capacité d'un condensateur

On distingue trois types de condensateurs :

- **Plan :** constitue de deux conducteurs plans parallèles
- **Sphérique :** constitue de sphères concentriques
- **Cylindrique :** constitue de cylindres coaxiaux.

VII.1.1. Capacité d'un condensateur plan

Un condensateur plan (figure I.8) est formé de deux conducteurs plans, parallèles, de distance d . L'espace est très petit par rapport aux dimensions des armatures afin que celles-ci soient en influence totale.

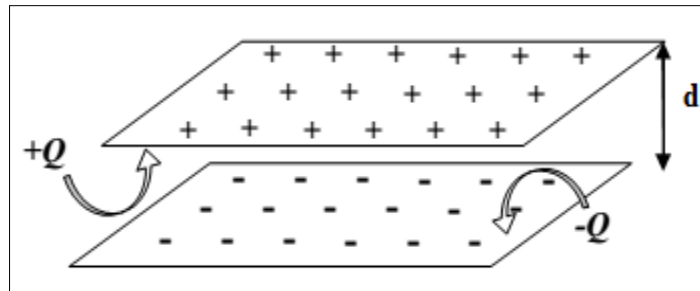


Figure (I.8) : condensateur plan

En appliquant le théorème de Gauss, la capacité d'un condensateur plan entre les deux armatures il est donné par:

$$C = \frac{\epsilon_0 S}{d} \quad (\text{I. 15})$$

VII.1.2. Capacité d'un condensateur sphérique.

Un condensateur sphérique (figure I.9), est constitué de deux sphères conductrices et concentriques. La première de rayon R_1 porte une charge positive $(+Q)$ et son potentiel est V_1 ; la seconde de rayon R_2 avec $(R_1 < R_2)$, porte une charge $(-Q)$ et son potentiel est V_2 , En appliquant le théorème de Gauss, on obtient le champ électrique entre les armatures d'un tel condensateur:

$$C = 4\pi\epsilon_0 \frac{R_1 R_2}{R_2 - R_1} \quad (\text{I. 16})$$

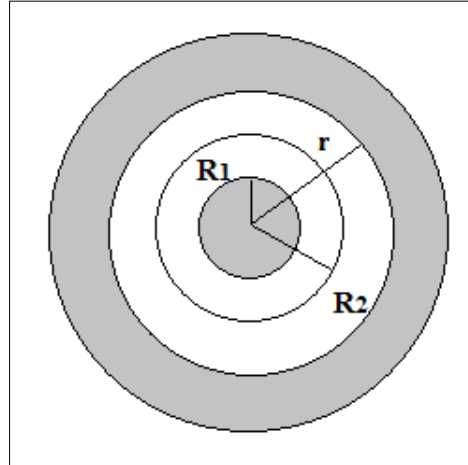


Figure (I.9): condensateur sphérique

VII.1.3. Capacité d'un condensateur Cylindrique.

la capacité d'un condensateur cylindrique (figure I.10), constitué de deux cylindres conducteurs coaxiaux de rayons R_1 et R_2 , de hauteurs l , portant sur leurs surfaces en regard les charges $(+Q)$ et $(-Q)$.

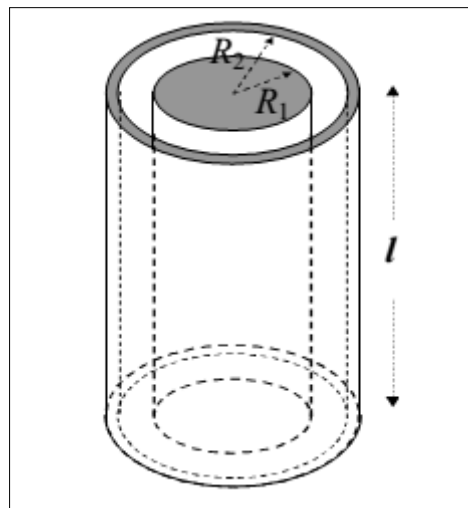


Figure (I.10) : condensateur cylindrique

Par application du théorème de Gauss, on aura :

$$C = 2\pi\epsilon_0 \frac{l}{\ln(R_2/R_1)} \tag{I.17}$$

VII.2. Association de condensateurs

Les condensateurs peuvent s'associer de deux manières : série et parallèle

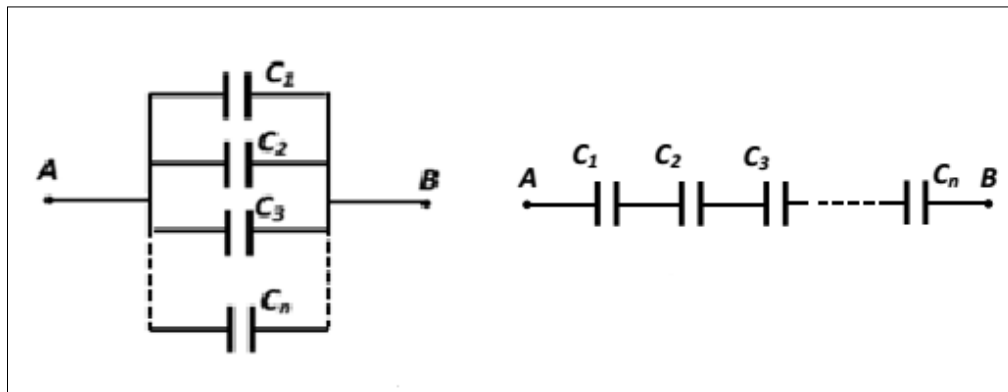


Figure (I.11) : Association de condensateurs, série et parallèle

Dans les deux cas d'association, l'ensemble des condensateurs peut être remplacé par un seul condensateur, appelé condensateur équivalent, de capacité

❖ **Association en série :**

$$\frac{1}{C_{eq}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3} + \dots \dots \dots \quad (I.18)$$

❖ **Association en parallèle:**

$$C_{eq} = C_1 + C_2 + C_3 + \dots \dots \dots \quad (I.19)$$

VII.3. Energie emmagasinée dans un condensateur :

L'étude théorique a démontré, comme le prouvent les expériences que l'énergie emmagasinée par un condensateur, chargé de charge Q, est proportionnelle au carré de la tension appliquée entre ses armatures. Son expression est :

$$E = \frac{1}{2} C \cdot V^2 \quad (I.20)$$

Sachant que $Q = C \cdot V$, on peut écrire :

$$E = \frac{1}{2} \frac{Q^2}{C} \quad (I.21)$$

VIII. Pression électrostatique

Calculons maintenant les forces auxquelles sont soumises les charges électriques situées à la surface d'un conducteur en équilibre. Ces charges de surface sont soumises à des forces répulsives de la part des autres charges du conducteur.

Considérons un élément de surface dS , portant une charge $dq = \sigma dS$. Le champ $E = \sigma n / 2\epsilon_0$, exerce sur la charge dq une force électrostatique :

$$dF = dq E = ds \frac{\sigma^2}{2\epsilon_0} n \quad (\text{I. 22})$$

Cette force est donc normale à la surface et dirigée vers l'extérieur quelque soit le signe de la charge. Elle est proportionnelle à l'élément de surface ds et présente, par conséquent, le caractère d'une force de pression. La force par unité de surface, c'est-à-dire la pression électrostatique, est alors donnée par :

$$P = \frac{\sigma^2}{2\epsilon_0} \quad (\text{I. 23})$$

SÉRIÉ TD N°=1

Exercice 1:

Soit un corps porte une charge Q . Est-il possible que ($Q_1 = -2\mu\text{c}$), ($Q_2 = 10^{-18}\text{c}$), ($Q_3 = -1\text{nc}$), ($Q_4 = -3.10^{-17}\text{c}$), ($Q_5 = 5.10^{-12}\text{c}$) ou ($Q_6 = -4.10^{-10}\text{c}$) ?

La Solution:

On appliquant la loi de Quantification de la charge :

$$Q_1 = -2\mu\text{c} \Rightarrow n = \frac{Q_1}{e^-} = \frac{-2\mu\text{c}}{-1,6.10^{-19}\text{c}} = \frac{-2.10^{-6}\text{c}}{-1,6.10^{-19}\text{c}} = 125.10^{11}$$

$$Q_2 = 10^{-18}\text{c} \Rightarrow n = \frac{Q_2}{e^-} = \frac{10^{-18}\text{c}}{-1,6.10^{-19}\text{c}} = -6,25$$

$$Q_3 = -1\text{nc} \Rightarrow n = \frac{Q_3}{e^-} = \frac{-1\text{nc}}{-1,6.10^{-19}\text{c}} = \frac{-10^{-9}\text{c}}{-1,6.10^{-19}\text{c}} = 625.10^7$$

$$Q_4 = -3.10^{-17}\text{c} \Rightarrow n = \frac{Q_4}{e^-} = \frac{-3.10^{-17}}{-1,6.10^{-19}\text{c}} = 187,5$$

$$Q_5 = 5.10^{-12}\text{c} \Rightarrow n = \frac{Q_5}{e^-} = \frac{5.10^{-12}\text{c}}{-1,6.10^{-19}\text{c}} = -3125.10^4$$

$$Q_6 = -4.10^{-10}\text{c} \Rightarrow n = \frac{Q_6}{e^-} = \frac{-4.10^{-10}\text{c}}{-1,6.10^{-19}\text{c}} = 25.10^8$$

On résulte que si n entier les charges Q_1, Q_3, Q_5, Q_6 : peut exister. Mais n pas entier les charges : Q_2, Q_4 : ne peuvent pas exister.

Exercice 2:

Deux sphères conductrices identiques portent des charges q_1 et q_2 ; on les met en contact puis on les sépare. Calculer les charges q'_1 et q'_2 qu'elles prennent dans les cas suivants et préciser pour chaque cas le sens de transfert des électrons lors du contact.

cas 1 : $q_1 = 4.10^{-8}\text{c}$ et $q_2 = 0\text{c}$

cas 2 : $q_1 = 3.10^{-8}\text{c}$ et $q_2 = 8.10^{-8}\text{c}$

Chapitre I: L'électrostatique

La Solution :

Soient q'_1 et q'_2 les charges de chaque sphère, après leur contact, puisque les sphères identiques, donc :

$$q'_1 = q'_2 \quad (1)$$

En appliquant le principe de conservation de la charge, on aura :

$$q'_1 + q'_2 = q_1 + q_2 \quad (2)$$

$$q'_1 = q'_2 = \frac{q_1 + q_2}{2} \quad (3)$$

cas 1 : $q_1 = 4 \cdot 10^{-8} \text{C}$ et $q_2 = 0 \text{C} \Rightarrow q'_1 = q'_2 = 2 \cdot 10^{-8} \text{C}$

cas 2 : $q_1 = 3 \cdot 10^{-8} \text{C}$ et $q_2 = 8 \cdot 10^{-8} \text{C} \Rightarrow q'_1 = q'_2 = 5,5 \cdot 10^{-8} \text{C}$

Exercice 3:

Calculer la force qu'exerce la charge $q_1 = 3 \cdot 10^{-3} \text{C}$ sur une charge $q_2 = -5 \cdot 10^{-4} \text{C}$ séparées par la distance 20 mm.

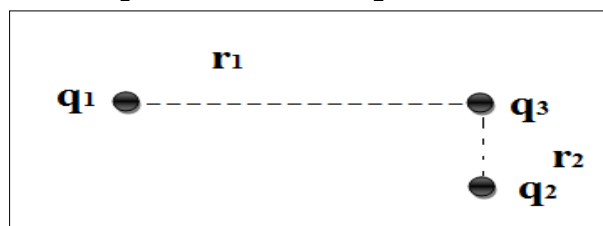
La Solution :

$$\vec{F}_{1/2} = K \frac{q_1 q_2}{r^2} = 9 \cdot 10^9 \frac{\text{Nm}^2}{\text{C}^2} \frac{(-15 \cdot 10^{-7}) \text{C}^2}{(20 \cdot 10^{-2} \text{m})^2} = 33,75 \cdot 10^6 \text{N}$$

La force qu'exerce la charge q_1 sur la charge q_2 égale $33,75 \cdot 10^6 \text{N}$

Exercice 4:

Soit une charge q_3 se trouvant en présence de charges q_1 et q_2 suivant la figure ci-contre. Calculer la force résultante agissant sur q_3 . Avec $q_1 = -2,5 \cdot 10^{-3} \text{C}$; $q_2 = 1,5 \cdot 10^{-3} \text{C}$; $q_3 = 0,8 \cdot 10^{-3} \text{C}$, $r_1 = AC = 1,2 \text{m}$; $r_2 = BC = 0,8 \text{m}$.



Chapitre I: L'électrostatique

La Solution :

- Puisque : $q_1 q_3 < 0$, donc $F_{13} < 0$ est une force d'attraction.
- Et puisque : $q_2 q_3 > 0$, donc $F_{23} > 0$ est une force de répulsion.

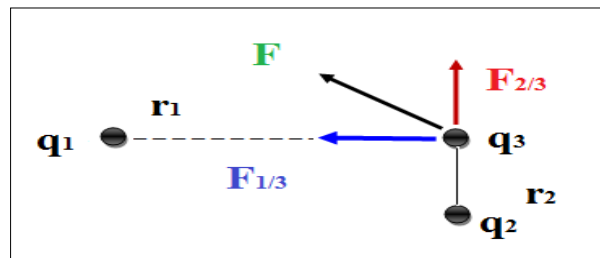
D'où :

$$\vec{F}_{1/3} = K \frac{q_1 q_3}{r^2} \vec{U} \Rightarrow F_{1/3} = 9 \cdot 10^9 \frac{\text{Nm}^2}{\text{C}^2} \frac{(-2.5 \cdot 10^{-6} \cdot 0.8) \text{C}^2}{(1.2\text{m})^2} = -12,5 \cdot 10^3 \text{N}$$

$$\vec{F}_{2/3} = K \frac{q_2 q_3}{r^2} \vec{U} \Rightarrow F_{2/3} = 9 \cdot 10^9 \frac{\text{Nm}^2}{\text{C}^2} \frac{(1.5 \cdot 10^{-6} \cdot 0.8) \text{C}^2}{(0.8\text{m})^2} = 16,875 \cdot 10^3 \text{N}$$

La force résultante agissant sur q_3 :

$$F = \sqrt{F_{1/3}^2 + F_{2/3}^2} = 10^3 \sqrt{(-12,5)^2 + (16,875)^2} = 21 \cdot 10^3 \text{N}$$



Exercice 5:

Deux sphères conductrices identiques portant des charges de signes opposés s'attirent avec une force de 0,108 N. quand la distance qui les sépare est $d = 0,5$ m. On les relie à l'aide d'un fil conducteur jusqu'à ce que l'équilibre soit établi. Après avoir enlevé le fil, elles se repoussent avec une force de 0,036 N.

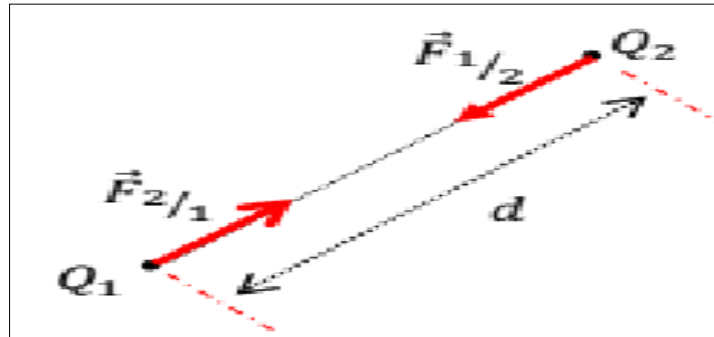
Quelle était la charge initiale de chaque sphère (le rayon des sphères $\ll d$) ?

La Solution :

Le rayon des sphères $\ll d \Rightarrow$ On peut considérer que les sphères conductrices sont des charges ponctuelles.

1- Soient Q_1 et Q_2 les charges que portent, respectivement, les deux sphères S_1 et S_2 avant de les relier à l'aide d'un fil conducteur (Etat 1). D'après les données de l'exercice : $Q_1 \cdot Q_2 < 0$, c-à-d cas d'attraction

Chapitre I: L'électrostatique



$$\vec{F}_{1/2} = -\vec{F}_{2/1} = K \frac{Q_1 Q_2}{r^2} \vec{U}_{12} \Rightarrow F_{1/2} = -F_{2/1} = K \frac{|Q_1 Q_2|}{r^2}$$

AN :

$$|Q_1 Q_2| = F_{1/2} \frac{r^2}{K} = 0,108 \text{ N} \frac{(0,5 \text{ m})^2 \text{C}^2}{9 \cdot 10^9 \text{ Nm}^2} = 3 \cdot 10^{-12} \text{ C}^2$$

$$Q_1 \cdot Q_2 = -3 \cdot 10^{-12} \text{ C}^2 \quad (1)$$

2. Soient Q'_1 et Q'_2 les charges que portent, respectivement, les deux sphères S_1 et S_2 après avoir enlevé le fil conducteur (Etat 2). étant donné que les deux sphères soit identique : $Q'_1 = Q'_2$, c-a-d cas de répulsion.

$$(\vec{F}_{1/2})' = -(\vec{F}_{2/1})' = K \frac{Q'_1 Q'_2}{d^2} \vec{U}_{12} \Rightarrow (F_{1/2})' = (F_{2/1})' = K \frac{(Q'_1)^2}{d^2}$$

AN :

$$(Q'_1)^2 = F_{1/2} \frac{d^2}{K} = 0,036 \text{ N} \frac{(0,5 \text{ m})^2 \text{C}^2}{9 \cdot 10^9 \text{ Nm}^2} = 10^{-12} \text{ C}^2$$

$$Q'_1 = \pm 10^{-6} \text{ C} \quad (2)$$

En appliquant le principe de conservation de la charge entre les deux cas en écrit

$$Q_1 + Q_2 = Q'_1 + Q'_2 = 2Q'_1 \quad (3)$$

On a deux cas

1^{ere} cas si $Q'_1 = +10^{-6} \text{ C}$ Donc :

$$\begin{cases} Q_1 \cdot Q_2 = -3 \cdot 10^{-12} \text{ C}^2 \\ Q_1 + Q_2 = 2Q'_1 = 2 \cdot 10^{-6} \text{ C} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} Q_1 = -3 \cdot 10^{-6} \text{ C et } Q_2 = -10^{-6} \text{ C} \\ Q_1 = -10^{-6} \text{ C et } Q_2 = 3 \cdot 10^{-6} \text{ C} \end{cases}$$

2^{eme} cas si $Q'_1 = -10^{-6} \text{ C}$ Donc :

$$\begin{cases} Q_1 \cdot Q_2 = -3 \cdot 10^{-12} \text{ C}^2 \\ Q_1 + Q_2 = 2Q'_1 = -2 \cdot 10^{-6} \text{ C} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} Q_1 = -3 \cdot 10^{-6} \text{ C et } Q_2 = 10^{-6} \text{ C} \\ Q_1 = 10^{-6} \text{ C et } Q_2 = -3 \cdot 10^{-6} \text{ C} \end{cases}$$

Chapitre I: L'électrostatique

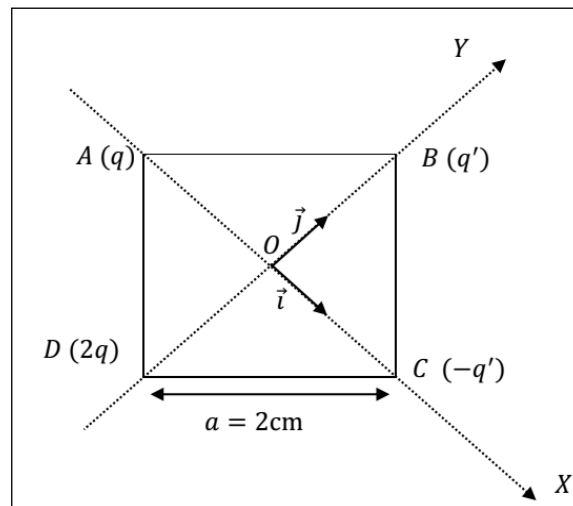
Exercice 6:

Soient quatre charges ponctuelles placées aux sommets d'un carré de côté $a = 2\text{cm}$ et de centre O (figure ci-contre).

1. Écrire le champ électrique créé au point O par chaque charge ?
2. déterminer les valeurs de q et q' ? Sachant que l'expression du champ électrique résultant au point O est donnée par : $\vec{E}_O = 5\vec{i} + 6\vec{j}$
3. Déterminer le potentiel au point O ?

La Solution :

1. le champ électrique créé au point O par chaque charge
on calculons la distance ente les points (A,B,C,D) et le centre O :



$$(AC)^2 = (CD)^2 + (AD)^2 = 2a^2 \Rightarrow AC = \sqrt{2}a$$

$$AO = BO = CO = DO = \frac{AC}{2} = \frac{\sqrt{2}a}{2} = \frac{a}{\sqrt{2}}$$

$$\vec{E}_A = K \frac{q_A}{(AO)^2} \vec{i} = K \frac{q_A}{\left(\frac{a}{\sqrt{2}}\right)^2} \vec{i} = 2K \frac{q}{a^2} \vec{i}$$

$$\vec{E}_A = \frac{2Kq}{a^2} \vec{i}$$

Chapitre I: L'électrostatique

$$\vec{E}_B = K \frac{q_B}{(BO)^2} (-\vec{j}) = K \frac{q'}{\left(\frac{a}{\sqrt{2}}\right)^2} (-\vec{j}) = -2K \frac{q'}{a^2} \vec{j}$$

$$\vec{E}_B = -2K \frac{q'}{a^2} \vec{j}$$

$$\vec{E}_C = K \frac{q_C}{(CO)^2} (-\vec{i}) = K \frac{(-q')}{\left(\frac{a}{\sqrt{2}}\right)^2} (-\vec{i}) = 2K \frac{q'}{a^2} \vec{i}$$

$$\vec{E}_C = 2K \frac{q'}{a^2} \vec{i}$$

$$\vec{E}_D = K \frac{q_D}{(DO)^2} (\vec{j}) = K \frac{2q}{\left(\frac{a}{\sqrt{2}}\right)^2} (\vec{j}) = 4K \frac{q}{a^2} \vec{j}$$

$$\vec{E}_D = 4K \frac{q}{a^2} \vec{j}$$

Etant donné que quatre charges sont au voisinage du point O , alors le champ électrique, résultant est la somme des champs électrique créés par chaque charge. En conséquence :

$$\vec{E}_0 = \vec{E}_A + \vec{E}_B + \vec{E}_C + \vec{E}_D$$

$$\vec{E}_0 = \frac{2Kq}{a^2} \vec{i} - 2K \frac{q'}{a^2} \vec{j} + 2K \frac{q'}{a^2} \vec{i} + 4K \frac{q}{a^2} \vec{j}$$

$$\vec{E}_0 = \frac{2K}{a^2} (q+q')\vec{i} + \frac{2K}{a^2} (2q - q')\vec{j} \quad (1)$$

2. les valeurs de q et q'

Sachant que l'expression du champ électrique résultant au point O est donnée par :

$$\vec{E}_0 = 5\vec{i} + 6\vec{j} \quad (2)$$

On comparant (1) avec (2) on obtient les valeurs de q et q'

$$\begin{cases} \frac{2K}{a^2} (q+q') = 5 \\ \frac{2K}{a^2} (2q - q') = 6 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} q = 0,8148 \cdot 10^{-13} \text{ C} \\ q' = 0,2962 \cdot 10^{-13} \text{ C} \end{cases}$$

3. le potentiel au point O ?

$$V_0 = V_A + V_B + V_C + V_D$$

$$V_A = K \frac{q_A}{r} = K \frac{q}{AO} = K \frac{q}{\frac{a}{\sqrt{2}}} = \sqrt{2} K \frac{q}{a}$$

Chapitre I: L'électrostatique

$$V_A = \sqrt{2}K \frac{q}{a}$$

De même méthode

$$V_B = -\sqrt{2}K \frac{q'}{a}, V_C = \sqrt{2}K \frac{q'}{a}, V_D = 2\sqrt{2}K \frac{q}{a}$$

$$V_0 = \sqrt{2}K \frac{q}{a} - \sqrt{2}K \frac{q'}{a} + \sqrt{2}K \frac{q'}{a} + 2\sqrt{2}K \frac{q}{a} = 3\sqrt{2}K \frac{q}{a}$$

$$V_0 = 3\sqrt{2}K \frac{q}{a}$$

A.N :

$$V_0 = 3\sqrt{2}K \frac{q}{a} = 3\sqrt{2} \cdot 9 \cdot 10^9 \frac{\text{Nm}^2}{\text{C}^2} \frac{0,8148 \cdot 10^{-13} \text{C}}{2 \cdot 10^{-2} \text{m}} = 3,66 \cdot 10^{-2} \text{V}$$

Le potentiel au point O donnée par :

$$V_0 = 3,66 \cdot 10^{-2} \text{V}$$

Exercice 7:

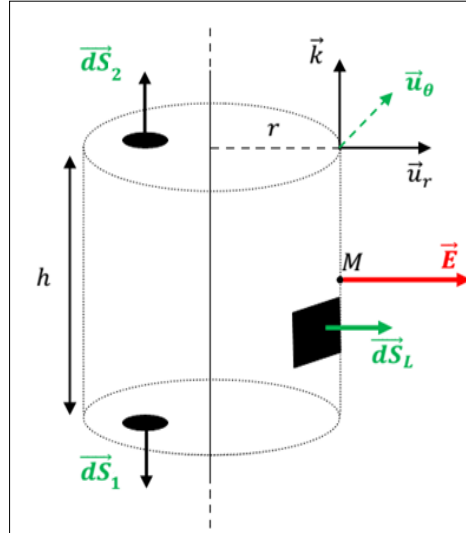
On considère un fil infini uniformément chargé. En déduisant le théorème de Gauss, calculer le champ électrostatique crée en point M de l'espace distant de r du fil.

La Solution

Le fil étant infini, il y a une invariance par translation le long du fil, ceci permet de dire que le Champ électrique lui est perpendiculaire et que son intensité en un point M ne dépend que de la distance de ce point au fil.

On choisit ensuite une surface de Gauss cylindrique de hauteur h, de rayon r et d'axe confondu avec le fil chargé. Puis on calcule le flux du champ électrique à travers la surface de Gauss choisie. D'après le théorème de Gauss, le flux est égal à la somme des charges contenues dans le cylindre divisée par ϵ_0 .

$$\phi = \oiint_S \vec{E} \cdot d\vec{s} = \frac{Q_{\text{int}}}{\epsilon_0}$$



La surface du cylindre se compose de la surface latérale et de deux bases. Comme le champ est radial, il est parallèle aux bases et le flux correspondant est nul. seul le flux à travers la surface latérale est non nul :

$$\Phi = \oiint_S \vec{E} \cdot d\vec{s} = \iint_{s_1} \vec{E} \cdot d\vec{s}_1 + \iint_{s_2} \vec{E} \cdot d\vec{s}_2 + \iint_{s_L} \vec{E} \cdot d\vec{s}_L$$

$$\iint_{s_1} \vec{E} \cdot d\vec{s}_1 = 0 \text{ puisque } \vec{E} \perp d\vec{s}_1$$

$$\iint_{s_2} \vec{E} \cdot d\vec{s}_2 = 0, \text{ puisque } \vec{E} \perp d\vec{s}_2$$

$$\Phi = \iint_{s_L} \vec{E} \cdot d\vec{s}_L = \iint_S E \cdot 2\pi r h$$

Les charges intérieures à la surface du cylindre :

$$Q_{\text{int}} = \lambda \cdot h$$

$$\Phi = \iint_S E \cdot 2\pi r h = \frac{\lambda \cdot h}{\epsilon_0}$$

On trouve donc

$$E = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0} \frac{1}{r}$$

$$\vec{E} = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0} \frac{1}{r} \vec{U}_r$$

Chapitre I: L'électrostatique

Exercice 8:

Un cylindre de hauteur H et de rayon R est chargé par une densité volumique de charges ($\rho = A/r$) variable en fonction du rayon r dans le cylindre. (r distance de l'axe de révolution à un point quelconque du cylindre et A une constante). Donner l'expression de la charge Q contenue dans le volume V de ce cylindre.

