

REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE
MINISTERE DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR ET DE LA
RECHERCHE SCIENTIFIQUE

Université de Bouira
Akli Mohand Oulhadj



جامعة البويرة
أكلي محمد أولحاج

*Faculté des Sciences et des Sciences Appliquées
Département de Génie mécanique*

Projet de Fin d'Etude Master

Présenté pour obtenir le diplôme de Master

Filière : Génie mécanique

OPTION : Energétique

Thème

**Comparaison des efficacités des ailettes de
quelques formes géométriques**

Réalisé par :

- BELABES KHALED
- BOUSBAIN AMINE

Devant le jury composé de :

Président : M^r: A.LAOURI

Université de Bouira

Rapporteur : M^r: S. HAMIMID

Université de Bouira

Examineurs :

M^r: L. BOUREGBI

Université de Bouira

M^r: T. MESSAI

Université de Bouira

Année : 2017/2018

Dédicaces

Je dédie ce mémoire à :

· Mes parents :

Ma mère, qui a œuvré pour ma réussite, de par son amour, son soutien, tous les sacrifices consentis et ses précieux conseils, pour toute son assistance et sa présence dans ma vie, reçois à travers ce travail aussi modeste soit-il, l'expression de mes sentiments et de mon éternelle gratitude.

Mon père, qui peut être fier et trouver ici le résultat de longues années de sacrifices et de privations pour m'aider à avancer dans la vie. Puisse Dieu faire en sorte que ce travail porte son fruit ; Merci pour les valeurs nobles, l'éducation et le soutien permanent venu de toi.

Mes sœurs qui n'ont cessé d'être pour moi des exemples de persévérance, de courage et de générosité.

Mes enseignants qui doivent voir dans ce travail la fierté d'un savoir bien acquis


Belabes Khaled

Dédicaces

Je dédie ce mémoire :

Aux deux êtres les plus chers : mon père et ma mère, qui ont tout fait pour que je réussisse dans ma vie.

 *A mes frères et ma sœur.*

 *A mes amis de la promotion. et a tous mes amis*

Bousbaine Amine



Remerciements

Nous tenons à saisir cette occasion et adresser nos profonds remerciements et nos profondes reconnaissances à:

* (S.Hamimid), notre encadrant de mémoire de fin d'étude, pour ses précieux conseils et son orientation ficelée tout au long de notre recherche.

* A nos familles et nos amis qui par leurs prières et leurs encouragements, on a pu surmonter tous les obstacles.

Nous tenons à remercier toute personne qui a participé de près ou de loin à l'exécution de ce modeste travail.

Résumé :

Les ailettes jouent un rôle très important dans le domaine de transfert de chaleur et les écoulements des fluides. On a étudié les transferts thermiques et l'efficacité dans les ailettes. L'étude a montré que l'augmentation de la conductivité thermique et l'épaisseur de l'ailette, amélioreraient l'efficacité des ailettes. D'autre part, l'ailette triangulaire est la plus performante de différents types d'ailettes.

Mots clés : Ailette, Transferts Thermiques, efficacité, profil, température.

ملخص

تلعب الزعانف دورًا مهمًا جدًا في مجال نقل الحرارة وتدفق السوائل. تمت دراسة نقل الحرارة والكفاءة في الزعانف. وأظهرت الدراسة أن الزيادة في التوصيل الحراري وسمك الزعانف يؤدي إلى تحسين كفاءة الزعانف و من ناحية أخرى فإن الزعانف المثلثية هي الأكثر كفاءة من بين الأنواع المختلفة من الزعانف.

الكلمات المفتاحية: الزعانف ، التحويلات الحرارية ، الكفاءة ، درجة الحرارة.

Abstract

The fins play a very important role in the field of heat transfer and flow of fluids. Heat transfer and efficiency in the fins were studied.

The study showed that the increase in thermal conductivity and the thickness of the fin improved the efficiency of the fins. On the other hand, the triangular fin is the most efficient of different types of fins.

Key words: fin, thermal transfers, efficiency, profile, temperature.

Sommaire

Introduction générale

I.1	Revue bibliographiques.....	Erreur ! Signet non défini.
II.1	Introduction	7
II.2	Modes de transfert thermique	7
II.2.1	La conduction thermique	7
II.2.2	La convection thermique	8
II.2.3	Le rayonnement thermique	10
II.2.4	La convection accompagnée d'un changement de phase	11
II.3	Flux de chaleur lié à un débit massique	11
II.4	Stockage d'énergie	11
II.5	Génération d'énergie (source interne)	12
II.6	Conditions aux limites spatio-temporelles	12
II.6.1	Conditions initiales	12
II.6.2	Conditions de surface	13
II.7	Dissipateurs thermiques (ailette).....	14
II.7.1	Définition d'une ailette.....	14
II.7.2	Intérêt des ailettes:	14
II.7.3	Forme des ailettes.....	14
II.7.4	Quelques types classiques d'ailettes	15
II.7.5	Equation de la barre	16
II.7.6	Efficacité d'ailette	18
III.1	Introduction	21
III.2	Ailette longitudinale de profil rectangulaire	Erreur ! Signet non défini.
III.2.1	Ailette rectangulaire longue de section constante	22
III.2.2	Ailette rectangulaire de section constante isolée à l'extrémité	23
III.2.3	Ailette rectangulaire de section constante avec transfert de chaleur à l'extrémité	25
III.3	Ailette longitudinale de profil triangulaire	27
III.4	Ailette longitudinale de profil concave	30
IV.1	Introduction	34
IV.2	Résultats et interprétation	34
IV.2.1	Ailette rectangulaire.....	35
IV.2.2	Ailette triangulaire	39

IV.2.3	Ailette concave	40
IV.2.4	Comparaison des efficacités des ailettes longitudinales (rectangulaire, triangulaire, concave)	41
IV.3	Efficacité d'ailette longitudinale de profile rectangulaire en fonction de (K) et (mL)	42
IV.4	Efficacité d'ailette longitudinale de profile rectangulaire en fonction de (h) et (mL)	42
IV.5	Efficacité d'ailette longitudinale de profile rectangulaire en fonction de (W) et (mL)	43
IV.6	Efficacité d'ailette longitudinale de profile rectangulaire en fonction de (mL) pour $L=0.1$	44
IV.7	Résultats généraux.....	45
IV.7.1	Résultats particuliers.....	46
Conclusion générale		
Références		
Annexe		

Liste des figures

Figure II.1 Schéma du transfert de chaleur conductif.....	9
Figure II.2 : Phénomène de convection thermique.....	10
Figure II.3 Schéma du transfert de chaleur convectif.....	10
Figure II.4 : Ailette de géométrie arbitraire.....	17
Figure II. 3. a : Situation réelle.....	19
Figure II.3.b : situation idéale.....	19
Figure III.1 : Ailette longitudinale de profil rectangulaire.....	22
Figure III.2 : Ailette longitudinale de profil triangulaire.....	28
Figure III.3 : Ailette longitudinale de profil concave.....	31
Figure IV.2.1 : Profile de température d'une Ailette rectangulaire longue de section constante.....	36
Figure IV.1.2 : efficacité d'une Ailette rectangulaire longue de section constante.....	36
Figure IV.2.1 profil de température d'une Ailette rectangulaire de section constante isolée à l'extrémité.....	37
Figure IV.2.2 : efficacité d'une Ailette rectangulaire de section constante isolée à l'extrémité.....	37
Figure IV.3.1 profil de température d'une ailette rectangulaire de section constante avec transfert de chaleur à l'extrémité.....	38
Figure IV.3.2 : efficacité d'une ailette rectangulaire de section constante avec transfert de chaleur à l'extrémité.....	38
Figure IV.4 : Comparaison des efficacités des ailettes longitudinales du profile rectangulaire pour les 3 cas.....	39
Figure IV.5.1 Profile de température d'une Ailette triangulaire.....	40
Figure IV.5.2 : efficacité d'une ailette triangulaire.....	40

Figure IV.6.1 : Profil de température d'une ailette concave.....	41
Figure IV.6.1 : Profil de température d'une ailette concave.....	41
Figure IV.7 : Comparaison des efficacités des ailettes longitudinales (rectangulaire, triangulaire, concave).....	42
Figure IV.3 : Efficacité d'ailette longitudinale de profil rectangulaire en fonction de (K) et (mL)	43
Figure IV.4 : Efficacité d'ailette longitudinale de profil rectangulaire en fonction de (h) et (mL).....	43
Figure IV.5 : Efficacité d'ailette longitudinale de profil rectangulaire en fonction de (W) et (mL).....	44
Figure IV.6.1: Efficacité d'ailette longitudinale de profil rectangulaire en fonction de (mL) pour L=0.1.....	45
Figure IV.6.2 Efficacité d'ailette longitudinale de profil rectangulaire en fonction de (mL) pour L=0.14.....	45
Figure IV.6.3: Efficacité d'ailette longitudinale de profil rectangulaire en fonction de (mL) pour L=0.20.....	46

NOMENCLATURE

SYMBOLLE	DESINATION	UNITE
A	Section normal	m ²
C1	Constante	
C2	Constante	
C3	Constante	
C4	Constante	
h	Coefficient d'échange de chaleur	W/m ² K
He	Paramètre = h/k.m	
I _v	Fonction de Bessel du premier type d'ordre v	
K	Conductivité thermique.	W/mK
L	Longueur	m
l	Largeur	m
m	Coefficient d'anisothermie = (hP/kA) ^{1/2}	m ⁻¹
P	Périmètre	m
q	Quantité de chaleur	W
q1	Quantité de chaleur entrante par conduction	W
q2	Quantité de chaleur sortante par conduction	W
q3	Quantité de chaleur sortante par convection	W
qi	Chaleur idéal	W
qr	Chaleur réel	W
q _{rd}	Chaleur dissipée par l'ailette par la méthode de dérivation	W

q_{ri}	Chaleur dissipée par l'ailette par la méthode d'intégration	W
S	Surface	m ²
T_f	Température de fluide	K
T_b	Température de base	K
ν	l'ordre de la fonction de Bessel	
W	Epaisseur	m

Symboles Grecs

Θ	Température	K
η	Efficacité	
η_d	Efficacité de l'ailette Par la méthode de dérivation	
η_i	Efficacité de l'ailette Par la méthode d'intégration	

Introduction générale :

De notre temps, la gestion optimale de l'énergie est un enjeu stratégique pour toutes les nations et leur survie dépend de leurs capacités à utiliser et optimiser cette énergie

Dans tous les systèmes énergétiques, moteurs de véhicule, réacteur, industrie pétrochimie les quantités d'énergies mises en jeu sont très importantes.

Ainsi, chercheur et industriels ont toujours travaillé à améliorer le rendement de ces systèmes et développer de nouveaux prototypes plus rentables.

Dans les machines thermiques (échangeur de chaleur, radiateur) on a besoin de transmettre la chaleur entre deux fluides ou entre une paroi et un milieu environnant. Lors du changement de phase, il est nécessaire d'évacuer toute la chaleur lors des processus de condensations ou de solidifications.

Ces systèmes ne sont pas toujours performants, lors des opérations de refroidissement ou de chauffage, particulièrement quant les fluides utilisés présentant un coefficient d'échange faible.

Afin de répondre aux exigences en matière de performance, on est appelé à augmenter la surface d'échange en introduisant des ailettes de différentes formes.

Ces dernières, offrent de très bonnes solutions en termes d'améliorations du flux de chaleur échangé. Elles sont très utilisées dans les échangeurs de chaleur, les climatiseurs, les aéroréfrigérants et l'électronique (refroidissement des composants) et elles se présentent sous plusieurs formes géométriques ; rectangulaires, triangulaires, concaves, convexe etc.

Le but de notre travail est le calcul de la température et le rendement de quelques ailettes de formes géométriques simples. Les formes géométriques choisies sont les plus fréquemment rencontrées dans les appareillages thermiques.

Ce mémoire est articulé en quatre chapitres.

Le premier chapitre est consacré à la synthèse bibliographique des principaux résultats antérieurs obtenus aussi bien théoriquement, qu'expérimentalement.

Le deuxième chapitre est un rappel des équations de base du transfert thermique, suivi des applications simples comme introduction à l'étude des ailettes.

Au troisième chapitre, nous allons effectuer une étude analytique des ailettes et spécifier pour chaque forme géométrique, l'efficacité et la distribution de la température.

