

Année : 2021/2022

## Préface

Ce support pédagogique, destiné principalement aux étudiants de 3<sup>ème</sup> année génie des procédés, a pour but de leur fournir tous les concepts fondamentaux pour effectuer des bilans de matière et d'énergie d'un procédé. En effet, ces bilans sont indispensables dans les différentes opérations du génie des procédés pour calculer et dimensionner des installations ainsi que pour maîtriser leur fonctionnement.

Une bonne compréhension des calculs de bilan matière est essentielle dans la conception des procédés.

L'étudiant saura faire un bilan de matière sur une opération unitaire et sur des procédés complexes avec et sans réaction chimique.

Des exercices d'application résolus aideront l'étudiant dans la compréhension du cours.

Le dernier chapitre est consacré aux bilans énergétiques d'un système fermé et ouvert à l'état stationnaire.

Des connaissances préalables en chimie physique, phénomènes de transfert, des bases en mathématique et informatique sont requises pour bien assimiler le cours.

Préface

## CHAPITRE I

### CONCEPTS FONDAMENTAUX – ANALYSE BOITE NOIRE

I-1 Définitions.....	1
I.2 Classification des procédés.....	3
I.3 Schéma de procédé (Process Flow Diagram (PFD )).....	3
I.4 Symboles utilisés dans un schéma de procédé.....	4
I.5 Analyse des degrés de liberté (DDL).....	9

## CHAPITRE II

### BILANS MATIERES SUR UN PROCÉDÉ UNITAIRE SANS RÉACTION CHIMIQUE

II.1 Types de bilans .....	12
II.2 Types de bilans matière .....	13
II.3 Méthode de résolution des problèmes de bilan matière .....	13

### CHAPITRE III : BILANS MATIÈRE SUR DES PROCÉDÉS INDUSTRIELS COMPLEXES SANS RÉACTION CHIMIQUE

III.1 Point de mélange .....	18
III.2 Diviseur.....	19
III.3 Courant de recirculation.....	19
III.4 Courant de dérivation ( By pass).....	20
III.5 Courant de purge.....	20
III.6- Courant d'appoint .....	21

## CHAPITRE IV

### BILANS MATIÈRE SUR DES PROCÉDÉS AVEC RÉACTION CHIMIQUE

IV.1 Techniques de résolution des bilans matière avec réaction chimique.....	22
IV.1.1 Technique de l'avancement de la réaction.....	22
IV.1.2 Technique du bilan sur les éléments atomiques.....	25
IV.1.3 Technique du bilan moléculaire ou bilan sur les composés.....	25

**CHAPITRE V****BILANS ENERGETIQUES**

V.1 Formulation générale des bilans.....	32
V.2 Bilan d'énergie.....	30
V.2.1 Bilan énergétique sur un système fermé.....	31
V.2.2 Bilan énergétique sur un système ouvert en régime permanent.....	32

**REFERENCES BIBLIOGRAPHIQUES**

## CHAPITRE I

### CONCEPTS FONDAMENTAUX – ANALYSE BOITE NOIRE

En génie des procédés, les ingénieurs et techniciens ont fréquemment recours aux bilans basés sur les principes de conservation de deux grandeurs physiques : matière et énergie.

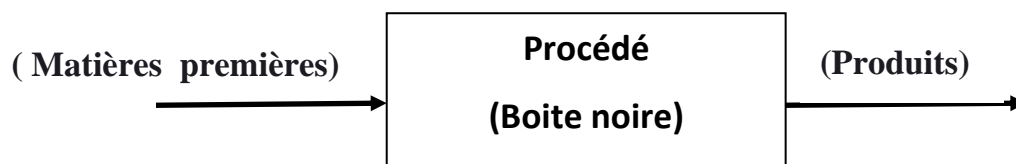
Ces bilans sont essentiels pour le calcul et le dimensionnement des installations ainsi que pour maîtriser leurs fonctionnements. Ils permettent de déterminer la composition et les quantités des divers flux de matière entrants et sortants d'un système ainsi que les températures de ces flux et les quantités d'énergie échangées.

Les bilans peuvent concerner l'ensemble du système ou une unique opération unitaire ; ils peuvent être globaux ou partiels (c'est-à-dire relatif à un constituant donné). De plus, les bilans dépendent du régime de fonctionnement du procédé : stationnaire (appelé aussi permanent ou établi) ou transitoire.

Avant d'établir un bilan matière, des notions fondamentales doivent être définies.

#### I-1 Quelques définitions

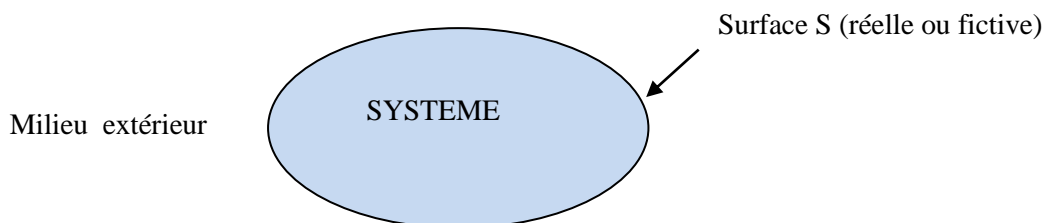
**Procédé** : désigne toute opération ou un ensemble d'opérations unitaires permettant la transformation physique ou chimique de matières premières en produits.



**Système** : Un système peut être une opération unitaire, une série d'opérations unitaires ou l'ensemble du procédé. Avant d'effectuer un bilan, il faut d'abord définir les frontières du système à étudier.

Un système est défini comme un ensemble de matière de volume  $V$

délimité par une frontière réelle ou fictive de surface externe S.



**Figure 1:** Système défini par sa frontière

Selon la nature des échanges avec le milieu extérieur, on distingue des systèmes fermés, ouverts ou isolés.

➤ Un système est dit fermé, s'il n'échange pas de matière avec le milieu extérieur durant le temps d'observation. Dans le cas contraire, on dit qu'il est ouvert.

Un système peut être éventuellement semi-ouvert ou semi-fermé.

➤ Un système est dit isolé, s'il n'échange pas de chaleur et de matière avec le milieu extérieur.

➤ Un système est caractérisé par deux types de grandeurs. : **intensives et extensives**

On appelle **grandeur intensive**, une variable dont la valeur ne dépend pas de la taille du système.

On appelle **grandeur extensive**, une variable dont la valeur dépend de la taille du système.

**Tableau 1 :** Variables extensives et intensives

Variables extensives	Variables intensives
Masse, volume, nombre de moles, débits massique, volumique et molaire, énergies cinétique, potentielle et interne Elles ont des propriétés additives.	Pression, température, fraction massique, masse volumique  Elles sont non additives.

- Dans un système homogène, toutes les grandeurs qui caractérisent ce système ont même valeur en tout point du système.
- Un système est en équilibre si aucune de ses propriétés macroscopiques ( $T$ ,  $V$ ,  $P$ ) n'évolue dans le temps. Il peut évoluer, spontanément ou pas, pour atteindre un état d'équilibre.
- Un système peut être soumis à des contraintes qui peuvent être décrites par des relations mathématiques ; celles-ci traduisent généralement des principes de conservation de certaines grandeurs : matière, énergie, quantité de mouvement.
- Un régime d'écoulement est dit permanent ou stationnaire si les paramètres qui le caractérisent (pression, température, vitesse, masse volumique, ...), ont une valeur constante au cours du temps.

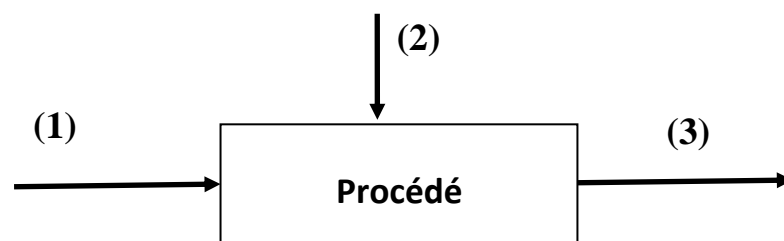
### **Opération unitaire :**

Une opération unitaire, dans un procédé industriel, peut être un réacteur, siège de réactions chimiques et / ou biochimiques, une unité de séparation physique ou mécanique.

- Opérations unitaires physiques : Distillation, rectification, adsorption, extraction, séchage, absorption, etc .
- Opérations unitaires mécaniques : broyage, tamisage, centrifugation, sédimentation, décantation, etc.

### **Courant de procédé :**

Le courant de procédé, appelé aussi ligne de procédé, représente le déplacement de matière ou d'énergie depuis ou vers des opérations unitaires. En général, ces courants comportent des informations sur la quantité, la composition, la température et la pression des constituants.



**Schéma global d'un procédé avec des lignes de courant (1), (2) et (3) .**

**Classification des procédés**

Avant d'écrire un bilan matière, il faut identifier le type de procédé concerné.

- Procédé discontinu : dans ces procédés, aucune matière n'entre ni ne sort du système pendant la période concernée.
- Procédé continu : de la matière entre et sort en continu du système.
- Procédé semi-discontinu : tout procédé qui n'est ni discontinu ni continu.

(Ex. Mélange lent de deux liquides dans un bac).

- Procédé en régime stationnaire : les variables du procédé (T, P, V, débits) ne varient pas dans le temps.
- Procédé en régime transitoire : les variables du procédé varient dans le temps.

**Schéma de procédé (Process Flow Diagram (PFD )):**

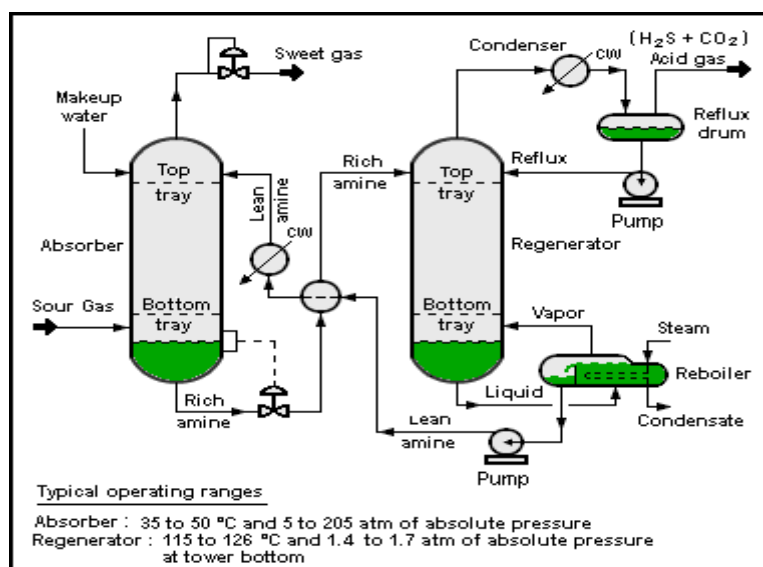
Un schéma de procédé est un diagramme utilisé en ingénierie (génie chimique, etc.) pour décrire les principaux équipements et les flux de matière d'un procédé.