La Solution

Selon la loi de distribution des charges

$$dQ = \rho \cdot dV \Rightarrow Q = \iiint_V \rho \cdot dV$$

Ou dv dans le coordonnées cylindrique donne par :

$$dV = r dr d\theta dz, \quad 0 < r < R, \quad 0 < \theta < 2\pi, \quad 0 < z < H$$

$$Q = \iiint_V \rho \cdot r d\theta dz = \iiint_V A/r \cdot r d\theta dz = A \iiint_V d\theta dz = A \int_0^R dr \int_0^{2\pi} d\theta \int_0^H dz = 2\pi ARH$$

l'expression de la charge Q contenue dans le volume V de ce cylindre Donner par

$$Q = 2\pi ARH.$$

Exercice 9:

Une sphère de rayon $R=10$ cm porte une charge $Q = 1\mu\text{C}$ répartie uniformément. Quelle est la densité de charges surfacique σ portée par la sphère ?

La Solution

Selon la loi de distribution des charges

$$dQ = \sigma \cdot dS \Rightarrow Q = \iint_S \sigma \cdot dS$$

Ou ds dans le coordonnées sphérique donne par :

$$dS = R^2 \sin\theta d\theta d\varphi, \quad 0 < \theta < \pi, \quad 0 < \varphi < 2\pi$$

$$Q = \iint_S \sigma \cdot R^2 \sin\theta d\theta d\varphi = \sigma \cdot R^2 \int_0^\pi \sin\theta d\theta \int_0^{2\pi} d\varphi = 4\pi\sigma R^2$$

Chapitre I: L'électrostatique

$$Q = 4\pi\sigma R^2 \Rightarrow \sigma = \frac{Q}{4\pi R^2}$$

A.N :

$$\sigma = \frac{1\mu\text{C}}{4\pi(0,1)^2\text{m}^2} = 9,757\mu\text{Cm}^{-2}$$

la densité de charges surfacique σ portée par la sphère égale : $\sigma = 9,757\mu\text{Cm}^{-2}$.

Exercice 10:

Un disque de rayon R porte une distribution de charges non uniforme à symétrie radiale. Suivant un rayon, la densité surfacique de charge varie suivant la loi : $\sigma = A \cdot r$. Exprimer en fonction de A et R la charge totale Q portée par le disque.

La Solution

Selon la loi de distribution des charges

$$dQ = \sigma \cdot dS \Rightarrow Q = \iint_S \sigma \cdot dS$$

Ou dS dans le coordonnées polaire donne par :

$$dS = r dr d\theta, \quad 0 < r < R, \quad 0 < \theta < 2\pi$$

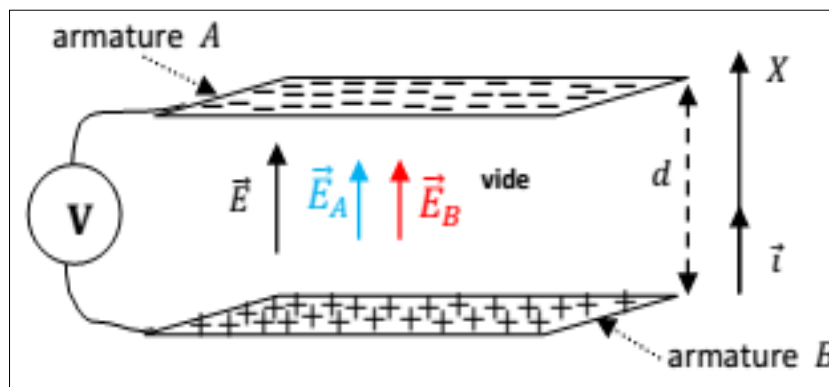
$$Q = \iint_S A \cdot r \cdot r dr d\theta = A \int_0^R r^2 dr \int_0^{2\pi} d\theta = \frac{2}{3} A \pi R^3$$

La charge totale Q portée par le disque : $Q = \frac{2}{3} A \pi R^3$

SÉRIÉ TD N°= 2

Exercice 1 :

Voir la figure ci-contre et Calculer la capacité d'un condensateur plan de surface ($s=300\text{cm}^2$) et séparée par le vide d'épaisseur ($d=0,2\text{mm}$):



La Solution

les deux plans conducteurs (armatures) qui constituent le condensateur sont considéré infini et ceci vue leurs dimensions par rapport à la distance qui les sépare. Dans cette solution le vide est considéré comme milieu entre les armatures. Par le principe de superposition le champ électrique entre les armatures de ce condensateur est uniforme, $\vec{E} = \vec{E}_A + \vec{E}_B$

$$\vec{E}_A = \vec{E}_B = \frac{\sigma}{2\epsilon_0} \vec{i} \Rightarrow \vec{E} = \frac{\sigma}{\epsilon_0} \vec{i}$$

D'autre part

$$\begin{aligned} \vec{E} = -\overrightarrow{\text{grad}} V = -\frac{dV}{dr} \Rightarrow dV = -\vec{E}dr = -\frac{\sigma}{\epsilon_0} \vec{i} \cdot d\vec{r} &= -\frac{\sigma}{\epsilon_0} \vec{i} \cdot (dx \vec{i} + dy \vec{j} + dz \vec{k}) \\ &= -\frac{\sigma}{\epsilon_0} \vec{i} \cdot (dx \vec{i}) = -\frac{\sigma}{\epsilon_0} dx \Rightarrow \int_{V_B}^{V_A} dV = \int_0^d -\frac{\sigma}{\epsilon_0} dx \Rightarrow V_B - V_A = V = \frac{\sigma}{\epsilon_0} d \end{aligned}$$

La répartition de charge étant uniforme, on a :

$$\sigma = \frac{Q}{S} \Rightarrow Q = \sigma S$$

la capacité d'un condensateur plan s'écrit par :

Chapitre I: L'électrostatique

$$C = \frac{Q}{V} = \frac{\epsilon_0 S}{d}$$

AN :

$$C = \frac{\epsilon_0 S}{d} = \frac{8,85 \cdot 10^{-12} \text{F} \cdot 300 \text{cm}^2}{0,2 \cdot 10^{-3} \text{m}^2}$$

$$C = \frac{8,85 \cdot 10^{-13} \cdot 300}{0,2} \text{F} = 13275 \cdot 10^{-9} \cdot 10^{-4} \text{F} = 1,3275 \text{nF}$$

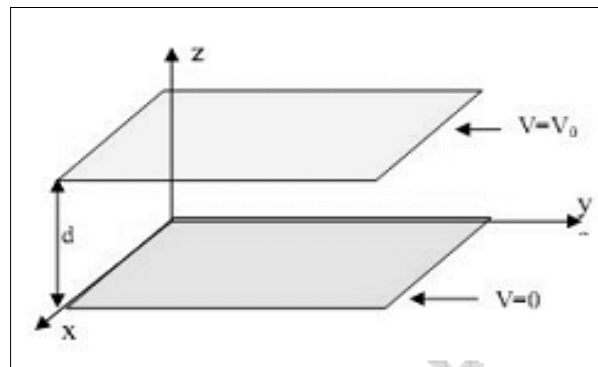
$$C = 1,3275 \text{nF}.$$

Exercice 2 :

Deux conducteurs métalliques plans et parallèles d'aire commune A distants de d forment un condensateur plan (voir figure). La plaque supérieure est portée au potentiel V_0 et la plaque inférieure est reliée au sol ($V=0$).

1. Déterminer la capacité de ce condensateur plan ?
2. Calculer Q_0 entre les armatures ?

Donnée: $V_0 = 400\text{V}$, $d = 30\mu\text{m}$ et $A = 15\text{cm}^2$



La Solution

1. la capacité de ce condensateur plan

Selon la loi de la capacité de condensateur plan donnée par l'équation:

$$C = \frac{\epsilon_0 A}{d}$$

A.N :

Chapitre I: L'électrostatique

$$C = \frac{8,85 \cdot 10^{-12} \text{F} \cdot 15 \cdot 10^{-4} \text{m}^2}{30 \cdot 10^{-6} \text{m}^2} = \frac{8,85 \cdot 10^{-10} \cdot 15}{30} \text{F} = 0,4425 \text{nF}$$

$$C = 0,4425 \text{nF}$$

2. La charge Q entre les armatures

La charge Q sur la plaque est

$$Q = \sigma \cdot A = \frac{\epsilon_0 V_0}{d} A$$

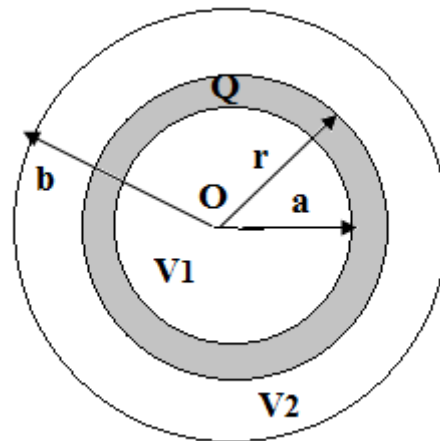
A.N :

$$Q = \frac{8,85 \cdot 10^{-12} \text{F} \cdot 400 \text{V} \cdot 15 \cdot 10^{-4} \text{m}^2}{30 \cdot 10^{-6} \text{m}^2} = 176 \text{nC}$$

$$Q = 176 \text{nC}.$$

Exercice 3 :

Calculer la capacité d'un condensateur sphérique de centre O et de rayon r ?



La Solution

La capacité d'un condensateur sphérique de centre O et de rayon r

On :

$$\vec{E} = -\overrightarrow{\text{grad}} V = -\frac{dV}{dr}$$

$$\Rightarrow dV = -\vec{E} dr$$

Chapitre I: L'électrostatique

$$\Rightarrow \int_{V_1}^{V_2} dV = \int_0^d -K \frac{Q}{r^2} dr = -KQ \int_a^b \frac{1}{r^2} dr \Rightarrow V = -KQ \left(\frac{-1}{r} \right)_b \Rightarrow V = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{1}{b} - \frac{1}{a} \right)$$

Or :

$$C = \frac{Q}{V} = 4\pi\epsilon_0 \frac{ab}{b-a}$$

Exercice 4:

Déterminer l'expression de la capacité d'un condensateur cylindrique, constitué de deux cylindres conducteurs coaxiaux de rayons $R_1 = 1 \text{ mm}$ et $R_2 = 3 \text{ mm}$, de hauteurs $h=10 \text{ cm}$, portant sur leurs surfaces en regard les charges $(+Q)$ et $(-Q)$.

La solution :

D'après le théorème de Gauss, le flux est égal à la somme des charges contenues dans le cylindre divisée par ϵ_0 .

$$\phi = \oiint_S \vec{E} \cdot d\vec{s} = \frac{Q_{\text{int}}}{\epsilon_0}$$

$$\phi = \iint_{S_L} \vec{E} \cdot d\vec{s}_L = E \cdot 2\pi hr = \frac{Q_{\text{int}}}{\epsilon_0}$$

On trouve donc

$$E = \frac{Q}{2\pi h\epsilon_0 r}$$

$$\vec{E} = -\text{grad } V = -\frac{dV}{dr} \Rightarrow dV = -\vec{E}dr \Rightarrow \int_{V_1}^{V_2} dV = -\frac{Q}{2\pi h\epsilon_0} \int_{R_1}^{R_2} \frac{1}{r} dr = \frac{Q}{2\pi h\epsilon_0} \ln\left(\frac{R_2}{R_1}\right)$$

$$V = V_1 - V_2 = \frac{Q}{2\pi h\epsilon_0} \ln\left(\frac{R_2}{R_1}\right)$$

$$C = \frac{Q}{V}$$

$$C = 2\pi h\epsilon_0 \frac{1}{\ln(R_2/R_1)}$$

A.N :

$$C = 2\pi(0,1) \cdot 8,85 \cdot 10^{-12} \frac{1}{\ln(3)} F = 5,06 \text{ pF}$$

Chapitre I: L'électrostatique

Exercice 5 :

Déterminer la charge Q_{int} contenue par une sphère de centre O et rayon R. Tel que la distribution de charge qui est à l'origine du potentiel électrostatique donnée par :

$$V(r) = \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \frac{1}{r} e^{-\frac{r}{a}}, \text{ ou } q > 0 \text{ et } a \text{ constant.}$$

La solution :

✚ 1^{ere} nous calculons le champ électrique

$$\vec{E} = -\overrightarrow{\text{grad}} V = -\frac{dV}{dr}$$

$$E = -\frac{q}{4\pi\epsilon_0} \frac{d}{dr} \left[\frac{1}{r} e^{-r/a} \right]$$

$$E = \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \frac{1}{r^2} \left(1 + \frac{r}{a} \right) e^{-r/a}$$

✚ 2^{eme} nous appliquons le théorème de Gauss, on trouve

$$\oint_S \vec{E} \cdot \vec{ds} = \frac{Q_{\text{int}}}{\epsilon_0} \quad (*)$$

$$\oint_S \vec{E} \cdot \vec{ds} = \oint_S \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \frac{1}{r^2} \left(1 + \frac{r}{a} \right) e^{-r/a} \cdot ds$$

$$ds = r^2 \sin\theta d\theta d\varphi$$

$$\oint_S \vec{E} \cdot \vec{ds} = \oint_S \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \frac{1}{r^2} \left(1 + \frac{r}{a} \right) e^{-r/a} \cdot r^2 \sin\theta d\theta d\varphi = \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \left(1 + \frac{r}{a} \right) e^{-r/a} \oint_S \sin\theta d\theta d\varphi$$

$$\oint_S \vec{E} \cdot \vec{ds} = \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \left(1 + \frac{r}{a} \right) e^{-r/a} \int_0^\pi \sin\theta d\theta \int_0^{2\pi} d\varphi$$

$$\oint_S \vec{E} \cdot \vec{ds} = \frac{q}{\epsilon_0} \left(1 + \frac{r}{a} \right) e^{-\frac{r}{a}}$$

Donc

$$\frac{Q_{\text{int}}}{\epsilon_0} = \frac{q}{\epsilon_0} \left(1 + \frac{r}{a} \right) e^{-\frac{r}{a}}$$

$$\Rightarrow Q_{\text{int}} = q \left(1 + \frac{r}{a} \right) e^{-\frac{r}{a}} > 0.$$

Chapitre I: L'électrostatique

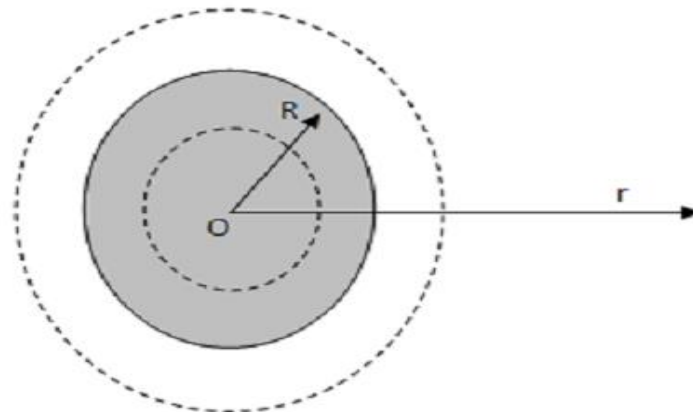
Exercice :6

Une sphère de rayon R et de centre O, contient une distribution volumique de charges. La densité volumique n'étant fonction que de la distance r est définie par : $\rho = b/r$, avec $0 < r < R$ et $b = \text{cte}$.

Calculer en utilisant le théorème de Gauss, le champ électrique créé par la distribution dans tout l'espace ($0 < r < \infty$).

La Solution

Le champ créé par une sphère étant radial, nous choisirons une surface de Gauss sphérique de centre O.



Le théorème de Gauss s'écrit :

$$\oint_S \vec{E} \cdot \vec{ds} = \frac{Q_{\text{int}}}{\epsilon_0} \quad (*)$$

D'où

$$E 4\pi r^2 = \frac{Q_{\text{int}}}{\epsilon_0} \quad (**)$$

Nous désignerons deux cas :

a- $0 < r < R$: nous avons

$$dq = \rho dV = \frac{b}{r} 4\pi r^2 dr = 4b\pi r dr$$

$$Q_{\text{int}} = \int_0^r dq = \int_0^r 4b\pi r dr = 2b\pi r^2 \quad (***)$$

Chapitre I: L'électrostatique

A partir de (**)

$$E = \frac{Q_{\text{int}}}{4\pi r^2 \epsilon_0} = \frac{2b\pi r^2}{4\pi r^2 \epsilon_0} = \frac{b}{2\epsilon_0}$$

$$E = \frac{b}{2\epsilon_0}$$

b- $r > R$: nous avons

$$dq = \rho dV = \frac{b}{r} 4\pi r^2 dr = 4b\pi r dr$$

$$Q_{\text{int}} = \int_0^R dq = \int_0^R 4b\pi r dr = 2b\pi R^2 \quad (***)$$

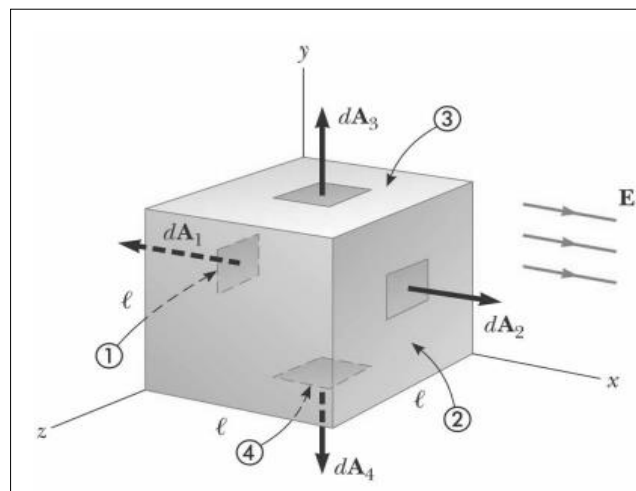
A partir de (**)

$$E = \frac{Q_{\text{int}}}{4\pi r^2 \epsilon_0} = \frac{2b\pi R^2}{4\pi r^2 \epsilon_0} = \frac{bR^2}{2r^2 \epsilon_0}$$

$$E = \frac{bR^2}{2r^2 \epsilon_0}$$

Exercice :7

Calculer le flux électrique total à travers une surface du cube (voir la figure)



Chapitre I: L'électrostatique

La Solution

En utilisant le théorème de Gauss, le champ électrique crée par :

$$\Phi = \oiint_S \vec{E} \cdot \vec{ds} = \int_{S_1} E \cdot dA_1 \cdot \cos\theta + \int_{S_2} E \cdot dA_2 \cdot \cos\theta + \int_{S_3} E \cdot dA_3 \cdot \cos\theta + \int_{S_4} E \cdot dA_4 \cdot \cos\theta$$

Avec : $E \perp dA_3$ et $E \perp dA_4$

$$\Rightarrow \int_{S_3} E \cdot dA_3 \cdot \cos\theta = \int_{S_4} E \cdot dA_4 \cdot \cos\theta = 0$$

Donc

$$\Phi = \int_{S_1} E \cdot dA_1 \cdot \cos\theta + \int_{S_2} E \cdot dA_2 \cdot \cos\theta = \int_{S_1} -E \cdot dA_1 \cdot \cos(\pi) + \int_{S_2} E \cdot dA_2 \cdot \cos(0) = 0$$

Puisque

$$\int_{S_1} -E \cdot dA_1 \cdot \cos(\pi) = -E \int dA = -El^2$$

Et

$$\int_{S_2} E \cdot dA_2 \cdot \cos(0) = E \int dA = El^2$$

Finalement le flux électrique total à travers une surface du cube est nul ($\Phi = 0$).

Exercice :8

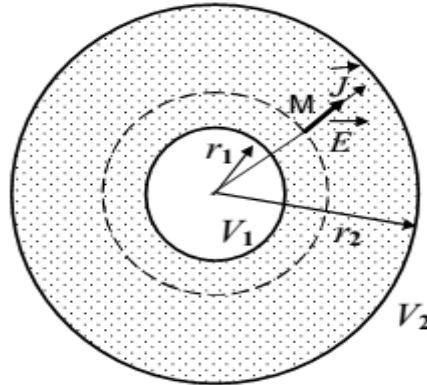
Calculer l'expression de la résistance d'un conducteur annulaire cylindrique, homogène de conductivité σ dont les faces sont des cylindres de rayons r_1 , r_2 et de longueur l . Elles sont soumises à une différence de potentiel $V = V_1 - V_2$.

La Solution

En raison de la symétrie du problème, les équipotentielles sont des cylindres coaxiaux de surface S et les lignes de champ et de courant sont radiales.

En tout point M , à l'intérieur du conducteur règne un champ \vec{E} tel que :

Chapitre I: L'électrostatique



$$\vec{E} = -\overrightarrow{\text{grad}} V = -\frac{dV}{dr}$$

$$\Rightarrow dV = -\vec{E}dr$$

En intégrant de r_1 à r_2 , il vient

$$\Rightarrow \int_{V_1}^{V_2} dV = \int_{r_1}^{r_2} -\vec{E}dr \Rightarrow V = V_1 - V_2 = \int_{r_1}^{r_2} \vec{E}dr$$

D'après la loi d'Ohm on a : $J = \sigma E$

$$V = V_1 - V_2 = \frac{1}{\sigma} \int_{r_1}^{r_2} J dr = \frac{1}{\sigma} \int_{r_1}^{r_2} J dr$$

D'autre part l'intensité du courant est :

$$I = \iint_S \vec{j} \cdot d\vec{S} = J \iint_S d\vec{S} = J \int_0^{2\pi} r d\theta = 2\pi r l J \Rightarrow J = \frac{I}{2\pi r l}$$

En effet J reste constant et perpendiculaire à la surface $S = 2\pi r l$, donc parallèle à dS

On peut écrire

$$V = V_1 - V_2 = \frac{I}{2\pi l \sigma} \int_{r_1}^{r_2} \frac{1}{r} dr = \frac{I}{2\pi l \sigma} \text{Ln}\left(\frac{r_2}{r_1}\right)$$

Sachant que $V = R I$, on en déduit :

$$R = \frac{1}{2\pi l \sigma} \text{Ln}\left(\frac{r_2}{r_1}\right).$$

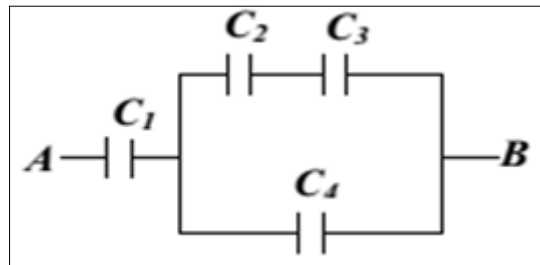
Chapitre I: L'électrostatique

Exercice 9:

On considère le groupement de condensateurs montré sur la figure ci-contre.

On donne : $C_1 = 6\mu\text{F}$, $C_2 = 2\mu\text{F}$, $C_3 = 4\mu\text{F}$, $C_4 = 6\mu\text{F}$

1. Calculer la capacité équivalente entre A et B
2. On maintient entre A et B une différence de potentielle $V_{AB}=2000\text{ V}$. Calculer la charge et la tension aux bornes de chaque condensateur.



La Solution

1. la capacité équivalente entre A et B

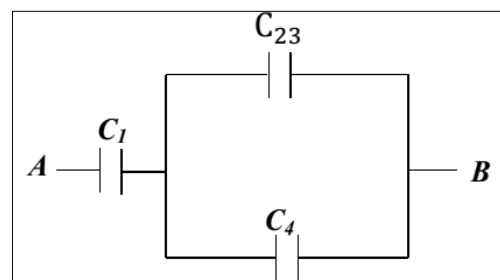
a. Soit C_{23} la capacité équivalente des deux condensateurs C_2 et C_3 . Etant donné que les condensateurs C_2 et C_3 sont en séries, alors on écrit :

$$\frac{1}{C_{23}} = \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3} = \frac{C_2 + C_3}{C_2 C_3} \Rightarrow C_{23} = \frac{C_2 C_3}{C_2 + C_3}$$

A.N :

$$C_{23} = \frac{8\mu\text{F}}{6\mu\text{F}} = \frac{4}{3}\mu\text{F}$$

Le montage se simplifie donc à celui de la figure ci-contre.



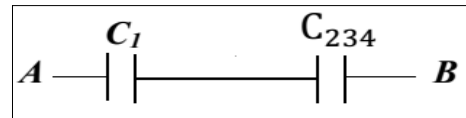
b. Soit C_{234} la capacité équivalente des deux condensateurs C_{23} et C_4 . Etant donné que les condensateurs C_{23} et C_4 sont en séries, alors on écrit :

Chapitre I: L'électrostatique

$$C_{234} = C_{23} + C_4$$

$$\text{A.N : } C_{234} = \frac{4}{3} \mu\text{F} + 6 \mu\text{F} = \frac{22}{3} \mu\text{F}$$

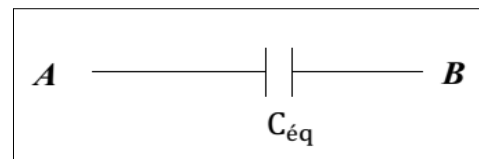
Le montage se simplifie donc à celui de la figure ci-contre



c. Finalement, la capacité équivalente $C_{\text{éq}}$ entre A et B est donnée par :

$$\frac{1}{C_{\text{éq}}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_{234}} = \frac{C_1 + C_{234}}{C_1 C_{234}} \Rightarrow C_{\text{éq}} = \frac{C_1 C_{234}}{C_1 + C_{234}}$$

$$\text{A.N : } C_{\text{éq}} = \frac{33}{10} \mu\text{F}$$



2. Si On maintient entre A et B une différence de potentielle $V_{AB}=2000$ V. la charge et la tension aux bornes de chaque condensateur donné par :

- Etant donné que C_1 et $C_{\text{éq}}$ sont parcourues par le même courant, alors :

$$Q_1 = Q_{C_{\text{éq}}} = C_{\text{éq}} \cdot V_{AB} = 6600 \mu\text{C} \Rightarrow V_1 = \frac{Q_1}{C_1}$$

$$\text{A.N : } V_1 = \frac{6600}{6} = 1100\text{V}$$

- Comme C_{23} et C_4 sont en parallèle alors :

$$V_4 = V_{23} = V_{234} = V_{AB} - V_1 = 900\text{V}$$

$$Q_4 = C_4 \cdot V_4$$

$$\text{A.N : } Q_4 = 6 \mu\text{F} \cdot 900\text{V} = 5400 \mu\text{C}$$

Par le principe de conservation de charge :

$$Q_1 = Q_2 + Q_4 \Rightarrow Q_2 = Q_1 - Q_4 = 6600 - 5400 = 1200 \mu\text{C}$$

$$\Rightarrow V_2 = \frac{Q_2}{C_2} = 600\text{V}$$

Etant donné que C_2 et C_3 sont parcourues par le même courant, alors :

$$Q_2 = Q_3 = 1200 \mu\text{C}$$

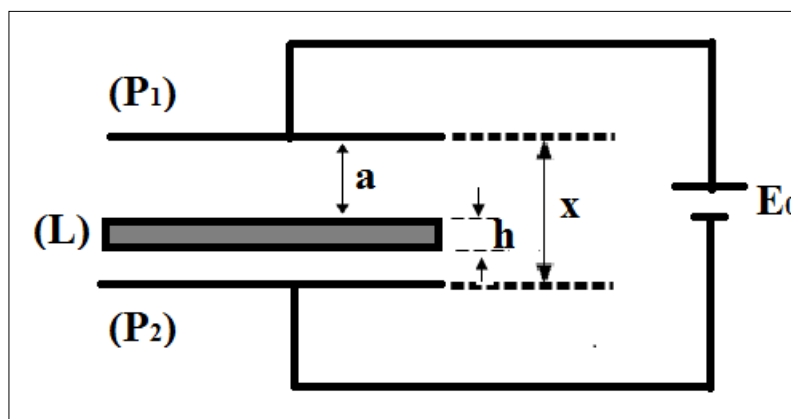
Chapitre I: L'électrostatique

$$\Rightarrow V_3 = \frac{Q_3}{C_3} = 300V.$$

Exercice :10

Soit un condensateur plan idéal formé par deux armatures (P_1) et (P_2) conductrices de surfaces ($S= 226cm^2$) et séparées par du vide d'épaisseur ($x=0,3mm$).