Le chapitre quatre est consacré à la présentation et l'interprétation des résultats obtenus en forme de profils de température et efficacité de quelques formes géométriques d'ailette (rectangulaire, triangulaire, concave),

Nous terminons ce mémoire par une conclusion générale et des propositions sur les perspectives de cette étude.

Chapitre I

Revue bibliographiques

I.1 Revue bibliographiques

La transmission de chaleur est devenue l'une des plus importants domaines scientifiques à cause de leur besoin et leur rôle dans la vie, et pour développer les moyens dans tous les domaines technologiques et économiques.

Pour cela, de plus en plus, les savants et les chercheurs travaillent pour arriver à des solutions qui augmentent l'efficacité des machines et des outils dans notre vie pratiquent, et pour cette raison, ils classifient des techniques qui améliorent le transfert de chaleur.

Les articles de HARPER et BROWN [1] sont considérés comme un travail approfondi et semble être vraiment la première tentative significative pour fournir une analyse mathématique de l'effet intéressant entre la convection et la conduction dans la simple surface prolongée. JACOB [2] détermine des expressions mathématiques de la variation de la température des barres métalliques. HARPER et BROWN [1] ont fourni les solutions analytiques complètes pour le modèle bidimensionnel d'ailettes : longitudinales rectangulaires et triangulaires et ailettes circulaires à épaisseur uniforme. Les solutions aboutissent aux expressions pour l'efficacité d'ailettes ou à des facteurs de correction qui ont ajusté l'efficacité de l'ailette longitudinale à profil rectangulaire. Ils ont conclu que l'utilisation d'un modèle unidimensionnel était suffisante.

GARDNER [3], dans des recherches minutieuses, a présenté des équations générales de la température et de l'efficacité pour les ailettes à différents profils, pour laquelle les hypothèses MURRAY GARDNER sont applicables. A partir de cette synthèse, toutes les études postérieures ont été référencées sur la base de ces derniers développements.

Buzzoni et al [4] ont étudié numériquement l'efficacité d'échangeurs de chaleur à ailettes refroidies par l'air. Les faisceaux de tubes en arrangement aligné et quinconce ont été étudiés. Ils ont conclu que la distribution de température et l'efficacité des ailettes dépendent des grandeurs thermo physiques.

Saechan et al [5] ont étudié analytiquement et développé un modèle mathématique pour des condenseurs à tubes à ailettes planes à écoulement est croisé. Le transfert de chaleur se fait entre l'air et le réfrigérant R13 en changement de phase en employant la deuxième loi de la thermodynamique pour trouver une configuration optimale. Les transferts thermiques et les pertes de charge influent sur le taux de génération d'entropie. Ils ont trouvé que le nombre de

génération d'entropies diminue avec l'augmentation du pas d'ailettes et la diminution du nombre de rangs et du diamètre de tubes.

Comini [6] ont étudié numériquement l'évaluation quantitative unidimensionnelle pour la conception des échangeurs de chaleur à tubes à ailettes qui sont utilisés dans le domaine de climatisation. Parmi les résultats, ils ont trouvé que la différence entre le calcul monodimensionnel et les calculs en 3D et 2D est inférieur à 2%.

Une étude expérimentale a été effectuée par Kimont, pour la conception optimale des échangeurs de chaleur à tube à ailettes planes avec un grand pas d'ailette. Il a trouvé que le coefficient d'échange de chaleur moyen diminue avec la diminution du pas d'ailettes et l'augmentation du nombre de rangs. Le faisceau de tubes quinconces est plus performant de 10% par rapport au faisceau de tubes alignés.

Chen et al [7] ont étudié expérimentalement et théoriquement les paramètres influant sur un évaporateur quand l'écoulement d'air fait un angle oblique avec la face frontale de l'évaporateur à tubes à ailettes planes où se forme le givre. Le modèle mathématique a été validé après avoir utilisé plusieurs algorithmes. Ils ont trouvé qu'en diminuant le poids de givre, la capacité frigorifique et la chute de pression diminuent. En diminuant l'angle d'incidence, le poids du givre diminue légèrement, mais la capacité frigorifique et la chute de pression diminuent aussi.

Song et al [8] ont étudié numériquement en tridimensionnel un échangeur de chaleur à tube à ailettes planes à persiennes inclinées. L'écoulement et le transfert thermique sont étudiés pour une rangée de tubes à ailettes à persiennes inclinées dans un écoulement croisé. L'effet du pas de persiennes, de la hauteur des persiennes et l'angle d'attaque de l'écoulement sont investigués. Le coefficient d'échange de chaleur et le coefficient de frottement augmentent avec l'augmentation de la hauteur des persiennes et la diminution du pas de persiennes. L'écoulement tridimensionnel est supposé laminaire et stationnaire. Ils ont trouvé que nombre de Nusselt pour l'angle 45° est supérieur à ceux des angles 30° et 60° .

Wang et al [9] ont étudié numériquement l'optimisation du transfert thermique à l'intérieur des tubes circulaires munis d'un nombre identique d'ailettes de formes S, Z et V à l'aide du logiciel commercial Fluent en utilisant. Les trois types ont été comparés sous les conditions suivantes : même débit, mêmes puissances de pompage et perte de charge. Ils ont trouvé que

les tubes intérieurement ailetées de formes S et Z sont plus performants que les ailettes de forme V. Les résultats montrent que la performance de transfert thermique du tube à ailettes de forme de Z est la meilleure.

Ma et al [10] ont étudié expérimentalement les effets du nombre de rangs, le pas d'ailettes et l'humidité relative d'admission sur les caractéristiques de transfert thermique et de frottement du côté d'air à l'extérieur de 14 échangeurs de chaleur à tubes à ailettes performantes. Ils ont trouvé que la performance coté air augmente avec l'enduit hydrophile posé sur les tubes dans les conditions humides. Le facteur de Colburn j diminue en augmentant le nombre de rangs et le pas d'ailettes. Le facteur de Colburn j de l'ailette ondulée augmente avec l'augmentation de l'humidité relative d'admission alors que cette dernière n'a aucun effet sur l'ailette persiennes.

Mcilwan [11] a comparé numériquement à l'aide d'un CFD les caractéristiques des écoulements et le transfert de chaleur autour d'un tube à ailettes dentelées avec les tubes à ailettes planes. Il a trouvé que les transferts thermiques et la perte de charge augmentent.

Ataer a étudié analytiquement le comportement transitoire d'un échangeur de chaleur à tubes à ailettes lors d'une variation de type échelon de la température d'entrée du fluide primaire. Les débits et les états d'admission demeurent fixes pour les deux fluides. Les résultats analytiques sont comparés aux résultats numériques et expérimentaux. Les comportements dynamiques des températures de sortie sont analysés en fonction du saut brusque de la température d'entrée du fluide chaud, le temps de retard et la constante du temps sont étudiés aussi.

Tso [12] a développé un modèle mathématique pour l'étude d'un échangeur de chaleur à tube à ailettes avec formation ou non du givre sur des ailettes en régime transitoire et quasi-permanent. Pour se rapprocher des conditions réelles, l'auteur a tenu compte de la variation de l'épaisseur du givre sur les ailettes due au gradient de température le long des ailettes. Il a trouvé que la formation du givre dégrade la performance de l'échangeur de chaleur.

Wang et al [9] ont comparé à l'aide d'un CFD, un nouvel échangeur de chaleur qui est l'échangeur de chaleur à tubes et calandre combiné muni d'une chicane hélicoïdale pour intensifier la performance de CMSP- STHX (combined multiple shell-pass shell and tube heat échanger) et l'échangeur de chaleur conventionnel à tubes et calandre muni des chicanes segmentées. Ils ont trouvé que le taux global des transferts thermiques, la perte de charge

globale moyenne du CMSP- STHX sont inférieures à celle de l'échangeur conventionnel SG-STHX de 13%.

Lee et al [13] ont étudié expérimentalement les caractéristiques des transferts thermiques (côté d'air) des échangeurs de chaleur à tubes à ailettes planes continues avec ou sans formation du givre en variant le pas d'ailettes, le nombre de rangs et le type d'arrangement de tubes dans le faisceau (quinconce ou aligné). Ils ont développé deux corrélations empiriques pour le facteur de Colburn j , séparément pour chaque arrangement en fonction du nombre de Reynolds, du nombre de Fourier, du nombre de rangs des tubes et du diamètre hydraulique adimensionnel construit sur le pas d'ailettes. L'écart moyen entre les corrélations et l'expérience est de 1.31% pour le faisceau aligné et de 0.65% pour le faisceau quinconce. Ils ont trouvé que le débit d'air diminue avec le temps en raison de la croissance de l'épaisseur du givre. Ce phénomène est plus rapide dans le cas du faisceau de tubes quinconces.

Jeong et al [14], leur objectif est d'une part l'étude expérimentale et numérique des nouveaux facteurs tels que les nouvelles géométries d'ailettes et les types de fabrication des tubes affectant la résistance thermique de contact et d'autre part de trouver une corrélation entre les facteurs effectifs dans un échangeur de chaleur à tubes ailetés. Ils ont testé 22 échangeurs de chaleur ayant des tubes de 7mm de diamètre. Un schéma a été utilisé pour calculer la résistance thermique de contact en utilisant les données expérimentales. Ils ont trouvé que la résistance thermique de contact augmente avec l'augmentation du rapport d'expansion de tube et le nombre d'ailettes. La résistance thermique de contact ne peut être ignorée en cours de conception de l'échangeur de chaleur à tubes à ailettes.

Al-Sarkhi et al [15], ont étudié numériquement par la technique de volume de contrôle un tube vertical muni d'ailettes sur la paroi intérieure soumise à la convection thermique forcée. Ils ont trouvé que le nombre de Nusselt et le coefficient de frottement dépendent beaucoup de la hauteur d'ailettes et le nombre d'ailettes. Donc, il faut optimiser ces deux grandeurs en fonction de la hauteur d'ailettes et le nombre d'ailettes.

Pérotin et al [16], ont étudié analytiquement et numériquement les échangeurs compacts à haute efficacité énergétique composés d'ailettes améliorées (à persiennes ou à fentes) pour lesquelles le calcul de l'efficacité d'ailette peut être surestimé par les méthodes analytiques monodimensionnelles telles que la méthode dite sectorielle. L'hypothèse de flux conductif

uniquement radial au sein de l'ailette est mise en défaut par les persiennes ou les fentes qui perturbent la conduction dans l'ailette et l'efficacité ne peut être déterminée qu'en résolvant numériquement l'équation de la chaleur en deux dimensions.

Hofmann et al [17], ont comparé expérimentalement les tubes à ailettes planes et dentelées. Une comparaison avec quelques corrélations de la littérature montre un bon accord avec une petite incertitude. La hauteur d'ailettes a été choisie pour analyser son influence sur la performance (transfert thermique et chute de pression) de ces échangeurs de chaleur. Un critère de performance a été appliqué pour caractériser l'efficacité des différents faisceaux de tubes à ailettes. Trois intervalles, $Re < 10000$, $10000 < Re < 20000$ et $Re > 20000$, ont été identifiés comme résultats de la comparaison entre les ailettes dentelées de forme U et I.

L'évaluation de performance entre l'ailette dentelée de forme I et l'ailette solide montre une gamme optimale pour $15000 < Re < 25000$. Malgré la variation de la hauteur et le pas des ailettes dentelées, aucune différence substantielle n'a été observée par l'utilisation de ces équations.

Chiu et al [18], ont étudié expérimentalement et numériquement les caractéristiques thermo-hydrauliques d'un échangeur de chaleur à tube à ailettes elliptiques. Pour les conditions sèches, la perte de charge des échangeurs thermiques à tubes à ailettes circulaires est respectivement 2.4, 2.9 et 3.2 fois plus élevée que les valeurs des échangeurs thermiques à tubes à ailettes elliptiques dont le rapport d'axe 2.5, 2.8 et 3.1. Le coefficient de transfert thermique moyen h des tubes à ailettes circulaires est respectivement environ 49 %, 52 % et 56 % plus élevé que les valeurs des échangeurs thermiques à tubes à ailettes elliptiques dont les rapports d'axe 2.5, 2.8 et 3.1. Le coefficient de transfert de chaleur par unité de perte de charge $h/\Delta P$ pour les tubes à ailettes elliptiques est environ 55-150% plus élevé que pour tubes à ailettes circulaires.