En général, un schéma de procédé comporte les éléments principaux suivants:

- les équipements principaux ;
- la dénomination des équipements ;
- les flux entrant et sortant avec leurs débits et dénominations ;
- les caractéristiques opératoires.

Le schéma ci-dessous représente un exemple de schéma de procédé.





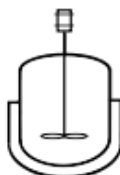
### Schéma de procédé de traitement dans des installations industrielles

#### Quelques symboles utilisés dans un schéma de procédé

Les équipements sont représentés par des symboles standardisés par les normes suivantes: ISO 14617 pour les symboles généraux et EN ISO 10628 pour les symboles spécifiques aux schémas de procédé.



Colonne



Réacteur agité



Citerne pressurisée

Tour de  
refroidissement

Four



Ventilateur



Echangeur de chaleur



Pompe



Compresseur



Tuyaux (pipe)

## I.2 Variables de procédé

### I.2.1 Fraction molaire

La fraction molaire d'un constituant i, que l'on note  $x_i$  est égale au rapport du nombre de moles de ce constituant ' $n_i$ ' sur la somme des nombres de moles de tous les constituants du mélange ' $n_{total}$ '.

$$x_i = \frac{n_i}{n_{total}} \left( \frac{\text{kmol de i}}{\text{kmol totales}} \text{ ou } \frac{\text{mol de i}}{\text{mol totales}} \right)$$

La fraction molaire  $x_i$  ou le pourcentage molaire  $x_i(\%)$  est une grandeur utilisée pour exprimer la composition molaire d'un mélange (c'est-à-dire les proportions molaires de chaque composant dans le mélange).

Il est à noter que :

- La fraction molaire est une grandeur adimensionnelle
- La somme des fractions molaires de tous les composants du mélange est toujours égale à 1 ( $\sum_i x_i = 1$ )

### I.2.2 Fraction massique

La fraction massique d'un constituant i, que l'on note  $\bar{x}_i$  est égale au rapport de la masse du constituant i ' $m_i$ ' sur la somme des masses de tous les constituants du mélange ' $m_{total}$ '.

$$\bar{x}_i = \frac{m_i}{m_{total}} \left( \frac{\text{kg de i}}{\text{kg total}} \text{ ou } \left( \frac{\text{g de i}}{\text{g total}} \right) \right)$$

La fraction massique  $\bar{x}_i$  ou le pourcentage massique  $\bar{x}_i(\%)$  est une grandeur utilisée pour exprimer la composition massique d'un mélange (c'est-à-dire les proportions massiques de chaque composant dans le mélange).

On remarque aussi que :

- La fraction massique est une grandeur adimensionnelle
- La somme des fractions massique de tous les composants du mélange est toujours égale à 1.

**NB :** Les fractions massiques peuvent être converties en fractions molaires en utilisant la masse molaire  $M$  et inversement.

### Exemple d'application

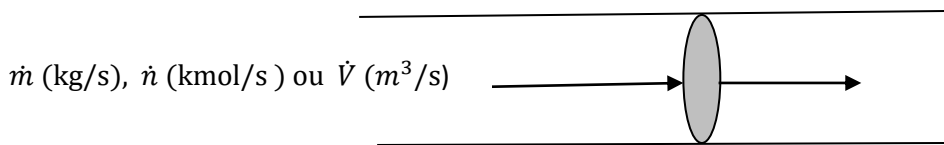
- a- Soit un mélange binaire A et B de titres molaires respectifs  $x_A$  et  $x_B$  et de titres massiques respectifs  $x_A$  et  $x_B$ .

Convertir les fractions molaires en fractions massiques et vice versa.

- b- Soit un mélange binaire (benzène + toluène) contenant 30 % (en molaire) en benzène. Déterminer les fractions massiques en benzène et en toluène de ce mélange.

### I.2.3 Débit

Le débit définit la quantité de matière (mole, masse ou volume) s'écoulant dans une conduite à travers la section de passage par une unité de temps.



### **Transport de matière dans une conduite**

$\dot{m} \left( \frac{\text{masse}}{\text{temps}} \right)$  : Débit massique

$\dot{n} \left( \frac{\text{quantité de matière}}{\text{temps}} \right)$  : Débit molaire

$\dot{V} \left( \frac{\text{volume}}{\text{temps}} \right)$  : Débit volumique

- Le débit massique peut être converti en débit volumique en utilisant la masse volumique  $\rho$  et vice versa.

$$\dot{m} = \rho \times \dot{V}$$

- Le débit massique peut être converti en débit molaire en utilisant la masse molaire  $M$  et vice versa.

$$\dot{n} = \frac{\dot{m}}{M}$$

- Le débit volumique peut être converti en débit molaire en utilisant le volume molaire  $V_m$  et vice versa.

$$\dot{n} = \frac{\dot{V}}{V_m}$$

$M$  : masse molaire,

$\rho$  : masse volumique

$V_m$  : volume molaire.

### I.2.5 Taux de conversion

On définit le taux de conversion comme étant la fraction d'un réactif  $i$  qui a été transformé :

$$X_i = \frac{n_i^0 - n_i^t}{n_i^0}$$

$n_i^t$  : nombre de moles restant à l'instant  $t$

$n_i^0$  : nombre de moles initiales

$n_i^0 - n_i^t$  : nombre de moles transformées.

### I.2.6 Avancement d'une réaction

On définit l'avancement d'une réaction par une variable chimique notée  $\zeta$  telle que :

$$\xi = \frac{n_i^t - n_i^0}{\alpha_i}$$

$n_i^t$  : nombre de moles du constituant  $i$  à l'instant  $t$

$n_i^0$  : nombre de moles du constituant  $i$  à l'instant  $t = 0$

$\alpha_i$  : coefficient stœchiométrique algébrique de l'espèce chimique ' $i$ '

L'avancement  $\zeta$  est une grandeur extensive (dépend de la taille du système) qui s'exprime en moles.

**Remarque :**

- $\xi$  augmente lorsque la réaction avance
- $\xi$  ne dépend pas de la substance (réactifs aux produits).

### I.2.7 Relation entre l'avancement de la réaction $\xi$ et la conversion $X_i$

Soit la réaction  $\alpha A \rightarrow \text{produits}$

$$\xi = -\frac{n_A^t - n_A^0}{\alpha} \Rightarrow n_A^0 - n_A^t = \alpha \xi$$

$$X_A = \frac{n_A^0 - n_A^t}{n_A^0} = \frac{\alpha \xi}{n_A^0}$$

$$X_A = \frac{\alpha \xi}{n_A^0}$$

### I.3 Analyse des degrés de liberté

L'analyse des degrés de liberté (DDL) est un outil puissant d'analyse systématique à partir des schémas de procédés. Elle fournit un moyen rapide pour déterminer si un problème peut être résolu c'est-à-dire admet une solution ou non.

Pour résoudre un problème de bilan matière, il faut rechercher le nombre d'équations dont on aura besoin ainsi que leurs provenances.

**DDL =** (Nombre d'inconnues) + (Nombre de réactions indépendantes) – (Nombre de bilans matière indépendants) – (Nombre de relations supplémentaires (auxiliaires) pertinentes, reliant les autres variables)

- Si **DDL = 0**, le système est entièrement défini, il admet une solution unique.
- Si **DDL > 0**, le système n'est pas défini (sous spécifié) ; il admet un nombre infini de solution.
- Si **DDL < 0**, le système est surdéfini (sur-spécifié) ; il admet trop de restrictions.

#### Exemple d'application 1 :

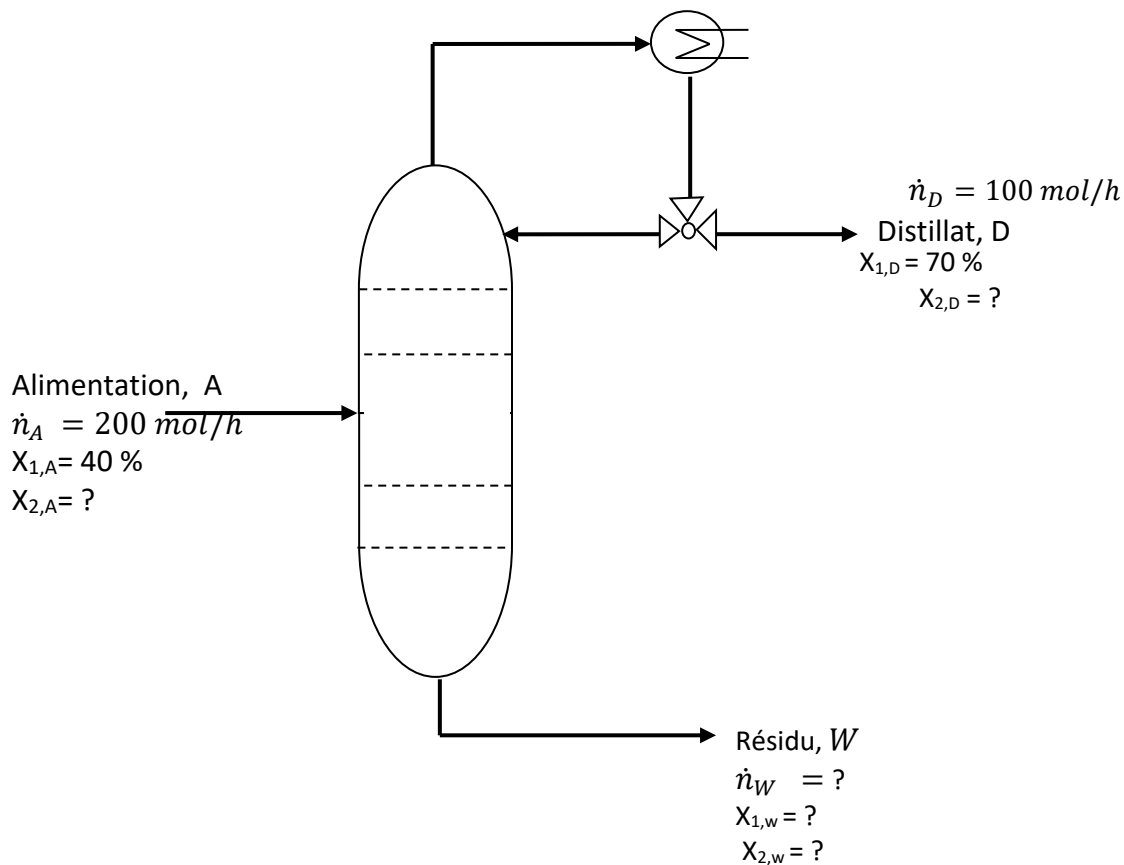
On propose le schéma de procédé de séparation d'un mélange binaire ci-dessous. Réaliser une analyse des degrés de liberté.