1. Le condensateur est branché a une générateur de force électromotrice $E=120V$.
 - a. Calculer la capacité du condensateur ?
 - b. Calculer la charge portée par chaque armature ?
2. On introduit maintenant parallèlement entre les armatures une plaque conductrice (L), neutre, de mêmes dimensions que les armatures et d'épaisseur " h ". le générateur étant toujours branché.
 - a. Expliquer qualitativement ce qui se passe et représenter la nouvelle répartition des charges ?
 - b. Donner l'expression de la capacité équivalente du système ?
 - c. Quelle est l'épaisseur " h " de la plaque si la capacité équivalente vaut $1\mu F$?
3. Considérons maintenant que la plaque introduite est faite d'un isolant de permittivité $\varepsilon = 1,5\varepsilon_0$.
 - a. Déterminer l'expression de la nouvelle capacité du condensateur ?
 - b. Calculer la valeur de cette capacité pour la valeur de " h " trouvée dans la question "2c"



Chapitre I: L'électrostatique

La Solution

1. Le condensateur est branché a une générateur de force électromotrice $E=120V$.

a. la capacité du condensateur

on a :

$$C = \frac{\epsilon_0 S}{x}$$

A.N :

$$C = \frac{8,8510^{-12} \text{Fm}^{-1} \cdot 226 \cdot 10^{-4} \text{m}^2}{0,3 \cdot 10^{-3} \text{m}} = 0,666 \text{nF}$$

b. la charge portée par chaque armature

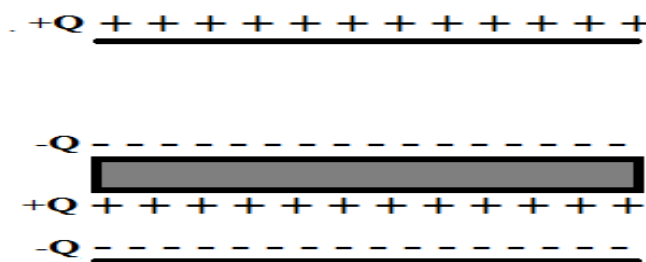
$$P_1 : \text{porte une charge positive } Q = CE_0 = 0,666 \text{nF} \cdot 120V = 79,92 \text{nc}$$

$$P_2 : \text{porte une charge négative } -Q = -CE_0 = -0,666 \text{nF} \cdot 120V = -79,92 \text{nc}$$

2. On introduit maintenant parallèlement entre les armatures une plaque conductrice (L),

a. L'introduction d'une métallique cause une réduction de la distance entre les armatures, le condensateur est par conséquent une augmentation de la capacité

Par le principe d'influence on aura la nouvelle répartition des charges



Il est a notée que la charge ici déférente de la charge avant introduction de la plaque métallique

b. l'expression de la capacité équivalente du système

$$\frac{1}{C_{\text{eq}}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} \Rightarrow C_{\text{eq}} = \frac{C_1 \cdot C_2}{C_1 + C_2}$$

Ou

Chapitre I: L'électrostatique

$$\begin{cases} C_1 = \frac{\epsilon_0 S}{a} \\ C_2 = \frac{\epsilon_0 S}{x - h - a} \end{cases}$$

$$\Rightarrow C_{\text{eq}} = \frac{\epsilon_0 S}{x - h}$$

c. l'épaisseur "h" de la plaque si la capacité équivalente vaut 1μF

$$C_{\text{eq}} = \frac{\epsilon_0 S}{x - h} \Rightarrow h = x - \frac{\epsilon_0 S}{C_{\text{eq}}}$$

A.N :

$$h = 0,3 \cdot 10^{-3} \text{m} - \frac{8,8510^{-12} \text{Fm}^{-1} \cdot 226 \cdot 10^{-4} \text{m}^2}{1 \mu\text{F}} = 0,299 \text{mm}$$

3. Considérons maintenant que la plaque introduite est faite d'un isolant de permittivité $\epsilon = 1,5\epsilon_0$.

a. l'expression de la nouvelle capacité du condensateur

$$dV = -\vec{E}dr = -Edr$$

$$\Rightarrow \int_{V_1}^{V_2} dV = \int_0^a -Edr + \int_0^h -Edr + \int_{a+h}^x -Edr$$

$$V = V_1 - V_2 = \int_0^a -\frac{\sigma}{\epsilon_0} dr + \int_0^h -\frac{\sigma}{\epsilon} dr + \int_{a+h}^x -\frac{\sigma}{\epsilon_0} dr$$

$$V = V_1 - V_2 = -\frac{\sigma}{\epsilon_0} \left(a + \frac{h}{1,5} + x - a - h \right) =$$

$$\Rightarrow C'_{\text{eq}} = \frac{3\epsilon_0 S}{3x - h}$$

b. la valeur de cette capacité pour la valeur de "h" trouvée dans la question "2c"

$$h = 0,299 \text{mm} \rightarrow C'_{\text{eq}} = 0,999 \text{nF}$$

Chapitre II: L'électrocinétique

Nous avons traité, au premier chapitre, les phénomènes électriques dans des conditions où aucune grandeur physique n'évolue au cours du temps : c'est le cas de l'électrostatique où toutes les charges électriques sont supposées immobiles dans l'espace. dans ce chapitre, nous intéresser au cas où ces charges se déplacent en donnant naissance à un courant électrique continu. L'étude des réseaux électriques parcourus par de tels courants sera traitée dans ce chapitre.

I. Le courant électrique

Le courant électrique est un déplacement collectif et organisé des porteurs de charges (électrons ou ions). Cet écoulement de charges peut se produire dans le vide (faisceau d'électrons dans les tubes cathodiques..), ou dans la matière conductrice (les électrons dans les métaux, ou les ions dans les électrolytes). Un courant électrique apparaît dans un conducteur quand une différence de potentiel est établie entre les bornes de ce dernier.

I.1. Intensité du courant électrique :

L'intensité du courant électrique est un nombre décrivant le débit de charge électrique à travers une surface donnée, notamment la section d'un fil électrique :

$$I = \frac{dq}{dt} \quad (\text{II. 1})$$

Où : I, q, t : respectivement l'intensité du courant, la charge électrique et le temps.

I.2. densité de courant électrique

La densité de courant est un vecteur décrivant le courant électrique à l'échelle locale. Sa direction indique celle du déplacement des porteurs de charge (mais son sens peut être opposé pour des porteurs négatifs) et sa norme correspond à l'intensité du courant par unité de surface. Elle est relié au courant électrique par :

Chapitre II: L'électrocinétique

$$I = \iint_S \vec{j} \cdot d\vec{S} \quad (\text{II. 2})$$

Où : I est l'intensité du courant, S est la surface, J la densité de courant, ds le vecteur de surface élémentaire.

II. Loi d'Ohm :

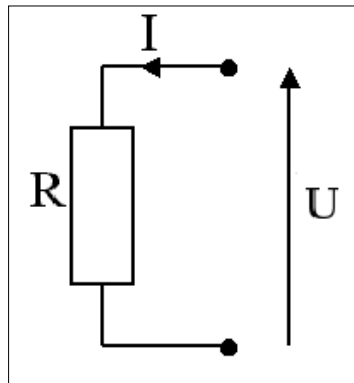
La loi d'Ohm prend deux formes macro et micro (locale),

II.1. Loi d'Ohm a l'échelle macroscopique.

L'expérience montre que Le rapport, entre la différence de potentiel V entre deux points d'un conducteur métallique et le courant qui le traverse, est constant, la température étant maintenue constante :

$$V = R \cdot I \quad (\text{II. 3})$$

C'est la loi d'Ohm. La constante R est, par définition, la résistance électrique du conducteur, elle est exprimée en Ohms (Ω).



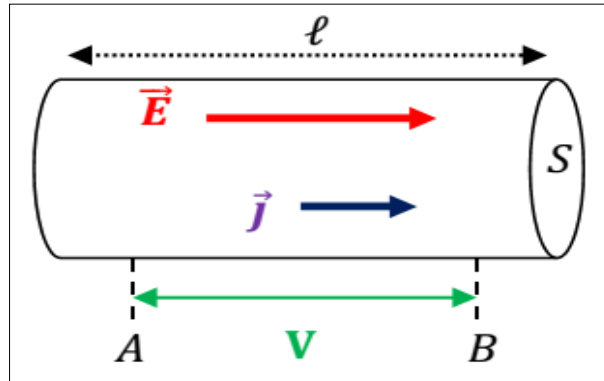
Figure(II.1) : Résistance traversé par un courant I

II.2. Loi d'Ohm a l'échelle Locale :

Un conducteur cylindrique, de longueur l et de section S, est soumis à une différence de potentiel V : il en résulte, en tout point du conducteur, un champ électrique \vec{E} tel que :

$$dV = -\vec{E} \cdot d\vec{l} \quad (\text{II. 4})$$

Chapitre II: L'électrocinétique



Figure(II.2) : conducteur cylindrique

Avec \vec{E} et $d\vec{l}$ parallèles, on a :

$$\int_{V_A}^{V_B} dV = -E \cdot \int_0^l dl \Rightarrow$$

$$V = E \cdot l \quad (\text{II. 5})$$

La différence de potentiel V donne naissance à un courant électrique I dont la Valeur est donnée par la loi d'Ohm

$$R \cdot J \cdot S = E \cdot l \quad (\text{II. 6})$$

$$J = \frac{E \cdot l}{RS} = \sigma E \quad (\text{II. 7})$$

ou

$$\sigma = \frac{l}{RS} \quad (\text{II. 8})$$

L'expression (II.7) est générale, elle constitue la "forme locale" de la loi d'Ohm. Avec σ est la conductivité du conducteur ; elle est exprimée en $(\Omega^{-1}m^{-1})$.

Remarque :

✚ **La Résistivité :** est l'inverse de la conductivité ($\rho_\Omega = \frac{1}{\sigma}$) Elle s'exprime en $(\Omega.m)$.

✚ **La Mobilité :** La vitesse est reliée au champ électrique par: $(\vec{v} = \mu \cdot \vec{E})$ elle s'exprime en $(m^2/V.s)$

III. Effet Joule :

L'effet Joule est la dissipation d'énergie électrique sous forme de chaleur lors du passage d'un courant électrique à travers un conducteur. Il a été étudié par James Prescott Joule vers 1860.

Chapitre II: L'électrocinétique

$$P = \frac{dW}{dt} = R \cdot I^2 \quad (\text{II. 9})$$

IV. Les Circuits électriques.

IV.1. Les Résistances :

On distingue deux cas pour le groupement de résistances :

● Groupement en série :

Toutes les résistances R_i sont parcourues par le même courant électrique I , et chacune d'elles n'a qu'une extrémité commune avec une autre résistance (figure II.3). La tension $U_{AB} = U$ est égale à la somme des tensions des résistances.

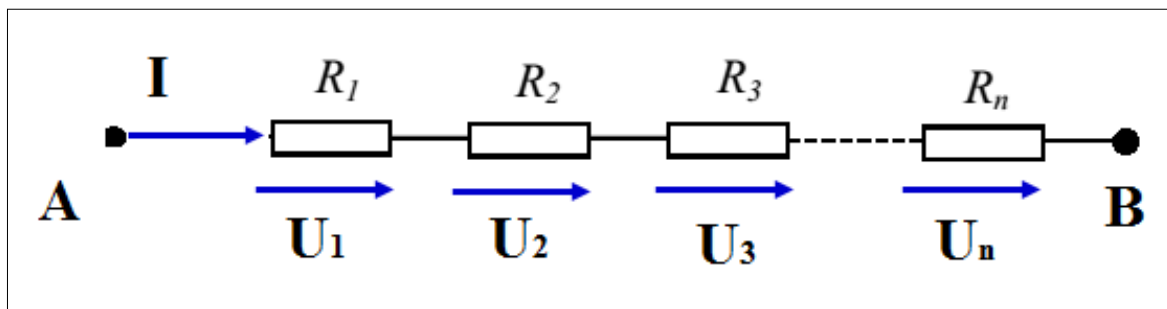


Figure (II.3) : résistances en série

$$U = U_1 + U_2 + U_3 + U_4 + \dots + U_n = RI \quad (\text{II. 10})$$

$$U = IR_1 + IR_2 + IR_3 + IR_4 + \dots + IR_n = RI \quad (\text{II. 11})$$

Ainsi, on obtient la résistance équivalente de toutes les résistances groupées en série.

$$R = \sum_{i=1}^n R_i \quad (\text{II. 12})$$

● Groupement en parallèle :

Ce groupement est caractérisé par le fait que toutes les résistances ont leurs bornes communes deux à deux (figure II.4). La tension est la même entre les extrémités de n'importe quelle résistance R_i

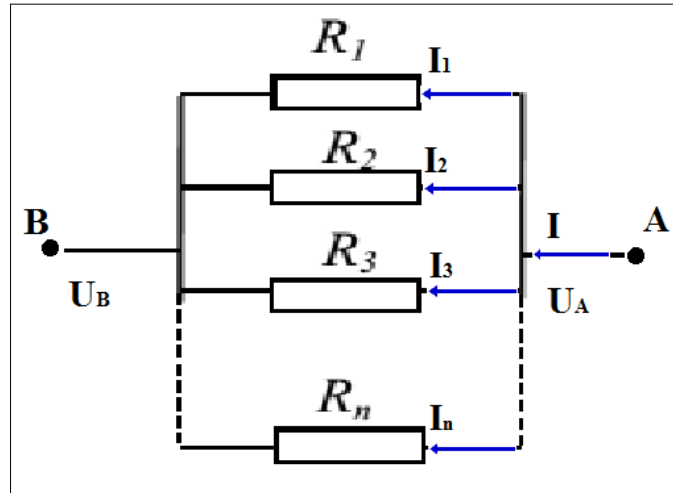


Figure (II.4) : résistances en parallèle

Le courant électrique qui alimente la portion de circuit se répartie entre les résistances, tel que

$$I = I_1 + I_2 + I_3 + I_4 + \dots + I_n \quad (\text{II. 13})$$

$$I = \frac{U}{R} = \frac{U}{R_1} + \frac{U}{R_2} + \frac{U}{R_3} + \frac{U}{R_4} + \dots + \frac{U}{R_n} \quad (\text{II. 14})$$

Ainsi, on obtient la résistance équivalente de toutes les résistances groups en parallèle.

$$\frac{1}{R} = \sum_{i=1}^n \frac{1}{R_n} \quad (\text{II. 15})$$

IV.2. Les Générateurs et les Récepteurs électriques

a. Les Générateurs électriques

Un générateur électrique est tout dispositif capable de produire de l'Energie électrique à partir d'une autre forme d'Energie. Il est caractérisé par une force électromotrice (e) placée en série avec une résistance interne (r). Dans un circuit, les générateurs peuvent être associés en sérié ou en parallèle comme le montre la figure ci-après.

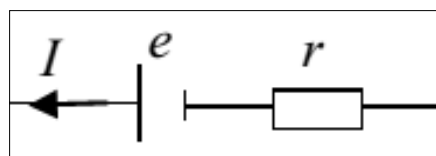


Figure (II.5) : générateur électrique

b. Les Récepteurs électriques

Un récepteur est tout système qui fait transformer de l'énergie électrique en une autre forme d'énergie. Il est caractérisé par une force contre-électromotrice (e') en série avec une résistance interne (r'). L'association des récepteurs se fait de la même manière que les générateurs.

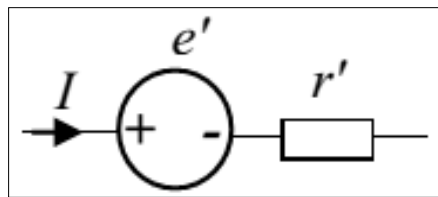


Figure (II.6) : récepteurs électrique

V. Lois de Kirchhoff

● **Loi des nœuds** : En un nœud d'un circuit, la somme des intensités entrant est égale à la somme des intensités sortant :

$$\sum I_E = \sum I_S \quad (\text{II. 16})$$

● **Loi des mailles** : la somme des différences des potentielles (ddp) aux bornes de tous les éléments appartenant à une maille égale à zéro.

$$\sum_{i=1}^n U_i = 0 \quad (\text{II. 17})$$

VI. Théorème de Thevenin et Norton

VI.1. Théorème de Thevenin

Un réseau linéaire, ne comprenant que des sources indépendantes de tension, de courant et des résistances, pris entre deux bornes se comporte comme un générateur de tension E_0 en série avec une résistance R_0 . La f.e.m. E_0 du générateur équivalent est égale à la tension existant entre les deux bornes considérées lorsque le réseau est en circuit ouvert. La résistance R_0 est celle du circuit vu des deux bornes lorsque toutes les sources sont éteintes.

Chapitre II: L'électrocinétique

VI.2. Théorème de Norton

De même on peut remplacer tout réseau linéaire, ne comportant pas de sources commandées, pris entre deux de ses bornes par une source de courant I_0 en parallèle avec une

résistance R_0 . L'intensité I_0 est égale au courant de court-circuit, les deux bornes étant reliées par un conducteur parfait. La résistance R_0 est celle du circuit vu des deux bornes lorsque toutes les sources sont éteintes.

VI.3. Equivalence entre représentations de Thévenin et Norton

L'application respective des théorèmes de Thévenin et Norton permet de montrer l'équivalence de deux circuits suivants:

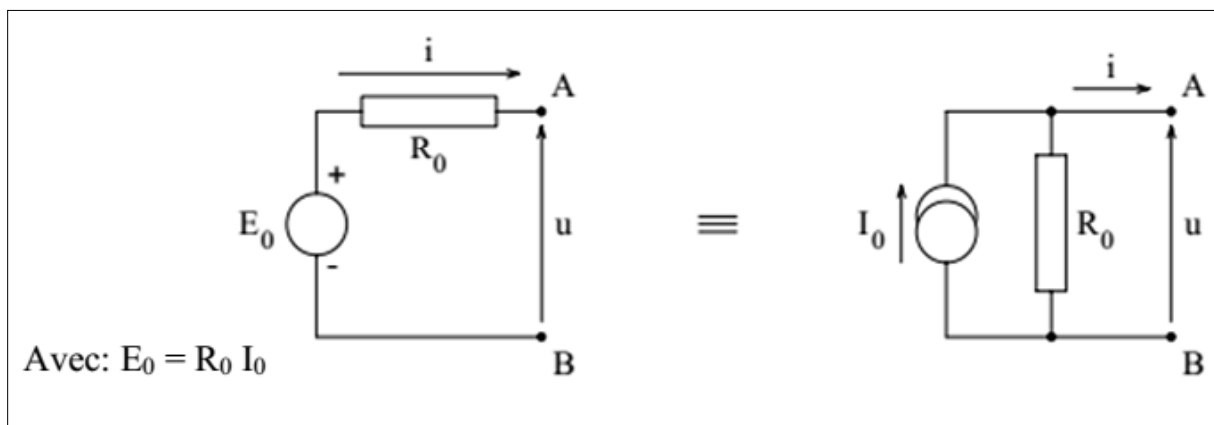


Figure (II.7) : Equivalence entre représentations de Thévenin et Norton

V.4. Transformation (triangle \Leftrightarrow étoile)

Un circuit composé de trois résistances montées en triangle peut être transformé en un circuit équivalent dans lequel les trois résistances sont montées en étoile.

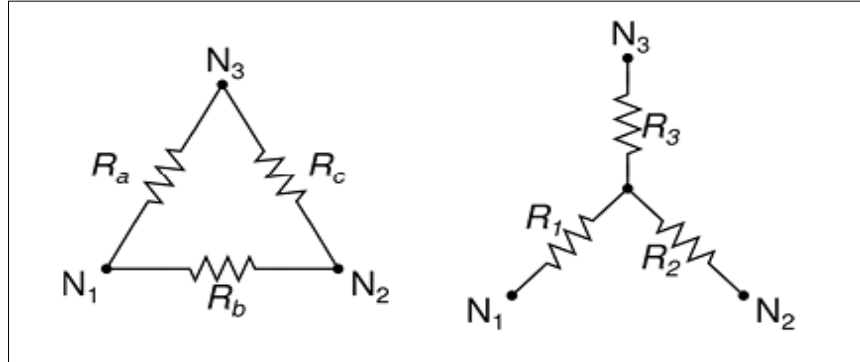


Figure (II.8) : Transformation (triangle \leftrightarrow étoile)

- Transformation « triangle \rightarrow étoile »:

$$R_1 = \frac{R_a R_b}{R_a + R_b + R_c} \quad (\text{II. 18})$$

- Transformation « étoile \rightarrow triangle »:

$$R_a = \frac{R_1 R_2 + R_2 R_3 + R_3 R_1}{R_2} \quad (\text{II. 19})$$

VII. Charge et décharge d'un condensateur

VII.1. Charge d'un condensateur

Initialement le condensateur n'est pas chargé. En conséquence, la différence de potentielle à ses bornes est nulle. Il est de même que sa charge. Au fur et à mesure que la charge du condensateur augmente, une différence de potentielle ($U=q/C$) croissante apparaît entre ses armatures. (C) étant la capacité du condensateur. Le transfert de charge correspond à l'apparition d'un courant I qui a le sens indiqué sur la figure.

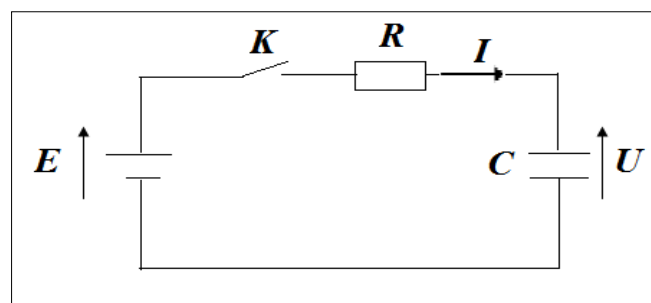


Figure (II.9) : Charge d'un condensateur

Chapitre II: L'électrocinétique

Pour étudier le phénomène de charge du condensateur C , appliquons la loi de maille à un instant (t) quelconque on obtient :

$$E - RI - U = 0 \quad (\text{II. 20})$$

$$I = \frac{dq}{dt}, U = \frac{q}{C}$$

$$R \frac{dq}{dt} + \frac{q}{C} = E$$

C'est une équation différentielle du 1^{er} ordre avec second membre. Avec les conditions initiales suivant : $t=0s, q=0$, on trouve les expressions de la quantité de charge $q(t)$ et du courant $I(t)$:

$$q(t)$$

$$= EC \left(1 - \exp\left(-\frac{t}{RC}\right) \right) \quad (\text{II. 21})$$

La constante de temps ($RC = \tau$) représente le temps nécessaire pour que le condensateur atteigne 63% de sa charge totale. Donc, τ permet la mesure de la vitesse à laquelle le condensateur se charge.

Un condensateur ne se charge pas instantanément lorsqu'on le relie à un générateur.

- La charge q n'atteint jamais tout à fait la valeur maximale $C e$. En effet, au bout d'une durée égale à 5τ , le condensateur atteindra 99% de sa charge finale.

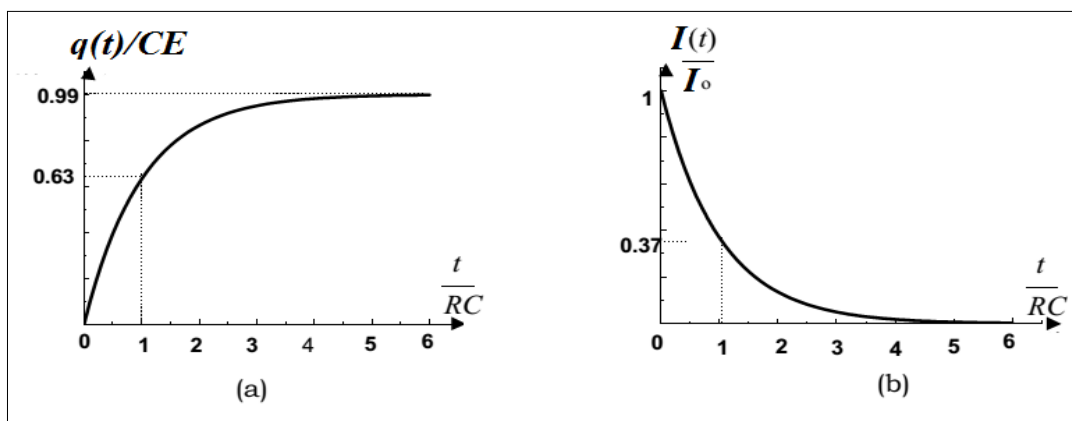


Figure (II.10) : Charge d'un condensateur.

VII .2. Décharge d'un condensateur

Chapitre II: L'électrocinétique

Initialement le condensateur porte la charge q_{\max} et il se décharge à travers la résistance R (figure ci-contre).

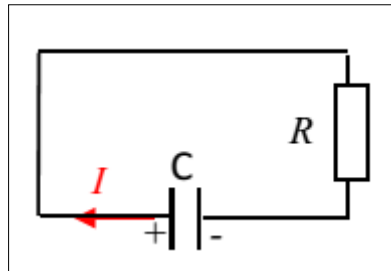


Figure (II.11) : Décharge d'un condensateur

En appliquant la loi des mailles on aura :

$$U - RI = 0 \quad (\text{II. 22})$$

Comme $I = -\frac{dq}{dt}$ on obtient :

$$R \frac{dq}{dt} + \frac{q}{C} = 0$$

La résolution de cette équation tout en tenant compte des conditions aux limites :

$$q(t=0) = q_{\max} \text{ et } q(t \rightarrow \infty) = 0 \Rightarrow q(t) = E \cdot C \cdot \exp\left(-\frac{t}{RC}\right)$$

$$I = \frac{E}{R} \cdot \exp\left(-\frac{t}{RC}\right) \quad (\text{II. 23})$$

Le tracé de l'évolution de ces deux grandeurs en fonction du temps mène à des allures similaires à celles de la charge uniquement d'une façon inversée.

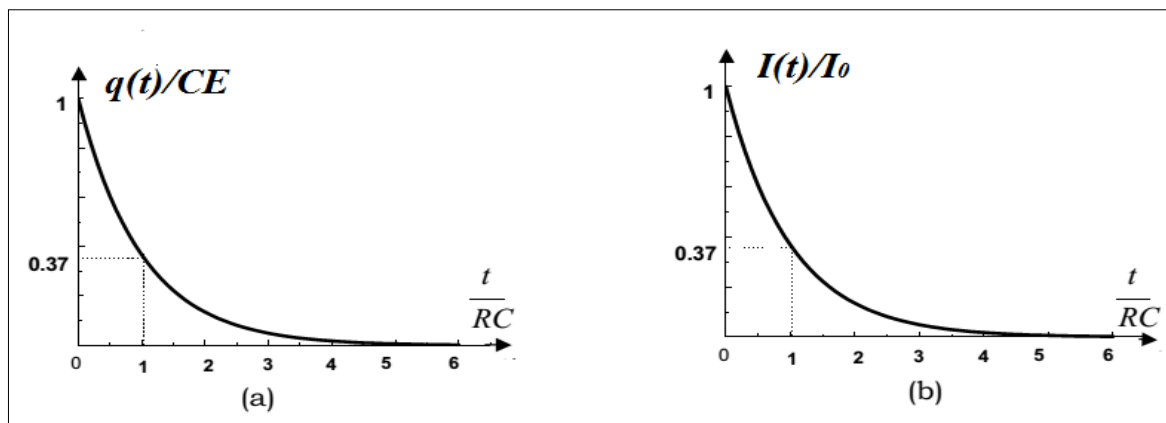


Figure (II.12) : Décharge d'un condensateur.