Lee et al [19] ont étudié expérimentalement l'effet des tubes à ailettes circulaires perforées (PCFT) sur la performance de transfert de chaleur par convection des échangeurs de chaleur à tube à ailettes circulaires. Le coefficient d'échange de chaleur par convection côté air a augmenté de 3.55 % et 3.31 % pour les PCFT à 2 trous et à 4 trous, respectivement.

L'augmentation du coefficient de transfert thermique convectif est liée à la réduction de la région de recirculation à cause de la présence des perforations aux emplacements de séparation de l'écoulement sur le tube à ailettes. La chute de pression à travers les faisceaux

de tubes à ailettes a augmenté de 0.68 % et 2.08 % pour les PCFT à 2 trous et à 4 trous, respectivement. La chute de pression est élevée dans le cas de PCFT à 4 trous en raison des perturbations excessives de l'écoulement produites par les perforations. Le facteur financier défini comme le rapport de l'augmentation du coefficient de transfert de chaleur par rapport à la perte de charge était de 5.19 pour le cas de PCFT à 2 trous et 1.59 pour le cas de PCFT à 4 trous.

Une étude expérimentale a été réalisée par Dhaou et al [20], pour identifier les effets de la géométrie et les paramètres d'exploitation d'un échangeur thermique à ailettes hélicoïdales sur la performance du stockage d'hydrogène. Les résultats expérimentaux montrent que le temps d'absorption/désorption du réacteur est considérablement réduit en raison de l'intégration d'ailettes hélicoïdales. De plus, l'effet de différents paramètres tels que le débit, température, la pression d'absorption/désorption ont été étudiés, les résultats montrent qu'un bon choix de ces paramètres est important.

Syed et al [21] ont optimisé un échangeur à double tube à ailettes trapézoïdales posées sur la surface externe du tube central en utilisant l'algorithme génétique et la Méthode de la Région de Confiance «Trust Region Method ». L'objectif est d'optimiser la configuration du passage annulaire déterminé par le nombre d'ailettes, la hauteur d'ailettes, l'épaisseur d'ailettes, et le rapport des rayons du tube intérieur et celui du tube extérieur pour l'intensification du coefficient d'échange de chaleur. Un écoulement laminaire permanent et incompressible est considéré dans la région complètement développée du passage annulaire à ailettes, sujet d'un flux de chaleur constant. La méthode des éléments finis est utilisée pour effectuer la simulation numérique de l'écoulement et pour fournir des valeurs de la fonction d'optimisation. Le nombre de Nusselt a été utilisé comme fonction objective. Ils ont trouvé que le nombre optimal de Nusselt a une valeur maximale à un certain nombre d'ailettes selon la taille de double tube.

Chapitre II

Généralité sur le transfert de chaleur

II.1 Introduction

Le concept d'énergie est utilisé en thermodynamique pour préciser l'état d'un système. Il est bien connu le fait que l'énergie n'est ni créée ni détruite, mais seulement transformée d'une forme à l'autre. La science de la thermodynamique étudie la relation entre la chaleur et d'autres formes d'énergie mais l'objectif de la science du transfert de chaleur (du transfert thermique) est l'analyse du taux de transfert thermique ayant lieu dans un système. L'énergie transférée par transfert de chaleur n'est pas directement mesurable mais peut être appréciée par une quantité mesurable appelée la température.

Il a été constaté par des observations expérimentales que lorsque dans un système il y a une différence de température, un flux de chaleur (flux thermique) apparaît et il est orienté de la région à haute température vers la région à basse température. Lorsqu'il y a un flux thermique dans un système, un gradient de température y est présent également. La connaissance de la distribution de la température dans un système est nécessaire dans l'étude du transfert thermique.

II.2 Modes de transfert thermique

Dans l'étude du transfert thermique, on distingue trois modes de transmission de la chaleur: la conduction, la convection et le rayonnement. Le premier phénomène, la conduction, a lieu dans les solides. La convection se rencontre spécialement dans les fluides. L'apport de chaleur par rayonnement peut avoir lieu dans tous les milieux transparents aux ondes électromagnétiques.

En réalité la distribution de la température, dans un milieu, est la conséquence des effets de ces trois modes de transfert thermique ; il est impossible d'isoler un mode de transfert thermique d'un autre mode. Pourtant, pour la simplicité de l'étude, on considère ces modes de transfert thermique séparément. Par exemple, on peut étudier la conduction couplée avec la convection et on néglige le rayonnement.

II.2.1 La conduction thermique

La conduction est le moyen par lequel la chaleur circule de proche en proche dans un matériau ou passe d'un corps à un autre en contact physique direct, par simple interaction moléculaire. Les molécules du secteur le plus chaud se heurtent vivement entre elles et transmettent leur énergie de vibration aux molécules voisines.

Le flux de chaleur va toujours des zones chaudes vers les zones froides. [22]

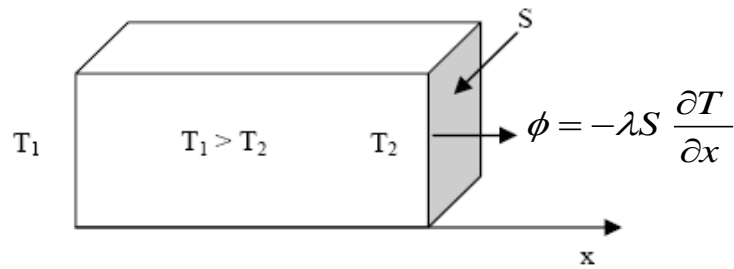


Figure II.1 Schéma du transfert de chaleur conductif

Loi de Fourier :

La théorie de la conduction repose sur l'hypothèse de Fourier : la densité de flux est proportionnelle au gradient de température :

$$\vec{\phi} = -\lambda \overrightarrow{grad}(T) \quad \text{Ou :} \quad \vec{\phi} = -\lambda S \overrightarrow{grad}(T) \quad (\text{II.1})$$

Avec :

ϕ	Densité de flux de chaleur transmis par conduction	[W .m ⁻²]
λ	Conductivité thermique du milieu	[W. m ⁻¹ .K ⁻¹]
x	Variable d'espace dans la direction du flux	[m]

Le terme $\overrightarrow{grad}(T)$ est appelé le gradient de température, ce qui est la pente de la courbe de température (la vitesse de variation de la température T par la longueur x).

II.2.2 La convection thermique

Dans un liquide et dans un gaz, les différences de températures produisent des différences de densité, ce qui engendrent des mouvements du fluide appelé mouvement de convection (dus aux forces de flottabilités) qui ont pour effet d'égaliser les températures.

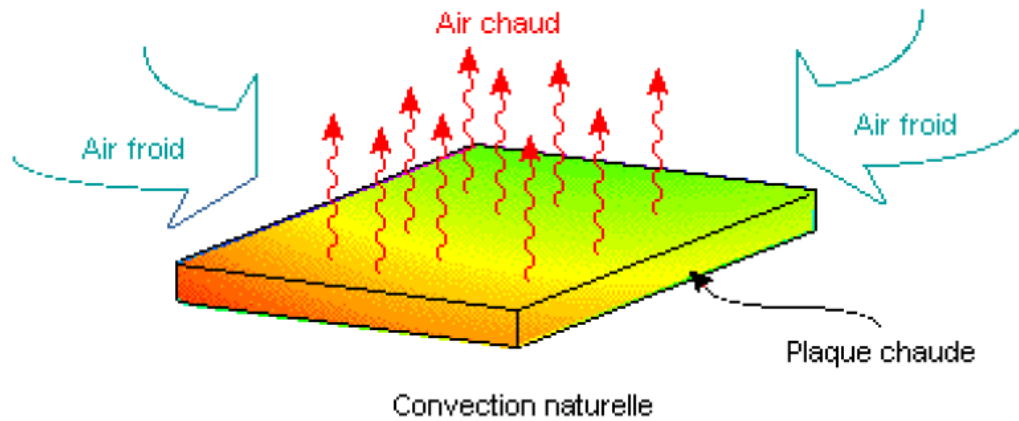


Figure II.2 : Phénomène de convection thermique

La convection thermique désigne aussi les échanges entre une paroi et un fluide en mouvement lorsque leurs températures sont différentes. Une modélisation simplificatrice de ce phénomène peut être trouvée dans la loi de Newton citée ci-dessous.

Loi de Newton:

Le mécanisme de transfert thermique par convection est régi par la loi de Newton :

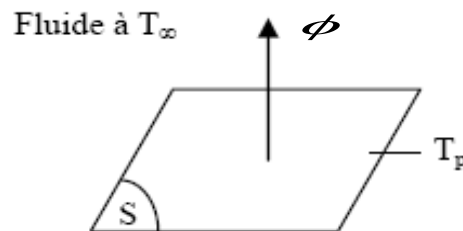


Figure II.3 Schéma du transfert de chaleur convectif

$$\phi = hS(T_p - T_\infty)$$

ϕ	Flux de chaleur transmis par convection	[W]
h	Coefficient de transfert de chaleur par convection	[W m ⁻² K ⁻¹]
T_p	Température de surface du solide	[K]
T_∞	Température du fluide loin de la surface du solide	[K]
S	Aire de la surface de contact solide/fluide	[m ²]

On distingue la convection forcée et la convection naturelle.

A. La convection forcée :

Dans laquelle le mouvement du fluide est produit par une action extérieure ex : (pompe, ventilateur, vent...)

B. La convection naturelle (libre) :

Dans laquelle ce mouvement résulte seulement de la différence de densité entre les parties chaudes et froides du fluide (principe d'Archimède), ex : le convecteur ou le radiateur de chauffage central élève la température de l'air au contact de ses ailettes.

II.2.3 Le rayonnement thermique

Les corps émettent de l'énergie par leur surface sous forme de radiation visibles ou non. Inversement, quand un corps reçoit un rayonnement, il en absorbe une partie qui se transforme en chaleur.

Ce mode de transfert de chaleur est induit par l'échange d'ondes électromagnétiques Entre un corps émetteur et un corps récepteur

Le rayonnement se transmet à travers le vide mieux que dans tout autre milieu qui est ou moins absorbant.

Loi de STEFAN- BOLTZMAN :

La relation de base du rayonnement est celle de STEFAN- BOLTZMAN selon laquelle la puissance ϕ du rayonnement thermique émis par unité de surface d'un

Corps noir est directement proportionnelle à T^4

$$\phi = \sigma \varepsilon_p S (T_p^4 - T_\infty^4)$$

Avec :

ϕ	Flux de chaleur transmis par rayonnement	(W)
σ	Constante de Stefan	$(5,67 \cdot 10^{-8} \text{ W m}^{-2} \text{ K}^{-4})$
ε_p	Facteur d'émission de la surface (émissivité)	
T_p	Température de la surface	(K)
T_∞	Température du milieu environnant la surface	(K)
S	Aire de la surface	(m^2)

II.2.4 La convection accompagnée d'un changement de phase:

(4^{ème} mode de transfert thermique)

Dont le fluide subit une évaporation ou une condensation.

Exemple de convection avec changement de phase au début du chauffage d'une quantité d'eau dans une bouilloire, la convection naturelle gouverne le processus d'échange entre la paroi et l'eau. Quand l'eau boue, l'évaporation intensifie le transfert.

II.3 Flux de chaleur lié à un débit massique

Lorsqu'un débit massique \dot{m} de matière entre dans le système à la température T_1 et en ressort à la température T_2 , on doit considérer dans le bilan (II.1) un flux de chaleur entrant correspondant [22]:

$$\varphi_e = \dot{m} c_p (T_1 - T_2) \quad (\text{II.2})$$

Avec :	φ_e	Flux de chaleur entrant dans le système	(W)
	\dot{m}	Débit massique	(kg. s ⁻¹)
	c_p	Chaleur spécifique	(J.kg ⁻¹ .K ⁻¹)
	T_1, T_2	Températures d'entrée et de sortie	(K)

II.4 Stockage d'énergie

Le stockage d'énergie dans un corps correspond à une augmentation de son énergie interne au cours du temps d'où (à pression constante et en l'absence de changement d'état) [22]:

$$\phi_{st} = \rho V c \frac{\partial T}{\partial t}$$

Avec :

ϕ_{st}	Flux de chaleur stocké	(W)
ρ	Masse volumique	(kg m ⁻³)
V	Volume	(m ³)
c	Chaleur massique	(J kg ⁻¹ K ⁻¹)
T	Température	(°C)
t	Temps	(s)

Le produit ρVc est appelé la capacitance thermique du corps.