**Solution :**

- 1- Nombre d'inconnues ( $\dot{n}_W$ ,  $x_{1,W}$ ) : 2
- 2- Nom de réactions indépendantes : 0
- 3- Nombre d'équations indépendantes (deux composants 1 et 2) : 2
- 4- Nombre de relations supplémentaires (aucune relation supplémentaire) : 0

$$DDL = 2 + 0 - 2 - 0 = 0$$

DDL = 0, le système est entièrement défini, il admet une solution unique.



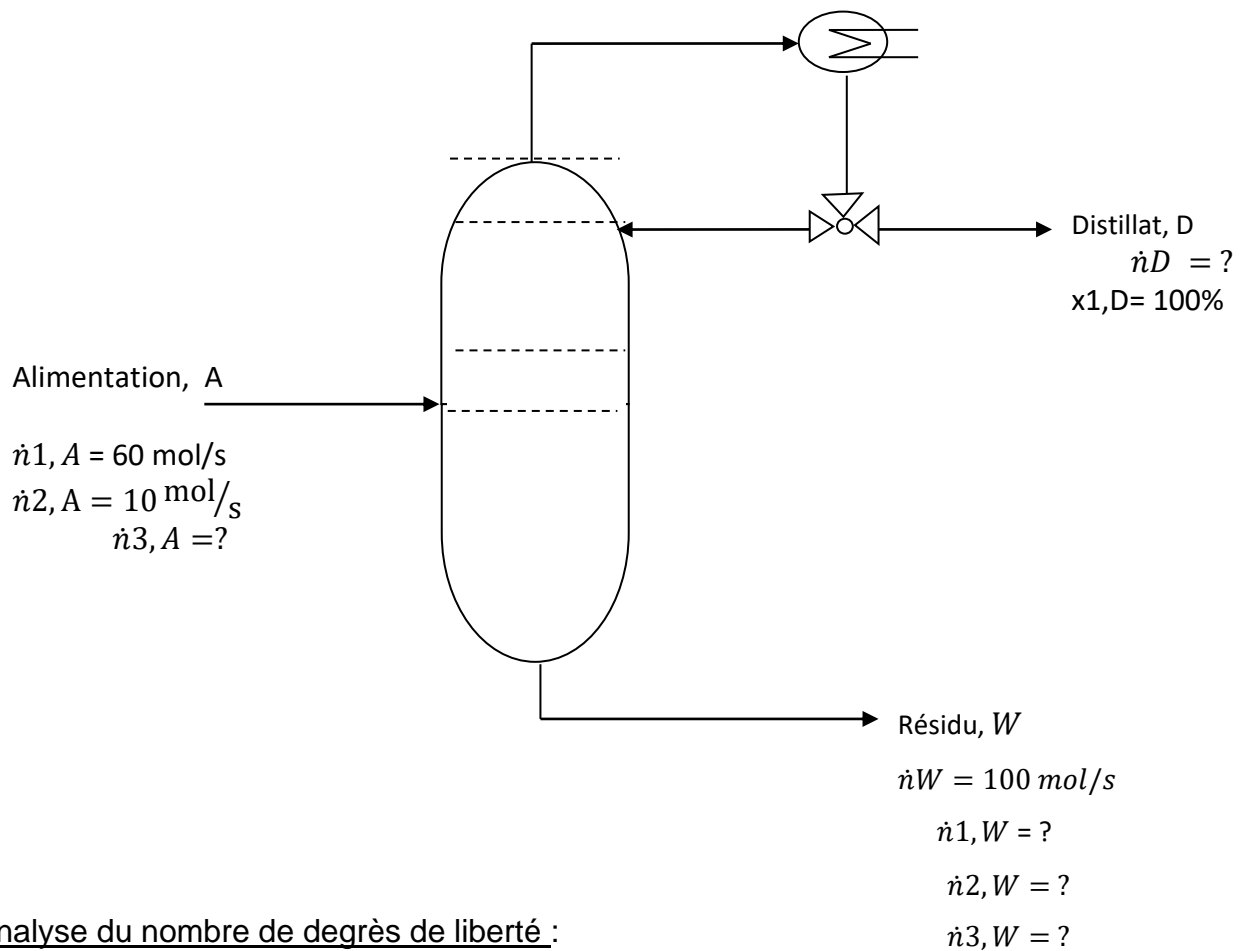
**Exemple d'application 2**

Soit le schéma de procédé ci-dessous, faites une analyse des degrés de liberté.

### Données supplémentaires :

Le distillat D ne contient que le constituant 1

Le résidu W contient autant de 2 que de 3



### Analyse du nombre de degrés de liberté :

- 1- Nombre d'inconnues ( $\dot{n}_{3,A}$ ,  $\dot{n}_D$ ,  $\dot{n}_{1,W}$ ,  $\dot{n}_{2,W}$ ) : 4
- 2- Nombre d'équations indépendantes (composants 1, 2, 3) : 3
- 3- Nombre de relations auxiliaires (supplémentaires) : 1
- 4- DDL =  $4 - 3 - 1 = 0$

DDL = 0  $\Rightarrow$  le système est entièrement défini, il admet une solution unique.

Remarque :

Deux relations auxiliaires sont proposées, mais uniquement la 2<sup>ème</sup> est utile. La première est inutile car elle est formulée dans le schéma par  $x_1, D = 100\%$ , et ne sera, par conséquent, pas prise en compte dans les calculs.



## CHAPITRE II

BILANS MATIÈRE SUR UN PROCÉDÉ UNITAIRE SANS RÉACTION  
CHIMIQUE

De manière générale, un bilan sur une quantité conservée (matière ou énergie) dans un système s'écrit :

$$\text{Accumulation} = (\text{entrée} - \text{sortie}) + (\text{génération} - \text{consommation})$$

- Si le régime est permanent, l'accumulation vaut 0

$$0 = (\text{entrée} - \text{sortie}) + (\text{génération} - \text{consommation})$$

- Si le régime est permanent et le bilan porte sur une substance non réactive, l'accumulation, la génération et la consommation valent toutes les trois 0 et l'équation bilan se résume à :

$$\text{Entrée} = \text{Sortie}$$

## II.1 Types de bilans

Il existe 2 types de bilans :

- Bilan différentiel** : c'est un bilan qui se fait à un instant  $t$ , il s'applique généralement aux procédés continus stationnaires.
- Bilan intégral** : C'est un bilan qui se fait entre deux instants particuliers. Il s'applique entre le début et la fin d'un procédé discontinu.

## II.2 Types de bilans matière :

Il existe divers types de bilans matière:

- **Massique**, si l'on fait intervenir des masses (g, kg, t) dans les procédés discontinus ou des débits massiques (g/s, kg/s, t/h) dans les procédés continus.
- **Molaire**, si l'on fait intervenir des quantités de matière (mol, kmol) dans des procédés discontinus ou des débits molaire (mol/s, kmol/h) dans les procédés continus.
- **Volumique** : si l'on fait intervenir des volumes (mL, L, m<sup>3</sup>) dans les procédés discontinus ou des débits volumiques (mL/s, L/s, m<sup>3</sup>/h) dans les procédés continus.

## II.3 Méthode de résolution des problèmes de bilan matière :

- 1- Lire attentivement l'énoncé du problème.
- 2- Analyser minutieusement les informations données dans l'énoncé.
- 3- Tracer et renseigner un schéma simplifié du procédé en indiquant les différentes variables du procédé connues et inconnues ainsi que leurs unités.
- 4- Réaliser une analyse des degrés de liberté.
- 5- Choisir une base de calcul
- 6- Définir un système et en tracer les frontières.
- 7- Indiquer les hypothèses (état stationnaire, gaz parfait, ....etc.).
- 8- Déterminer le nombre d'inconnues et le nombre d'équations associées; il faut noter que le nombre d'équations doit être égal au nombre d'inconnues.
- 9- Résoudre le système d'équations.
- 10- Calculer les quantités inconnues demandées.

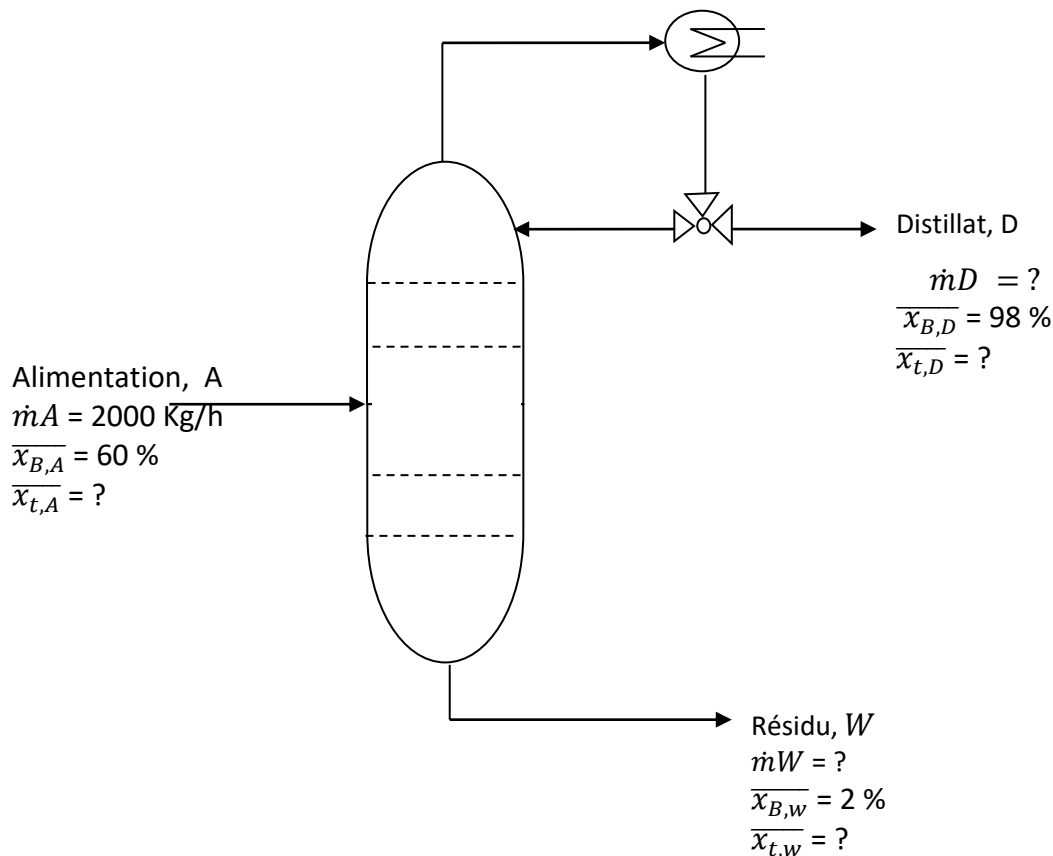
**Exemple d'application : Colonne de séparation**

On désire rectifier en continu dans une colonne à garnissage fonctionnant à pression atmosphérique, un mélange benzène - toluène à 60 % (en poids) de benzène. L'alimentation liquide de débit  $\dot{m}_A = 2000 \text{ kg/h}$  est à son point d'ébullition. On souhaite récupérer un distillat de titre massique en benzène  $x_{B,D} = 98 \%$  et un résidu de titre massique en benzène  $x_{B,W} = 2 \%$ .