SÉRIÉ TD N°=3

Exercice 1:

Un cylindre homogène en argent de diamètre $d=1.2$ mm et de longueur $l =42$ cm, transporte une charge de 22500 C en 1h15mn lorsque la (ddp), appliquée entre ses deux bases vaut $V=0.3$ V.

1. Quelle est l'intensité du courant qui parcourt le fil ?
2. Calculer la conductivité σ de l'argent ?
3. Sachant que chaque atome d'argent libère un électron pour la conduction, trouver le nombre n d'électrons libres par mètre cube. On rappelle que pour l'argent la masse atomique de l'argent est $m_a=108$ UMA et la densité $\rho= 10.5$ g/cm³.
4. A partir de deux expressions différentes du vecteur densité de courant, trouver la vitesse de dérive des électrons de conduction.
5. Calculer la mobilité μ des porteurs de charges libres de l'argent.
6. Au cours de leur mouvement, les électrons sont soumis, de la part des ions du réseau, à une force de frottement de la forme $\vec{f} = -k\vec{v}$. Sachant que la constante $k=3,7.10^{-17}$ MSKA, calculer la résistance du fil d'argent.

La solution

1. l'intensité du courant qui parcourt le fil
L'intensité du courant définit par la relation (II.1) comme suit :

$$I = \frac{q}{t}$$

A.N:

$$I = \frac{22500 \text{ C}}{1\text{h}15\text{mn}} = \frac{22500 \text{ C}}{(3600 + 900)\text{S}} = 5\text{A}$$

2. La conductivité σ de l'argent

La conductivité du conducteur donnée par la relation (II.8)

$$\sigma = \frac{l}{RS}$$

tel que l est le longueur de cylindre, R est la résistance et S le section

Chapitre II: L'électrocinétique

$$R = \frac{V}{I} = \frac{0,3 \text{ V}}{5 \text{ A}} = 0,06 \Omega$$

$$S = \pi (d/2)^2 = \pi (1,2 \cdot 10^{-3} \text{ m} / 2)^2 = 1,13 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2$$

$$\sigma = \frac{0,42 \text{ m}}{0,06 \Omega \cdot 1,13 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2} = 6,18 \cdot 10^6 \Omega^{-1} \text{ m}^{-1}$$

3. le nombre n d'électrons libres par mètre cube.

$$\rho = A \cdot n_A / N_A$$

$$n = \rho \cdot N_A / A$$

Avec : $N_A = 6,023 \cdot 10^{23} \text{ mol}^{-1}$ est le nombre d'Avogadro et n_A est la densité d'atomes.

Comme un atome libère un seul électron $n = n_A$, la densité électronique est alors :

A.N :

$$n = (10,5 \text{ g/cm}^3 \cdot 6,023 \cdot 10^{23} \text{ mol}^{-1}) / 18 = 5,85 \cdot 10^{28} \text{ électrons/m}^3$$

4. A partir de deux expressions différentes du vecteur densité de courant, trouver la vitesse de dérive des électrons de conduction.

a. première expression

En utilisons l'expression (II.2)

$$I = J \cdot S$$

$$J = n \cdot e \cdot v$$

$$I = n \cdot e \cdot V \cdot S$$

$$v = I / n \cdot e \cdot S$$

A.N:

$$v = \frac{5}{5,85 \cdot 10^{28} \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 1,13 \cdot 10^{-6}}$$

$$v = 4,7 \cdot 10^{-4} \text{ (m s}^{-1}\text{)}$$

b. deuxième expression

$$J = n \cdot e \cdot v$$

$$J = \sigma \cdot E$$

$$E = V / l$$

$$v = \sigma V / l \cdot n \cdot e$$

A.N :

Chapitre II: L'électrocinétique

$$v = \frac{6,18 \cdot 10^6 \Omega^{-1} \text{m}^{-1} \cdot 0,3 \text{ V}}{0,42 \text{ m} \cdot (5,85 \cdot 10^{28}) \text{ m}^{-3} (1,6 \cdot 10^{-16} \text{ C})} = 4,7 \cdot 10^{-4} (\text{m s}^{-1})$$

5. Calcule la mobilité μ des porteurs de charges libres de l'argent.

$$\vec{v} = \mu \cdot \vec{E} = \mu \cdot V/l$$

$$\vec{\mu} = l \cdot v/V$$

A.N :

$$\vec{\mu} = \frac{0,42 \text{ m} \cdot 4,7 \cdot 10^{-4} (\text{m s}^{-1})}{0,3 \text{ V}} = 6,58 \cdot 10^{-4} (\text{m}^2 \text{ V}^{-1} \text{ s}^{-1})$$

6. Au cours de leur mouvement, les électrons sont soumis, de la part des ions du réseau, à une force de frottement de la forme $\vec{f} = -k\vec{v}$. Sachant que la constante $k=3,7 \cdot 10^{-17} \text{MSKA}$,

D'un point de vue global, les électrons dans un conducteur ohmique se déplacent à vitesse constante : la force électrique $\vec{F} = -e\vec{E}$ est alors contrariée par une force de frottement $\vec{f} = -k\vec{v}$ ou k désignant le coefficient de frottement caractéristique du milieu conducteur et \vec{v} la vitesse de dérive moyenne des électrons. La figure ci-contre montre le bilan des forces appliquées à un électron lorsque le régime stationnaire est atteint, c'est-à-dire lorsque les électrons ont atteint leur vitesse de dérive limite.

En conséquence, on écrit :

$$\sum \vec{F} = \vec{0}$$

$$\vec{F} + \vec{f} = \vec{0} \Rightarrow f - F = 0$$

$$kv - eE = 0 \Rightarrow v = eE/k$$

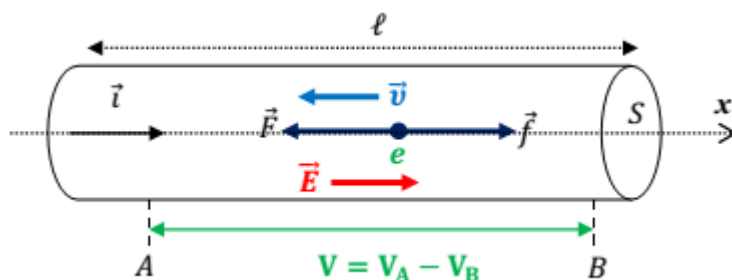
$$J = n \cdot e \cdot v = n \cdot e^2 \cdot E/k$$

Avec

$$J = \sigma \cdot E$$

$$\sigma = \frac{n \cdot e^2}{k} = \frac{l}{RS} \rightarrow R = \frac{kl}{S \cdot n \cdot e^2}$$

$$R = \frac{3,7 \cdot 10^{-17} \cdot 0,42 \text{ m}}{1,13 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2 (5,85 \cdot 10^{28}) \text{ m}^{-3} (1,6 \cdot 10^{-16} \text{ C})^2} = 2,84 \cdot 10^{-3} \Omega$$



Chapitre II: L'électrocinétique

Exercice 2:

Un conducteur de cuivre a un diamètre de 2,05mm. Une longueur de 15 m est parcourue par un courant d'intensité 20 A. Trouver l'intensité du champ électrique \vec{E} , la vitesse d'entraînement U des charges, la chute de tension et la résistance d'une longueur de 15 m.

Données : La conductivité du cuivre est : $(\sigma = 5,8 \times 10^7 \frac{S}{m})$, La mobilité des électrons dans le cuivre est $(\mu = 0,0032 m^2 / V.S)$

La Solution

● La surface de la section droite est :

$$A = \pi \left(\frac{2,05 \cdot 10^{-3}}{2} \right)^2 = 3,30 \cdot 10^{-6} m^2$$

On en déduit

$$J = \frac{I}{A}$$

A.N :

$$J = 20 / 3,30 \cdot 10^{-6} = 6,06 \times 10^6 A m^{-2}$$

● l'intensité du champ électrique données par :

$$E = J / \sigma$$

A.N :

$$E = \frac{6,06 \times 10^6 A m^{-2}}{5,8 \times 10^7 S/m} = 0,104 V/m$$

● Le voltage

$$V = E.l$$

A.N :

$$V = (0,104 V/m)(15m) = 1,56 V$$

● La résistance

$$R = V / I$$

A.N :

$$R = 1,56V / 20A = 0,780 \Omega$$

Chapitre II: L'électrocinétique

- la densité de charge est :

$$\rho = \sigma / \mu$$

$$\rho = \frac{5,8 \times 10^7 \text{ S/m}}{0,0032 \text{ m}^2 / \text{V.S}} = 1,81 \cdot 10^{10} \text{ C/m}$$

- A partir de $J = \rho \cdot U$, on trouve que la vitesse d'entraînement des charges

$$U = J / \rho$$

$$U = \frac{6,06 \times 10^6 \text{ A m}^{-2}}{1,81 \cdot 10^{10} \text{ C/m}} = 3,35 \cdot 10^{-4} \text{ m/s}$$

Exercice 3:

- Calculer le temps de relaxation et la mobilité des charges libres dans le cuivre.
- Calculer la vitesse des charges libres dans un fil de cuivre cylindrique et homogène de section $S = 2,5 \text{ mm}^2$. Le fil étant parcouru par un courant $I = 10 \text{ A}$.

On donne : la masse volumique du cuivre : $\rho_M = 8,8 \cdot 10^3 \text{ kg/m}^3$, sa masse atomique $M_A = 63,6 \text{ g}$, sa conductivité électrique $\sigma = 5,88 \cdot 10^7 \text{ S/m}$ et le nombre d'Avogadro $N = 6,02 \cdot 10^{23}$. On suppose qu'il y a un électron libre par atome de cuivre.

($e = -1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$, $m_e = 9,1 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$).

La Solution

- La conductivité est reliée au temps de relaxation par

$$\sigma = \frac{n \cdot e^2}{k} = \frac{n \cdot e^2}{m} \tau$$

- Le nombre d'électrons par m^3 :

$$n = \rho_M \cdot \frac{N}{M_A} = (8,8 \cdot 10^3 \text{ kgm}^{-3} \cdot 6,02 \cdot 10^{23}) / 63,6 \cdot 10^{-3} \text{ Kg}$$

$$n = 83 \cdot 10^{30} \text{ électrons/m}^3$$

- Le temps de relaxation est :

$$\tau = \sigma \frac{m}{n \cdot e^2}$$

$$\tau = 5,88 \cdot 10^7 \text{ S/m} \frac{9,1 \cdot 10^{-31} \text{ kg}}{83 \cdot 10^{30} \cdot (-1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C})^2} = 2,5 \cdot 10^{-14} \text{ s}$$

Chapitre II: L'électrocinétique

➤ La mobilité des électrons dans le cuivre a pour valeur :

$$\mu = \frac{\sigma}{n \cdot e} = 4,4 \cdot 10^{-3} \frac{\text{m}^2}{\text{V} \cdot \text{s}}$$

2. On obtient à partir de l'expression de la densité de courant $J = n e v$, la vitesse des électrons :

$$J = n e v \Rightarrow v = \frac{J}{n \cdot e}$$

Avec :

$$J = \frac{I}{S} = \frac{10\text{A}}{2,5\text{mm}^2} = 4 \cdot 10^6 \text{A/m}^2$$

$$\Rightarrow v = \frac{J}{n \cdot e} = \frac{4 \cdot 10^6 \text{A/m}^2}{83 \cdot 10^{30} \cdot (-1,6 \cdot 10^{-19} \text{C})} = 0,31 \text{mm/s}$$

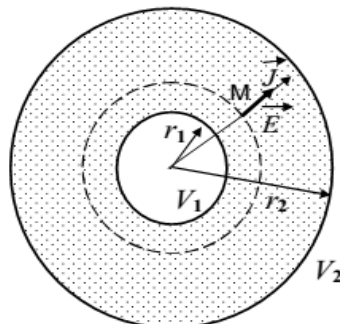
Exercice 4:

Calculer l'expression de la résistance d'un conducteur annulaire cylindrique, homogène de conductivité σ dont les faces sont des cylindres de rayons r_1 , r_2 et de longueur l . Elles sont soumises à une différence de potentiel ($V = V_1 - V_2$).

La Solution

En raison de la symétrie du problème, les équipotentielles sont des cylindres coaxiaux de surface S et les lignes de champ et de courant sont radiales.

En tout point M , à l'intérieur du conducteur règne un champ \vec{E} tel que :



Chapitre II: L'électrocinétique

$$\vec{E} = -\overrightarrow{\text{grad}} V = -\frac{dV}{dr}$$

$$\Rightarrow dV = -\vec{E}dr$$

En intégrant de r_1 à r_2 , il vient

$$\Rightarrow \int_{V_1}^{V_2} dV = \int_{r_1}^{r_2} -\vec{E}dr \Rightarrow V = V_1 - V_2 = \int_{r_1}^{r_2} \vec{E}dr$$

D'après la loi d'Ohm on a : $J = \sigma E$

$$V = V_1 - V_2 = \frac{1}{\sigma} \int_{r_1}^{r_2} \vec{J}dr = \frac{1}{\sigma} \int_{r_1}^{r_2} Jdr$$

D'autre part l'intensité du courant est :

$$I = \iint_S \vec{J} \cdot d\vec{S} = J \iint_S d\vec{S} = J \int_0^{2\pi} r d\theta = 2\pi r l J \Rightarrow J = \frac{I}{2\pi r l}$$

En effet J reste constant et perpendiculaire à la surface $S = 2\pi r l$, donc parallèle à $d\vec{S}$

On peut écrire

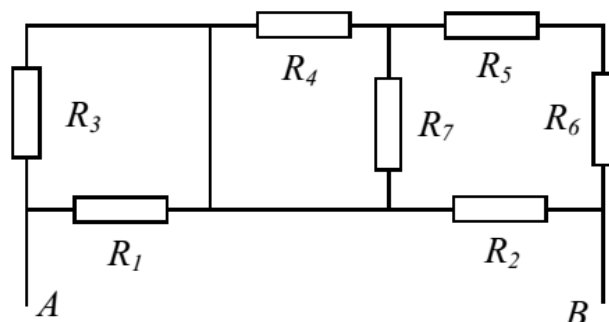
$$V = V_1 - V_2 = \frac{I}{2\pi l \sigma} \int_{r_1}^{r_2} \frac{1}{r} dr = \frac{I}{2\pi l \sigma} \text{Ln}\left(\frac{r_2}{r_1}\right)$$

Sachant que $V = R I$, on en déduit :

$$R = \frac{1}{2\pi l \sigma} \text{Ln}\left(\frac{r_2}{r_1}\right)$$

Exercice 5:

Calculer la résistance équivalente entre les points A et B du montage représenté sur la figure ci-dessous sachant que : $R_1 = R_2 = R_3 = R_4 = R_7 = 10\Omega$, $R_5 = R_6 = 2,5\Omega$.



Chapitre II: L'électrocinétique

La Solution

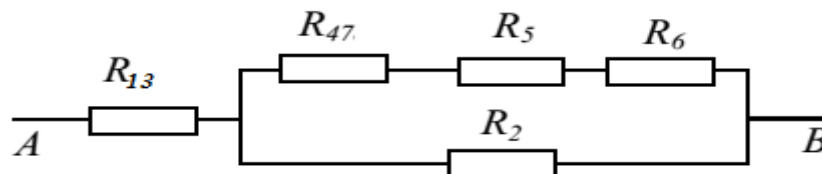
Le montage donné dans l'exercice peut être mis sous la forme ci-contre. Il est clair maintenant que :

Les résistances suivantes sont en parallèles (R_1, R_3) et (R_4, R_7) :

$$\blacksquare \frac{1}{R_{13}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_3} \Rightarrow R_{13} = \frac{R_1 R_3}{R_1 + R_3} = 5\Omega$$

$$\blacksquare \frac{1}{R_{47}} = \frac{1}{R_4} + \frac{1}{R_7} \Rightarrow R_{47} = \frac{R_4 R_7}{R_4 + R_7} = 5\Omega$$

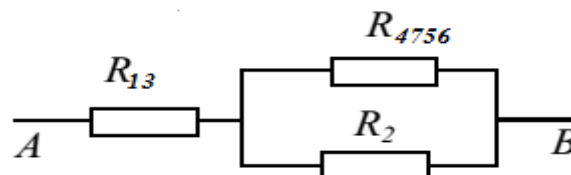
Le montage maintenant peut être simplifié à celui montré sur la figure ci-contre.



Les résistances suivantes sont en série (R_{47}, R_5, R_6) :

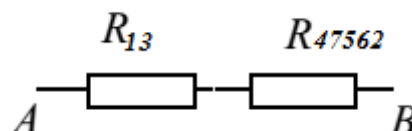
$$\blacksquare R_{4756} = R_{47} + R_5 + R_6 = 10\Omega$$

Le montage maintenant peut être simplifié à celui montré sur la figure ci-contre.



Les résistances suivantes sont en parallèles (R_{4756}, R_2) :

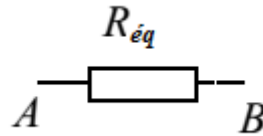
$$\blacksquare \frac{1}{R_{47562}} = \frac{1}{R_{4756}} + \frac{1}{R_2} \Rightarrow R_{47562} = \frac{R_{4756} R_2}{R_{4756} + R_2} = 5\Omega$$



Enfin, Les résistances suivantes sont en série (R_{13}, R_{47562}) :

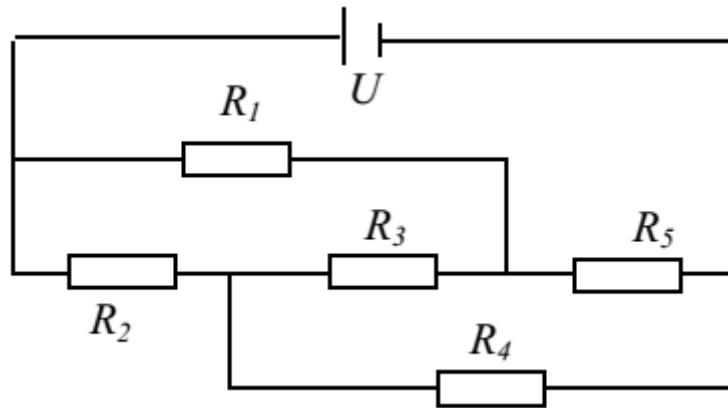
$$\blacksquare R_{eq} = R_{13} + R_{47562} = 10\Omega$$

Chapitre II: L'électrocinétique



Exercice 6:

En utilisant les lois de Kirchhoff, trouver la résistance équivalente entre les bornes du groupe de résistances représenté sur la figure ci-dessous. On donne : $U = 18V$, $R_1 = R_4 = 12\Omega$, $R_2 = R_3 = R_5 = 6\Omega$



La Solution

Soit le choix arbitraire des sens des courants électriques parcourant les différentes branches du circuit montré sur la figure ci-contre.

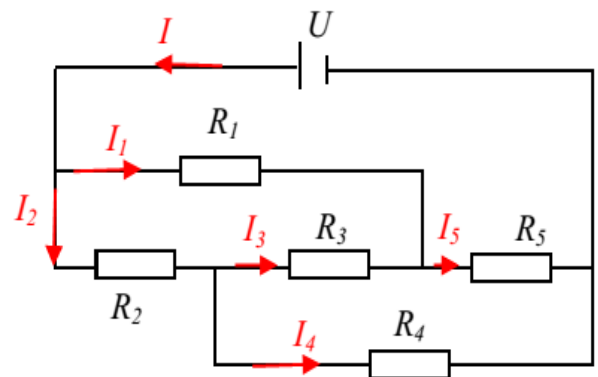
En appliquant les lois de Kirchhoff on trouve :

● Loi des nœuds

$$\begin{cases} I = I_1 + I_2 & (1) \\ I_2 = I_3 + I_4 & (2) \\ I_5 = I_3 + I_1 & (3) \end{cases}$$

● Loi des mailles

$$\begin{cases} R_2 I_2 + R_4 I_4 - U = 0 & (4) \\ R_2 I_2 + R_3 I_3 + R_5 I_5 - U = 0 & (5) \\ R_1 I_1 + R_5 (I_3 + I_1) - U = 0 & (6) \end{cases}$$



En remplaçant

Chapitre II: L'électrocinétique

$$\begin{cases} 6I_2 + 12I_4 - 18 = 0 & (4') \\ 6I_2 + 6I_3 + 6I_5 - 18 = 0 & (5') \\ 12I_1 + 6(I_3 + I_1) - 18 = 0 & (6') \end{cases}$$

On a système à 6 Equation et 6 inconnues

$$\begin{cases} I = I_1 + I_2 & (1) \\ I_2 = I_3 + I_4 & (2) \\ I_1 = I_5 - I_3 & (3') \end{cases}$$

$$\begin{cases} I_2 + 2I_4 - 3 = 0 & (4') \\ I_2 + I_3 + I_5 - 3 = 0 & (5') \\ 2I_1 + (I_3 + I_1) - 3 = 0 & (6') \end{cases}$$

Les courants

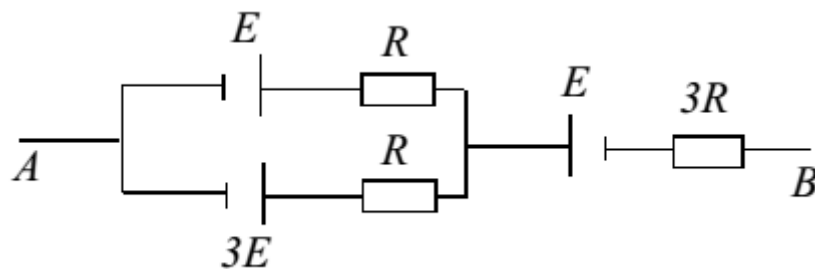
$$I_1 = 0,86, I_2 = 1,3A, I_3 = 0,43A, I_4 = 0,85, I_5 = 1,29A, I = 2.16A$$

Par conséquent

$$R = U/I = 18/2,16 = 8,33\Omega.$$

Exercice 7:

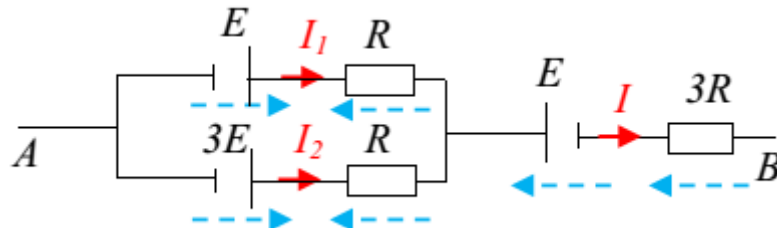
trouver la résistance équivalente entre les bornes du groupe de résistances représenté sur la figure ci-dessous.



La Solution

Soient les courants I_1 , I_2 et I orientés arbitrairement comme il est montré sur la figure ci-contre. En bleu en pointée est montré les flèches de tension au bornes de éléments. En appliquant les lois de Kirchhoff on trouve :

Chapitre II: L'électrocinétique



Loi des nœuds et la Loi des mailles

$$\begin{cases} I = I_1 + I_2 & (1) \\ (V_A - V_B) = -E + RI_1 + E + 3RI & (2) \\ (V_A - V_B) = -3E + RI_2 + E + 3RI & (3) \end{cases}$$

$$\begin{cases} I = I_1 + I_2 & (1) \\ (V_A - V_B) = RI_1 + 3RI & (4) \\ (V_A - V_B) = -2E + RI_2 + 3RI & (5) \end{cases}$$

L'équation (4) +(5) devient

$$2(V_A - V_B) = -2E + R(I_1 + I_2) + 6RI$$

$$(V_A - V_B) = -E + \frac{1}{2}RI + 3RI = -E + \frac{7}{2}RI$$

$$V_{AB} = -E + \frac{7}{2}RI \quad (*)$$

Par ailleurs, l'application de la loi des mailles sur le dipôle équivalent donne :

$$V_{AB} = E_{eq} + R_{eq}I \quad (**)$$

En comparant les équations(*) et (**) on aura :

$$E_{eq} = -E$$

$$R_{eq} = \frac{7}{2}R$$

Etant donné que $E_{eq} = -E$, alors le dipôle fonctionnera comme un récepteur.

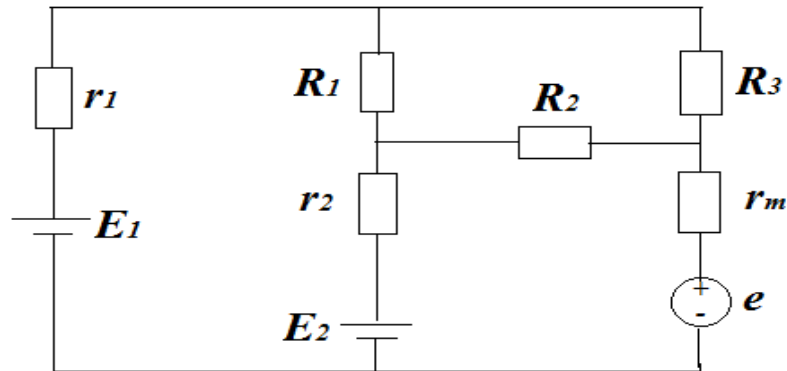
Exercice 8:

Soit le montage ci-contre, e et r_m sont respectivement la force contre électromotrice et la résistance d'un moteur

1. trouver la résistance équivalente a R_1, R_2 et R_3 ?

Chapitre II: L'électrocinétique

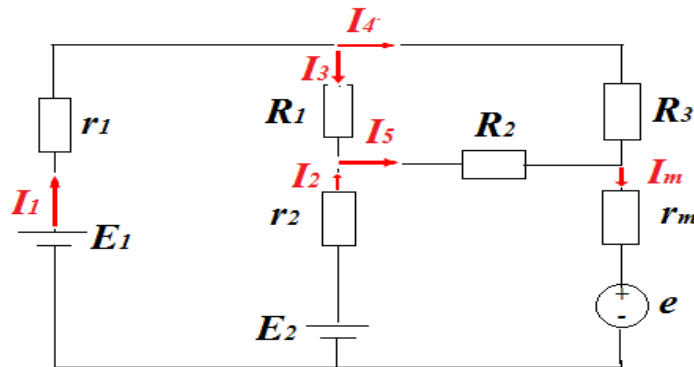
2. trouver l'intensité du courant circulant dans chaque branche ?
3. calculer le rendement de chaque générateur ?



On donne : $E_1=20V$, $E_2=5V$, $r_1=r_2=r_m=1\Omega$, $R_1=5\Omega$, $R_2=4\Omega$, $R_3=20\Omega$.