II.5 Génération d'énergie (source interne)

Elle intervient lorsqu'une autre forme d'énergie (chimique, électrique, mécanique, nucléaire) est convertie en énergie thermique. On peut l'écrire sous la forme [22] :

$$\phi_g = \dot{q}V$$

Avec :

ϕ_g	Flux d'énergie thermique générée	(W)
\dot{q}	Densité volumique d'énergie générée	(W m ⁻³)
V	Volume	(m ³)

II.6 Conditions aux limites spatio-temporelles :

L'équation de transfert thermique peut admettre une infinité de solution, elle n'a de sens physique que pour des conditions définies, appliquées à un domaine d'espace-temps également définie.

II.6.1 Conditions initiales :

Lorsque le régime est instationnaire (transitoire), lorsque T dépend de t , il faut spécifier une condition initiale dans le temps pour résoudre. La distribution des températures à l'intérieur du solide et sur sa surface est supposée connue à l'instant $t = 0$.

$$T(x, y, z, 0) = T_0(x, y, z)$$

II.6.2 Conditions de surface :

Les conditions les plus souvent rencontrées sont :

a- Condition frontière de Dirichlet, Température imposée:

On impose une température sur la frontière (parois du solide).

$$T_p = f(M_p, t)$$

b- Condition frontière de Neumann, flux imposé:

On impose une densité de flux à la paroi.

$$\varphi_p = -\lambda \left. \frac{\partial T}{\partial n} \right|_p = f(M_p, t)$$

$\left. \frac{\partial T}{\partial n} \right|_p$: Dérivée normale à T, calculée à la paroi.

c- Condition frontière de Neumann, flux nul imposé

Flux nul, surface isolée, adiabatique contrôlée (condition frontière du deuxième type catégorie 2)

$$\lambda \left. \frac{\partial T}{\partial n} \right|_p = 0$$

d- Condition frontière de convection, h et T_∞ imposés

Convection à la surface (condition frontière du troisième type). Cette condition suppose que la densité de flux thermique traversant la surface frontière est proportionnelle à la différence de température entre la paroi et le milieu environnant (fluide) :

$$\varphi_p = h(T_p - T_\infty)$$

h : coefficient d'échange par convection.

T_∞ : Température du fluide loin de la paroi.

En utilisant la loi de Fourier :

$$\varphi_p = -\lambda \left(\left. \frac{\partial T}{\partial n} \right)_p = h(T_p - T_\infty)$$

e- transfert de chaleur par rayonnement :

Cette condition suppose que la densité de flux à la paroi provient d'un échange radiatif entre le solide qui est de température T_1 et une enceinte de température T_2 dans laquelle se trouve le corps.

$$\varphi_p = A\sigma(T_1^4 - T_2^4)$$
$$\varphi_p = -\lambda \left(\frac{\partial T}{\partial n} \right)_p = A\sigma(T_1^4 - T_2^4)$$

II.7 Dissipateurs thermiques (ailette)

Pour la dissipation thermique on utilise Les ailettes

II.7.1 Définition d'une ailette:

L'ailette est un appendice généralement en métal raccordé au dispositif que l'on désire refroidir efficacement. L'idée est d'augmenter la surface d'échange par ce moyen [23-24]. C'est un moyen d'intensification des échanges thermiques.

II.7.2 Intérêt des ailettes:

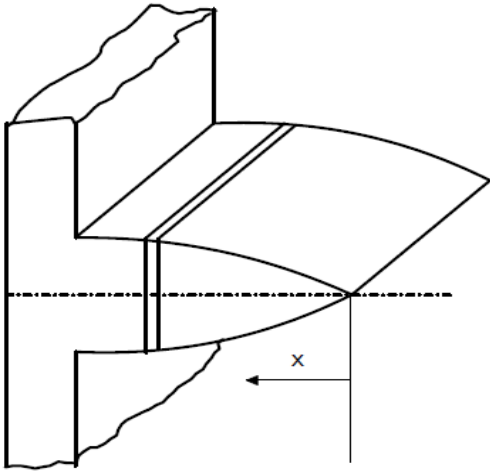
- 1) Augmenter le coefficient d'échange par convection h
- 2) Augmenter la vitesse d'écoulement.
- 3) Favoriser la turbulence pour détruire la couche limite thermique.
- 4) Augmenter la surface d'échange.

II.7.3 Forme des ailettes

Les formes des ailettes sont tellement variées qu'il est important de les citer. WEBB, BERGLES ET JUNKHAN identifient 329 formes d'ailettes brevetées aux USA [25]. Dans [26], l'auteur note qu'il existe plus de 180 profils et géométrie d'ailette en Aluminium dans le monde. La recherche de nouvelles formes est en développement continu. On distingue classiquement les formes:

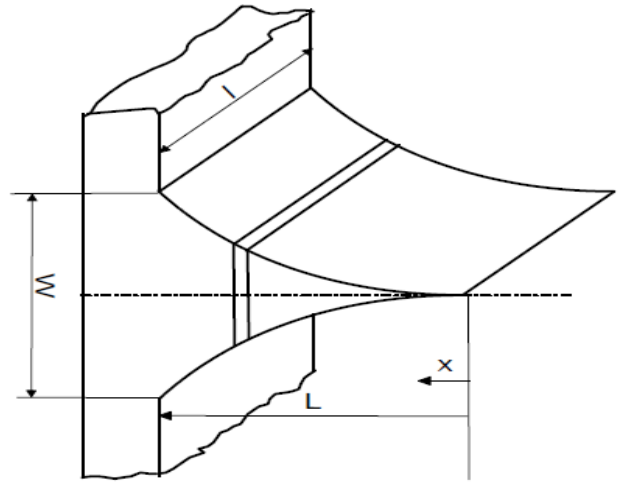
- Rectangulaire
- Triangulaire
- Parabolique
- Hyperbolique

II.7.4 Quelques types classiques d'ailettes :



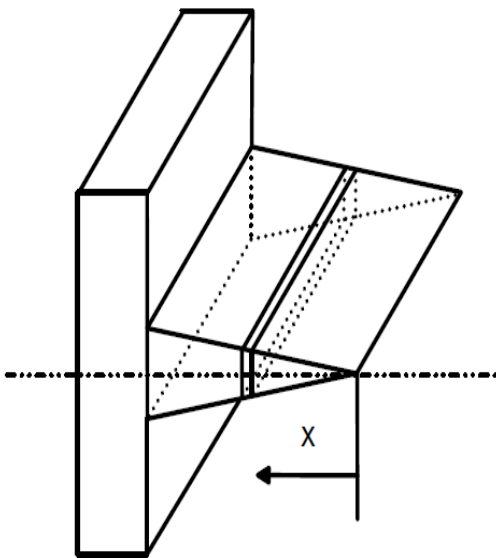
Ailette longitudinale de profile

Parabolique convexe

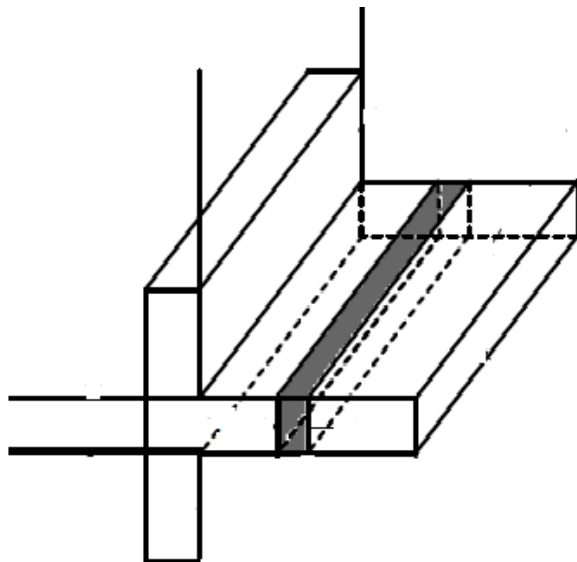


ailette longitudinale de profile

parabolique concave



Ailette longitudinale de profil
triangulaire



Ailette longitudinale de profil
rectangulaire

II.7.5 Equation de la barre :

II.7.5.1 Hypothèses simplificatrices :

- Ailette longitudinale de section quelconque
- Régime stationnaire
- La longueur $L \gg e$ (épaisseur de l'ailette) ce qui permet de considérer une évolution uniquement selon de la température.
- Matériau homogène et isotrope avec $K = \text{cste}$.
- Le coefficient de convection aire-ailette constant.
- Résistance de contact entre la paroi mère et l'ailette négligeable.
- Ambiance à température constante.
- Pas de source de chaleur dans l'ailette.

II.7.5.2 Bilan thermique :

On considère une surface auxiliaire, de géométrie arbitraire, figure (II.4).[27]

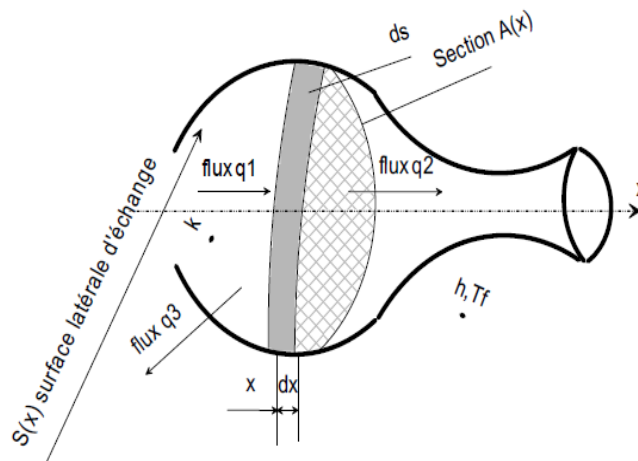


Figure II.4 : Ailette de géométrie arbitraire

Le flux échangé par la surface $A(x)$:

$$\Phi_1 = \Phi_2 + \Phi_3 \quad (\text{II.3})$$

Φ_1 : Flux entrant (par conduction) en x .

Φ_2 : Flux sortant (par conduction) en $x+dx$

Φ_3 : Flux sortant par la surface.

On remplace dans l'équation (II.1) :

$$-kA \left(\frac{dT}{dx} \right)_x = -kA \left(\frac{dT}{dx} \right)_{x+\delta x} + h\delta S(T - T_\infty) \quad (\text{II.4})$$

Par le développement en série de TAYLOR : On a :

$$\phi_2 = -kA \left(\frac{dT}{dx} \right)_{x+\delta x} = \phi_1 + \frac{d\phi_1}{dx} \delta x + \frac{d^2\phi_1}{dx^2} \frac{(\delta x)^2}{2!} + \dots \quad (\text{II.5})$$

On pose : $\theta_0 = T - T_\infty$

On a : $\phi_3 = h\theta_0\delta S$

Le bilan thermique nous donne :

$$\frac{d}{dx} \left(-kA \frac{d\theta}{dx} \right) \delta x + \frac{d^2}{dx^2} \left(-kA \frac{d\theta}{dx} \right) \frac{(\delta x)^2}{2!} + \dots + h\theta\delta S = 0 \quad (\text{II.6})$$

D'où :

$$\frac{1}{A} \frac{d}{dx} \left(-kA \frac{d\theta}{dx} \right) \delta x + \frac{1}{A} \frac{d^2}{dx^2} \left(-kA \frac{d\theta}{dx} \right) \frac{(\delta x)^2}{2!} + \dots + \frac{1}{A} h\theta \frac{\delta S}{\delta x} = 0 \quad (\text{II.7})$$

On a : $A = f(x), S = f(x)$

Alors :

$$\frac{\delta A}{\delta x} = \frac{dA}{dx}, \frac{\delta S}{\delta x} = \frac{dS}{dx}$$

On pose : $\delta x \rightarrow 0$

Donc :

$$\frac{1}{A} \frac{d}{dx} \left(-kA \frac{d\theta}{dx} \right) + \frac{h\theta}{A} \frac{dS}{dx} = 0 \quad (\text{II.8})$$

D'où :

$$\frac{d^2\theta}{dx^2} + \frac{1}{A} \frac{dA}{dx} \frac{d\theta}{dx} - \frac{h}{k} \left(\frac{1}{A} \frac{ds}{dx} \right) \theta = 0 \quad (\text{II.9})$$

Pour les surfaces auxiliaires, tel que $k=\text{constante}$, et le régime monodimensionnelle, l'équation précédente reste valable.