- 1- Tracer et renseigner un schéma simplifié du procédé en indiquant les différentes variables du procédé connues et inconnues ainsi que leurs unités.
- 2- Réaliser une analyse des degrés de liberté
- 3- Quels sont les débits des courants de produits  $\dot{m}_D$  et  $\dot{m}_W$  ?
- 4- Déterminer les compositions massiques et molaires et présenter les dans un tableau.

**Corrigé :**

- 1- Schéma du procédé de rectification complètement renseigné :



**2- Analyse du nombre de degrés de liberté :**

- 1- Nombre d'inconnues ( $\dot{m}_D, \dot{m}_W$ ) : 2
- 2- Nombre d'équations indépendantes (benzène + toluène) : 2
- 3- Nombre de relations auxiliaires (supplémentaires) : 0
- 4- Pas de réactions chimiques : 0
- 5- DDL = 2 - 2 = 0

DDL = 0  $\implies$  le système est entièrement défini, il admet une solution unique.

**3- Calcul des débits des courants de produits  $\dot{m}_D$  et  $\dot{m}_W$** 

**a- Choix d'une base (point de départ):**

Débit massique de l'alimentation :  $\dot{m}_A = 2000 \text{ Kg/h}$

**b- Écriture des équations bilans:**

- 1- Bilan matière global :  $\dot{m}_A = \dot{m}_D + \dot{m}_W \dots\dots\dots(1)$
- 2- Bilan matière sur le constituant benzène :  $\dot{m}_{B,A} = \dot{m}_{B,D} + \dot{m}_{B,W} \dots\dots(2)$
- 3- Bilan matière sur le constituant toluène :  $\dot{m}_{t,A} = \dot{m}_{t,D} + \dot{m}_{t,W} \dots\dots(3)$

Seules deux de ces trois équations sont indépendantes car la 3<sup>ème</sup> peut être obtenue à partir des deux autres.

Il est possible, d'obtenir le bilan massique global en additionnant les équations (2) et (3).

$$\dot{m}_{B,A} = \dot{m}_{B,D} + \dot{m}_{B,W} \dots\dots (2)$$

$$\dot{m}_{t,A} = \dot{m}_{t,D} + \dot{m}_{t,W} \dots\dots (3)$$

---


$$\dot{m}_A = \dot{m}_W + \dot{m}_D \quad (\text{Bilan matière global})$$

Faisons le bilan matière sur le constituant benzène :

$$\dot{m}_{B,A} = \dot{m}_{B,D} + \dot{m}_{B,W} \dots\dots (2)$$

Sachant que :

$$\dot{m}_{B,A} = \bar{x}_{B,A} \times \dot{m}_A$$

$$\dot{m}_{B,D} = \bar{x}_{B,D} \times \dot{m}_D$$

$$\dot{m}_{B,W} = \bar{x}_{B,W} \times \dot{m}_W$$

En remplaçant les débits massiques du benzène dans (2), on obtient l'équation (4)

$$\bar{x}_{B,A} \times \dot{m}_A = \bar{x}_{B,D} \times \dot{m}_D + \bar{x}_{B,W} \times \dot{m}_W \quad \dots\dots\dots(4)$$

A partir du bilan matière global (équation (1), on obtient  $\dot{m}_W$

$$\dot{m}_W = \dot{m}_A - \dot{m}_D \quad (5)$$

En remplaçant (5) dans (4), on obtient l'expression du débit massique du distillat :

$$\bar{x}_{B,A} \times \dot{m}_A = \bar{x}_{B,D} \times \dot{m}_D + \bar{x}_{B,W} \times (\dot{m}_A - \dot{m}_D)$$

$$\dot{m}_A (\bar{x}_{B,A} - \bar{x}_{B,W}) = \dot{m}_D (\bar{x}_{B,D} - \bar{x}_{B,W})$$

$$\dot{m}_D = \frac{\dot{m}_A (\bar{x}_{B,A} - \bar{x}_{B,W})}{(\bar{x}_{B,D} - \bar{x}_{B,W})}$$

$$\dot{m}_W = \dot{m}_A - \dot{m}_D$$

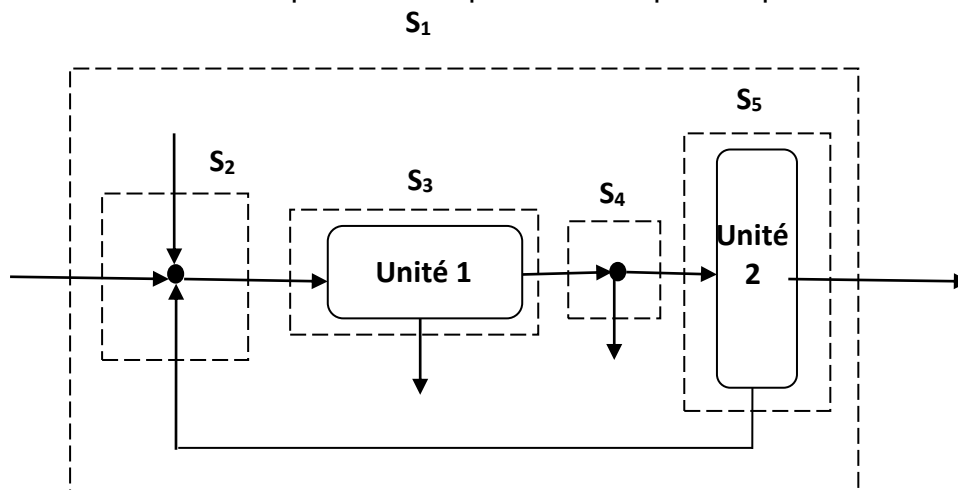
Les résultats peuvent être résumés dans le tableau suivant :

	Alimentation, A	Distillat, D	Résidu, w
Benzène	0,6 $\dot{m}_A$	$\dot{m}_{B,D}$	$\dot{m}_{B,W}$
Toluène	0,4 $\dot{m}_A$	$\dot{m}_{t,D}$	$\dot{m}_{t,W}$
Total	$\dot{m}_A$	$\dot{m}_D = ?$	$\dot{m}_W = ?$

## CHAPITRE III

BILANS MATIÈRE SUR DES PROCÉDÉS INDUSTRIELS COMPLEXES SANS  
RÉACTION CHIMIQUE

Les procédés industriels sont généralement composés de plusieurs unités. Le processus de calcul des bilans de matière et d'énergie de ces procédés est identique à celui appliqué aux procédés unitaires (ne comportant qu'une seule unité). Toutefois, quelques difficultés de résolution sont rencontrées, suite à l'existence des courants de recirculation, de by-pass, de purge et d'appoint. Le schéma suivant représente un procédé comportant plusieurs unités.



Le procédé ci-dessus comporte cinq systèmes:

- Le procédé global  $S_1$
- Le point de mélange  $S_2$
- La première unité  $S_3$
- Le diviseur  $S_4$
- La deuxième unité  $S_5$

Pour déterminer toutes les variables du procédé, il est nécessaire d'isoler et d'écrire les bilans sur les sous unités du système global (du procédé).

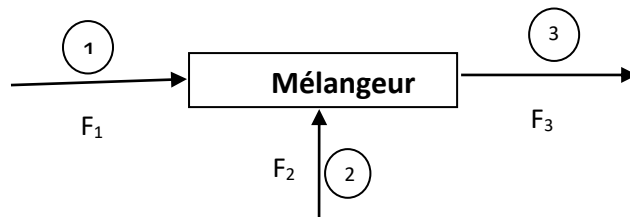
Pour chaque système, il est nécessaire de :

- Réaliser une analyse des degrés de liberté.
- Ecrire des bilans de matière (global et partiel).

On commence par résoudre le système d'équations du système dont le nombre de degrés de liberté est égal à zéro.

### III.1 Point de mélange:

Le mélange est une opération unitaire permettant de réunir deux ou plusieurs entrées sans aucune réaction chimique.



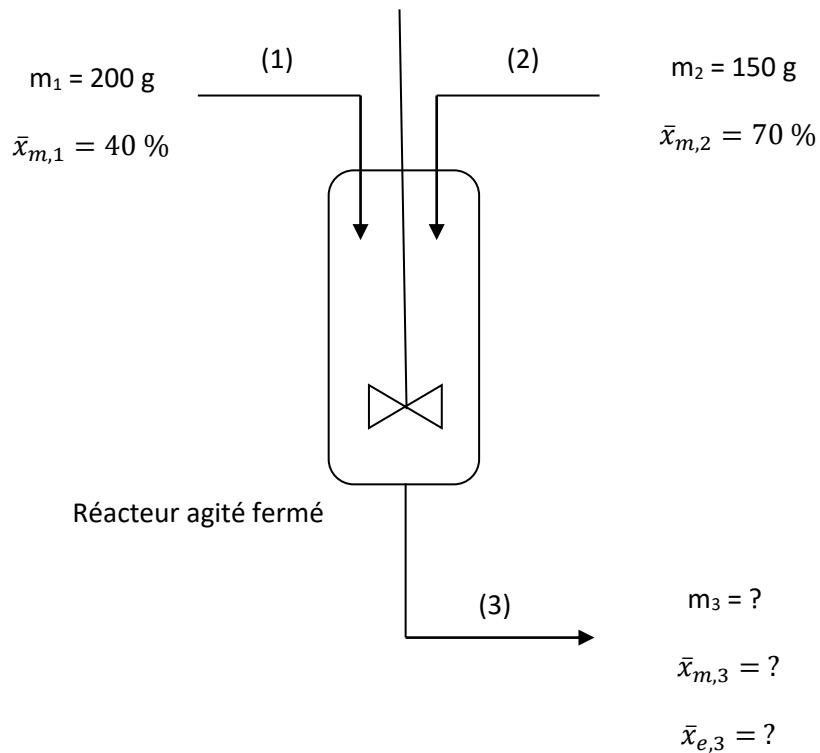
Bilan matière global sur le mélangeur :  $F_1 + F_2 = F_3$

### Exercice d'application 1 :

Deux récipients contiennent chacun un mélange méthanol/eau. Les pourcentages massiques de méthanol des mélanges sont respectivement 40 % et 70 %.