La Solution

1. la résistance équivalente a R_1 , R_2 et R_3 ?
- En appliquant les lois de Kirchoff on trouve :



Loi des nœuds

$$\begin{cases} I_1 = I_3 + I_4 & (1) \\ I_5 = I_3 + I_2 & (2) \\ I_m = I_4 + I_5 & (3) \end{cases}$$

Loi des mailles

$$\begin{cases} E_1 - r_1 I_1 + R_1 I_3 - E_2 = 0 & (4) \\ E_2 - r_2 I_2 - R_2 I_5 + r_m I_m - e = 0 & (5) \\ R_1 I_3 - R_3 I_4 + R_2 I_5 = 0 & (6) \end{cases}$$

Chapitre II: L'électrocinétique

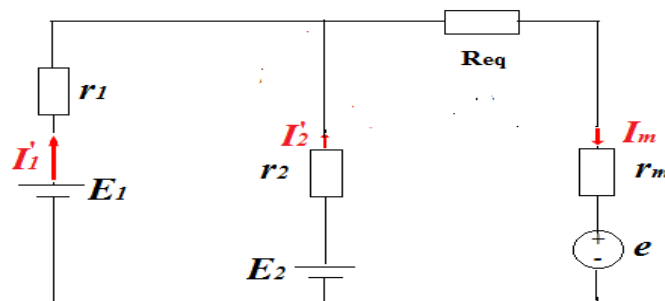
En remplaçant les données dans le système d'équations

$$\begin{cases} 15 - I_1 + 5I_3 = 0 & (4') \\ 1 - I_2 - 4I_5 + I_m = 0 & (5') \\ 5I_3 - 20I_4 + 4I_5 = 0 & (6') \end{cases}$$

On a six équations et six inconnues

$$I_m = \frac{913}{887} \text{ A} \quad (*)$$

D'autre part si on remplaçant R_1, R_2, R_3 par $R_{\text{éq}}$ on aura



Lois de Kirchhoff

$$\begin{cases} I_m = I'_1 + I'_2 & (1') \\ E_1 - r_1 I'_1 + r_2 I'_2 - E_2 = 0 & (2') \\ E_1 - r_1 I'_1 - (r_m + R_{\text{éq}}) I_m - e = 0 & (3') \end{cases}$$

En remplaçant les données dans le système d'équations

$$\begin{cases} I_m = I'_1 + I'_2 & (1'') \\ 15 - I'_1 + I'_2 = 0 & (2'') \\ 16 - I'_1 - (1 + R_{\text{éq}}) I_m = 0 & (3'') \end{cases}$$

On a trois équations et trois inconnues

$$I_m = \frac{17}{2R_{\text{éq}} + 3} \quad (**)$$

A partir de l'équation (*) et (**) la résistance équivalente :

$$R_{\text{éq}} = 6,76 \Omega$$

2. l'intensité du courant circulant dans chaque branche

Les systèmes d'équations établis donnent :

Chapitre II: L'électrocinétique

$$I_1 = \frac{2419}{887} \text{ A}, I_2 = -\frac{1506}{887} \text{ A}, I_3 = \frac{1876}{887} \text{ A}, I_4 = \frac{543}{887} \text{ A}, I_5 = \frac{370}{887} \text{ A}, I_m = \frac{913}{887} \text{ A},$$

$$I'_1 = \frac{7109}{887} \text{ A}, I'_2 = -\frac{6196}{887} \text{ A}$$

3. le rendement de chaque générateur

$$\eta_1 = \frac{E_1 - r_1 I_1}{E_1},$$

$$\text{A. N: } \eta_1 = \frac{20 - 2,72}{20} = 0,86$$

$$\eta'_1 = \frac{E_1 - r_1 I'_1}{E_1}$$

$$\text{A. N: } \eta'_1 = \frac{20 - 8,01}{20} = 0,599$$

Le deuxième générateur fonctionne comme récepteur puisque I_2 et I'_2 sont négatifs

Remarque : le rendement Pour le récepteur donnée par :

$$\eta = \frac{e - r_m I_m}{e}$$

Exercice 9:

On considère le circuit de la figure ci-suivante dans lequel tous les interrupteurs sont initialement ouverts et les condensateurs non chargés.

1. On ferme l'interrupteur K_1 .

- Quelle est la charge finale portée par chaque condensateur ?
- Quelle est la différence de potentiel finale aux bornes de chaque condensateur ?
- Quelle est l'énergie emmagasinée dans chaque condensateur ?

2. On laisse l'interrupteur K_1 fermé et on ferme K_2 et K_3 .

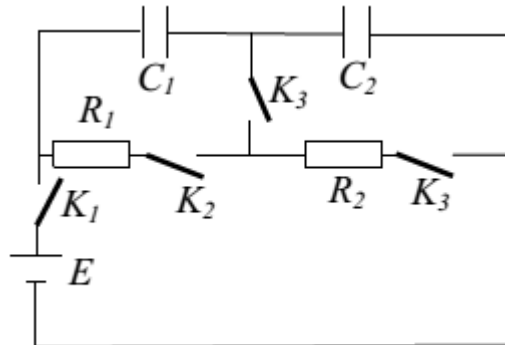
- Quelle est la charge finale portée par chaque condensateur ?
- Quelle est l'énergie emmagasinée dans chaque condensateur ?

3. On laisse les interrupteurs K_1 , K_2 et K_3 fermés et on ferme K_4 .

- Quelle est la charge finale portée par chaque condensateur ?
- En déduire les énergies emmagasinées dans chaque condensateur?
- Calculer la puissance fournie par le générateur.?

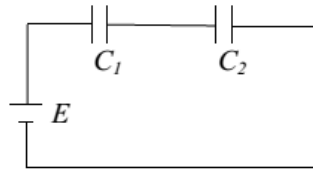
Chapitre II: L'électrocinétique

On donne : $C_1=1\mu\text{F}$, $C_2=2\mu\text{F}$, $E=6\text{V}$ et $R_1=R_2=100\Omega$



La Solution

1. Quand seulement k_1 est fermé le circuit se réduit à celui montré sur la figure ci-contre.



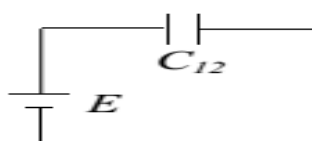
a. Etant donné que C_1 et C_2 sont connectés en séries, alors ils vont avoir la même charge finale : $q_1=q_2$. De plus, si on remplace les deux condensateurs C_1 et C_2 par un condensateur équivalent de capacité C_{12} , alors ce dernier va aussi avoir la même charge que les deux condensateurs C_1 et C_2 . Alors, on écrit :

$$\frac{1}{C_{12}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} \Rightarrow C_{12} = \frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2} = \frac{2}{3} \mu\text{F}$$

$$\Rightarrow q_{12} = q_1 = q_2 = V_{12} \cdot C_{12}$$

Où V_{12} la différence du potentiel aux bornes du condensateur équivalent C_{12} . En appliquant la loi des mailles sur le circuit équivalent montré sur la figure ci-contre on trouve :

$$V_{12} = E = 6\text{V} \Rightarrow q_1 = q_2 = 4\mu\text{F}$$



b. la différence de potentiel finale aux bornes de chaque condensateur

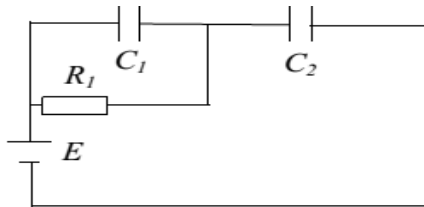
Chapitre II: L'électrocinétique

$$V_1 = \frac{q_1}{C_1} = 4V \text{ et } V_2 = \frac{q_2}{C_2} = 2V$$

c. L'énergie emmagasinée dans chaque condensateur

$$E_1 = \frac{1}{2} C_1 \cdot V_1^2 = 8 \cdot 10^{-6} \text{ J}, E_2 = \frac{1}{2} C_2 \cdot V_2^2 = 4 \cdot 10^{-6} \text{ J}$$

2. On laisse K_1 fermé et on ferme K_2 et K_3 . Le circuit devient équivalent à celui de la figure ci-contre.



a. Lorsque le condensateur C_2 est complètement chargé il ne laissera plus le courant passer et il fonctionnera comme un interrupteur ouvert ce qui isole le générateur de circuit. Par conséquent, le condensateur C_1 se déchargera à travers la résistance R_1 et à la fin q_1 sera égale zéro ($q_1 = 0$). En appliquant la loi des mailles sur la maille (E , R_1 et C_2) on aura :

$$V_2 + R_1 I - E = 0$$

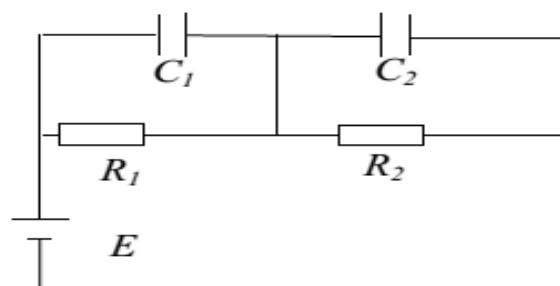
Comme on considère l'état final où C_2 est complètement chargé alors $I=0$. Ceci donne :

$$V_2 - E = 0 \Rightarrow \frac{q_2}{C_2} - E = 0 \Rightarrow q_2 = C_2 \cdot E = 12 \mu \text{ C}$$

b. l'énergie emmagasinée dans chaque condensateur

$$E_1 = \frac{q_1^2}{2C_1} = 0, E_2 = \frac{q_2^2}{2C_2} = 36 \cdot 10^{-6} \text{ J}$$

3. On laisse les interrupteurs K_1 , K_2 et K_3 fermés et on ferme K_4 . Le circuit sera considéré en entier (figure ci-contre).



Chapitre II: L'électrocinétique

a. A l'état final les condensateurs sont complètement chargés et il n'y a plus de courant qui les traverse. Tout le courant passe à travers les résistances. Par conséquent, si on écrit la loi des mailles sur la maille (E, R₁, R₂) on aura :

$$R_1 I + R_2 I - E = 0 \Rightarrow I = \frac{E}{R_1 + R_2}$$

C₁ et en parallèle avec R₁ et C₂ et en parallèle avec R₂

$$\begin{cases} V_{C1} = V_{R1} \\ V_{C2} = V_{R2} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \frac{q_1}{C_1} = R_1 I = R_1 \frac{E}{R_1 + R_2} \\ \frac{q_2}{C_2} = R_2 I = R_2 \frac{E}{R_1 + R_2} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} q_1 = C_1 R_1 I = C_1 R_1 \frac{E}{R_1 + R_2} = 3 \mu C \\ q_2 = C_2 R_2 I = C_2 R_2 \frac{E}{R_1 + R_2} = 6 \mu C \end{cases}$$

b. En déduire les énergies emmagasinées dans chaque condensateur

$$E_1 = \frac{q_1^2}{2C_1} = 4,5 \cdot 10^{-6} \text{ j}$$

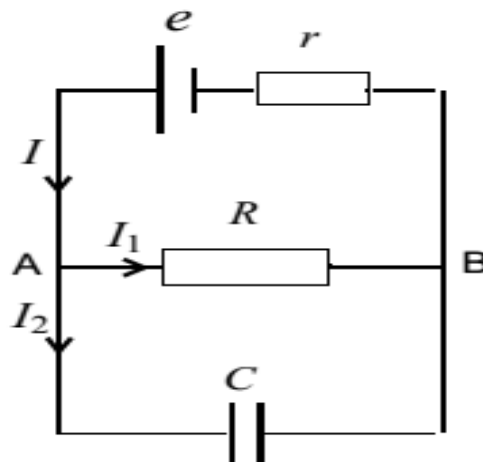
$$E_2 = \frac{q_2^2}{2C_2} = 9 \cdot 10^{-6} \text{ j}$$

c. la puissance fournie par le générateur.

$$p = E \cdot I = 18 \cdot 10^{-2} \text{ j}$$

Exercice 10:

Soit le circuit de la figure ci-contre, constitué d'un générateur réel (e, r), d'une résistance R et d'un condensateur de capacité C. Sachant qu'à t=0s, le condensateur était complètement déchargé :



Chapitre II: L'électrocinétique

1. Ecrire l'équation différentielle qui régit la charge du condensateur. En déduire l'expression de $q(t)$.
2. A quel instant on peut dire que le condensateur s'est totalement chargé?
3. Calculer les courants qui circulent dans ce circuit en régime permanent

A.N : $E = 5 \text{ V}$, $r = 50 \Omega$, $R = 5 \text{ k}\Omega$ et $C = 1 \mu\text{ F}$.

La Solution

1. On applique la première loi de Kirchhoff au nœud A :

$$I = I_1 + I_2 \quad (\text{a})$$

La différence de potentiel, entre les points A et B, est :

$$V_{AB} = e - rI \quad (\text{b})$$

$$V_{AB} = RI_1 \quad (\text{c})$$

$$V_{AB} = \frac{q}{C} \quad (\text{d})$$

Or :

$$I_2 = \frac{dq}{dt} \quad (\text{e})$$

A partir de (c) et (d) :

$$I_1 = \frac{V_{AB}}{R} = \frac{q}{R \cdot C} \quad (\text{f})$$

A partir de (a), (e) et (f), il vient :

$$I = \frac{q}{R \cdot C} + \frac{dq}{dt} \quad (\text{g})$$

De l'équation (b) et (d):

$$I = \frac{e - V_{AB}}{r} \text{ et } I = \frac{e}{r} - \frac{q}{rC} \quad (\text{h})$$

A partir de (g) et (h) on obtient :

$$\frac{dq}{dt} + \left(\frac{1}{R} + \frac{1}{r}\right) \frac{q}{C} = \frac{e}{r} \quad (\text{I})$$

ou bien

Chapitre II: L'électrocinétique

$$\frac{dq}{dt} + \frac{1}{\tau}q = \frac{e}{r} \quad (j)$$

où :

$$\tau = \frac{r \cdot R}{r + R} C = 49,5 \cdot 10^{-6} \text{s} \quad : \text{ est le temps de relaxation}$$

La solution générale de l'équation (j) est :

$$q(t) = \frac{e}{r} \cdot \tau \cdot \left(1 - \exp\left(-\frac{t}{\tau}\right) \right) \quad (*)$$

Avec : $q_0 = \frac{e}{r} \cdot \tau = 4,95 \cdot 10^{-6} \text{C}$

2. Calculons la valeur de la charge pour différentes valeurs de t :

t	τ	2τ	3τ	4τ	5τ	6τ	7τ
q/q ₀	0,63	0,86	0,95	0,98	0,993	0,997	0,999

A l'instante : $t = 5\tau$, le condensateur peut être considéré complètement chargé

3. En régime permanent, on a :

$$I_2 = 0 \text{ mA et } I = I_1 = \frac{e}{r + R} = 0,99 \text{ mA}$$

Chapitre III: L'électromagnétisme

L'électromagnétisme est le domaine de la physique qui s'intéresse à l'ensemble des phénomènes électriques et des phénomènes magnétiques. Ses lois généralisent celles de l'électrostatique et de la magnétostatique qui décrit le champ électrique et le champ magnétique dans des situations où ces champs sont statiques, c'est-à-dire ne dépendent pas du temps. Lorsqu'ils en dépendent, de nouveaux phénomènes physiques se manifestent. En particulier, la variation temporelle d'un champ magnétique agit comme une source de champ électrique. C'est le phénomène d'induction électromagnétique. De même, la variation temporelle d'un champ électrique fait apparaître un champ magnétique. L'électromagnétisme a pour objet l'étude de ces effets. On regroupe aussi dans ce domaine les phénomènes de conduction électrique.

I. Quelques faits historiques

I.1. Expérience d'Ørsted (1820) : le danois Hans Christian Ørsted découvre qu'un fil conducteur parcouru par un courant électrique fait dévier l'aiguille d'une boussole placée à proximité. Cette expérience prouve sans ambiguïté le lien entre courant électrique et champ magnétique. Par ailleurs, si on inverse le sens du courant, l'aiguille tourne de 180° . L'expérience d'Ørsted suscite un grand intérêt car c'est la première fois qu'on met en évidence une force qui n'est pas suivant la ligne joignant les deux corps en interaction.

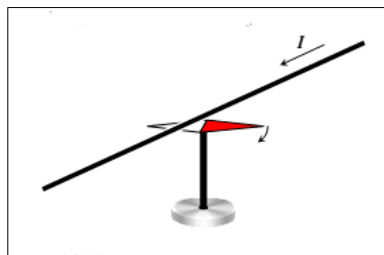


Figure (III.1) : expérience d'Ørsted

Chapitre III. L'électromagnétisme

I.2. Les travaux d'Ampère et d'Arago (1820) : C'est François Arago qui, après avoir assisté à une démonstration de l'expérience d'Ørsted à Genève, la présente à l'Académie des sciences de Paris. Dans l'assemblée, Ampère est enthousiaste et se lance dans un travail expérimentale et théorique. Ampère montre notamment que deux fils rectilignes parcourus par un courant s'attirent ou se repoussent selon que les courants sont dans le même sens ou pas. Il montre également qu'une spire parcourue par un courant se comporte comme un aimant. On peut associer à une spire un pôle nord et un pôle sud. Si l'on change le sens du courant, la polarité change. Par ailleurs, Arago qui collabore avec Ampère découvre que le courant électrique a la propriété d'aimanter le fer ce qui mènera à l'invention de l'électroaimant.

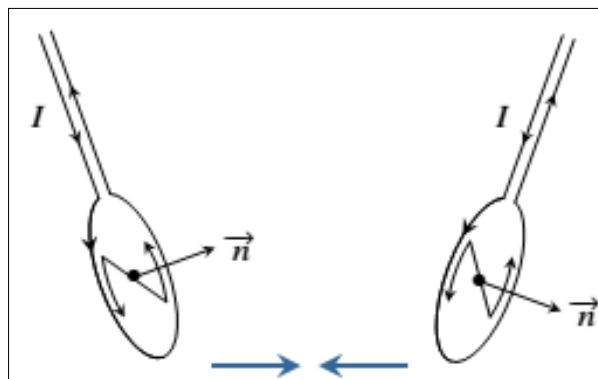


Figure (III.2) : expérience d'Ampère

I.3. Expérience de Rowland (1876) : Henry Rowland démontre, à l'aide d'un travail expérimental très soigné, qu'un disque chargé électriquement en rotation rapide produit un champ magnétique. Autrement dit, les charges électriques en déplacement produisent les mêmes effets magnétiques qu'un courant électrique ce qui suggère que le courant électrique est lié à un déplacement de charges électriques.

Chapitre III. L'électromagnétisme

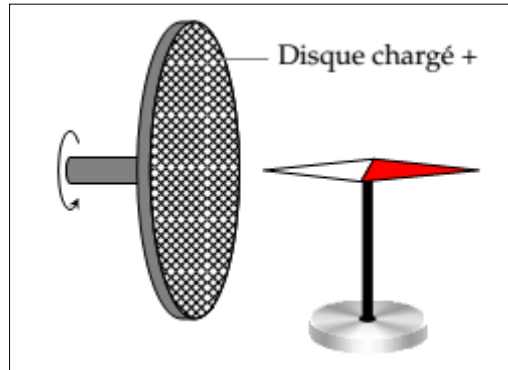


Figure (III.3) : expérience de Rowland

I.4.Effet Hall (1879) : On peut se demander comment les porteurs de charge libres réussissent à transmettre la force magnétique à l'ensemble du conducteur. En fait, en présence d'un champ magnétique, ces porteurs de charge sont déviés et tentent de sortir du conducteur. Cependant, les charges fixes du cristal les retiennent au sein du conducteur : c'est par ce processus que la force magnétique est transmise au conducteur. De surcroît, en s'accumulant sur les parois, les porteurs de charge libres créent un champ électrique dont l'effet compense la force magnétique et assure ainsi un régime permanent (les porteurs de charge se déplacent à une vitesse moyenne constante). Ce champ électrique produit une tension que l'on peut mesurer : c'est l'effet Hall

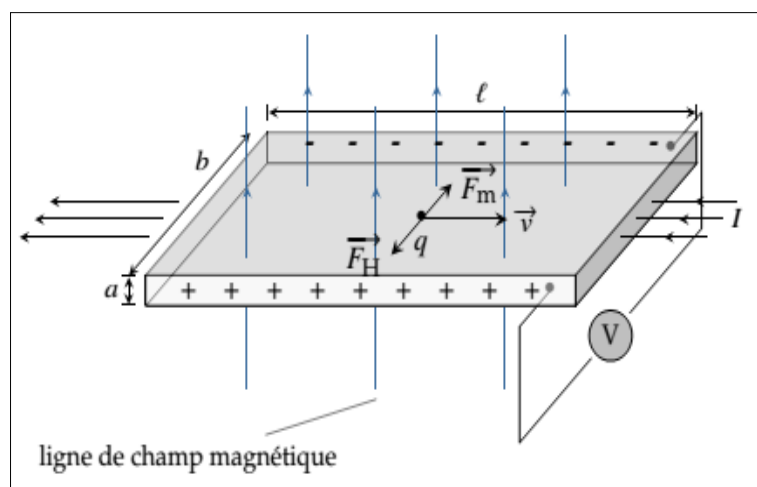


Figure (III.4) : l'effet Hall

Chapitre III. L'électromagnétisme

I.5. Loi de Biot et Savart (1820): L'étude quantitative des interactions entre aimants et courants fut réalisée par les physiciens Biot et Savart. Ils mesurèrent la durée des oscillations d'une aiguille aimantée en fonction de sa distance à un courant rectiligne. Ils trouvèrent que la force agissant sur un pôle est dirigée perpendiculairement à la direction reliant ce pôle au conducteur et qu'elle varie en raison inverse de la distance. De ces expériences, Laplace déduisit ce qu'on appelle aujourd'hui la loi de Biot et Savart.

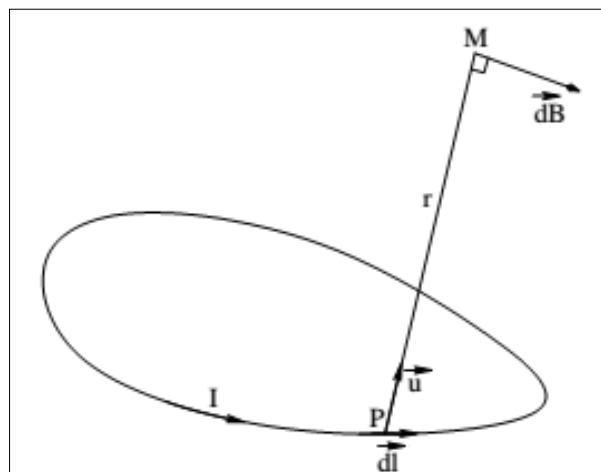


Figure (III.5) : Notations utilisées dans la loi de Biot et Savart

I.6. Expérience de Faraday : En 1830, Henry Josef (1797-1878) et Michael Faraday (1791-1867), ont découvert simultanément, le phénomène de l'induction électromagnétique. Ce phénomène est à la base du principe de fonctionnement des moteurs électriques, des transformateurs, et d'un bon nombre d'appareils électromagnétiques que nous utilisons quotidiennement. Mais le plus important, c'est son exploitation pour la production du courant électrique alternatif. La figure représente une bobine creuse B, constituée d'un grand nombre de spires, reliée à un galvanomètre très sensible. Au début l'aimant est au repos et orienté selon l'axe de la bobine. Lorsqu'on approche l'aimant de l'intérieur de la bobine, avec une certaine vitesse, le galvanomètre indique le passage d'un bref courant qui disparaît avec l'arrêt du mouvement de l'aimant.

Chapitre III. L'électromagnétisme

Lorsqu'on retire l'aimant de la bobine, le galvanomètre indique le passage d'un bref courant dans le sens contraire signalé précédemment.

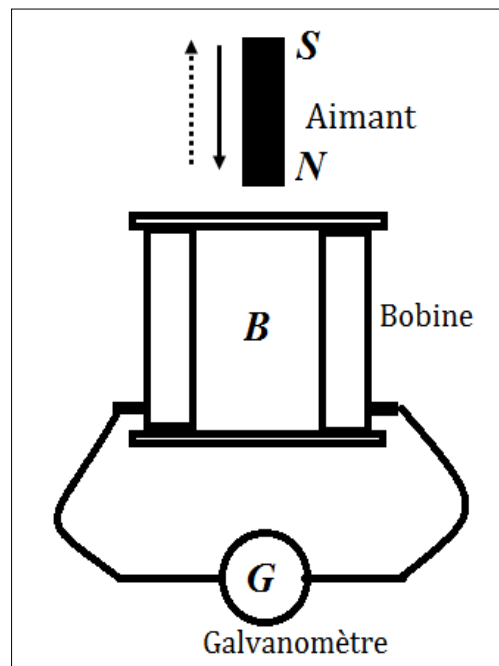


Figure (III.6) : expérience de Faraday

II. Le champ magnétique :

Le champ magnétique est une région ou un corps qui est soumis à une force magnétique créée par un aimant. Ce champ magnétique est caractérisé par son vecteur champ magnétique B et possède, une direction, un sens et une intensité.

II.1. Définition du vecteur champ magnétique

Le champ magnétique en un point est caractérisé par son vecteur champ magnétique B

- ❖ **Direction** : celle d'une aiguille magnétique placée en ce point
- ❖ **Sens** : celui de la force magnétique sur le pôle Nord de l'aiguille
- ❖ **Intensité** : d'autant plus grande que les forces magnétiques sur l'aiguille sont plus importantes

Unité: le tesla (T)

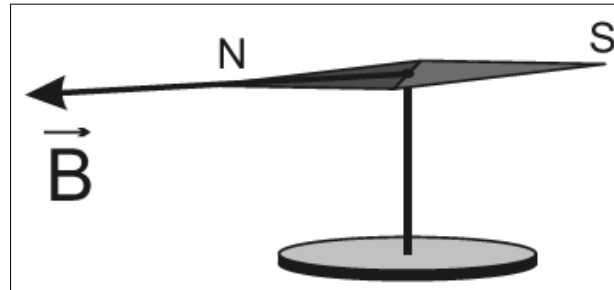


Figure (III.7) : vecteur champ magnétique

II.2. Propriétés des aimants.

Dès l'antiquité les grecs avaient remarqué qu'une pierre de Magnésie, la magnétite, avait la propriété d'exercer une force sur de petits morceaux de fer : d'où le mot magnétisme. , la contribution des grecs à l'étude du magnétisme fut purement linguistique. Puis on avait remarqué que les propriétés d'un aimant ne se manifestent qu'à ses extrémités : les pôles. Ces deux pôles, appelés, comme les pôles géographiques, pôle nord et pôle sud, sont différents.

L'expérience montre que :

Deux pôles de même nom se repoussent alors que deux pôles, de noms contraires, s'attirent.

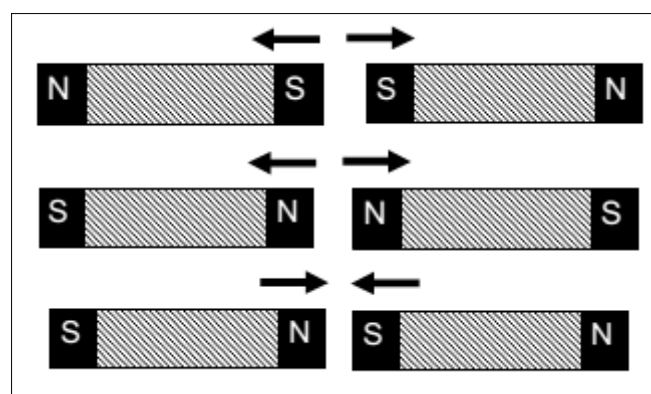


Figure (III.8) : Propriétés des aimants.

II.3. Les lignes du champ magnétique

Un champ magnétique est une région de l'espace où, en chaque point, le pôle d'un petit aimant est soumis à l'action d'une force. Comme en électrostatique, on définit un vecteur champ magnétique noté B . Ce vecteur est tangent aux lignes de champ. Les lignes du champ magnétique sortent du pôle nord de l'aimant et rentrent par le pôle sud.

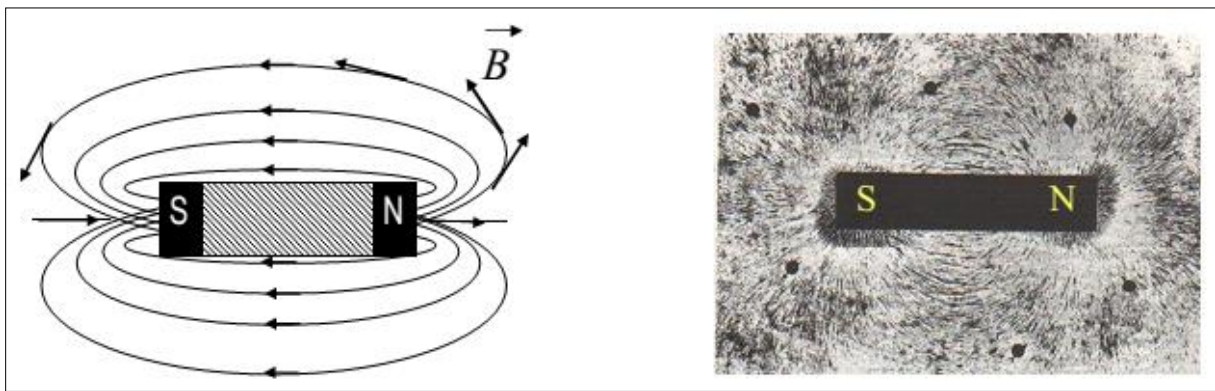


Figure (III.9) : Les lignes du champ magnétique

III. Loi de Biot et Savart :

On considère un circuit filiforme fermé parcouru par un courant d'intensité I constante (Figure III.5). Un élément $d\vec{l}$ de ce conducteur produit un champ magnétique élémentaire $d\vec{B}$ égal à :

$$d\vec{B} = \frac{\mu_0 I}{4\pi r^2} \cdot d\vec{l} \wedge \vec{U}_r \quad (\text{III. 1})$$

\vec{U}_r : représente le vecteur unitaire suivant la direction du vecteur position \vec{r} . Le sens de $d\vec{B}$ est déterminé par la règle de la main droite.