II.7.6 Efficacité d'ailette

II.7.6.1 Définition :

L'efficacité d'une ailette est défini comme étant le rapport entre le taux de transfert de chaleur réel de l'ailette et le taux de transfert thermique idéal de l'ailette, qui existerait si elle était toute à la température de la base.

$$\eta = \frac{\phi_r}{\phi_i}$$

ϕ_r : Taux de transfert de chaleur réel

ϕ_i : Taux de transfert de chaleur idéal

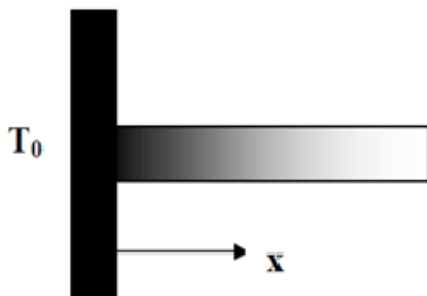


Figure II. 3. a : Situation réelle

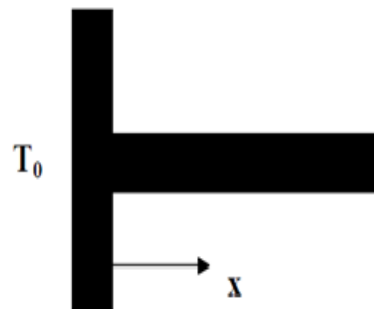


Figure II.3.b : situation idéale

-Pour calculer l'efficacité d'une ailette, on peut spécifier deux méthodes :

II.7.6.2 Méthode de dérivation :

L'efficacité est donnée par :

$$\eta = \frac{-kA \left(\frac{d\theta}{dx} \right)_{x=0}}{h(T_0 - T_\infty)S}$$

Si l'origine des axes est liée à la paroi même.

$$\eta = \frac{-kA \left(\frac{d\theta}{dx} \right)_{x=L}}{h(T_0 - T_\infty)S}$$

Si l'origine des axes est liée à l'extrémité de l'ailette.

II.7.6.3 Méthode de d'intégration :

L'efficacité est donnée par :

$$\eta = \frac{\int h_1 (T - T_f) dS}{h_2 (T_0 - T_f) S}$$

En raison de la complexité du mesurer le coefficient d'échange par convection (h), on suppose que le coefficient (h) est constant autour de l'ailette .donc :

$$\eta = \frac{\int (T - T_f) dS}{(T_0 - T_f) S}$$

La méthode de calcul de l'efficacité par intégration est plus précise que celle par dérivation, mais plus compliqué.

II.7.6.4 Conditions aux limites de l'ailette :

A. Ailette longue :

Dans le cas de l'ailette longue, on émet l'hypothèse que : $T(x \rightarrow \infty) = T_\infty$. Les conditions aux limites s'écrivent alors :

$$\text{En } x = 0 : \quad \theta(x = 0) = T_0 - T_\infty$$

$$\text{En } x = \infty : \quad \theta(x \rightarrow \infty) = 0$$

B. Ailette isolée à l'extrémité :

La solution générale obtenue est identique au cas précédent, ce sont les conditions aux limites qui diffèrent :

$$\begin{cases} T(x = 0) = T_0 \\ -kA \frac{dT}{dx} \Big|_L = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} T(x = 0) = T_0 \\ \frac{dT}{dx} = 0 \end{cases}$$

C. Ailette avec transfert de chaleur à l'extrémité :

Dans ce cas, les conditions aux limites sont :

$$\begin{cases} T(x=0) = T_0 \\ -kA \frac{dT}{dx} \Big|_{x=L} = hA(T(x=L) - T_\infty) \end{cases}$$

Conclusion :

L'amélioration du transfert de chaleur d'un système avec le milieu extérieur joue un rôle pertinent dans la conception thermique des appareillages, cette amélioration se fait par le biais des ailettes.

Chapitre III

**Calcul de l'efficacité des
différents types d'ailettes**

III.1 Introduction : dans ce chapitre on va effectuer une étude analytique des différents type d'ailette.

III.2 Ailette longitudinale de profil rectangulaire :

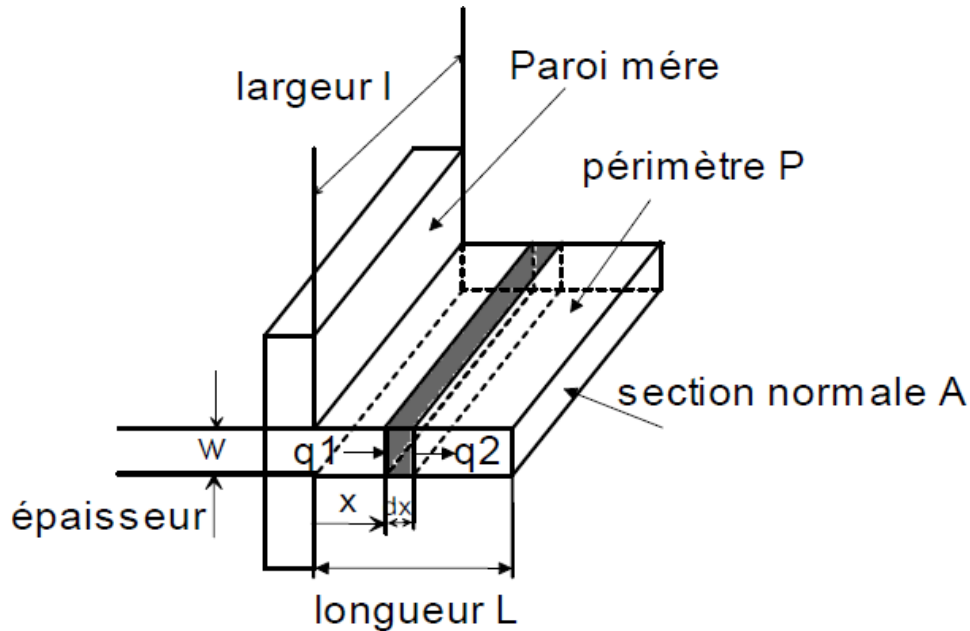


Figure III.1 : Ailette longitudinale de profil rectangulaire

On a :

La section normale $A(x) = W.l$

la surface d'échange $dS(x) = 2.(l+W).dx \approx 2.l.dx \rightarrow dS(x)/dx = 2.l$

En remplaçant dans l'équation (2-9) les valeurs de $A(x)$ et $S(x)$, on obtient :

$$\frac{d^2\theta}{dx^2} + \frac{1}{W.l} \frac{0.d\theta}{dx} - \frac{h}{k} \left(\frac{1}{W.l} . 2.l \right) \theta = 0$$

On trouve :

$$\frac{d^2\theta}{dx^2} - \frac{hP}{kA} (T - T_f) = 0$$

On pose : $\theta = T - T_\infty$

Avec la section $A = W.l$ et le périmètre $P = 2.(l+W)$

Donc La forme d'équation est :

$$\frac{d^2\theta(x)}{dx^2} - m^2\theta(x) = 0$$

La résolution d'équation précédente est :

$$\theta(x) = C_1.e^{mx} + C_2.e^{-mx} \text{ Ou } \theta = c_3.ch(\omega x) + c_4.sh(\omega x)$$

$$\text{Tel que : } m = \sqrt{\frac{hP}{kA}}$$

Pour les 3 cas suivant la chaleur idéale dissipée par l'ailette: $q_i = h(2l)L\theta_0$

III.2.1 Ailette rectangulaire longue de section constante :

Dans le cas de l'ailette longue, on émet l'hypothèse que : $T(x \rightarrow \infty) = T_\infty$.

Les conditions aux limites s'écrivent alors :

$$\text{En } x = 0 : \quad \theta(x = 0) = T_0 - T_\infty \quad \text{(a)}$$

$$\text{En } x = \infty : \quad \theta(x \rightarrow \infty) = 0 \quad \text{(b)}$$

$$T_0 - T_\infty = C_1 + C_2$$

$$(C_1e^{mx} + C_2e^{-mx})_{x \rightarrow \infty} = 0 \Rightarrow (C_1e^{mx})_{x \rightarrow \infty} = 0 \Rightarrow C_1 = 0$$

$$T_0 - T_\infty = C_1 + C_2 \Rightarrow C_2 = T_0 - T_\infty$$

$$T_0 - T_\infty = C_1 + C_2$$

$$\frac{T(x) - T_\infty}{T_0 - T_\infty} = e^{-mx} \Rightarrow T(x) = (T_0 - T_\infty)e^{-mx} + T_\infty$$

$$m = \left(\frac{hP}{kA}\right)^{1/2} : \text{ Paramètre caractérisant la rapidité de l'échauffement de la barre}$$

Pour des abscisses croissantes.

Le flux traversant une section d'abscisse x :

$$q(x) = -kA \frac{dT}{dx} = -kA(T_0 - T_\infty)(-m)e^{-mx}$$

$$q(x) = kAm(T_0 - T_\infty)e^{-mx} = kAm(T(x) - T_\infty)$$

$$\Rightarrow q(x) = kAm(T_0 - T_\infty)e^{-mx} = (hPkA)^{1/2}(T(x) - T_\infty)$$

Le flux dissipé sur toute la surface de l'ailette peut être calculé par intégration du flux de convection local :

$$\begin{aligned}
 q_p &= \int_0^{\infty} hP [T(x) - T_{\infty}] dx = \int_0^{\infty} hP [(T_0 - T_{\infty})e^{-mx} + T_{\infty} - T_{\infty}] dx \\
 \Rightarrow q_p &= \int_0^{\infty} hP [(T_0 - T_{\infty})e^{-mx}] dx \\
 \Rightarrow q_p &= \left[hP \frac{1}{(-m)} (T_0 - T_{\infty}) e^{-mx} \right]_0^{\infty} \\
 \Rightarrow q_p &= \frac{hP}{m} (T_0 - T_{\infty}) = \frac{hP}{(hP / AS)^{1/2}} (T_0 - T_{\infty}) \\
 \Rightarrow q_p &= (hPkA)^{1/2} (T_0 - T_{\infty})
 \end{aligned}$$

Ou plus facilement en remarquant que dans le cas du régime permanent, c'est le même que celui transmis par conduction à la base de l'ailette soit : $\phi_p = \phi_c(x=0)$

$$q_c = -kA \left. \frac{dT}{dx} \right|_{x=0} = -kA(T_0 - T_{\infty})(-m) = (hPkA)^{1/2} (T_0 - T_{\infty})$$

Efficacité de l'ailette :

- Par la méthode de dérivation est : $\eta = \frac{1}{mL}$

-Par la méthode d'intégration est : $\eta = \frac{1 - e^{-mL}}{mL}$

III.2.2 Ailette rectangulaire de section constante isolée à l'extrémité :

La solution générale obtenue est identique au cas précédent, ce sont les conditions aux limites qui diffèrent :

$$\left\{ \begin{array}{l} T(x=0) = T_0 \\ -kA \left. \frac{dT}{dx} \right|_L = 0 \end{array} \right. \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} T(x=0) = T_0 \\ \frac{dT}{dx} = 0 \end{array} \right. \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} c_3 = T_0 - T_{\infty} \\ c_3 sh(\omega L) + c_4 ch(\omega L) = 0 \end{array} \right.$$

$$\Rightarrow \begin{cases} C_3 = T_0 - T_\infty \\ C_4 = -C_1 th(mL) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} C_3 = T_0 - T_\infty \\ C_4 = -(T_0 - T_\infty) th(mL) \end{cases}$$

Il vient : $T(x) - T_\infty = (T_0 - T_\infty) ch(mx) - (T_0 - T_\infty) th(mL) sh(mx)$

$$\frac{T(x) - T_\infty}{T_0 - T_\infty} = ch(mx) - \frac{sh(mL)}{ch(mL)} sh(mx)$$

$$\frac{T(x) - T_\infty}{T_0 - T_\infty} = \frac{ch(mx)ch(mL) - sh(mL)sh(mx)}{ch(mL)}$$

$$\frac{T(x) - T_\infty}{T_0 - T_\infty} = \frac{ch(m(L-x))}{ch(mL)} \Rightarrow T(x) = (T_0 - T_\infty) \frac{ch(m(L-x))}{ch(mL)} + T_\infty$$