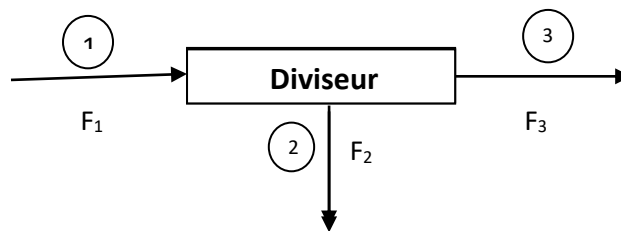
Si 200 g du mélange (1) sont combinés à 150 g du mélange (2), montrez que le système admet une solution.

- Quelle est la masse du produit ?
- Quelle est la composition du produit ?



### III.2 Diviseur

Le diviseur est une opération unitaire permettant de diviser une entrée en deux ou plusieurs sorties.



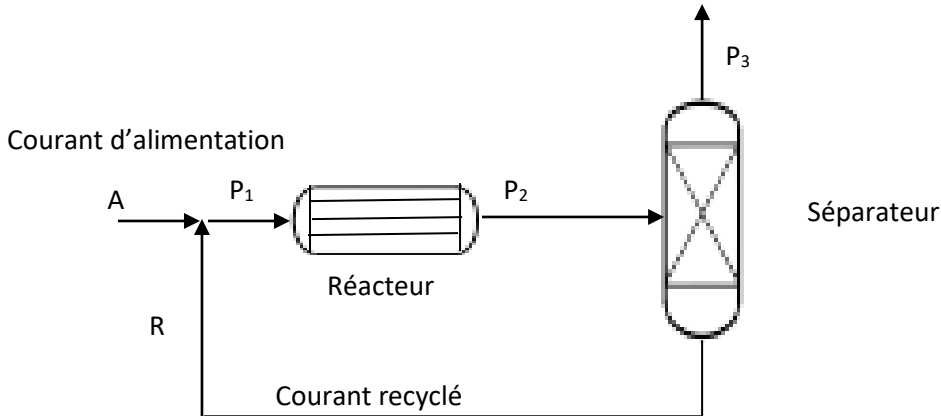
Bilan matière global sur le diviseur :  $F_1 = F_2 + F_3$

### III.3 Courant de recirculation

La recirculation est effectuée, généralement, dans des procédés chimiques pour plusieurs raisons :



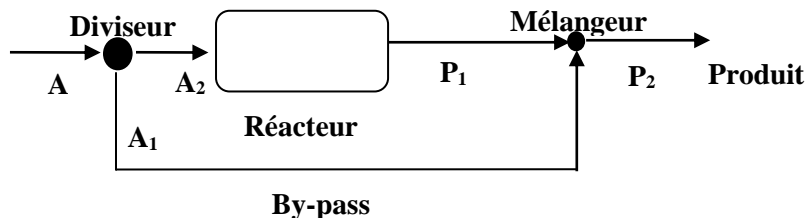
- Récupération et réutilisation des réactifs n'ayant pas réagi dans une réaction chimique.
- Récupération d'un catalyseur ;
- Dilution d'un courant d'un procédé ;
- Contrôle d'une variable d'un procédé ;
- Circulation d'un fluide de travail.



### III.4 Courant de dérivation ( By pass)

Un by - pass consiste en une dérivation d'une fraction de l'alimentation d'une unité pour la recombinaison au courant de sortie, ce qui permet de faire varier la composition et les propriétés du produit désiré.

Les calculs du bilan matière sur les procédés avec des flux de dérivation sont similaires à ceux impliquant le recyclage, sauf que le flux est alimenté à l'entrée du système. Cela rend généralement les calculs plus faciles qu'avec le recyclage.



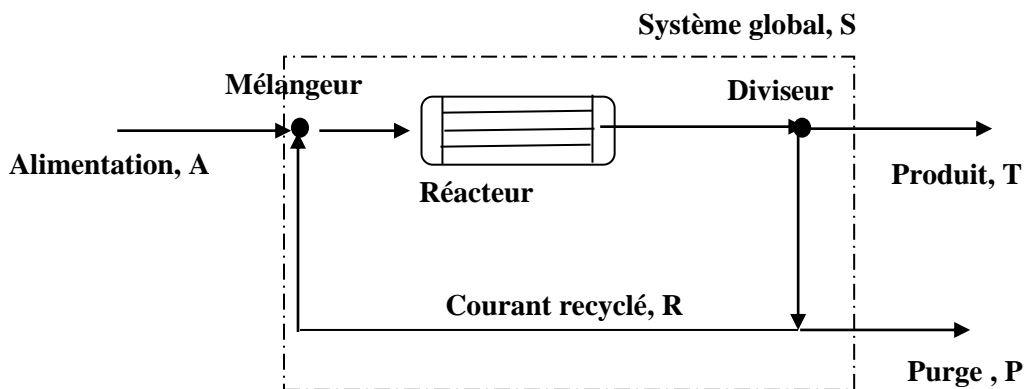
A représente l'alimentation

Cette opération est réalisée lorsqu'on désire traiter seulement une fraction d'un courant ou pour des raisons d'économie d'énergie.

### III.5 Courant de purge

Un courant de purge est un petit courant prélevé sur une boucle de recirculation, il empêche l'accumulation de composés inertes ou d'impuretés dans le système.

Souvent le bilan de purge est négligé dans le bilan matière global car le débit de purge est très faible devant le débit de recirculation.

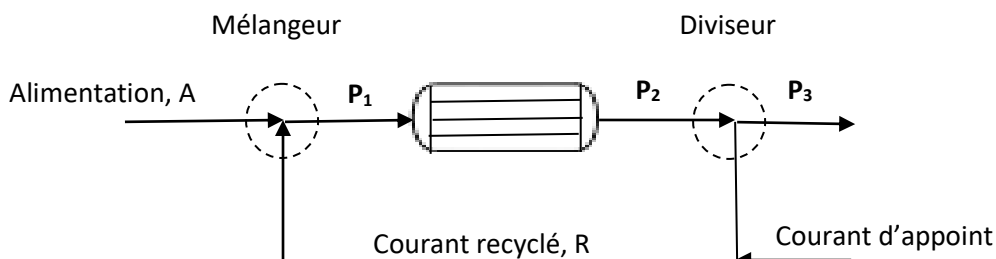


Bilan matière global du système S :  $A = P + T$

### III.6- Courant d'appoint

Un courant d'appoint se place sur une boucle de recirculation, il est nécessaire pour compenser les pertes dues aux fuites à l'entraînement, etc.

Un schéma de procédé avec recirculation et appoint est représenté sur la figure suivante.



## CHAPITRE IV

## BILANS MATIÈRE SUR DES PROCÉDÉS AVEC RÉACTION CHIMIQUE

En présence d'une réaction chimique, la loi de conservation de matière (de masse), en régime transitoire, s'écrit:

$$\text{Entrée} - \text{Sortie} + \text{Production} - \text{Consommation} = \text{Accumulation}$$

En régime stationnaire (permanent), la loi de conservation s'écrit :

$$\text{Entrée} - \text{Sortie} + \text{Production} - \text{Consommation} = 0$$

La résolution des problèmes de bilans de matière des procédés impliquant des réactions chimiques se fait par l'une des trois techniques suivantes, toutes les trois aboutissent au même résultat :

- 1- Technique de l'avancement de la réaction
- 2- Technique du bilan moléculaire ou sur les composés
- 3- Technique du bilan atomique ou sur les éléments.

**IV.1 Techniques de résolution des bilans matière avec réactions chimiques****IV.1.1 Technique de l'avancement de la réaction**

L'avancement d'une réaction est la quantité en moles ou en débit molaire ( $\xi$  ou  $\dot{\xi}$ ) transformée lors d'une réaction chimique donnée.

C'est une quantité qui caractérise la réaction, elle est souvent utilisée pour simplifier les calculs.

L'unité de l'avancement de la réaction est la même que celle du nombre de moles ou du débit.

**Bilan matière dans un procédé discontinu :**

$$n_i = n_{i,0} + \nu_i \xi$$

Où  $n_i$  ou  $n_{i,0}$  sont les quantités molaires initiale et finale de l'espèce i

**Bilan matière dans un procédé continu à l'état stationnaire :**

$$\dot{n}_i = \dot{n}_{i,0} + \nu_i \dot{\xi}$$

Où

$\dot{n}_{i,0}$  et  $\dot{n}_i$  sont les débits molaires de l'espèce i dans les courants d'entrée et de sortie, respectivement.

$\nu_i$  : Coefficient stœchiométrique algébrique de l'espèce i

Dans le cas des réactifs  $\nu_i < 0$

Dans le cas des produits  $\nu_i > 0$

Si on considère l'ensemble de la réaction, on a :

$$\sum_i n_i = \sum_i n_{i,0} + \sum_i \nu_i \xi$$

On pose  $n = \sum_i n_i$  et  $n_0 = \sum_i n_{i,0}$

$$n = n_0 + \sum_i \nu_i \xi \text{ (Procédé discontinu)}$$

$$\dot{n} = \dot{n}_0 + \sum_i \nu_i \dot{\xi} \text{ (Procédé continu)}$$

### Exemple d'application 1:

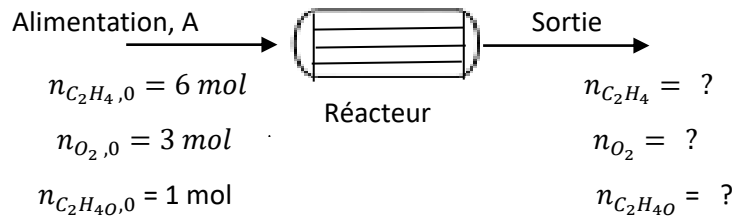
Pour fabriquer de l'oxyde d'éthylène, on fait réagir dans un réacteur discontinu de l'éthylène avec de l'oxygène.

L'alimentation du réacteur contient 5 mol d'éthylène, 3 moles d'oxygène et 2 moles d'oxyde d'éthylène.

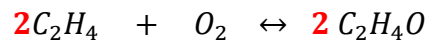
- 1- Tracer et renseigner un schéma du procédé.
- 2- Ecrire et équilibrer l'équation- bilan de la réaction.
- 3- Ecrire les équations du bilan matière en fonction de l'avancement de la réaction.