Si on veut calculer l'induction magnétique totale B , produite par tout le conducteur, il suffit d'intégrer :

$$\vec{B} = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \cdot \int \frac{d\vec{l} \wedge \vec{U}_r}{r^2} \quad (\text{III. 2})$$

IV. Théorème d'Ampère

Soit une courbe fermée, orientée C sur laquelle s'appuie une surface (S) et des courants permanents traversant (S) :

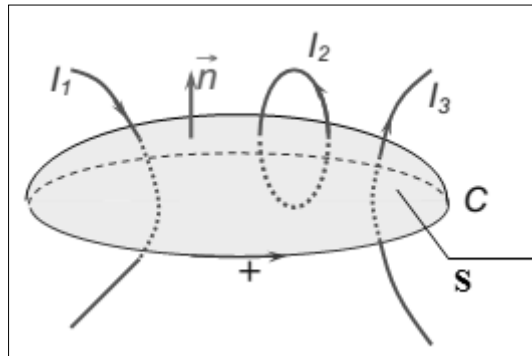


Figure (III.10) : Les lignes du champ magnétique

Le théorème d'Ampère stipule que la circulation du vecteur induction le long d'une courbe fermée C est égale au produit de la somme algébrique des courants traversant la surface (S) s'appuyant sur C multipliée par μ_0 :

$$\int_C \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 I \quad (\text{III. 3})$$

Ou : $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} (\text{H m}^{-1})$

Nous avons donc montré que dans le cas où la surface définie par le contour n'est pas traversée par le courant :

$$\int_C \vec{B} \cdot d\vec{l} = 0$$

V. Calcul de champs magnétiques créés par des courants permanents.

Le calcul de champs magnétiques créés par des courants permanents et d'autres types fait dans la série de TD suivante.

VI. Phénomènes d'induction :

Un circuit filiforme au repos et parcouru par un courant invariable n'entraîne l'apparition d'aucune f.é.m ou d'aucun courant dans un autre circuit filiforme au repos. Il n'en est pas de même si le courant varie ou si les circuits en présence se déplacent l'un par rapport à l'autre : la f.é.m ou le courant qui apparaissent sont dus au phénomène

d'induction. Ce phénomène entraîne l'apparition d'un champ électrique supplémentaire (appelé champ induit) ; ce qui conduit à modifier la propriété fondamentale du champ électrique .

VI.1. Force de Lorentz

La force agissant sur une charge ponctuelle q dépend généralement non seulement de la position de cette charge mais également de sa vitesse \vec{V} . Cette force \vec{F} est décomposée en deux composantes, la composante électrique \vec{F}_e (qui ne dépend pas de la vitesse de la charge) et la composante magnétique \vec{F}_m (qui dépend de la vitesse de la charge). L'analyse de la trajectoire montre que la force électromagnétique que subit une particule chargée en mouvement s'écrit

$$\vec{F} = q\vec{E} + q\vec{V} \wedge \vec{B} \quad (\text{III. 4})$$

Ou :

$\vec{F}_e = q\vec{E}$: Est la force électrique

$\vec{F}_m = q\vec{V} \wedge \vec{B}$: Est la force magnétique

q : la charge électrique (Coulomb)

\vec{F}_m : La force électromagnétique (Newton)

B : le champ magnétique (Tesla)

V : vitesse de déplacement de la charge, ($m \cdot s^{-1}$)

E : le champ électrique, ($V \cdot m^{-1}$)

\wedge : Produit vectoriel

VI.2. Loi de Laplace

On considère un conducteur rectiligne de longueur l parcouru par un courant I et placé dans un champ magnétique perpendiculaire au conducteur.

Les N électrons libres contenus dans ce conducteur et constituant le courant, de charge ($q = -e$), se déplacent avec une certaine vitesse V à travers B . Ils subissent donc tous une force de Lorentz. :

$$F = e \cdot V \cdot B \cdot \sin\alpha \quad (\text{III. 5})$$

Chapitre III. L'électromagnétisme

La résultante F des N forces de Lorentz constitue la force électromagnétique de Laplace s'exerçant sur le conducteur tout entier. Afin de déterminer F , nous raisonnons sur le modèle simplifié du courant électrique où les N électrons libres se déplacent à la même vitesse constante V . Dans ces conditions, les N électrons subissent la même force de Lorentz f . La Force de Laplace s'écrit par:

$$F = N.f = N.e.V.B.\sin\alpha \quad (\text{III. 6})$$

Etablissons une relation entre vitesse des électrons et l'intensité I du courant.

Par définition : $I = \frac{Q}{\Delta t}$

Avec

Q : charge totale traversant une section quelconque du conducteur pendant la durée Δt .

Alors Δt : durée qu'il faut aux N électrons présents dans le conducteur pour s'écouler à travers la section. Chacun des électrons a parcouru une distance l avec la vitesse V .

Si $Q = N.e$, $\Delta t = l/V$

Donc : $I = N.e.v/l \rightarrow I.l = N.e.v$

En fin La force de Laplace données par:

$$F = I.l.B.\sin\alpha \quad (\text{III. 7})$$

Où I est l'intensité du courant (A).

B est l'intensité du vecteur champ magnétique. α est l'angle compris entre le vecteur champ magnétique et le conducteur rectiligne.

Si $\alpha = 90^\circ$ alors $F = I.l.B$ (force maximal), si $\alpha = 0$ alors $F = 0$.

VI.3. Loi de Faraday :

Dans tout circuit fermé traversé par un flux magnétique variable Φ (Figure IV.6), il se crée une force électromotrice d'induction égale à la dérivée de ce flux, à travers le circuit, par rapport au temps avec changement de signe :

$$e = -\frac{d\Phi}{dt} \quad (\text{III. 8})$$

La cause de l'apparition de courant induit est la variation du flux magnétique à travers la surface de la bobine. Le courant induit ne dure que le temps de la variation du flux.

Chapitre III. L'électromagnétisme

L'apparition de ce courant induit prouve la présence d'une force électromotrice dont le siège est la bobine. Cette force électromotrice dépend de la vitesse de variation du flux magnétique par rapport au temps.

VI.4. Loi de Lenz

On peut induire une f.é.m dans un circuit filiforme (C) fermé en faisant varier le flux magnétique à travers le circuit : c'est le phénomène d'induction électromagnétique. Les cas de variations du flux du champ magnétique à travers un circuit sont :

- Le cas d'un circuit mobile dans un champ magnétique permanent,
- Le cas d'un circuit fixe dans un champ magnétique variable,
- le cas général d'un circuit mobile dans un champ magnétique variable.

Pour trouver de manière qualitative le sens du courant induit, on utilise la loi de Lenz qui stipule que :

« Le sens du courant induit est tel que le champ magnétique qu'il crée s'oppose à la variation de flux qui lui a donné naissance. »

Puisque une f.é.m apparaît dans le circuit (C) et y fait circuler un courant ceci implique l'existence d'un champ électromoteur agissant sur les porteurs de charge du circuit (C). Ce champ est appelé champ électrique induit

SÉRIÉ TD N°=4

Exercice 1:

Un solénoïde comportant $N = 1000$ spires jointives a pour longueur $L = 80$ cm. Il est parcouru par un courant d'intensité I .

1. Faire un schéma sur lequel vous représenterez :

- le spectre magnétique du solénoïde
- les faces Nord et Sud
- le vecteur champ magnétique au centre du solénoïde

2. On suppose le solénoïde suffisamment long pour être assimilable à un solénoïde de longueur infinie. Quelle est l'expression de l'intensité du champ magnétique au centre du solénoïde ? A.N. Calculer B si $I = 20$ mA.

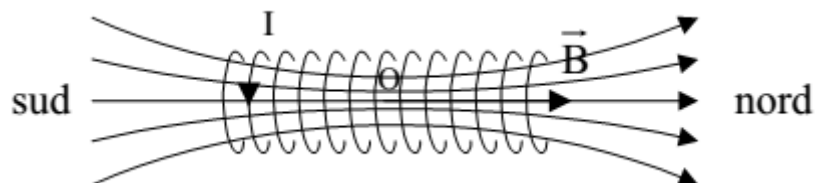
3. L'axe du solénoïde est placé perpendiculairement au plan du méridien magnétique. Au centre du solénoïde on place une petite boussole mobile autour d'un axe vertical.

a. Quelle est l'orientation de la boussole pour $I = 0$?

b. Quand le courant d'intensité $I = 20$ mA parcourt le solénoïde, la boussole tourne d'un angle $\alpha = 57,5^\circ$. En déduire l'intensité B_h de la composante horizontale du champ magnétique terrestre.

La solution

1. Le schéma:



Le spectre magnétique d'un solénoïde est semblable à celui d'un aimant droit. On oriente les lignes de champ avec la règle de la main droite (il faut au préalable définir le sens du courant). On en déduit les faces nord et sud du solénoïde.

Chapitre III. L'électromagnétisme

Le champ magnétique au centre du solénoïde est tangent à la ligne de champ passant par O et de sens donné par l'orientation de la ligne de champ.

2. si On suppose que le solénoïde de longueur infinie. l'expression de l'intensité du champ magnétique au centre du solénoïde

- On suppose qu'à l'intérieur du solénoïde le champ est uniforme et qu'à l'extérieur il est nul.
- La circulation du champ magnétique le long du contour (C) est : $C = BL$ (voir figure)

L'application du théorème d'Ampère donne : $C = N\mu_0 I$

D'ou :

$$B = \mu_0 \frac{N}{L} I$$

A.N :

$$B = 4\pi \times 10^{-7} (\text{H m}^{-1}) \frac{1000}{80 \text{ cm}} 20 \text{ mA} = 4\pi \times 10^{-7} (\text{H m}^{-1}) \frac{1000}{80 \cdot 10^{-2} \text{ m}} 20 \cdot 10^{-3} \text{ A}$$

$$B = 3,1 \cdot 10^{-5} \text{ Tesla}$$

2. a. L'aiguille s'oriente vers le nord magnétique (champ magnétique terrestre).

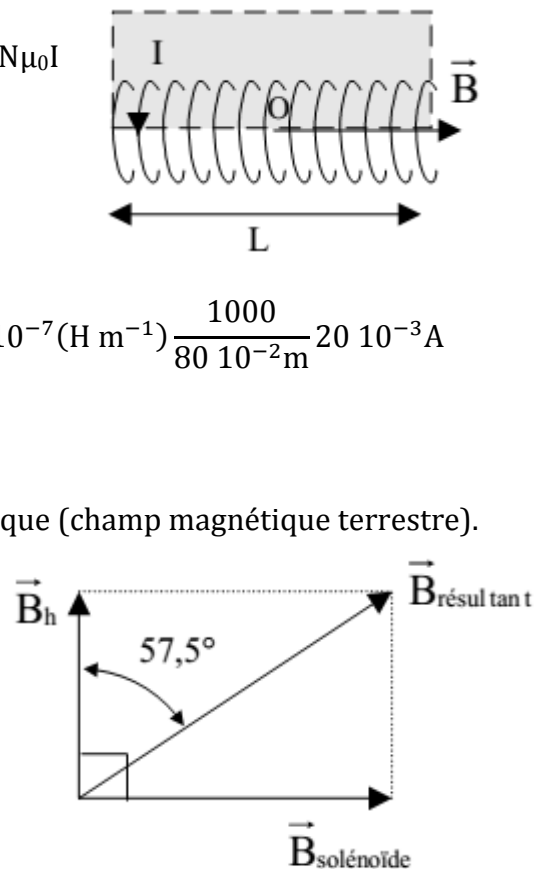
b. l'intensité B_h

$$\vec{B}_{\text{réslt}} = \vec{B}_h + \vec{B}_{\text{solénoïde}}$$

$$\tan(57,5^\circ) = \frac{B_h}{B_{\text{solénoïde}}}$$

A.N :

$$B_h = 2 \cdot 10^{-5} \text{ Tesla}$$



Exercice 2:

En utilisant la formule de Biot et Savart, déterminer les caractéristiques du champ magnétique crée au centre d'une bobine plate de N spires, de rayon R et parcourue par un courant I.

Chapitre III. L'électromagnétisme

A.N : $R = 5 \text{ cm}$, $N = 100$ et $I = 100 \text{ mA}$.

La Solution

Un morceau de bobine de longueur dl apporte la contribution :

$$d\vec{B} = \frac{\mu_0 I}{4\pi r^3} \cdot d\vec{l} \wedge \vec{r}$$

Ce champ élémentaire est dirigé suivant l'axe et son sens dépend du sens du courant (voir la figure).

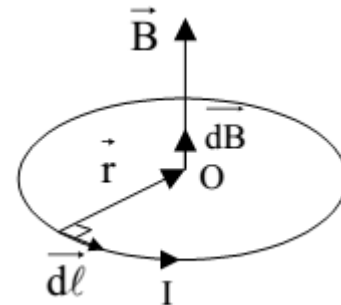
$$dB = \frac{\mu_0 I}{4\pi R^3} \cdot dl R$$

Au totale, la longueur de la bobine est $N2\pi R$.

$$B = \frac{\mu_0 I}{4\pi R^2} \cdot N2\pi R = N \frac{\mu_0 I}{2R}$$

A.N :

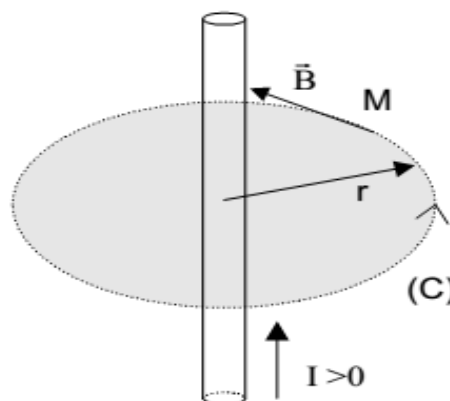
$$B = 0,126 \text{ mT}$$



Exercice 3:

On considère un câble de rayon R , de longueur infinie, parcouru par un courant d'intensité I uniformément réparti dans la section du conducteur.

1. A l'aide du théorème d'Ampère, déterminer l'intensité du champ magnétique en un point situé à la distance r de l'axe du câble.
2. Tracer la courbe $B(r)$.



Chapitre III: L'électromagnétisme

La Solution

1. Le sens du champ magnétique s'obtient avec la règle de la main droite.

● Si le Champ magnétique à l'extérieur du câble ($r > R$) :

Appliquons le théorème d'Ampère avec un contour circulaire (C) centré sur le câble.

➤ La circulation s'écrit : $C = B 2\pi r$

➤ Théorème d'Ampère : $C = \mu_0 I$

D'où :

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}$$

● Si le Champ magnétique à l'intérieur du câble ($r \leq R$) :

Dans la section de rayon r passe le courant :

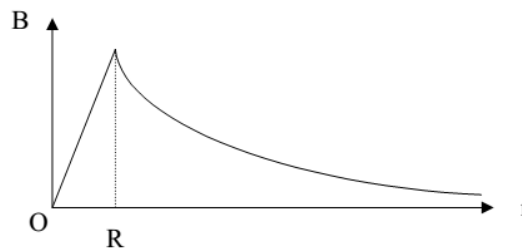
$$J = I \frac{\pi r^2}{S} = I \frac{r^2}{R^2}$$

$$C = B 2\pi r = \mu_0 J$$

D'où :

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi R^2} r$$

2. Trace la courbe B(r).



Exercice 4:

Étudier le champ magnétique produit par une spire circulaire de rayon R' parcouru par un courant permanent d'intensité I.

La Solution

- Dans le cas général, le calcul fait appel aux intégrales elliptiques ; on se contente ci d'étudier l'évolution du champ magnétique le long de l'axe (OZ) de la spire.

Chapitre III. L'électromagnétisme

- Tout d'abord, appelons θ le demi-angle au sommet du cône formé par la spire et un point M de l'axe. D'après la loi de Biot et Savart

$$\vec{dB} = \frac{\mu_0 I}{4\pi r^2} \cdot d\vec{l} \wedge \vec{U}_r$$

le champ \vec{dB} fait un angle $\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right)$ avec l'axe (Oz).

Par ailleurs, tout plan contenant l'axe de la spire est un plan d'antisymétrie (il y en a une infinité). Il en résulte que le champ magnétique est nécessairement le long de l'axe pour les points M de cet axe. Il suffit dès lors de sommer toutes les composantes verticales des champs élémentaires :

$$dB_z = dB \cos\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right)$$

avec :

$$dB = \frac{\mu_0 I dl}{4\pi r^2}$$

soit

$$dB_z = \frac{\mu_0 I dl}{4\pi r^2} \sin\theta$$

Lorsque le point P décrit le circuit fermé, l'angle θ , la distance r et l'intensité I restent constants :

$$B_z = \frac{\mu_0 I \sin\theta}{4\pi r^2} \oint dl = \frac{\mu_0 I \cdot R \cdot \sin\theta}{2r^2}$$

Finalement, compte tenu du fait que ($\sin\theta = R/r$),

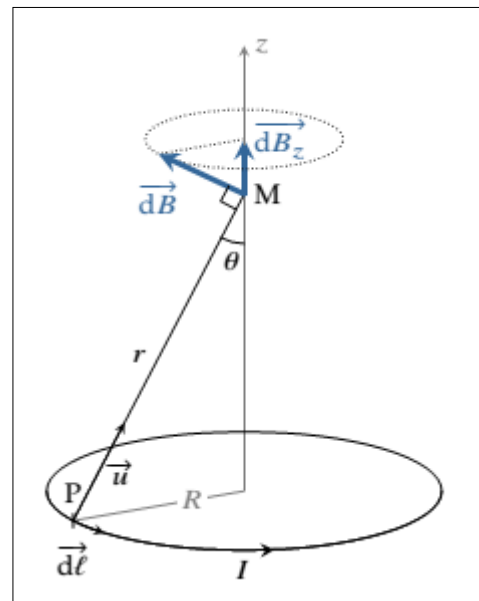
le champ magnétique créé par une spire le long de son axe s'écrit :

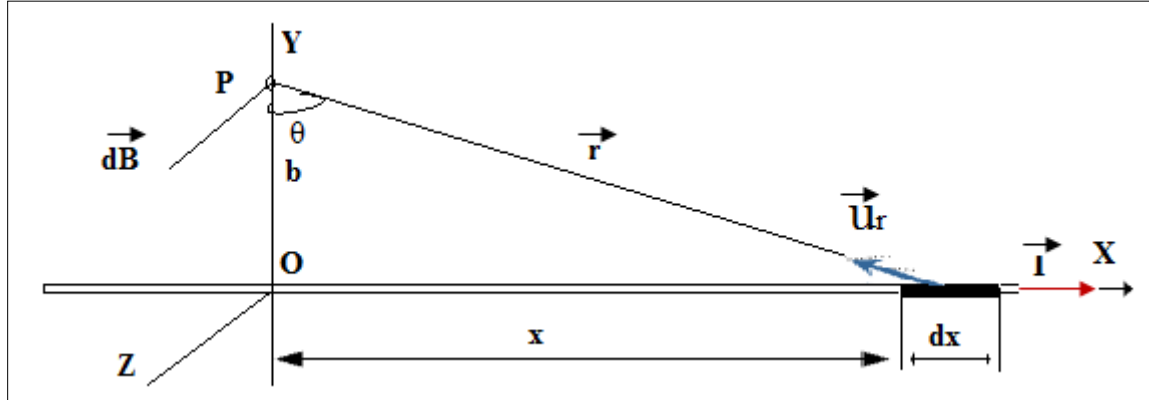
$$\vec{B}(M) = B_{\max} \sin^3\theta \vec{u}_z \quad \text{avec} \quad B_{\max} = \frac{\mu_0 I}{2R}$$

B_{\max} représente le champ créé au centre de la spire.

Exercice 5:

La figure représente un fil infiniment long, parcouru par un courant électrique d'intensité I . On se propose de déterminer le champ d'induction magnétique produit par tout le fil en un point P situé sur l'axe oy.





La Solution

Pour pouvoir appliquer la loi de Biot et Savart, on doit déterminer les composantes des vecteurs \vec{dl} et \vec{r} dans le repère cartésien Oxyz. Et puisque : $\vec{r} = r \cdot \vec{u}_r \rightarrow \vec{u}_r = \vec{r}/r$, on peut écrire la loi sous la forme :

$$\vec{dB} = \frac{\mu_0 I}{4\pi r^2} \cdot \vec{dl} \wedge \vec{U}_r = \frac{\mu_0 I}{4\pi r^3} \cdot \vec{dl} \wedge \vec{r}$$

$$dl = (dx, 0, 0), r = (-x, b, 0)$$

$$\vec{dl} \wedge \vec{r} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ dx & 0 & 0 \\ -x & b & 0 \end{vmatrix} = b \cdot dx \cdot \vec{k}$$

$$\vec{dB} = \frac{\mu_0 I}{4\pi r^3} \cdot b \cdot dx \cdot \vec{k}$$

$$r = \frac{b}{\cos\theta}, x = b \tan\theta \rightarrow dx = b \frac{1}{\cos^2\theta} d\theta$$

Par substitution, on obtient:

$$\vec{dB} = \frac{\mu_0 I}{4\pi b} \cdot \cos\theta d\theta \vec{k}$$

En intégrant cette expression de $-\pi/2$ à $\pi/2$, on obtient :

$$\vec{B} = \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \vec{dB} = \frac{\mu_0 I}{4\pi b} \cdot \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \cos\theta d\theta \vec{k}$$

on arrive à l'expression finale:

Chapitre III. L'électromagnétisme

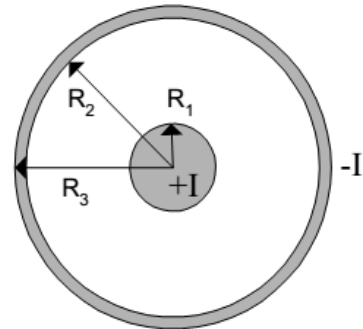
$$\vec{B} = \frac{\mu_0 I}{4\pi b} \vec{k}, \quad B = \frac{\mu_0 I}{4\pi b}$$

Le vecteur \vec{B} dans ce cas, est perpendiculaire au plan Oxy et dirigé selon l'une des règles d'orientation.

Exercice 6:

On considère un câble coaxial infini cylindrique de rayons R_1 , R_2 et R_3 . Le courant d'intensité totale I passe dans un sens dans le conducteur intérieur et revient dans l'autre sens par le conducteur extérieur.

1. Calculer le champ magnétique en tout point.
2. Tracer la courbe $B(r)$.



La Solution

1. le champ magnétique en tout point.

Comme pour l'exercice (3), on utilise le théorème d'Ampère.

- ✓ **Pour ($r \leq R_1$) :**

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi R_1^2} r$$

- ✓ **Pour ($R_1 \leq r \leq R_2$):**

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}$$

- ✓ **Pour ($R_2 \leq r \leq R_3$):**

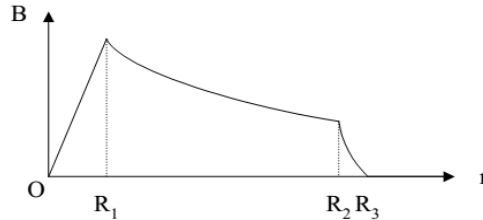
$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r} \left[1 - \frac{r^2 - R_2^2}{R_3^2 - R_2^2} \right]$$

- ✓ **Pour ($r \geq R_3$)**

$B = 0$, un câble coaxial ne crée pas de champ magnétique à l'extérieur.

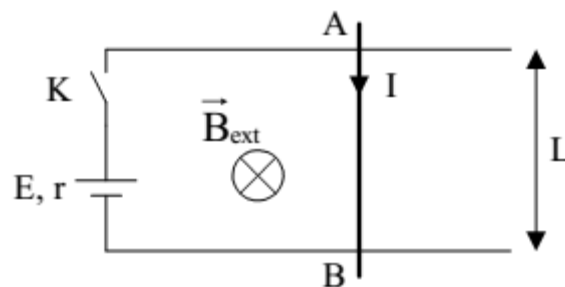
2. la courbe $B(r)$.

Chapitre III: L'électromagnétisme



Exercice 7:

1. A l'instant $t = 0$, on ferme l'interrupteur.
 - a. Calculer I_0 , le courant circulant dans le circuit à l'instant $t = 0$.
 - b. Déterminer les caractéristiques de la force magnétique s'appliquant sur la barre AB. Sous l'effet de la force magnétique, la barre est mise en mouvement. A l'instant t , elle se déplace à la vitesse v .
 2. Déterminer les caractéristiques de la fem induite. Et déduire le courant I dans le circuit ainsi que le courant induit i .
 3. En fin d'accélération, la barre atteint une vitesse limite V_{\max} .
 - a. Que vaut alors F ? (en suppose qu'il n'y a pas de frottement). En déduire I , i et V_{\max} .
- A.N :** $E = 6 \text{ V}$, $r = 1 \Omega$, $B_{\text{ext}} = 1,5 \text{ T}$ et $L = 20 \text{ cm}$.



La Solution

1. on ferme l'interrupteur.

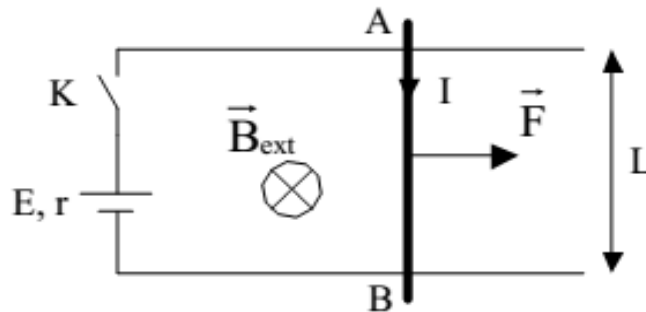


Chapitre III. L'électromagnétisme

a. le courant circulant dans le circuit à l'instant $t = 0$.

On appliquant Loi d'Ohm : $I_0 = E/r = 6 \text{ A}$

b. les caractéristiques de la force magnétique s'appliquant sur la barre AB.



Sous l'effet de la force magnétique, la barre est mise en mouvement. A l'instant t , elle se déplace à la vitesse v .

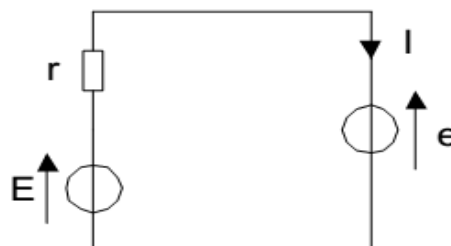
On appliquant Loi de Laplace : $\vec{F} = I_0 \vec{L} \wedge \vec{B}$

$$F = I_0 L B = 1,8 \text{ newton}$$

2. les caractéristiques de la fem induite. Et déduire le courant I dans le circuit ainsi que le courant induit i .

$$I = (E - e)/r = (E - BLV)/r \text{ Avec } I = I_0 - i$$

$$\text{d'où : } i = e/r = (BLV)/r, \text{ finalement : fem induite : } e = BLV$$



3. En fin d'accélération, la barre atteint une vitesse limite V_{\max} . (en suppose qu'il n'y a pas de frottement), Alors la force devient $F = 0 \text{ N}$ donc $I = 0$ et $i = I_0 = E/r = 6 \text{ A}$

$$I = 0 \text{ donc } E = BLV_{\max}$$

$$V_{\max} = E/(BL) = 20 \text{ m/s}$$

Chapitre III. L'électromagnétisme

Exercice 8:

1. Déterminer l'expression de l'inductance d'un solénoïde de 1000 spires, $l = 80$ cm et de surface $S = 36$ cm².
2. Le solénoïde est traversé par un courant de 0,5 A. Quelle est l'énergie emmagasinée par le solénoïde ?