Et le flux total dissipé par l'ailette a pour expression :

$$q_p = \int_0^L hP [T(x) - T_\infty] dx = \int_0^L hP \left[(T_0 - T_\infty) \frac{chm(L-x)}{ch(mL)} + T_\infty - T_\infty \right] dx$$

$$q_p = hP \frac{T_0 - T_\infty}{ch(mL)} \int_0^L chm(L-x) dx$$

$$q_p = hP \frac{T_0 - T_\infty}{ch(mL)} \left[-\frac{1}{m} chm(L-x) \right]_0^L = hP \frac{T_0 - T_\infty}{mch(mL)} [sh(mL)]$$

$$q_p = hP \frac{T_0 - T_\infty}{m} \frac{sh(mL)}{ch(mL)}$$

Finalement : $q_p = (hPkA)^{1/2} (T_0 - T_\infty) th(mL)$ et c'est le même que celui transmis par conduction à la base de l'ailette soit : $q_p = q_c(x=0)$

Si : $L \rightarrow \infty$ (cas d'une barre très long) : $q_p = (hPkA)^{1/2} (T_0 - T_\infty)$

Efficacité de l'ailette :

- Par la méthode de dérivation est : $\eta_d = \frac{\tanh(mL)}{mL}$

-Par la méthode d'intégration est : $\eta_i = \frac{\tanh(mL)}{mL}$

III.2.3 Ailette rectangulaire de section constante avec transfert de chaleur à l'extrémité :

$$T(x) - T_\infty = C_3 ch(mx) + C_4 sh(mx)$$

Dans ce cas, les conditions aux limites sont :

$$\begin{cases} T(x=0) = T_0 \\ -kA \frac{dT}{dx} \Big|_{x=L} = hA(T(x=L) - T_\infty) \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} T_0 - T_\infty = C_3 \\ -kA [mC_3 sh(mL) + mC_4 ch(mL)] = hA [C_3 ch(mL) + C_4 sh(mL)] \end{cases}$$

$$\Rightarrow C_3 [hch(mL) + mksh(mL)] = -C_4 [hsh(mL) + mkch(mL)]$$

$$\Rightarrow C_4 = -(T_0 - T_\infty) \frac{hch(mL) + mksh(mL)}{hsh(mL) + mkch(mL)}$$

$$\Rightarrow C_4 = -(T_0 - T_\infty) \frac{sh(mL) + \frac{h}{mk} ch(mL)}{ch(mL) + \frac{h}{mk} sh(mL)}$$

D'où la solution :

$$T(x) - T_\infty = (T_0 - T_\infty) ch(mx) + -(T_0 - T_\infty) \frac{sh(mL) + \frac{h}{mk} ch(mL)}{ch(mL) + \frac{h}{mk} sh(mL)} sh(mx)$$

$$\Rightarrow \frac{T(x) - T_\infty}{T_0 - T_\infty} = ch(mx) - \frac{sh(mL) + \frac{h}{mk} ch(mL)}{ch(mL) + \frac{h}{mk} sh(mL)} sh(mx)$$

$$\Rightarrow \frac{T(x) - T_\infty}{T_0 - T_\infty} = \frac{ch(mx)ch(mL) + ch(mx)\frac{h}{mk}sh(mL) - sh(mL)sh(mx) - \frac{h}{mk}ch(mL)sh(mx)}{ch(mL) + \frac{h}{mk}sh(mL)}$$

$$\Rightarrow \frac{T(x) - T_\infty}{T_0 - T_\infty} = \frac{ch(mx)ch(mL) - sh(mL)sh(mx) + \frac{h}{mk}(ch(mx)sh(mL) - ch(mL)sh(mx))}{ch(mL) + \frac{h}{mk}sh(mL)}$$

$$\Rightarrow \frac{T(x) - T_\infty}{T_0 - T_\infty} = \frac{ch(m(L-x)) + \frac{h}{mk}sh(m(L-x))}{ch(mL) + \frac{h}{mk}sh(mL)}$$

Le flux traversant une section d'abscisse x :

$$q(x) = -kA \frac{dT}{dx} = kAm(T_0 - T_\infty) \frac{sh(m(L-x)) + \frac{h}{mk}ch(m(L-x))}{ch(mL) + \frac{h}{mk}sh(mL)}$$

Et le flux total dissipé par l'ailette a pour expression :

$$q_p = \phi_c(x=0) = \int_0^L hP [T(x) - T_\infty] dx = -kA \left. \frac{dT}{dx} \right|_{x=0}$$

$$q_p = kAm(T_0 - T_\infty) \frac{th(mL) + \frac{h}{mk}}{1 + \frac{h}{mk}th(mL)}$$

Efficacité de l'ailette :

- Par la méthode de dérivation est : $\eta_d = \frac{\sinh(mL) + He \cdot \cosh(mL)}{mL((\cosh(mL) + He \cdot \sinh(mL)))}$

- Par la méthode d'intégration est : $\eta_i = \frac{1}{mL} \frac{(-He + \sin(mL) + He \cosh(mL))}{\cosh(mL) + He \sinh(mL)}$

III.3 Ailette longitudinale de profil triangulaire :

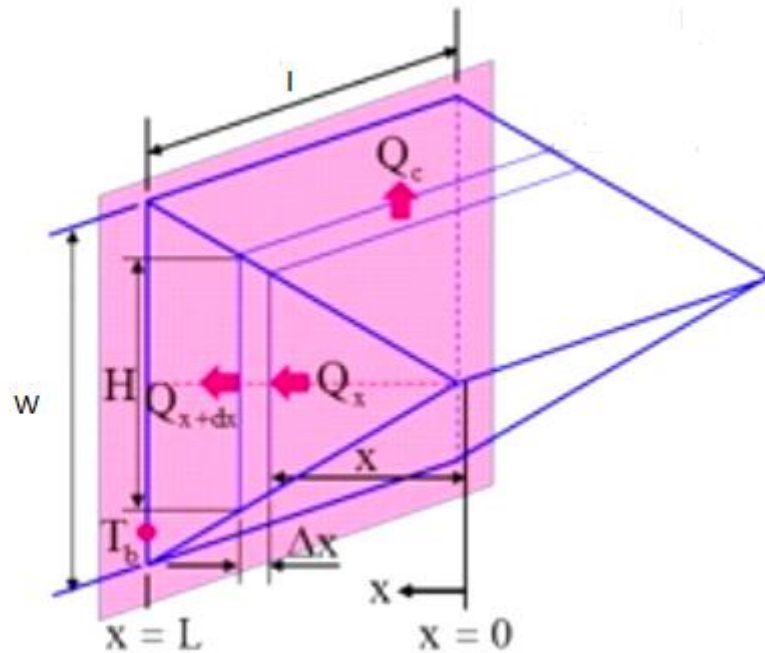


Figure III.2 : Ailette longitudinale de profil triangulaire

$$\frac{d}{dx} \left(A(x) \frac{dT}{dx} \right) - \frac{hp(x)}{K} (T - T_\infty)$$

Le profile de l'ailette :

$$y(x) = \frac{W}{2} \left(\frac{x}{L} \right)$$

$$p(x) = 2(H + l) = 2 \left[W \left(\frac{x}{L} \right) + l \right] \approx 2l$$

$$A(x) = Hw = Wl \left(\frac{x}{L} \right)$$

$$\theta = T - T_x$$

$$\frac{d}{dx} \left(A(x) \frac{d\theta}{dx} \right) - \frac{hp(x)}{k} \theta = 0$$

$$\frac{d}{dx} \left(x \frac{d\theta}{dx} \right) - \frac{2hL}{kW} \theta = 0$$

$$\frac{d}{dx} \left(x \frac{d\theta}{dx} \right) - m^2 L \theta = 0$$

$$\text{ou : } m^2 = \frac{2h}{kW}$$

Condition limite :

$$x = 0 \Rightarrow T = T_0 \Rightarrow \theta = \theta_0, x = L \Rightarrow T = T_b \Rightarrow \theta = \theta_b$$

Ailette longitudinale de profil triangulaire :

$$\frac{d}{dx} \left(x \frac{d\theta}{dx} \right) - m^2 L \theta = 0$$

$$m^2 = \left(\frac{2h}{kW} \right)$$

Les équations de Bessel :

$$\frac{d}{dx} \left(X^p \frac{d\theta}{dx} \right) + (aX^j + bX^k) \theta = 0$$

$$p = 1, a = m^2 L, b = 0, j = 0, k = ?$$

$$\alpha = \frac{2}{2 - p + j} = 2$$

$$\beta = \frac{1 - p}{2 - p - j} = 0$$

$$\omega = \alpha \sqrt{a} = 2m\sqrt{L}$$

$$n = \frac{\sqrt{(1-p)^2 - 4b}}{2-p+j} = 0$$

$$y = x^\alpha \left[C_1 I_n(\omega X^{1/\alpha}) + C_2 K_n(\omega X^{1/\alpha}) \right]$$

$$\theta = X^{0/2} \left[C_1 I_0(2m\sqrt{LX}) + C_2 K_0(2m\sqrt{LX}) \right]$$

On a :

$$X = 0, T = T_0, X = L \Rightarrow T = T_b \Rightarrow \theta = \theta_b$$

$$\theta = C_1 I_0(2m\sqrt{LX}) + C_2 K_0(2m\sqrt{LX})$$

$$K_0(0) = \infty \Rightarrow C_2 = 0$$

On trouve :

$$\theta = C_1 I_0(2m\sqrt{LX})$$

$$\theta = C_1 I_0(2mL) \Rightarrow C_1 = \frac{\theta}{I_0(2mL)}$$

Profile de température :

$$\theta = \theta_b \frac{I_0(2m\sqrt{LX})}{I_0(2mL)}$$

La chaleur dissipée :

$$q_b = -\left(-KA_b \frac{dT}{dX}\right)_{x=L} = KA_b \left(\frac{d\theta}{dX}\right)_{x=L}$$

$$A_b = lW \cdot \frac{d\theta}{dX} = \frac{\theta_b}{I_0(2mL)} I_1(2m\sqrt{LX}) \Big|_{x=L} \cdot m$$

$$q_b = KlWm\theta_b \frac{I_1(2mL)}{I_0(2mL)} = \theta_b \left(\frac{2hl}{m}\right) \frac{I_1(2mL)}{I_0(2mL)}$$

L'efficacité de l'ailette triangulaire :

$$\eta = \frac{q_b}{q_{ailette}} = \frac{\theta \left(\frac{2hl}{m}\right) \frac{I_1(2mL)}{I_0(2mL)}}{2hlL(T_b - T_\infty)} = \frac{1}{mL} \frac{I_1(2mL)}{I_0(2mL)}$$

III.4 Ailette longitudinale de profil concave :

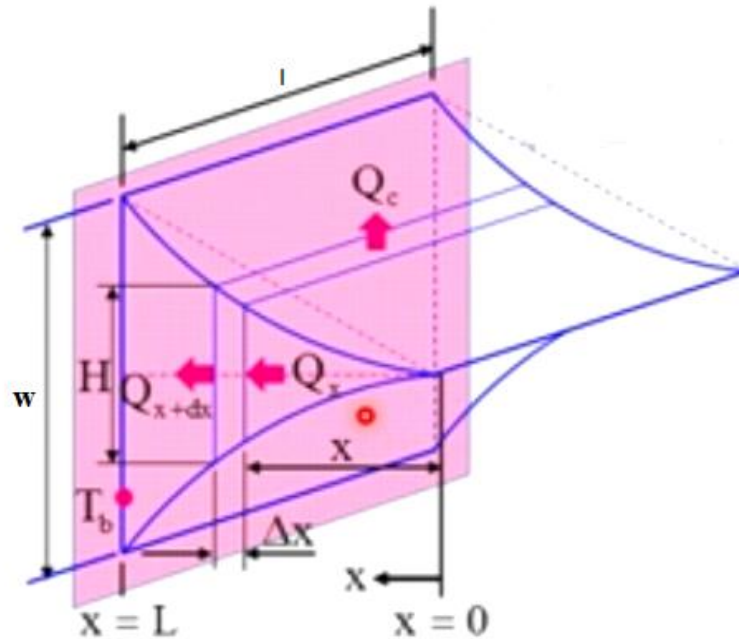


Figure III.3 : Ailette longitudinale de profil concave

$$\frac{d}{dx} \left(A(x) \frac{dT}{dx} \right) - \frac{hp(x)}{K} (T - T_{\infty}) = 0$$