**Solution :**

**1) Tracer et renseigner le schéma du procédé**



**2) Ecrire et équilibrer l'équation- bilan de la réaction d'oxydation :**



**3) Bilan matière sur les constituants**

Bilan matière sur le constituant  $C_2H_4$        $n_{C_2H_4} = n_{C_2H_4,0} - 2\xi$

$$n_{C_2H_4} = 6 - 2\xi$$

Bilan matière sur le constituant  $O_2$        $n_{O_2} = n_{O_2,0} - \xi$

$$n_{O_2} = 3 - \xi$$

Bilan matière sur le constituant  $C_2H_4O$        $n_{C_2H_4O} = n_{C_2H_4O,0} + 2\xi$

$$n_{C_2H_4O} = 1 + 2\xi$$

Bilan matière global ( BMG ) :

$$n = n_0 + \sum_i \nu_i \xi$$

$$\text{Avec } n = \sum_i n_i$$

$$n_0 = \sum_i n_{i,0} = 10$$

$$\sum_i \nu_i = -1$$

$$n = 10 - \xi$$

**IV.1.2 Technique du bilan sur les éléments atomiques**

Le bilan sur les éléments ne tiennent pas compte des termes de génération ni de consommation, il s'écrit :

$$\text{Entrée} - \text{Sortie} = \text{Accumulation}$$

En régime stationnaire, dans le cas de procédés continus, le bilan se résume à :

$$\text{Entrée} = \text{Sortie}$$

**Exemple d'application 2 :**

Soit la réaction de déshydratation de l'éthane :



Dans ce cas, le bilan sur les éléments considère le nombre de moles de chaque élément, indépendamment du nombre de moles des composés.

Dans cette réaction, on a 2 moles d'atomes de carbone pour chaque mole d'éthane et deux moles d'atomes de carbone pour chaque mole d'éthylène.

Ainsi le bilan sur les éléments s'écrit :

$$\text{Bilan sur C : } 2 n_{\text{C}_2\text{H}_6, 0} = 2 n_{\text{C}_2\text{H}_4} + 2 n_{\text{C}_2\text{H}_6}$$

$$\text{Bilan sur H : } 6 n_{\text{C}_2\text{H}_6, 0} = 4 n_{\text{C}_2\text{H}_4} + 6 n_{\text{C}_2\text{H}_6} + 2 n_{\text{H}_2}$$

**IV.1.3 Technique du bilan moléculaire ou sur les composés**

L'équation générale du bilan massique en régime stationnaire s'écrit :

$$\sum m_E - \sum m_S + m_{\text{générée}} - m_{\text{consommé}} = 0$$

**Exemple d'application 3**

Pour produire de l'oxyde nitrique, on fait réagir de l'ammoniac avec de l'oxygène dans un réacteur continu ouvert. L'alimentation du réacteur contient

deux débits molaires de  $\text{NH}_3$  et d' $\text{O}_2$  égaux à 5 mol / h. Le taux de conversion est de 0,5.

1- Ecrire et équilibrer l'équation – bilan de la réaction d'oxydation.

2- Calculer les débits molaires des composés à la sortie du réacteur, en utilisant la technique du bilan moléculaire (ou bilan sur les composés ).

### Solution

1-L'équation- bilan de la réaction d'oxydation est la suivante:



➤ Recherche du réactif limitant :

$$\frac{n_{\text{NH}_3,0}}{\alpha_{\text{NH}_3}} = \frac{5}{4} = 1,25 > \frac{n_{\text{O}_2,0}}{\alpha_{\text{O}_2}} = \frac{5}{5} = 1 \quad \Longrightarrow \quad \text{L'oxygène est le réactif limitant.}$$

➤ Le taux de conversion de l'oxygène est :

$$X_{\text{O}_2} = \frac{n_{\text{O}_2,0} - n_{\text{O}_2}}{n_{\text{O}_2,0}} = 0,5 \rightarrow n_{\text{O}_2,0} - n_{\text{O}_2} = 0,5 * n_{\text{O}_2,0} = 0,5 * 5 = 2,5 \text{ mol} \quad (\text{nombre de moles d'oxygène consommées})$$

Le nombre de moles d' $\text{O}_2$  à la sortie du réacteur  $n_{\text{O}_2}$ :

$$n_{\text{O}_2} = n_{\text{O}_2,0} - 2,5 = 5 - 2,5 = 2,5 \text{ mol}$$

$n_{\text{O}_2} = 2,5 \text{ mol}$
------------------------------------

Nombre de moles de  $\text{NH}_3$  consommées = 2,5 moles d' $\text{O}_2$  consommées \*

$$\frac{4 \text{ moles de } \text{NH}_3 \text{ consommées}}{5 \text{ moles d' } \text{O}_2 \text{ consommées}} = 2 \text{ moles}$$

Le nombre de moles de  $\text{NH}_3$  à la sortie du réacteur =

$$n_{\text{NH}_3,0} - \text{nombre de moles de NH}_3 \text{ consommées} = 5 - 2 = 3 \text{ moles}$$

$$n_{\text{NH}_3} = 3 \text{ moles}$$

Le nombre de moles de NO générée = 2,5 moles d'O<sub>2</sub> consommées \* 4 moles de NO générée / 5 moles d'O<sub>2</sub> consommée

$$n_{\text{NO}} = 2,5 * \frac{4}{5} = 2 \text{ moles}$$

$$n_{\text{NO}} = 2 \text{ moles}$$

Le nombre de moles de H<sub>2</sub>O générée = 2,5 moles d'O<sub>2</sub> consommées \* 6 moles de H<sub>2</sub>O générée / 5 moles d'O<sub>2</sub> consommées

$$n_{\text{H}_2\text{O}} = 2,5 * \frac{6}{5} = 3 \text{ moles}$$

$$n_{\text{H}_2\text{O}} = 3 \text{ moles}$$

Les débits molaires des différents constituants à la sortie du réacteur sont :

$$\dot{n}_{\text{NH}_3} = 3 \frac{\text{mol}}{\text{h}}$$

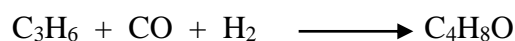
$$\dot{n}_{\text{O}_2} = 2,5 \frac{\text{mol}}{\text{h}}$$

$$\dot{n}_{\text{H}_2\text{O}} = 3 \frac{\text{mol}}{\text{h}}$$

$$\dot{n}_{\text{NO}} = 2 \frac{\text{mol}}{\text{h}}$$

### Exercice 1

Le butanal C<sub>4</sub>H<sub>8</sub>O (noté b) est produit par réaction du propylène C<sub>3</sub>H<sub>6</sub> (noté p) avec du monoxyde de carbone CO et de l'hydrogène H<sub>2</sub> suivant la réaction:





Un débit ( $F_1$ ) de 180 kmol/h de propylène est mélangé avec un débit ( $F_2$ ) de 420 kmol/h d'un mélange contenant 50 % (molaire) de CO et 50 % (molaire) de  $H_2$ , et avec un courant de recyclage ( $F_R$ ) contenant du propylène. Le tout alimente un réacteur dans lequel le taux de conversion du propylène est de 30 %.

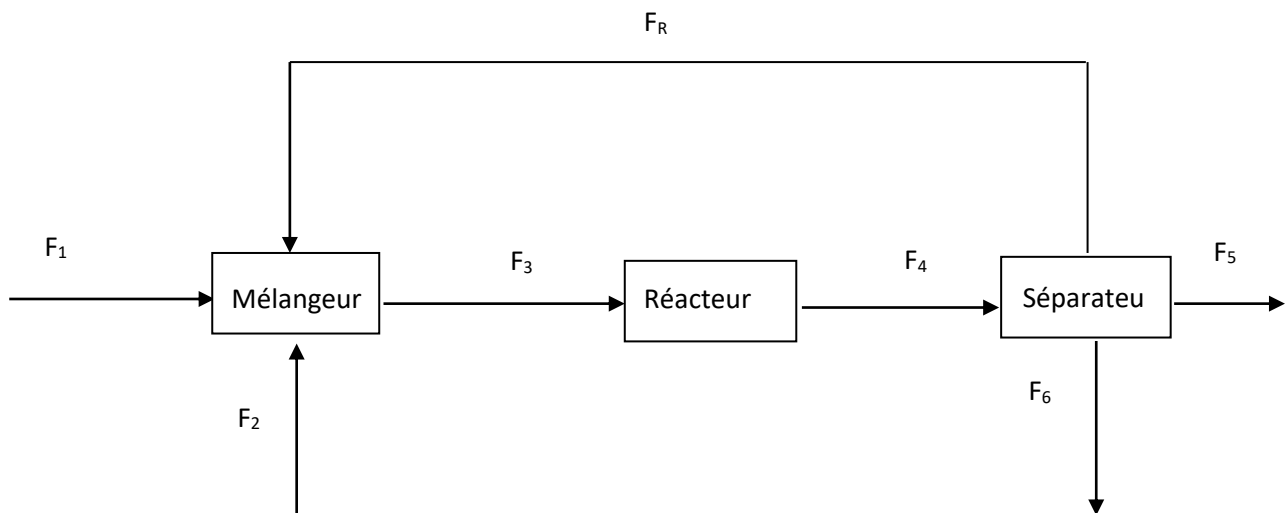
Le produit désiré (butanal) est récupéré en totalité dans un premier courant soutiré ( $F_6$ ), le CO et  $H_2$  non réagis sont récupérés dans un second courant soutiré ( $F_5$ ) et le propylène non réagi est recyclé.

1- Renseigner complètement le schéma du procédé

2- Déterminer le degré de liberté 'DDL' du système global.

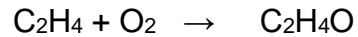
3 - Déterminer tous les débits inconnus.

- Utiliser la technique du bilan atomique pour calculer les débits à la sortie du système global.
- Utiliser les bilans de matière partiels par rapport aux constituants au niveau du séparateur.
- Utiliser la technique de l'avancement de la réaction ( $\xi$ ) au niveau du réacteur.



Exercice 2

L'oxydation de l'éthylène  $C_2H_4$  en oxyde d'éthylène est réalisée dans un réacteur suivant l'équation bilan:



L'alimentation contient 5 moles d'éthylène, 3 moles d'oxygène et deux moles d'oxyde d'éthylène.

- 1- Tracer et renseigner entièrement un schéma du procédé.
- 2- Combien y a-t-il de systèmes et quels sont t-ils ?
- 3- Equilibrer l'équation- bilan ci-dessus.
- 4- Réaliser une analyse des degrés de liberté.
- 5- Etablir de manière générale les bilans sur les composés en utilisant la technique de l'avancement de la réaction.

Supposons que  $n_{C_2H_4} = 0$  mol, quel est l'avancement de la réaction ?