La Solution

1. l'expression de l'inductance d'un solénoïde Flux magnétique à travers le solénoïde :

$$\Phi = NBS$$

Dans un solénoïde : $B = \mu_0 NI/l$

$$\text{D'où : } \Phi = \mu_0 SIN^2 / l$$

$$\text{Par définition : } L = \Phi/I \rightarrow L = \mu_0 SN^2 / l$$

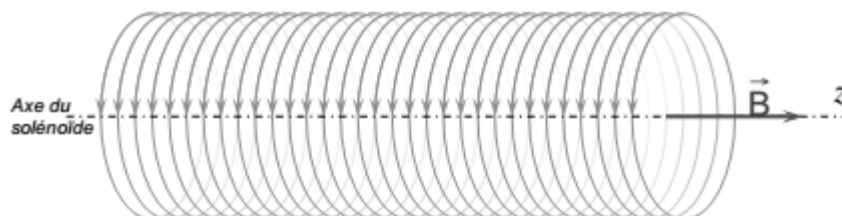
$$\text{A.N : } L = 5,65 \text{ mH}$$

2. L'Énergie emmagasinée par le solénoïde :

$$W = \frac{1}{2} LI^2 = 0,7 \text{ mJ}$$

Exercice 9:

Soit un solénoïde rectiligne infini dont les spires sont traversées par un courant I :
Le solénoïde compte N spires par unité de longueur



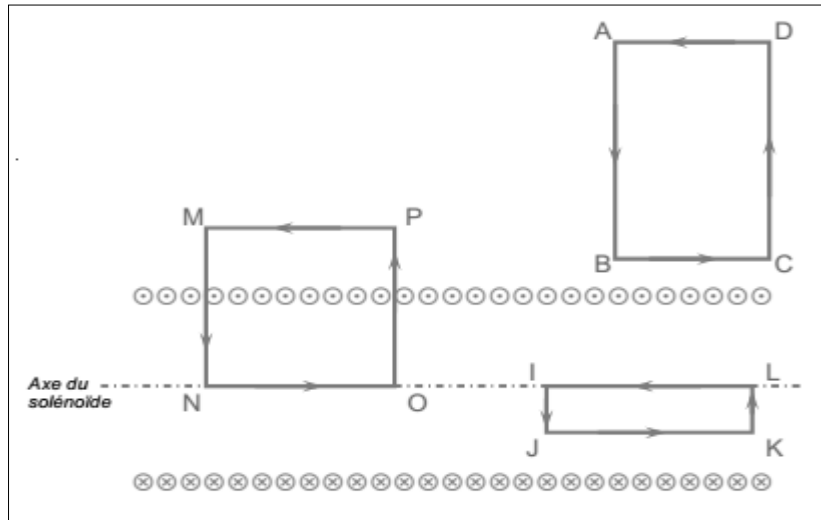
Utiliser le théorème d'Ampère et calculer le champ en tout point de l'espace?

La Solution

On considère les trois contours :

Chapitre III. L'électromagnétisme

- ABCD, à l'extérieur du solénoïde,
- IJKL à l'intérieur du solénoïde,
- MNOP enlaçant des spires



Sur le parcours ABCD :

$$\int_C \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 I = 0 \text{ (pas de courant traversant)}$$

d'autre part :

$$\int_{ABCD} \vec{B} \cdot d\vec{l} = \int_{AB} \vec{B} \cdot d\vec{l} + \int_{BC} \vec{B} \cdot d\vec{l} + \int_{CD} \vec{B} \cdot d\vec{l} + \int_{DA} \vec{B} \cdot d\vec{l} = 0, \text{ car: } \vec{B} \perp d\vec{l}$$

Les sens de parcours étant opposés, on en déduit que B est le même sur ces deux segments, B est donc constant à l'extérieur du solénoïde. De plus si le contour est tel que le segment DA est à l'infini, où le champ B est nul, alors B est nul aussi le long du segment BC,

⇒ B est nul à l'extérieur du solénoïde.

Sur le parcours IJKL :

$$\int_C \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 I = 0 \text{ (pas de courant traversant)}$$

d'autre part :

$$\int_{IJKL} \vec{B} \cdot d\vec{l} = \int_{IJ} \vec{B} \cdot d\vec{l} + \int_{JK} \vec{B} \cdot d\vec{l} + \int_{KL} \vec{B} \cdot d\vec{l} + \int_{LI} \vec{B} \cdot d\vec{l} = 0, \text{ car: } \vec{B} \perp d\vec{l}$$

donc :

Chapitre III. L'électromagnétisme

$$\int_{JK} \vec{B} \cdot d\vec{l} = - \int_{LI} \vec{B} \cdot d\vec{l}$$

Les sens de parcours étant opposés, on en déduit que B est le même sur ces deux segments,

⇒ B : est constant à l'intérieur du solénoïde.

● **Sur le parcours MNOP :**

$$\int_{MNOP} \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 INL$$

Avec PM=L

d'autre part :

$$\int_{MNOP} \vec{B} \cdot d\vec{l} = \int_{MN} \vec{B} \cdot d\vec{l} + \int_{NO} \vec{B} \cdot d\vec{l} + \int_{OP} \vec{B} \cdot d\vec{l} + \int_{PM} \vec{B} \cdot d\vec{l}$$

Puisque :

$$\int_{MN} \vec{B} \cdot d\vec{l} = \int_{OP} \vec{B} \cdot d\vec{l} = 0 \text{ (car: } \vec{B} \perp d\vec{l} \text{)}$$

$$\int_{PM} \vec{B} \cdot d\vec{l} = 0 \text{ (car: } B_{ext} = 0 \text{)}$$

Donc :

$$\int_{MNOP} \vec{B} \cdot d\vec{l} = \int_{NO} \vec{B} \cdot d\vec{l} = BL$$

Finalement, nous avons montré que le champ à l'intérieur d'un solénoïde rectiligne infini parcouru par un courant I est constant et vaut :

$B = \mu_0 N I$ avec N le nombre de spires/unité de longueur

Exercice :10

Une bobine de 5cm de diamètre, longue de 45 cm comprend 500 spires en fil de cuivre de 0.4 mm de diamètre. Elle est traversée par un courant de 320 mA. Calculer

a) L'intensité du champ magnétique au centre de cette bobine

Chapitre III: L'électromagnétisme

- b) La valeur de l'induction
c) Flux magnétique produit.

La Solution

a. L'intensité du champ magnétique au centre de cette bobine
 $H = NI/l = 500 \cdot 0.32 / 0.55 = 355,5 \text{ A/m}$

b. La valeur de l'induction

$$B = \mu_0 \cdot H = 4.447 \cdot 10^{-4} \text{ T}$$

c. Flux magnétique produit.

$$\Phi = B \cdot A = 8.79 \cdot 10^{-7} \text{ Wb}$$

$\varnothing = 5 \text{ cm}$	$l = 0.45 \text{ m}$	$N = 500$	$\varnothing_{\text{fils}} = 0.4 \text{ mm}$	$I = 320 \text{ mA}$
$H = 355,5 \text{ A/m}$	$B = 4.447 \cdot 10^{-4} \text{ T}$	$\phi = 8.79 \cdot 10^{-7} \text{ Wb}$		

Conclusion générale

Conclusion générale

Cette polycopié a été conçue pour faciliter les révisions en rassemblant les idées-clés de physique, avec un texte clair et concis de 40 exercices et résumé de cours contient plusieurs schémas explicatifs pour faire le point sur les notions les plus complexes, Ce polycopié correspond au programme officiel de la matière <<physique 2>> enseigné en première année, socle commun, de domaine sciences et technologies. Afin de permettre à l'étudiant d'assimiler le cours, nous avons traité plusieurs exercices d'application.

Références

Référence :

- [1] Emile Amzallag, Josseline Ben Aïm, Norbert Piccioli : " Electrostatique : Rappels de cours et exercices corrigés de physique". Edi science, (1996)
- [2] Christine Blondel et Bertrand Wolff. De l'électricité de Franklin aux lois de l'électricité, (2008)
- [3] John David Jackson, Christian Jeanmougin et Jean-Pol Vigneron. Electrodynamique classique: cours et exercices d'électromagnétisme. Dunod, (2001)
- [4] Hubert Gie. Jean-Pierre Sarmant : "Electromagnétisme : volume 1". Collection de sciences physiques, (1985)
- [5] Joseph Edminister : "Electromagnétisme : cours et problèmes". Série Schaum, Ediscience International, (2000)
- [6] J.P. Perez, R. Carles, R. Fleckinger ; Electromagnétisme Fondements et Applications, Ed. Dunod, (2011)
- [7] H. Djelouah ; Electromagnétisme ; Office des Publications Universitaires, 2011.
- [8] P. Fishbane et al. ; Physics For Scientists and Engineers with Modern Physics, 3rd ed. ; (2005)
- [9] P. A. Tipler, G. Mosca ; Physics For Scientists and Engineers, 6th ed., W. H. Freeman Company, (2008)

SÉRIÉ TD N°=1

Exercice 1:

Soit un corps porte une charge Q . Est-il possible que $(Q_1 = -2\mu c)$, $(Q_2 = 10^{-18}c)$, $(Q_3 = -1nc)$, $(Q_4 = -3.10^{-17}c)$, $(Q_5 = 5.10^{-12}c)$ ou $(Q_6 = -4.10^{-10}c)$?

Exercice 2:

Deux sphères conductrices identiques portent des charges q_1 et q_2 ; on les met en contact puis on les sépare. Calculer les charges q'_1 et q'_2 qu'elles prennent dans les cas suivants et préciser pour chaque cas le sens de transfert des électrons lors du contact.

cas 1 : $q_1 = 4.10^{-8}c$ et $q_2 = 0c$

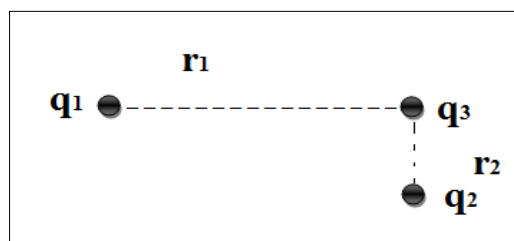
cas 2 : $q_1 = 3.10^{-8}c$ et $q_2 = 8.10^{-8}c$

Exercice 3:

Calculer la force qu'exerce la charge $q_1 = 3 \cdot 10^{-3}C$ sur une charge $q_2 = -5 \cdot 10^{-4}C$ séparées par la distance 20 mm.

Exercice 4:

Soit une charge q_3 se trouvant en présence de charges q_1 et q_2 suivant la figure ci-contre. Calculer la force résultante agissant sur q_3 . Avec $q_1 = -2.5 \cdot 10^{-3}C$; $q_2 = 1.5 \cdot 10^{-3}C$; $q_3 = 0.8 \cdot 10^{-3}C$, $r_1 = AC = 1.2m$; $r_2 = BC = 0.8m$.



Exercice 5:

Deux sphères conductrices identiques portant des charges de signes opposés s'attirent avec une force de 0,108 N. quand la distance qui les sépare est $d = 0,5$ m. On les relie à l'aide d'un fil conducteur jusqu'à ce que l'équilibre soit établi. Après avoir enlevé le fil, elles se repoussent avec une force de 0,036 N.

Quelle était la charge initiale de chaque sphère (le rayon des sphères $\ll d$) ?

Annexe. A : Séries TD

Exercice 6:

Soient quatre charges ponctuelles placées aux sommets d'un carré de côté $a = 2\text{cm}$ et de centre O (figure ci-contre).

1. Écrire le champ électrique créé au point O par chaque charge ?
2. déterminer les valeurs de q et q' ? Sachant que l'expression du champ électrique résultant au point O est donnée par : $\vec{E}_0 = 5\vec{i} + 6\vec{j}$
3. Déterminer le potentiel au point O ?

Exercice 7:

On considère un fil infini uniformément chargé. En déduisant le théorème de Gauss, calculer le champ électrostatique créée en point M de l'espace distant de r du fil.

Exercice 8:

Un cylindre de hauteur H et de rayon R est chargé par une densité volumique de charges ($\rho = A/r$) variable en fonction du rayon r dans le cylindre. (r distance de l'axe de révolution à un point quelconque du cylindre et A une constante). Donner l'expression de la charge Q contenue dans le volume V de ce cylindre.

Exercice 9:

Une sphère de rayon $R=10\text{cm}$ porte une charge $Q = 1\mu\text{C}$ répartie uniformément. Quelle est la densité de charges surfacique σ portée par la sphère ?

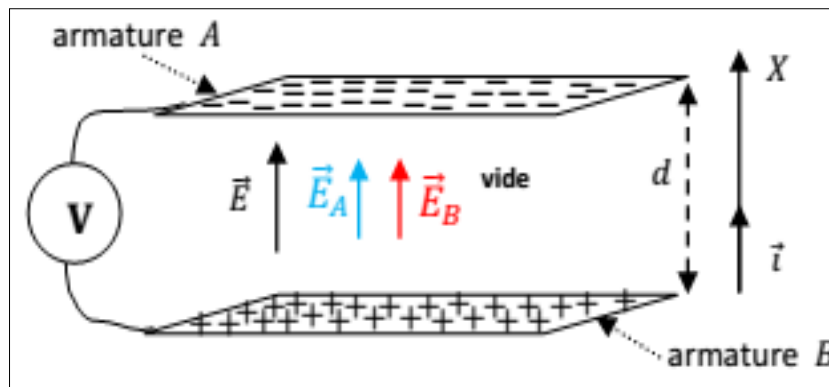
Exercice 10:

Un disque de rayon R porte une distribution de charges non uniforme à symétrie radiale. Suivant un rayon, la densité surfacique de charge varie suivant la loi : $\sigma = A.r$. Exprimer en fonction de A et R la charge totale Q portée par le disque.

SÉRIÉ TD N°=2

Exercice 1 :

Voir la figure ci-contre et Calculer la capacité d'un condensateur plan de surface ($s=300\text{cm}^2$) et séparée par le vide d'épaisseur ($d=0,2\text{mm}$):

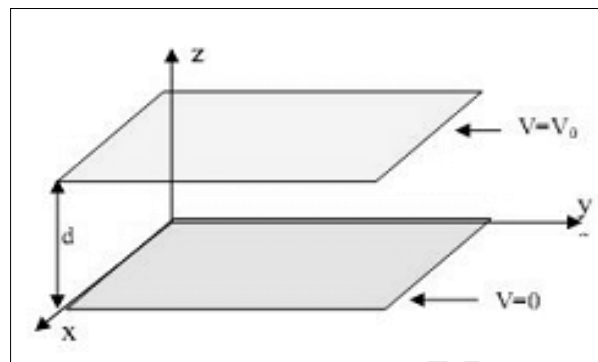


Exercice 2 :

Deux conducteurs métalliques plans et parallèles d'aire commune A distants de d forment un condensateur plan (voir figure). La plaque supérieure est portée au potentiel V_0 et la plaque inférieure est reliée au sol ($V=0$).

1. Déterminer la capacité de ce condensateur plan ?
2. Calculer Q_0 entre les armatures ?

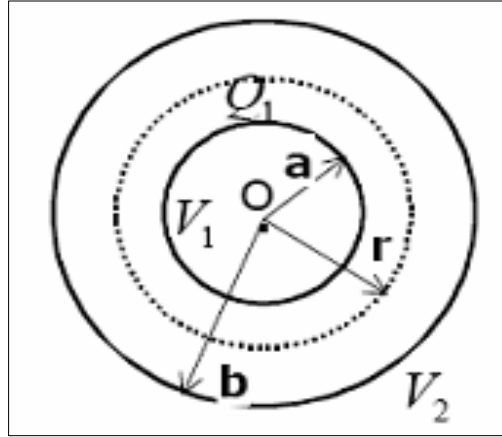
Donnée: $V_0=400\text{V}$, $d=30\mu\text{m}$ et $A=15\text{cm}^2$



Annexe. A : Séries TD

Exercice 3 :

Calculer la capacité d'un condensateur sphérique de centre O et de rayon r ?



Exercice 4:

Déterminer l'expression de la capacité d'un condensateur cylindrique, constitué de deux cylindres conducteurs coaxiaux de rayons $R_1 = 1 \text{ mm}$ et $R_2 = 3 \text{ mm}$, de hauteurs $h=10 \text{ cm}$, portant sur leurs surfaces en regard les charges $(+Q)$ et $(-Q)$.

Exercice 5 :

Déterminer la charge Q_{int} contenue par une sphère de centre O et rayon R. Tel que la distribution de charge qui est à l'origine du potentiel électrostatique donnée par :

$$V(r) = \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \frac{1}{r} e^{-\frac{r}{a}}, \text{ ou } q>0 \text{ et } a \text{ constant}$$

Exercice 6:

Une sphère de rayon R et de centre O, contient une distribution volumique de charges.

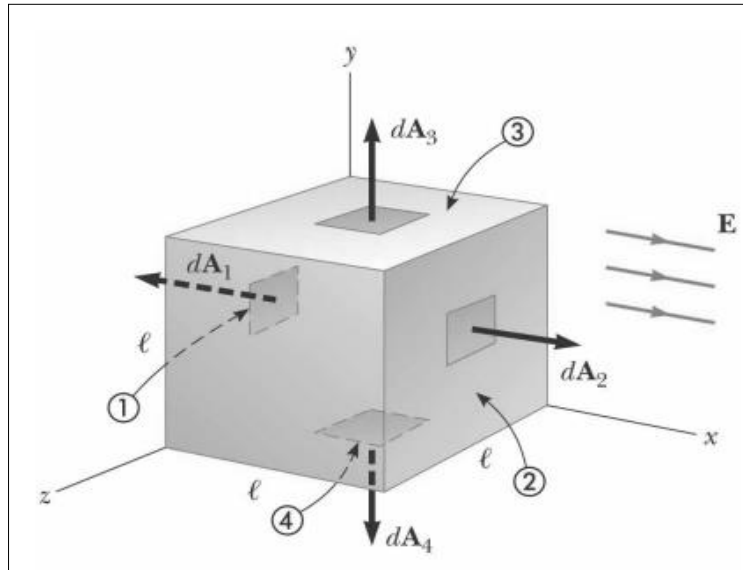
La densité volumique n'étant fonction que de la distance r est définie par :

$$\rho = b/r, \text{ avec } 0 < r < R \text{ et } b = \text{cte.}$$

Calculer en utilisant le théorème de Gauss, le champ électrique créée par la distribution dans tout l'espace ($0 < r < \infty$).

Exercice :7

Calculer le flux électrique total à travers une surface du cube (voir la figure)



Exercice 8:

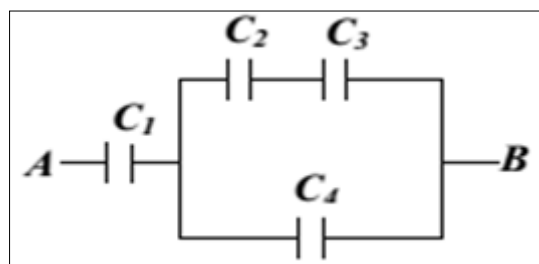
Calculer l'expression de la résistance d'un conducteur annulaire cylindrique, homogène de conductivité σ dont les faces sont des cylindres de rayons r_1 , r_2 et de longueur l . Elles sont soumises à une différence de potentiel $V = V_1 - V_2$.

Exercice :9

On considère le groupement de condensateurs montré sur la figure ci-contre.

On donne : $C_1 = 6\mu\text{F}$, $C_2 = 2\mu\text{F}$, $C_3 = 4\mu\text{F}$, $C_4 = 6\mu\text{F}$

1. Calculer la capacité équivalente entre A et B
2. On maintient entre A et B une différence de potentielle $V_{AB} = 2000 \text{ V}$. Calculer la charge et la tension aux bornes de chaque condensateur.



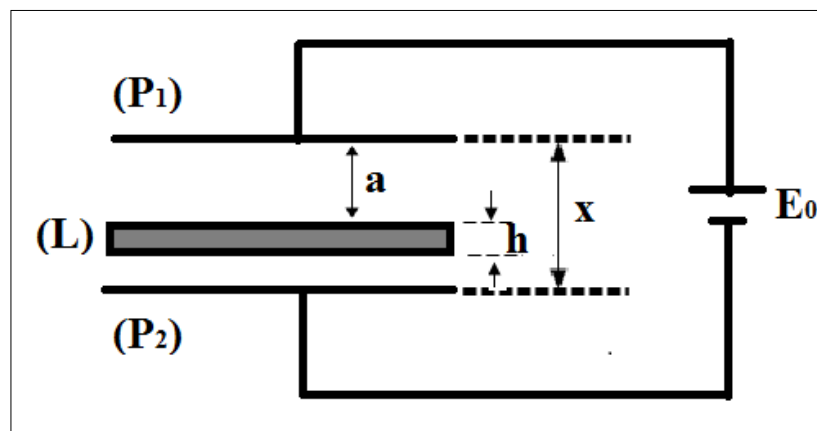
Exercice :10

Soit un condensateur plan idéal formé par deux armatures (P_1) et (P_2) conductrices de surfaces ($S = 226\text{cm}^2$) et séparées par du vide d'épaisseur ($x = 0,3\text{mm}$).

1. Le condensateur est branché a une générateur de force électromotrice $E = 120\text{V}$.

Annexe. A : Séries TD

- a. Calculer la capacité du condensateur ?
 - b. Calculer la charge portée par chaque armature ?
2. On introduit maintenant parallèlement entre les armatures une plaque conductrice (L), neutre, de mêmes dimensions que les armatures et d'épaisseur "h". le générateur étant toujours branché.
- a. Expliquer qualitativement ce qui se passe et représenter la nouvelle répartition des charges ?
 - b. Donner l'expression de la capacité équivalente du système ?
 - c. Quelle est l'épaisseur "h" de la plaque si la capacité équivalente vaut $1\mu\text{F}$?
3. Considérons maintenant que la plaque introduite est faite d'un isolant de permittivité $\varepsilon = 1,5\varepsilon_0$.
- a. Déterminer l'expression de la nouvelle capacité du condensateur ?
 - b. Calculer la valeur de cette capacité pour la valeur de "h" trouvée dans la question "2c"



SÉRIÉ TD N°=3

Exercice 1:

Un cylindre homogène en argent de diamètre $d=1.2$ mm et de longueur $l =42$ cm, transporte une charge de 22500 C en 1h15mn lorsque la (ddp), appliquée entre ses deux bases vaut $V=0.3$ V.

1. Quelle est l'intensité du courant qui parcourt le fil ?
2. Calculer la conductivité σ de l'argent ?
3. Sachant que chaque atome d'argent libère un électron pour la conduction, trouver le nombre n d'électrons libres par mètre cube. On rappelle que pour l'argent la masse atomique de l'argent est $m_a=108$ UMA et la densité $\rho= 10.5$ g/cm³.
4. A partir de deux expressions différentes du vecteur densité de courant, trouver la vitesse de dérive des électrons de conduction.
5. Calculer la mobilité μ des porteurs de charges libres de l'argent.
6. Au cours de leur mouvement, les électrons sont soumis, de la part des ions du réseau, à une force de frottement de la forme $\vec{f} = -k\vec{v}$. Sachant que la constante $k=3,7.10^{-17}$ MSKA, calculer la résistance du fil d'argent.

Exercice 2:

Un conducteur de cuivre a un diamètre de 2,05mm. Une longueur de 15 m est parcourue par un courant d'intensité 20 A. Trouver l'intensité du champ électrique \vec{E} , la vitesse d'entraînement U des charges, la chute de tension et la résistance d'une longueur de 15 m.

Données : La conductivité du cuivre est : $(\sigma = 5,8 \times 10^7 \frac{S}{m})$, La mobilité des électrons dans le cuivre est $(\mu = 0,0032 m^2 / V.S)$

Exercice 3:

1. Calculer le temps de relaxation et la mobilité des charges libres dans le cuivre.
2. Calculer la vitesse des charges libres dans un fil de cuivre cylindrique et homogène de section $S = 2,5$ mm². Le fil étant parcouru par un courant $I = 10$ A.

Annexe. A : Séries TD

On donne : la masse volumique du cuivre : $\rho_M = 8,8 \cdot 10^3 \text{ kg/m}^3$, sa masse atomique $M_A = 63,6 \text{ g}$, sa conductivité électrique $\sigma = 5,88 \cdot 10^7 \text{ S/m}$ et le nombre d'Avogadro $N = 6,02 \cdot 10^{23}$. On suppose qu'il y a un électron libre par atome de cuivre.

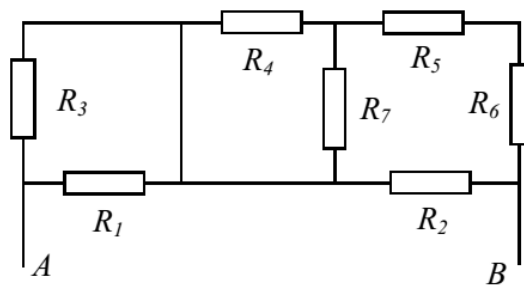
($e = -1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$, $m_e = 9,1 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$).

Exercice 4:

Calculer l'expression de la résistance d'un conducteur annulaire cylindrique, homogène de conductivité σ dont les faces sont des cylindres de rayons r_1, r_2 et de longueur l . Elles sont soumises à une différence de potentiel $V = V_1 - V_2$.

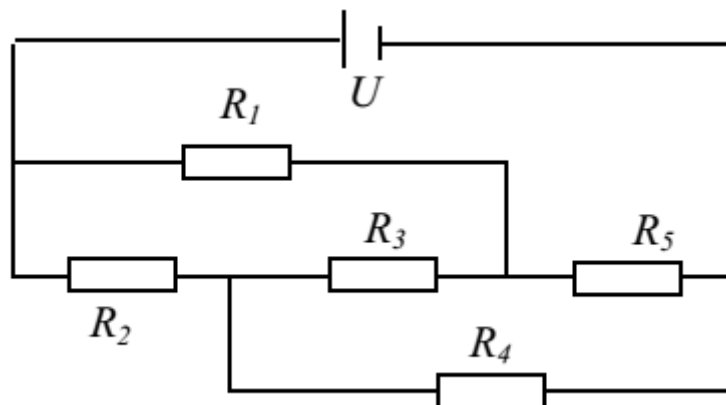
Exercice 5:

Calculer la résistance équivalente entre les points A et B du montage représenté sur la figure ci-dessous sachant que : $R_1 = R_2 = R_3 = R_4 = R_7 = 10 \Omega$, $R_5 = R_6 = 2,5 \Omega$



Exercice 6:

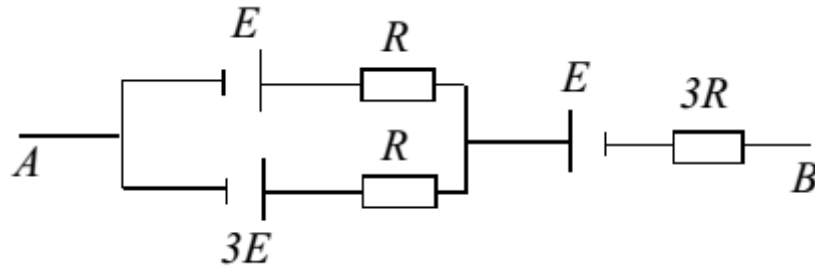
En utilisant les lois de Kirchhoff, trouver la résistance équivalente entre les bornes du groupe de résistances représenté sur la figure ci-dessous. On donne : $U = 18 \text{ V}$, $R_1 = R_4 = 12 \Omega$, $R_2 = R_3 = R_5 = 6 \Omega$



Annexe. A : Séries TD

Exercice 7:

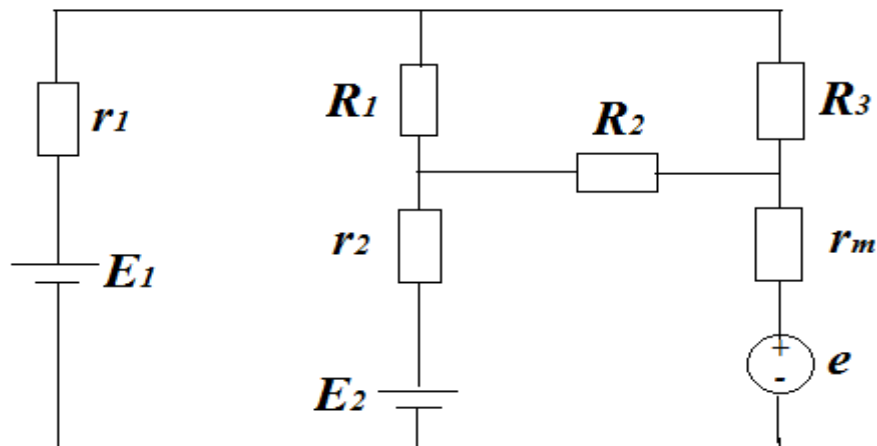
trouver la résistance équivalente entre les bornes du groupe de résistances représenté sur la figure ci-dessous.