Le profile de l'ailette :

$$y(x) = \frac{W}{2} \left(\frac{x}{L} \right)^2$$

$$p(x) = 2(H + l) = 2 \left[W \left(\frac{x}{L} \right)^2 + l \right] = 2l$$

$$A(x) = Hl = Wl \left(\frac{x}{L} \right)^2$$

$$\frac{d}{dx} \left(A(x) \frac{d\theta}{dx} \right) - \frac{hp(x)}{K} \theta = 0$$

$$\frac{d}{dx} \left(\frac{Wlx^2}{L^2} \frac{d\theta}{dx} \right) - \frac{2lh}{K} \theta = 0, \quad \frac{d}{dx} \left(x^2 \frac{d\theta}{dx} \right) - \frac{2hL^2}{KW} \theta = 0$$

$$x^2 \frac{d^2\theta}{dx^2} + 2x \frac{d\theta}{dx} - m^2 L^2 \theta = 0 \quad (\text{Équation d'Euler})$$

Ou :

$$m^2 = \frac{2h}{KW}$$

Résolution de l'équation d'Euler :

On pose :

$$x = e^v \Rightarrow v = \ln(x)$$

$$\frac{d\theta}{dx} = \frac{d\theta}{dv} \frac{dv}{dx} = \frac{1}{x} \frac{d\theta}{dv}$$

$$\frac{d^2\theta}{dx^2} = \frac{d}{dx} \left(\frac{d\theta}{dx} \right) = \frac{d}{dv} \left(\frac{d\theta}{dv} \frac{dv}{dx} \right) \frac{dv}{dx} = \frac{1}{x^2} \frac{d^2\theta}{dv^2} - \frac{1}{x^2} \frac{d\theta}{dv}$$

$$\frac{d^2\theta}{dv^2} + \frac{d\theta}{dv} - m^2 L^2 \theta = 0$$

Caractéristique de l'équation :

$$D^2 + D - m^2 L^2 = 0$$

Les racines :

$$\alpha, \beta = \frac{-1 \pm \sqrt{1 + 4m^2 L^2}}{2}$$

Solution générale :

$$\theta = C_1 e^{\alpha v} + C_2 e^{\beta v}$$

Conditions limites :

$$x = 0, \theta = \theta_0$$

$$x = L, \theta = \theta_b$$

$$\alpha = -\frac{1}{2} + \frac{1}{2} \sqrt{1 + 4m^2 L^2}, \beta = -\frac{1}{2} - \frac{1}{2} \sqrt{1 + 4m^2 L^2}$$

$$\theta = C_1 (e^v)^\alpha + C_2 (e^v)^\beta = C_1 x^\alpha + C_2 x^\beta$$

En utilisant :

$$\theta_0 = \left[C_1 x^{-\frac{1}{2} + \frac{1}{2}\sqrt{1+4m^2L^2}} + C_2 x^{-\frac{1}{2} - \frac{1}{2}\sqrt{1+4m^2L^2}} \right]$$

$$C_2 = 0 \Rightarrow \theta = C_1 x^\alpha$$

En utilisant :

$$\theta_b = C_1 L^\alpha \Rightarrow C_1 = \theta_b L^{-1}$$

Le profil de température :

$$\theta = \theta_b L^{-1} x^\alpha = \theta_b \left(\frac{x}{L} \right)^\alpha$$

Le flux de chaleur :

$$\phi_b = - \left(-KA_b \frac{dT}{dx} \right)_{x=L} = KA_b \left(\frac{d\theta}{dx} \right)_{x=L}$$

$$A_b = lW, \frac{d\theta}{dx} = \alpha \theta_b x^{\alpha-1} L^\alpha$$

$$\phi_b = \frac{KlW\alpha}{L} \theta_b = \frac{KlW\theta_b}{2L} \left(-1 + \sqrt{1+4m^2L^2} \right)$$

$$\eta = \frac{\phi_r}{\phi_i} = \frac{\phi_b}{\phi_{ib}}$$

$$\phi_{ib} = hA_s (T_b - T_\infty), A_s = 2lL$$

L'efficacité :

$$\eta = \frac{\frac{KlW\theta_b}{2L} \left(-1 + \sqrt{1+4m^2L^2} \right)}{2hlL(T_b - T_\infty)} = \frac{2}{1 + \sqrt{1+4m^2L^2}}$$

Conclusion

L'étude analytique nous a permis de trouver les équations de profil de température, flux de chaleur et l'efficacité.

Chapitre IV

Résultats et commentaires

IV.1 Introduction

Ce chapitre est consacré à l'étude thermique de quelques géométries d'ailettes. Les résultats sont présentés en termes de profils de température et efficacité pour différentes formes géométriques des ailettes (rectangulaire, triangulaire et concave). Les paramètres de simulations sont donnés dans le tableau (1).

paramètres	valeurs
K (w/ m² k)	25
h (w/ m k)	50
W (m)	0,01
L (m)	0,14
l (m)	0,01
T_b (k)	400
T_∞ (k)	300

Tableau 1 : données numériques des paramètres de simulation.

IV.2 Résultats et interprétation :

L'objectif ici est d'analyser l'effet des paramètres géométriques et physiques d'une ailette sur le régime thermique. Nous présentons, les résultats en termes de profils de température et efficacité en fonction des paramètres géométriques et thermophysiques de l'ailette. Ces résultats concernent les efficacités des ailettes étudiées en fonction des divers paramètres (coefficient d'anisothermie ($m = (hP/kW)^{1/2}$), la conductivité thermique (k), la longueur (L) de l'ailette, l'épaisseur (W) de l'ailette, etc....).

IV.2.1 Ailette rectangulaire

IV.2.1.1 Cas d'une Ailette rectangulaire longue de section constante :

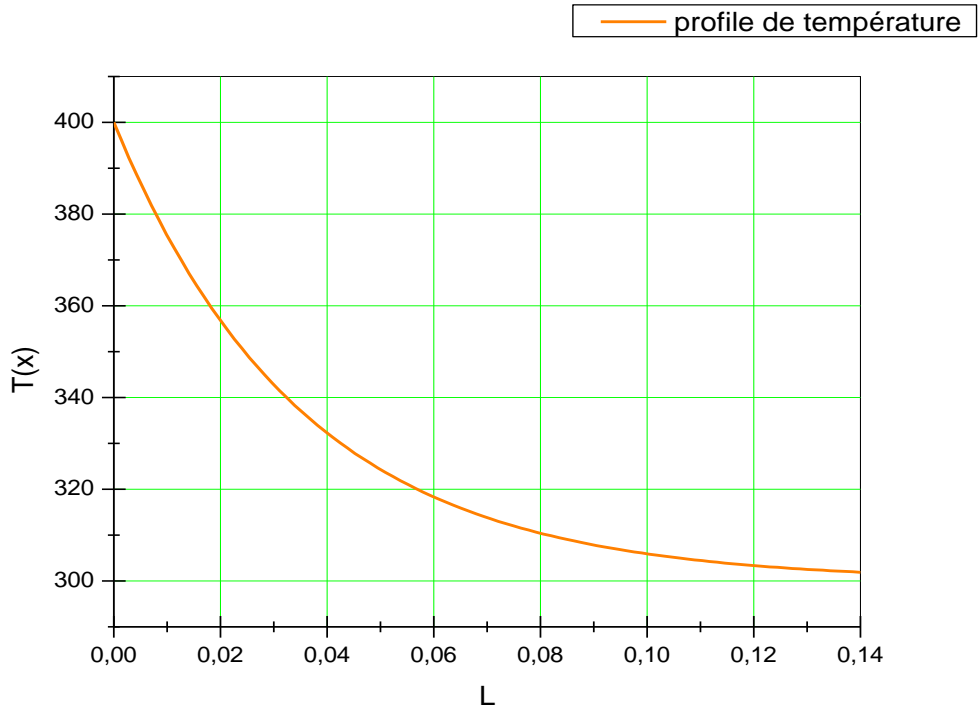


Figure IV.1.1 : Profil de température d'une Ailette rectangulaire longue de section constante

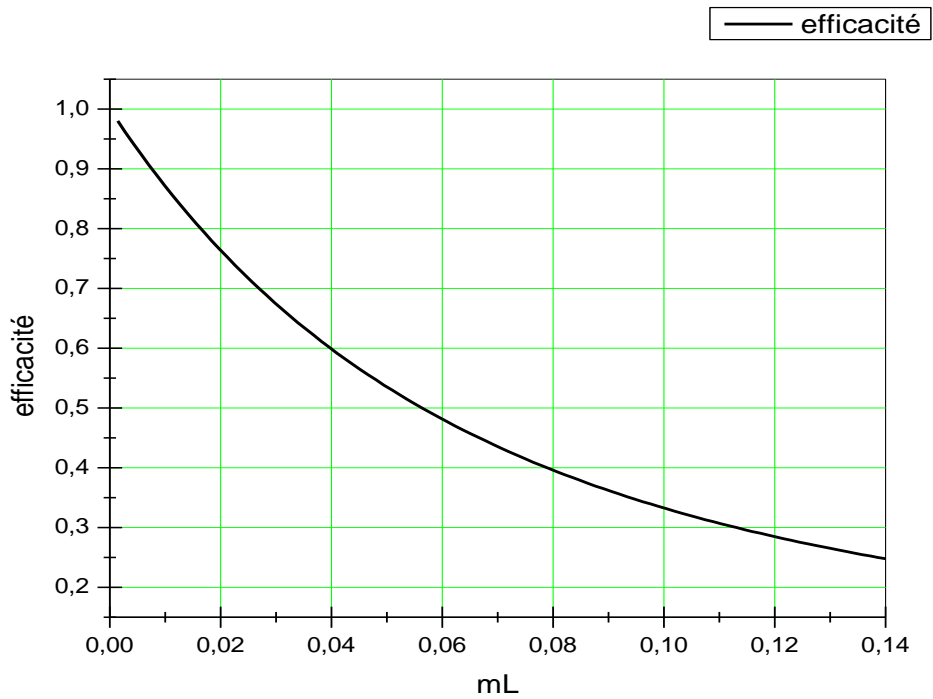


Figure IV.1.2 : efficacité d'une Ailette rectangulaire longue de section constante

IV.2.1.2 Cas d'une Ailette rectangulaire de section constante isolée à l'extrémité

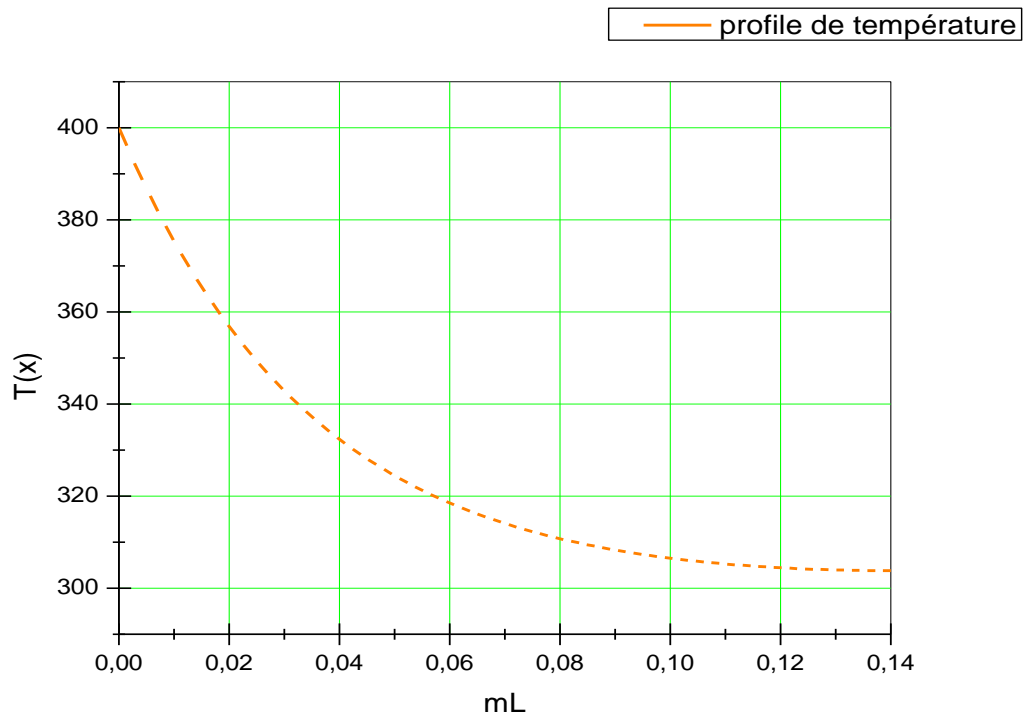


Figure IV.2.1 profil de température d'une Ailette rectangulaire de section constante isolée à l'extrémité