## CHAPITRE V

### BILAN ENERGETIQUE

Les bilans énergétiques sont effectués pour déterminer les besoins énergétiques d'un procédé donné, de calculer et d'optimiser la consommation énergétique nette d'une unité industrielle.

#### V.1 Formulation générale des bilans

L'équation de conservation de l'énergie est similaire à l'équation de conservation de la masse

$$\text{Entrée} - \text{Sortie} + \text{Génération} - \text{Consommation} = \text{Accumulation}$$

En régime permanent, en l'absence de génération et de consommation d'énergie, le bilan énergétique devient :

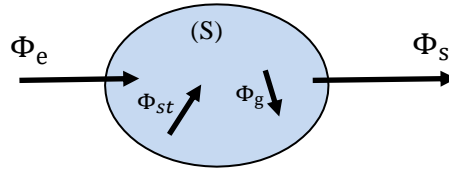
$$\text{Entrée} = \text{Sortie}$$

Un bilan énergétique peut être établi sur le système global, les sous systèmes et les opérations unitaire. L'énergie peut exister sous de nombreuses formes ce qui rend un bilan énergétique plus complexe qu'un bilan matière.

#### V. 2 Bilan d'énergie

Le bilan d'énergie du système (S), en appliquant le premier principe de la thermodynamique (conservation de l'énergie en l'absence d'une source de chaleur) s'écrit :

$$\phi_e + \phi_g = \phi_s + \phi_{st}$$



$\Phi_e$  : Flux de chaleur entrant dans le système

$\Phi_s$  : Flux de chaleur sortant du système

$\Phi_g$  : flux de chaleur généré dans le système

$\Phi_{st}$  : Flux de chaleur stocké dans le système

### V.2.1 Bilan d'énergie sur un système fermé

Dans des systèmes fermés, une transformation peut s'accompagner uniquement d'un transfert de chaleur, aucun transfert de matière n'a lieu. Dans ce cas, Le bilan énergétique s'écrit :

$$\Delta U + \Delta E_C + \Delta E_P = Q - W$$

$\Delta U$  : variation de l'énergie interne

$\Delta E_C$  : Energie cinétique

$\Delta E_P$  : Energie potentielle

$Q$  : quantité de chaleur échangée à travers la frontière du système

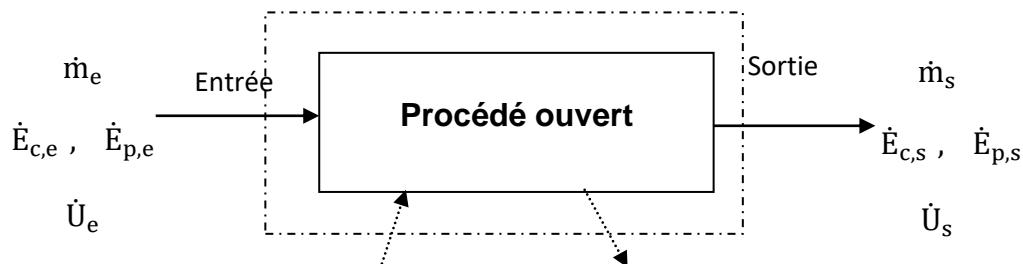
$Q > 0$  (chaleur entrant dans le système)

$Q < 0$  (chaleur quittant le système)

$W$  : travail des forces extérieures

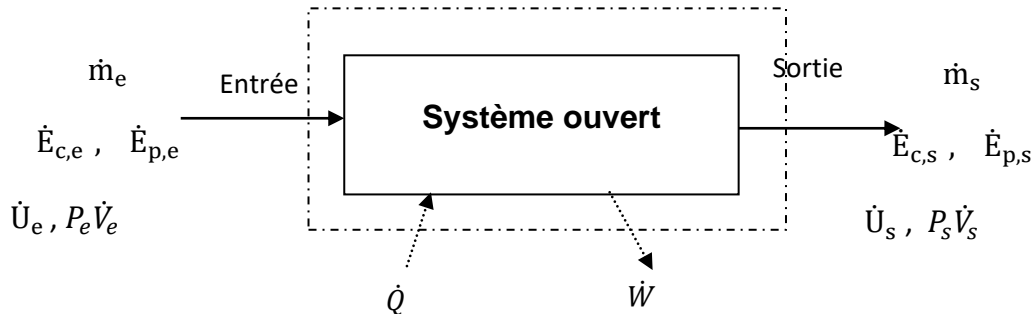
$W > 0$  ( travail quittant le système)

$W < 0$  ( travail entrant dans le système)



### V. 2.2 Bilan énergétique sur un système ouvert en régime permanent

Dans un système ouvert, une transformation peut s'accompagner d'un déplacement de matière et de chaleur à travers les frontières du système.



L'équation générale de conservation de l'énergie, pour un système ouvert fonctionnant en continu, en régime permanent, sans réaction chimique s'écrit :

Energie sortante - Energie entrante = Energie transférée

$$\Delta \dot{U} + \Delta \dot{E}_C + \Delta \dot{E}_P + \Delta(P\dot{V}) = \dot{Q} - \dot{W} \quad (1)$$

Le terme  $\Delta(P\dot{V})$  représente la quantité de travail nette fournie par le système ouvert.

En prenant  $\dot{H} = \dot{U} + P\dot{V}$ , l'équation (1) devient :

$$\Delta \dot{H} + \Delta \dot{E}_C + \Delta \dot{E}_P = \dot{Q} - \dot{W} \quad (2)$$

$\dot{H}$ : enthalpie de flux, elle est fonction de la pression et de la température.

L'enthalpie peut être calculée à partir de données de chaleur spécifiques et latentes.

Rappelons qu'un flux d'énergie est une énergie par unité de temps, donc une puissance. Une énergie perdue par le système est comptée négativement, une énergie gagnée positivement.

Dans des procédés chimiques, les termes d'énergie cinétique et potentiels sont négligeables par rapport aux termes de chaleur et de travail,

L'équation (2) se résume à :

$$\Delta \dot{H} = \dot{Q} - \dot{W} \quad (3)$$

Cette équation permet d'estimer les besoins en chauffage et en refroidissement des différentes opérations unitaires impliquées dans des procédés chimiques.

En l'absence de travail, l'équation (3) se réduit à la simple équation du bilan thermique :

$$\Delta \dot{H} = \dot{H}_s - \dot{H}_e = \dot{Q} \quad (4)$$

$\dot{H}_e$ : enthalpie du flux d'entrée

$\dot{H}_s$ : enthalpie du flux de sortie

Dans un réacteur, siège d'une réaction chimique, la quantité de chaleur générée est :

$$\dot{Q} = \dot{Q}_p + \dot{Q}_s \quad (5)$$

Avec

$\dot{Q}_s$  : chaleur générée dans le système

$\dot{Q}_p$  : chaleur apportée au système pour maintenir la température requise.

$$\dot{Q} = \dot{Q}_p + \dot{Q}_s = \dot{H}_s - \dot{H}_e \implies \boxed{\dot{Q}_p = \dot{H}_s - \dot{H}_e - \dot{Q}_s} \quad (6)$$

### Exercice d'illustration

#### Bilan dans une colonne de séparation sans réaction chimique

Nous souhaitons séparer un mélange binaire constitué de benzène et de toluène par rectification continue, dans une colonne fonctionnant à pression atmosphérique. L'alimentation dont le débit est 1000 kg/h, contient 50 % massique en benzène. On désire obtenir un distillat à 95 % massique en benzène et un résidu à 4 % en toluène (% massique). Le débit de vapeur en tête de colonne est de 1260 Kg/h. Une partie des vapeurs condensées est renvoyée dans la colonne sous forme de reflux.

1°) Tracer et renseigner complètement le schéma de principe de la colonne de rectification continue en indiquant :

- $\bar{A}$  débit massique de l'alimentation de titre massique  $\bar{x}_{b,A}$  en benzène
- $\bar{V}$  débit massique des vapeurs émises en tête de colonne

- $\bar{L}$  débit massique du liquide recyclé en tête de colonne (reflux)
- $\bar{D}$  débit massique du distillat de titre massique  $\bar{x}_{b,D}$  en benzène
- $\bar{W}$  débit massique du résidu de titre massique  $\bar{x}_{b,W}$  en benzène

### **Bilan matière**

- 2- Vérifier si le système admet une solution.
- 3- Déterminer les débits massiques du distillat et du résidu.
- 4- Déterminer le débit massique  $\bar{L}$  du liquide recyclé en tête de colonne:
- 5- Exprimer le débit massique  $\bar{V}$  en fonction du taux de reflux  $R$  et  $\bar{D}$ , sachant que  $R = \frac{\bar{L}}{\bar{D}}$
- 6- Calculer le taux de reflux  $R$ .

### **Bilan enthalpique**

L'alimentation est introduite à sa température d'ébullition. En tête de colonne les vapeurs sont condensées à leur température d'ébullition. En bas de colonne, le résidu est évacué sans récupération de chaleur.

7- Calculer les quantités de chaleur,  $\Phi_B$  et  $\Phi_C$ , fournie au bouilleur et soutirée au condenseur, respectivement, en effectuant un bilan énergétique.

8- Déterminer le débit massique de l'eau  $\bar{D}_{eau}$ , nécessaire au refroidissement des vapeurs en tête de colonne, si celle-ci rentre à 15° C et sort à 60° C.

9- Déterminer le débit de vapeur de chauffe  $\bar{G}$  au niveau du rebouilleur.