Exercice 8:

Soit le montage ci-contre, e et r_m sont respectivement la force contre électromotrice et la résistance d'un moteur

1. trouver la résistance équivalente a R_1, R_2 et R_3 ?
1. trouver l'intensité du courant circulant dans chaque branche ?
2. calculer le rendement de chaque générateur ?



On donne : $E_1=20V$, $E_2=5V$, $r_1=r_2=r_m=1\Omega$, $R_1=5\Omega$, $R_2=4\Omega$, $R_3=20\Omega$.

Exercice 9:

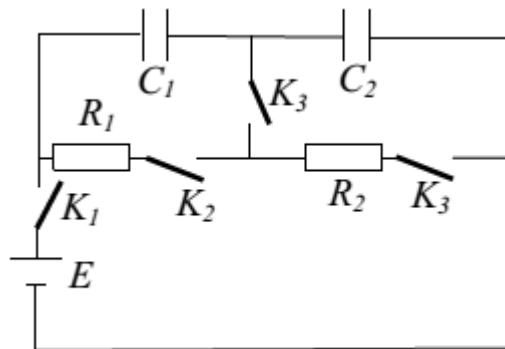
On considère le circuit de la figure ci-suivante dans lequel tous les interrupteurs sont initialement ouverts et les condensateurs non chargés.

1. On ferme l'interrupteur K_1 .
 - a. Quelle est la charge finale portée par chaque condensateur ?
 - b. Quelle est la différence de potentiel finale aux bornes de chaque condensateur ?

Annexe. A : Séries TD

- c. Quelle est L'énergie emmagasinée dans chaque condensateur ?
2. On laisse l'interrupteur K_1 fermé et on ferme K_2 et K_3 .
- Quelle est la charge finale portée par chaque condensateur ?
 - Quelle est l'énergie emmagasinée dans chaque condensateur ?
3. On laisse les interrupteurs K_1 , K_2 et K_3 fermés et on ferme K_4 .
- Quelle est la charge finale portée par chaque condensateur ?
 - En déduire les énergies emmagasinées dans chaque condensateur?
 - Calculer la puissance fournie par le générateur.?

On donne : $C_1=1\mu\text{F}$, $C_2=2\mu\text{F}$, $E=6\text{V}$ et $R_1=R_2=100\Omega$



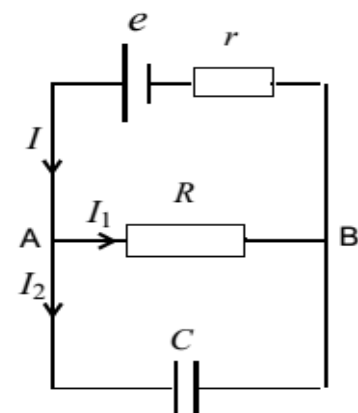
Exercice 10:

Soit le circuit de la figure ci-contre, constitué d'un générateur réel (e , r), d'une résistance R et d'un condensateur de capacité C .

Sachant qu'à $t=0\text{s}$, le condensateur était complètement déchargé :

- Ecrire l'équation différentielle qui régit la charge du condensateur. En déduire l'expression de $q(t)$.
- A quel instant on peut dire que le condensateur s'est totalement chargé?
- Calculer les courants qui circulent dans ce circuit en régime permanent

A.N : $E = 5\text{V}$, $r = 50\Omega$, $R = 5\text{k}\Omega$ et $C = 1\mu\text{F}$



SÉRIÉ TD N°=4

Exercice 1:

Un solénoïde comportant $N = 1000$ spires jointives a pour longueur $L = 80$ cm. Il est parcouru par un courant d'intensité I .

1. Faire un schéma sur lequel vous représenterez :

- le spectre magnétique du solénoïde
- les faces Nord et Sud
- le vecteur champ magnétique au centre du solénoïde

2. On suppose le solénoïde suffisamment long pour être assimilable à un solénoïde de longueur infinie. Quelle est l'expression de l'intensité du champ magnétique au centre du solénoïde ? A.N. Calculer B si $I = 20$ mA.

3. L'axe du solénoïde est placé perpendiculairement au plan du méridien magnétique. Au centre du solénoïde on place une petite boussole mobile autour d'un axe vertical.

a. Quelle est l'orientation de la boussole pour $I = 0$?

b. Quand le courant d'intensité $I = 20$ mA parcourt le solénoïde, la boussole tourne d'un angle $\alpha = 57,5^\circ$. En déduire l'intensité B_h de la composante horizontale du champ magnétique terrestre.

Exercice 2:

En utilisant la formule de Biot et Savart, déterminer les caractéristiques du champ magnétique créé au centre d'une bobine plate de N spires, de rayon R et parcourue par un courant I .

A N : $R = 5$ cm, $N = 100$ et $I = 100$ mA.

Exercice 3:

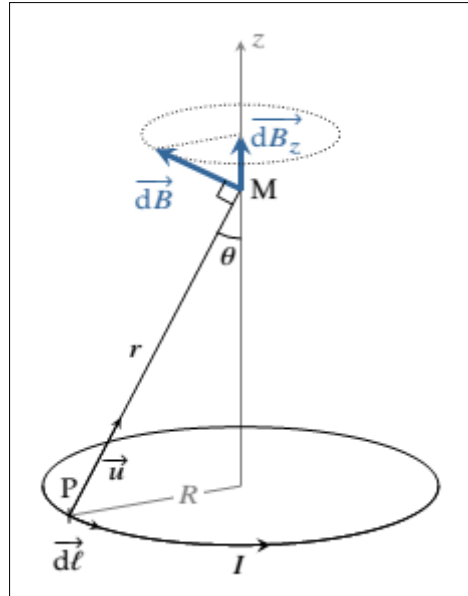
On considère un câble de rayon R , de longueur infinie, parcouru par un courant d'intensité I uniformément réparti dans la section du conducteur.

1. A l'aide du théorème d'Ampère, déterminer l'intensité du champ magnétique en un point situé à la distance r de l'axe du câble.
2. Tracer la courbe $B(r)$.

Annexe. A : Séries TD

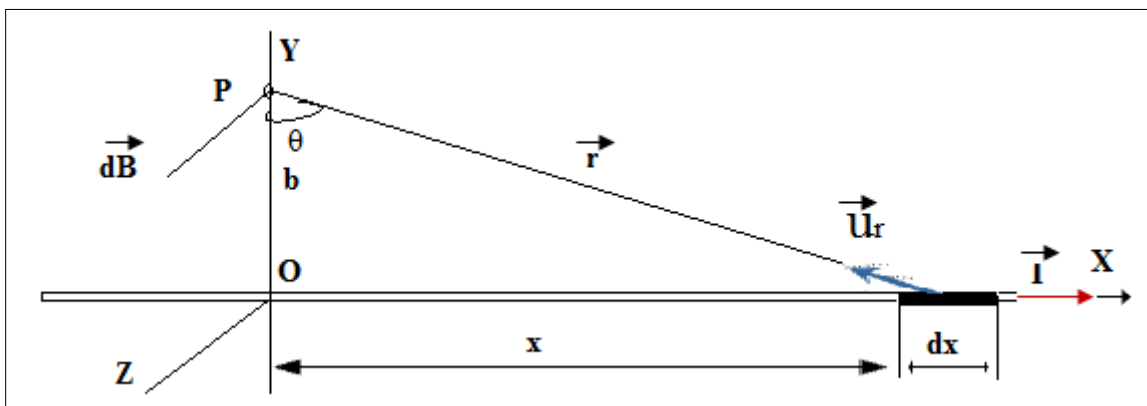
Exercice 4:

Étudier le champ magnétique produit par une spire circulaire de rayon R' parcouru par un courant permanent d'intensité I .



Exercice 5:

La figure représente un fil infiniment long, parcouru par un courant électrique d'intensité I . On se propose de déterminer le champ d'induction magnétique produit par tout le fil en un point P situé sur l'axe oy.

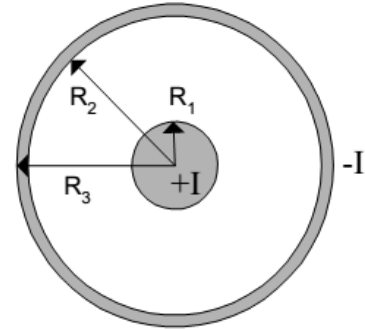


Annexe. A : Séries TD

Exercice 6:

On considère un câble coaxial infini cylindrique de rayons R_1 , R_2 et R_3 . Le courant d'intensité totale I passe dans un sens dans le conducteur intérieur et revient dans l'autre sens par le conducteur extérieur.

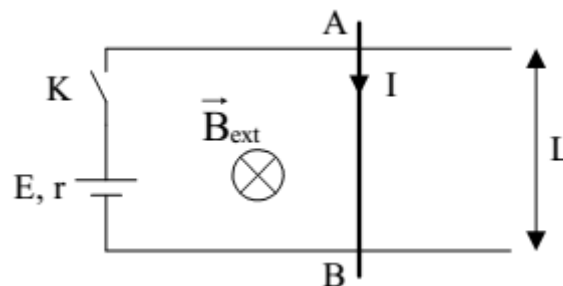
1. Calculer le champ magnétique en tout point.
2. Tracer la courbe $B(r)$.



Exercice 7:

1. A l'instant $t = 0$, on ferme l'interrupteur.
 - a. Calculer I_0 , le courant circulant dans le circuit à l'instant $t = 0$.
 - b. Déterminer les caractéristiques de la force magnétique s'appliquant sur la barre AB. Sous l'effet de la force magnétique, la barre est mise en mouvement. A l'instant t , elle se déplace à la vitesse v .
2. Déterminer les caractéristiques de la fem induite. Et déduire le courant I dans le circuit ainsi que le courant induit i .
3. En fin d'accélération, la barre atteint une vitesse limite V_{\max} .
 - a. Que vaut alors F ? (en suppose qu'il n'y a pas de frottement). En déduire I , i et V_{\max} .

A.N : $E = 6 \text{ V}$, $r = 1 \Omega$, $B_{\text{ext}} = 1,5 \text{ T}$ et $L = 20 \text{ cm}$.



Exercice 8:

1. Déterminer l'expression de l'inductance d'un solénoïde de 1000 spires, $L = 80 \text{ cm}$ et de surface $S = 36 \text{ cm}^2$.

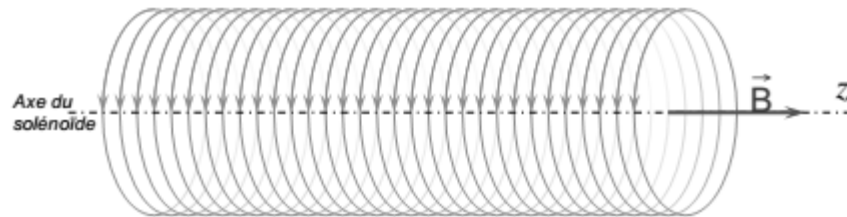
Le solénoïde est traversé par un courant de $0,5 \text{ A}$. Quelle est l'énergie emmagasinée par le solénoïde ?

Annexe. A : Séries TD

Exercice 9:

Soit un solénoïde rectiligne infini dont les spires sont traversées par un courant I :

Le solénoïde compte N spires par unité de longueur



Utiliser le théorème d'Ampère et calculer le champ en tout point de l'espace?

Exercice 10:

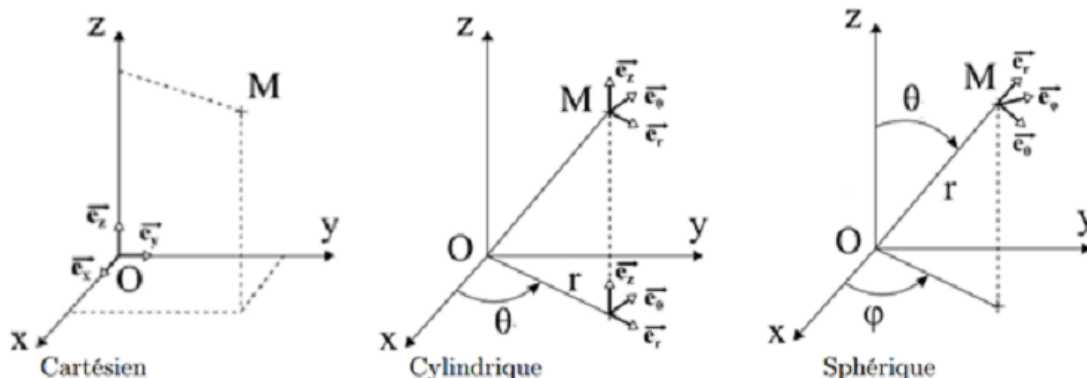
Une bobine de 5cm de diamètre, longue de 45 cm comprend 500 spires en fil de cuivre de 0.4 mm de diamètre. Elle est traversée par un courant de 320 mA.

Calculer

- L'intensité du champ magnétique au centre de cette bobine
- La valeur de l'induction
- Flux magnétique produit.

Annexe. B : Rappels Mathématiques

1. Systèmes de coordonnées



~ **Cartésien** : $\overline{OM} = x \vec{e}_x + y \vec{e}_y + z \vec{e}_z$, $d\overline{OM} = dx \vec{e}_x + dy \vec{e}_y + dz \vec{e}_z$

$$dS = \begin{cases} dx dy, & \text{normale à } \vec{e}_z \\ dx dz, & \text{normale à } \vec{e}_y \\ dy dz, & \text{normale à } \vec{e}_x \end{cases}, dV = dx dy dz; S: \text{surface et } V: \text{volume.}$$

~ **Cylindrique** : $\overline{OM} = r \vec{e}_r + z \vec{e}_z$, $x = r \cos \theta$, $y = r \sin \theta$,

$$d\overline{OM} = dr \vec{e}_r + r d\theta \vec{e}_\theta + dz \vec{e}_z, dS = \begin{cases} r dr d\theta, & \text{normale à } \vec{e}_z \\ dr dz, & \text{normale à } \vec{e}_\theta \\ rdz d\theta, & \text{normale à } \vec{e}_r \end{cases}, dV = r dr d\theta dz.$$

~ **Sphérique** : $\overline{OM} = r \vec{e}_r$, $x = r \sin \varphi \cos \theta$, $y = r \sin \varphi \sin \theta$, $z = r \cos \varphi$,

$$d\overline{OM} = dr \vec{e}_r + r d\theta \vec{e}_\theta + r \sin \theta d\varphi \vec{e}_\varphi, dS = \begin{cases} r dr d\theta, & \text{normale à } \vec{e}_\varphi \\ r dr \sin \theta d\varphi, & \text{normale à } \vec{e}_\theta \\ r^2 d\theta d\varphi, & \text{normale à } \vec{e}_r \end{cases}$$

$$dV = r^2 dr \sin \theta d\theta d\varphi.$$

2. Opérateurs

~ **Nabla** $\vec{\nabla}$: Représente un opérateur ayant en coordonnées cartésiennes :

$$\vec{\nabla} = \frac{\partial}{\partial x} \vec{e}_x + \frac{\partial}{\partial y} \vec{e}_y + \frac{\partial}{\partial z} \vec{e}_z.$$

~ **Gradient** : Le gradient d'un champ scalaire f est le champ de vecteurs $\overline{\text{grad}} f$:

$$\overline{\text{grad}} f = \vec{\nabla} f = \frac{\partial}{\partial x} f \vec{e}_x + \frac{\partial}{\partial y} f \vec{e}_y + \frac{\partial}{\partial z} f \vec{e}_z.$$

Le gradient indique le taux de variation de f (norme), et la direction de 'plus grande pente' (dirigé localement vers les valeurs élevées de f). Il est orthogonal aux lignes

Annexe. B : Rappels Mathématiques

$f = \text{constante}$ (surface de niveau).

En coordonnées cylindriques ($f(r, \theta, z)$) et sphériques ($f(r, \theta, \varphi)$):

$$\vec{\text{grad}} f = \begin{pmatrix} \frac{\partial f}{\partial r} \\ \frac{\partial f}{r \partial \theta} \\ \frac{\partial f}{\partial z} \end{pmatrix} \begin{matrix} \vec{e}_r \\ \vec{e}_\theta \\ \vec{e}_z \end{matrix} \quad \vec{\text{grad}} f = \begin{pmatrix} \frac{\partial f}{\partial r} \\ \frac{\partial f}{r \partial \theta} \\ \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial f}{\partial \varphi} \end{pmatrix} \begin{matrix} \vec{e}_r \\ \vec{e}_\theta \\ \vec{e}_\varphi \end{matrix}$$

~**Divergence** : La divergence d'un champ de vecteurs \vec{v} est le scalaire $\text{div } \vec{v}$:

$$\text{div } \vec{v} = \vec{\nabla} \cdot \vec{v} = \frac{\partial}{\partial x} v_x + \frac{\partial}{\partial y} v_y + \frac{\partial}{\partial z} v_z$$

La divergence mesure les 'sources' implicites dans la structure du champ.

En coordonnées cylindriques ($\vec{v}(r, \theta, z)$) et sphériques ($\vec{v}(r, \theta, \varphi)$):

$$\text{div } \vec{v} = \frac{1}{r} \left[\frac{\partial(r V_r)}{\partial r} + \frac{\partial V_\theta}{\partial \theta} \right] + \frac{\partial V_z}{\partial z} \quad \text{div } \vec{v} = \frac{1}{r^2} \frac{\partial(r^2 V_r)}{\partial r} + \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial(V_\theta \sin \theta)}{\partial \theta} + \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial V_\varphi}{\partial \varphi}$$

~**Rotationnel** : Le rotationnel d'un champ de vecteurs \vec{v} est un autre champ de vecteurs $\vec{\text{rot}} \vec{v}$:

$$\vec{\text{rot}} \vec{v} = \vec{\nabla} \wedge \vec{v} = \left(\frac{\partial}{\partial y} v_z - \frac{\partial}{\partial z} v_y \right) \vec{e}_x + \left(\frac{\partial}{\partial z} v_x - \frac{\partial}{\partial x} v_z \right) \vec{e}_y + \left(\frac{\partial}{\partial x} v_y - \frac{\partial}{\partial y} v_x \right) \vec{e}_z$$

Le rotationnel mesure le taux de rotation local du champ de vecteur.

En coordonnées cylindriques ($\vec{v}(r, \theta, z)$) et sphériques ($\vec{v}(r, \theta, \varphi)$):

$$\vec{\text{rot}} \vec{v} = \begin{pmatrix} \frac{1}{r} \frac{\partial V_z}{\partial \theta} - \frac{\partial V_\theta}{\partial z} \\ \frac{\partial V_r}{\partial z} - \frac{\partial V_z}{\partial r} \\ \frac{1}{r} \left[\frac{\partial}{\partial r}(r V_\theta) - \frac{\partial V_r}{\partial \theta} \right] \end{pmatrix} \begin{matrix} \vec{e}_r \\ \vec{e}_\theta \\ \vec{e}_z \end{matrix} \quad \vec{\text{rot}} \vec{v} = \begin{pmatrix} \frac{1}{r \sin \theta} \left[\frac{\partial(\sin \theta V_\varphi)}{\partial \theta} - \frac{\partial V_\theta}{\partial \varphi} \right] \\ \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial V_r}{\partial \varphi} - \frac{1}{r} \frac{\partial(r V_\varphi)}{\partial r} \\ \frac{1}{r} \left[\frac{\partial(r V_\theta)}{\partial r} - \frac{\partial V_r}{\partial \theta} \right] \end{pmatrix} \begin{matrix} \vec{e}_r \\ \vec{e}_\theta \\ \vec{e}_\varphi \end{matrix}$$

~**Laplacien** : Le laplacien, Δ , s'applique aux champs scalaire f et vectoriels \vec{v} . Il s'écrit en cartésien sous la forme:

$$\Delta f = \vec{\nabla}^2 f = \frac{\partial^2}{\partial x^2} f + \frac{\partial^2}{\partial y^2} f + \frac{\partial^2}{\partial z^2} f$$

$$\Delta \vec{v} = \vec{\nabla}^2 \vec{v} = \Delta v_x \vec{e}_x + \Delta v_y \vec{e}_y + \Delta v_z \vec{e}_z$$

Le laplacien apparaît souvent comme la divergence d'un flux dans une équation de conservation.

Annexe. B : Rappels Mathématiques

~Relations vectorielles

$$\text{Produit mixte : } \vec{A} \cdot (\vec{B} \wedge \vec{C}) = \vec{C} \cdot (\vec{A} \wedge \vec{B}) = \vec{B} \cdot (\vec{C} \wedge \vec{A})$$

$$\text{Double produit vectoriel : } \vec{A} \wedge \vec{B} \wedge \vec{C} = \vec{B} (\vec{A} \cdot \vec{C}) - \vec{C} (\vec{A} \cdot \vec{B})$$

~Relations utiles

$$\text{div}(\overrightarrow{\text{grad}} f) = \Delta f, \overrightarrow{\text{rot}}(\overrightarrow{\text{grad}} f) = \vec{0}, \text{div}(\overrightarrow{\text{rot}} \vec{v}) = 0, \overrightarrow{\text{rot}}(\overrightarrow{\text{rot}} \vec{v}) = \overrightarrow{\text{grad}}(\text{div} \vec{v}) - \Delta \vec{v}.$$

3 - Elément de longueur $d\vec{\ell}$, élément de volume dV

L'élément de longueur est $d\vec{\ell} = \overline{MM'}$ avec :

$M(x, y, z)$ et $M'(x+dx, y+dy, z+dz)$ en coordonnées cartésiennes : $d\vec{\ell} = dx\vec{i} + dy\vec{j} + dz\vec{k}$,

$M(\rho, \theta, z)$ et $M'(\rho + d\rho, \theta + d\theta, z + dz)$ en coordonnées cylindriques : $d\vec{\ell} = d\rho\vec{u}_\rho + \rho d\theta\vec{u}_\theta + dz\vec{k}$,

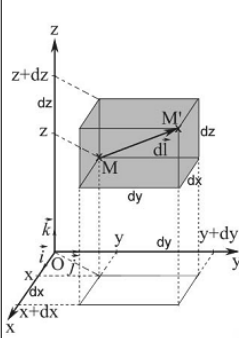
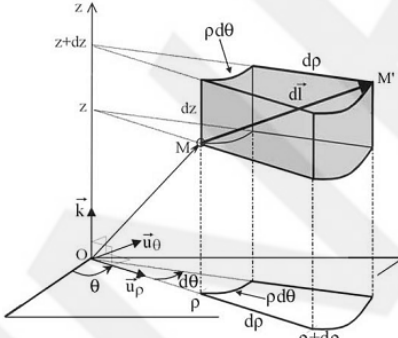
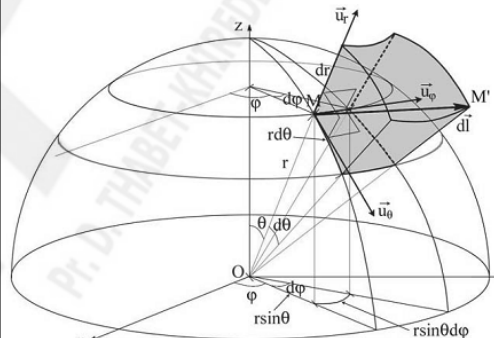
$M(r, \theta, \varphi)$ et $M'(r + dr, \theta + d\theta, \varphi + d\varphi)$ en coordonnées sphériques : $d\vec{\ell} = dr\vec{u}_r + r d\theta\vec{u}_\theta + r \sin\theta d\varphi\vec{u}_\varphi$.

Le volume élémentaire dV est le volume construit sur « les parallélépipèdes » de côtés :

dx, dy et dz en coordonnées cartésiennes : $dV = dx \times dy \times dz = dx dy dz$,

$d\rho, \rho d\theta$ et dz en coordonnées cylindriques : $dV = d\rho \times \rho d\theta \times dz = \rho d\rho d\theta dz$,

$dr, r d\theta$ et $r \sin\theta d\varphi$ en coordonnées sphériques : $dV = dr \times r d\theta \times r \sin\theta d\varphi = r^2 \sin\theta dr d\theta d\varphi$.

Coordonnées cartésiennes	Coordonnées cylindriques	Coordonnées sphériques
		
$d\vec{\ell} = dx\vec{i} + dy\vec{j} + dz\vec{k}$	$d\vec{\ell} = d\rho\vec{u}_\rho + \rho d\theta\vec{u}_\theta + dz\vec{k}$	$d\vec{\ell} = dr\vec{u}_r + r d\theta\vec{u}_\theta + r \sin\theta d\varphi\vec{u}_\varphi$
$dV = dx dy dz$	$dV = \rho d\rho d\theta dz$	$dV = r^2 \sin\theta dr d\theta d\varphi$

Semestre: 2
Unité d'enseignement: UEF 1.2
Matière 2: Physique 2
VHS: 67h30 (Cours: 3h00, TD: 1h30)
Crédits: 6
Coefficient: 3

Objectifs de l'enseignement

Initier l'étudiant aux phénomènes physiques sous-jacents aux lois de l'électricité en général.

Connaissances préalables recommandées

Mathématiques 1, Physique 1.

Contenu de la matière:

Rappels mathématiques :

(1 Semaine)

1- Eléments de longueur, de surface, de volume dans des systèmes de coordonnées cartésiennes, cylindriques, sphériques. Angle solide, Les opérateurs (le gradient, le rotationnel, Nabla, le Laplacien et la divergence).
 2- Dérivées et intégrales multiples.

Chapitre I. Electrostatique :

(6 Semaines)

1- Charges et champs électrostatiques. Force d'interaction électrostatique-Loi de Coulomb.
 2-Potentiel électrostatique. 3- Dipôle électrique. 4- Flux du champ électrique. 5- Théorème de Gauss. 6- Conducteurs en équilibre. 7- Pression électrostatique. 8- Capacité d'un conducteur et d'un condensateur.

Chapitre II. Electrocinétique :

(4 Semaines)

1- Conducteur électrique. 2- Loi d'Ohm. 3- Loi de Joule. 4- Les Circuits électriques. 5- Application de la Loi d'Ohm aux réseaux. 6- Lois de Kirchhoff. Théorème de Thevenin.

Chapitre III. Electromagnétisme :

(4 Semaines)

1- Champ magnétique : Définition d'un champ magnétique, Loi de Biot et Savart, Théorème d'Ampère, Calcul de champs magnétiques créés par des courants permanents.
 2- Phénomènes d'induction : Phénomènes d'induction (circuit dans un champ magnétique variable et circuit mobile dans un champ magnétique permanent), Force de Lorentz, Force de Laplace, Loi de Faraday, Loi de Lenz, Application aux circuits couplés.

Mode d'évaluation:

Contrôle continu: 40% ; Examen: 60%.

Références bibliographiques:

1. J.-P. Perez, R. Carles, R. Fleckinger ; Electromagnétisme Fondements et Applications, Ed. Dunod, 2011.
2. H. Djelouah ; Electromagnétisme ; Office des Publications Universitaires, 2011.
3. P. Fishbane et al. ; Physics For Scientists and Engineers with Modern Physics, 3rd ed. ; 2005.
4. P. A. Tipler, G. Mosca ; Physics For Scientists and Engineers, 6th ed., W. H. Freeman Company, 2008.