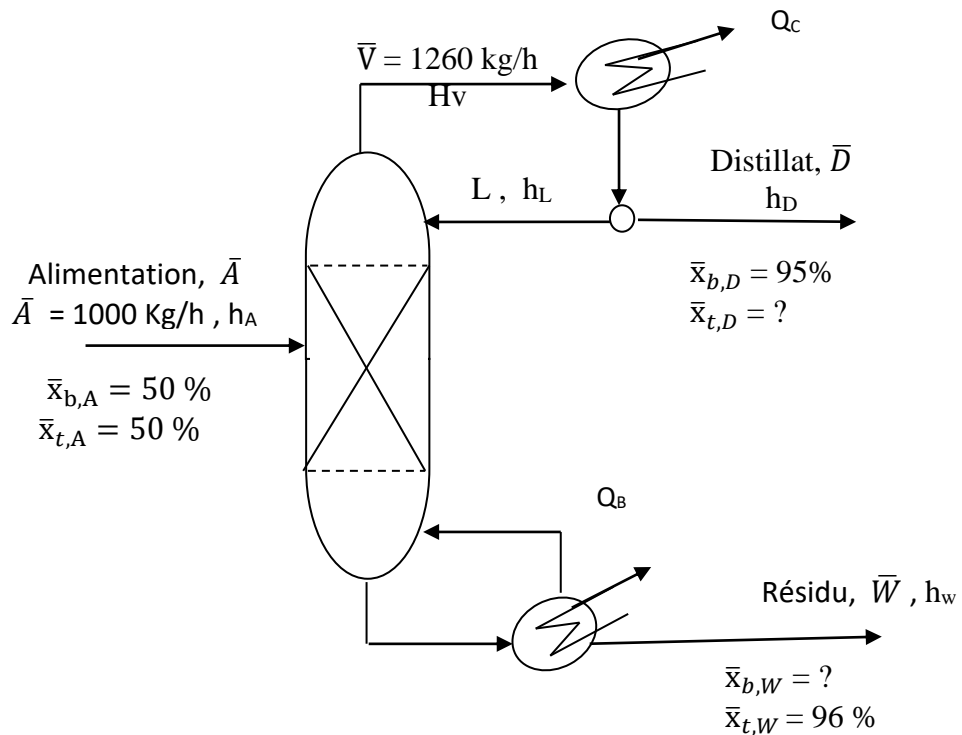
### **Données**

- Enthalpie massique de l'alimentation à son point d'ébullition :  $h_A = 153.4$  kJ/kg,
- Enthalpie massique du résidu à son point d'ébullition :  $h_W = 200.6$  kJ /kg,
- Enthalpie massique du reflux et du distillat à 38°C :  $h_D = 66.9$  kJ/kg
- Enthalpie massique des vapeurs saturantes en tête de colonne :  $H_V = 539.2$  kJ/kg
- La vapeur de chauffe a une pression effective de 1,5 bar.

Vapeur d'eau,  $P = (\theta / 100)^4$  et  $L_v = 2535 - 2.9 \theta$  en KJ/kg,  $P$  en atm et  $\theta$  en °C.

Corrigé

## 1) Schéma de principe du procédé de rectification continu

Bilan matière

2- Pour vérifier si le système admet une solution, il faut calculer le nombre de degrés de liberté 'DDL'.

DDL = Nombre d'inconnues – nombres de relations indépendantes –  
nombre de relation supplémentaires

Nombre d'inconnues ( $\bar{D}$ ,  $\bar{W}$ ) : 2

Nombre de relations indépendantes ( égal au nombre de composants) : 2

Nombre de relations supplémentaires: 0

$$DDL = 2 - 2 - 0 = 0$$

DDL = 0 ; le système est entièrement défini, il admet une solution unique.

3- Pour déterminer les débits massiques du distillat et du résidu, il est nécessaire d'établir le bilan matière global sur toute la colonne, puis sur le constituant le plus volatil.



Bilan matière global :

$$\bar{A} = \bar{D} + \bar{W} \quad (1)$$

Bilan matière sur le constituant le plus volatil benzène:

$$\bar{x}_{b,A} \cdot \bar{A} = \bar{x}_{b,D} \cdot \bar{D} + \bar{x}_{b,W} \cdot \bar{W} \quad (2)$$

En remplaçant  $\bar{W}$  par  $(\bar{A} - \bar{D})$ , l'équation (2) devient :

$$\bar{x}_{b,A} \cdot \bar{A} = \bar{x}_{b,D} \cdot \bar{D} + \bar{x}_{b,W} \cdot (\bar{A} - \bar{D}) \quad (3)$$

Après réarrangement des termes de l'équation (3), on obtient le débit  $\bar{D}$  du distillat :

$$\bar{D} = \bar{A} \cdot \frac{(\bar{x}_{b,A} - \bar{x}_{b,W})}{(\bar{x}_{b,D} - \bar{x}_{b,W})} \quad (4)$$

$$\bar{W} = \bar{A} - \bar{D} \quad (5)$$

**Application numérique :**

$$\bar{D} = 505,5 \text{ kg/h}$$

$$\bar{W} = 494,5 \text{ kg/h}$$

4- Détermination du débit massique du liquide recyclé en tête de colonne  $\bar{L}$  :

$$\bar{L} = \bar{V} - \bar{D}$$

Connaissant le débit de vapeur  $\bar{V}$  en tête de colonne, on calcule  $\bar{L}$  :

$$\bar{L} = 754,5 \text{ kg/h}$$

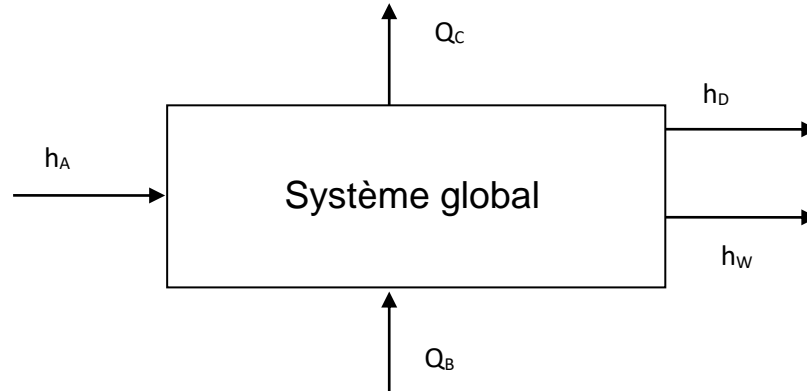
5- Le taux de reflux  $R$  , se calcule à l'aide de la relation suivante :

$$R = \frac{\bar{L}}{\bar{D}}$$

$$R = 1,48$$

**Bilan énergétique**

Établissons le bilan énergétique, en prenant la colonne avec rebouilleur et le condenseur comme système global.



On supposera que la colonne et les échangeurs de chaleur sont adiabatiques et que l'énergie cinétique et potentielle sont faibles et peuvent ainsi, être négligées de l'équation bilan.

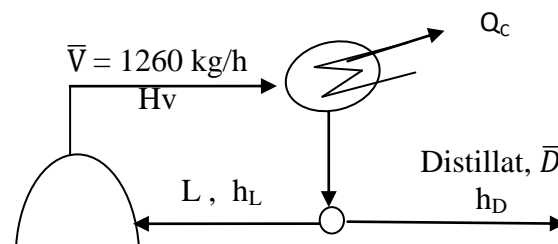
**Bilan énergétique sur le système global :**

$$\Sigma \text{ entrées} = \Sigma \text{ sorties}$$

$$h_A + Q_B = h_D + H_W + Q_C$$

$$Q_B = h_D + H_W + Q_C - h_A$$

Pour déterminer la chaleur libérée par le condenseur, on considère la partie supérieure de la colonne contenant le condenseur.



À l'état stationnaire:

Entrée = sortie

$$H_V = h_D + h_L + Q_C$$

D'où :

$$Q_C = h_D + h_L - H_V$$

Les bilans matière et énergétique au niveau du condenseur s'écrivent:

### Bilan matière

$$V = L + D \text{ et } L = R D$$

$$V = L + D = RD + D = (R+1)D = (1,48 + 1) D = 2,48 D$$

### Bilan énergétique

#### a) Calcul de la quantité de chaleur $\Phi_C$ soutirée au condenseur :

$$V H_V = (D + L) h_D + \Phi_C$$

$$\Phi_C = V H_V - (D + L) h_D = V (H_V - h_D)$$

En remplaçant V par 2,48 D dans l'équation ci-dessus, on obtient:

$$\Phi_C = 2,48 D (H_V - h_D)$$

**AN :**

$$\Phi_C = 2,48 \times 505,5 (539,2 - 66,9)$$

$$\Phi_C = 592094,2 \text{ kJ /h}$$

#### b) Calcul de la quantité de chaleur $\Phi_B$ fournie au bouilleur :

$\Phi_B$  sera déterminé à partir du bilan énergétique sur l'ensemble du procédé

$$\Phi_B = D h_D + W h_W - A h_A + \Phi_C$$

**AN:**

$$\Phi_B = 505,5 \times 66,9 + 494,5 \times 200,6 - 1000 \times 153,4 + 592094,2$$

$$\Phi_B = 571708,85 \text{ kJ/h}$$

**8- Détermination du débit massique de l'eau  $\bar{D}_{eau}$  , nécessaire au refroidissement des vapeurs en tête de colonne, si celle-ci rentre à 15° C et sort à 60° C.**

Bilan massique sur le condenseur côté eau:

$$\Phi_C = \bar{D}_{eau} C_{p,eau} (T_{s,eau} - T_{e,eau})$$

$$\bar{D}_{eau} = \frac{\Phi_C}{C_{p,eau}(T_{s,eau} - T_{e,eau})}$$

**AN :**

$$\bar{D}_{eau} = \frac{592094,2}{4,18 (60-15)} = 3147,76 \text{ kg/h}$$

$$\bar{D}_{eau} = 3147,76 \text{ kg/h}$$

**9- Détermination du débit massique de vapeur de chauffe G au niveau du rebouilleur.**

Le bilan sur le rebouilleur côté vapeur de chauffe s'écrit :

$$\Phi_B = G \times L_v(\theta_G)$$

G : Débit de vapeur

$L_v(\theta_G)$  peut être déterminée à l'aide de la relation  $L_v(\theta_G) = 2535 - 2.9 \times \theta_G$

$\theta_G$  sera déterminé à l'aide de la relation  $P_G = (\theta_G / 100)^4$  ,

avec  $P_G$  pression de condensation de la vapeur de chauffe.

### **Calcul de $\theta_G$**

$$P_G = (\theta_G / 100)^4 \implies \theta_G = 100 (P_G)^{0,25}$$

$$\theta_G = 100 (1,5)^{0,25} = 110,7 \text{ °C}$$

$$\theta_G = 110,7 \text{ °C}$$

### **Calcul de $L_v(\theta_G)$**

Après avoir calculé  $\theta_G = 110,7 \text{ °C}$  , on détermine  $L_v(\theta_G)$  à l'aide de la relation :

$$L_v(\theta_G) = 2535 - 2.9 \times \theta_G$$

$$L_v(\theta_G) = 2535 - 2.9 \times 110,7 = 2214 \text{ kJ/kg}$$

$$L_v(\theta_G) = 2214 \text{ kJ/kg}$$

**Débit massique de vapeur de chauffe G**

$$G = \frac{\phi_B}{L_v(\theta_G)}$$

$$G = \frac{571708,85}{2214} = 258,22 \text{ kJ/h}$$

$$\mathbf{G = 258,22 \text{ kJ/h}}$$

## Références bibliographiques

- [1] D. Morvan & F. Rousseau, « Processus de transfert », Editions ellipses, 2015.
- [2] H. Ghasem, « Bilans matière et énergétique pour l'ingénierie chimique », Editions de boeck, 2012.
- [3] D. Ronze, « Introduction au génie des procédés », Editions Tec & Doc Lavoisier, 2013.
- [4] F. Danes & B. Garnier, « Maîtrise de l'utilisation de l'énergie », Editions ellipses, 2012.