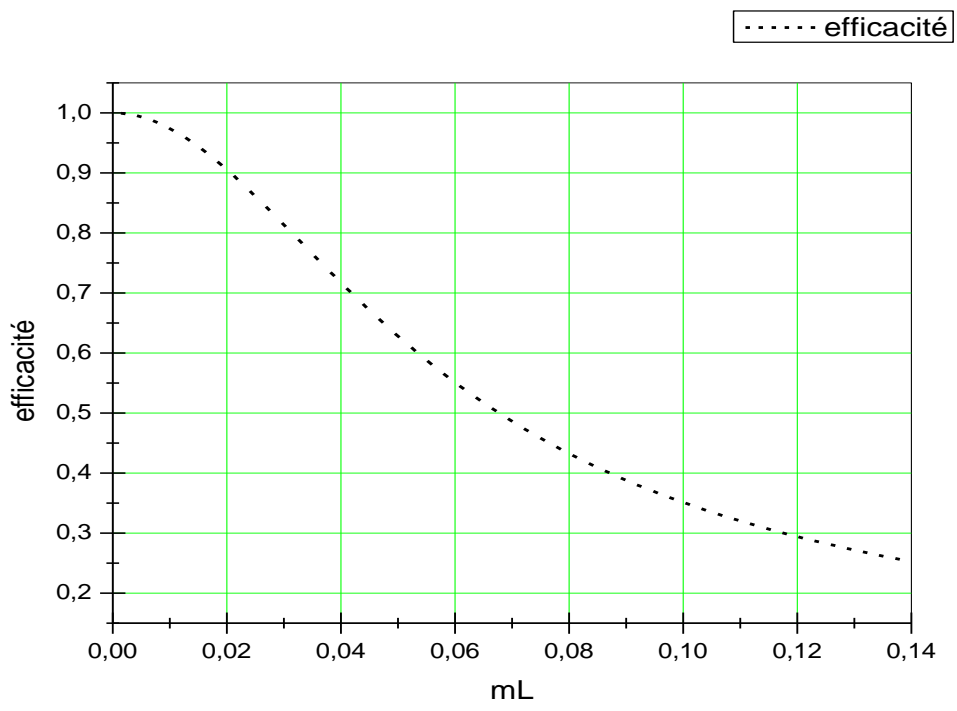


Figure IV.2.2 : efficacité d'une Ailette rectangulaire de section constante isolée à l'extrémité

IV.2.1.3 Cas d'une ailette rectangulaire de section constante avec transfert de chaleur à l'extrémité :

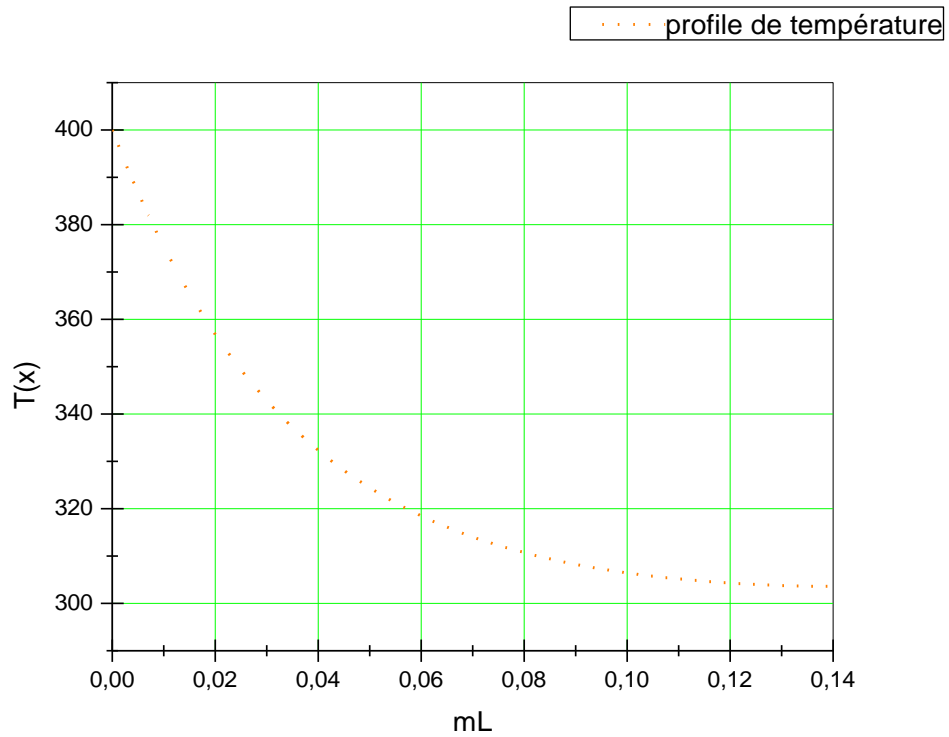


Figure IV.3.1 profil de température d'une ailette rectangulaire de section constante avec transfert de chaleur à l'extrémité

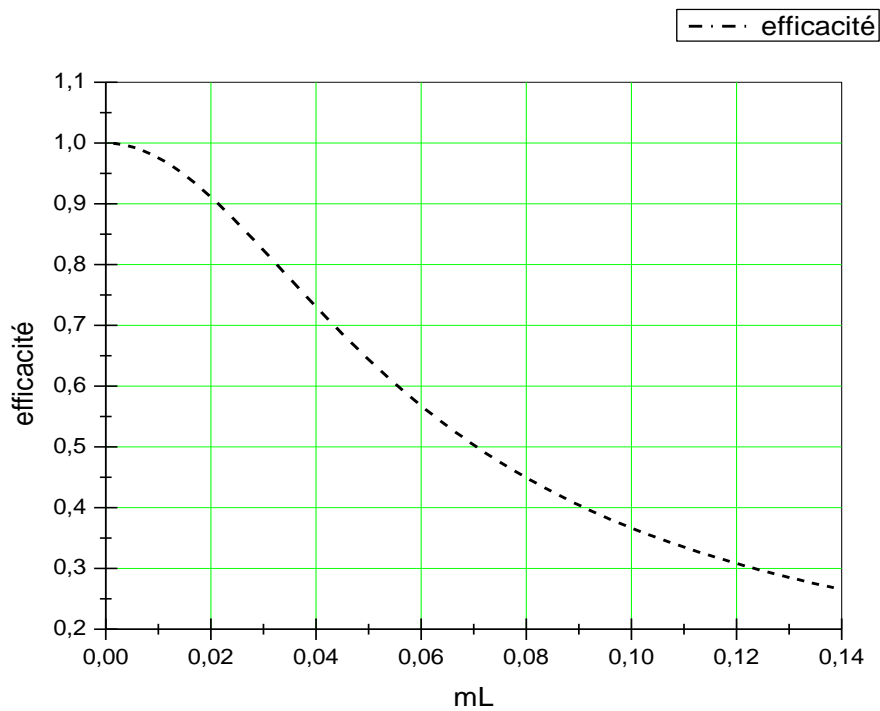


Figure IV.3.2 : efficacité d'une ailette rectangulaire de section constante avec transfert de chaleur à l'extrémité

IV.2.1.4 Comparaison des efficacités des ailettes longitudinales du profile rectangulaire pour les 3 cas :

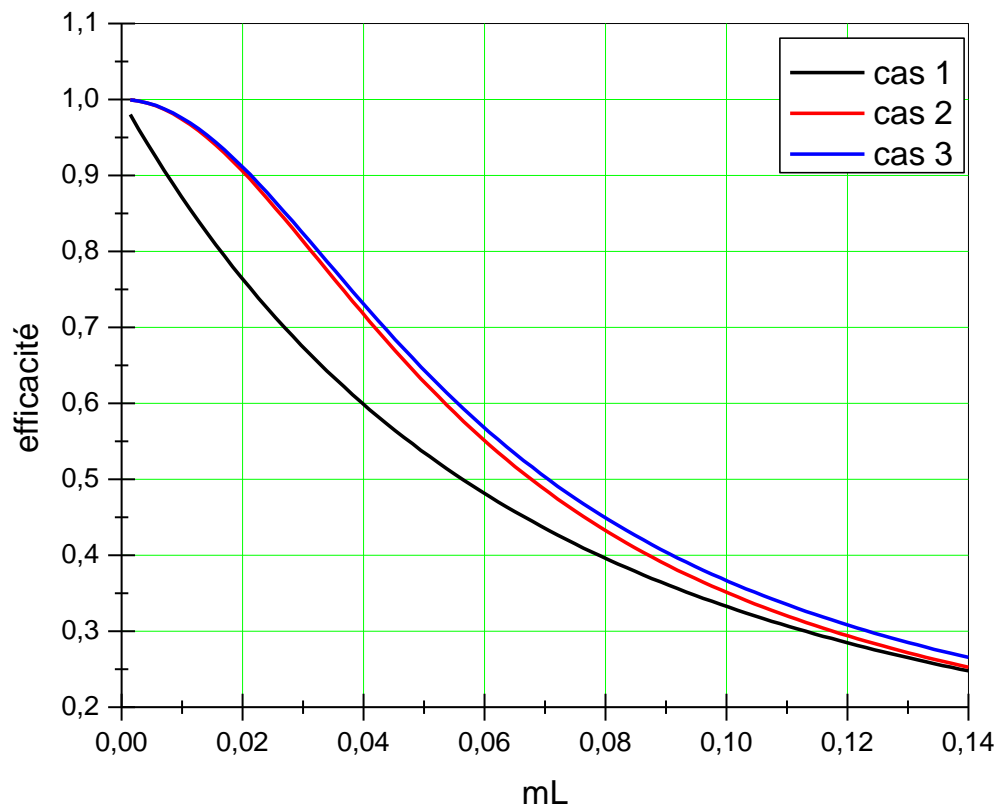


Figure IV.4 : Comparaison des efficacités des ailettes longitudinales du profile rectangulaire pour les 3 cas

IV.2.2 Ailette triangulaire

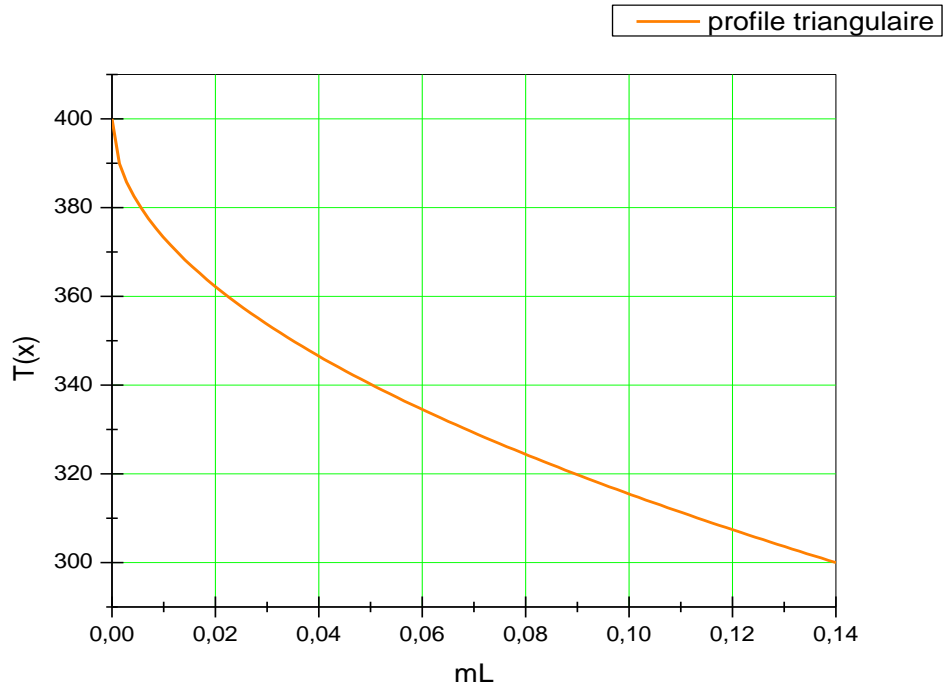


Figure IV.5.1 Profil de température d'une Ailette triangulaire

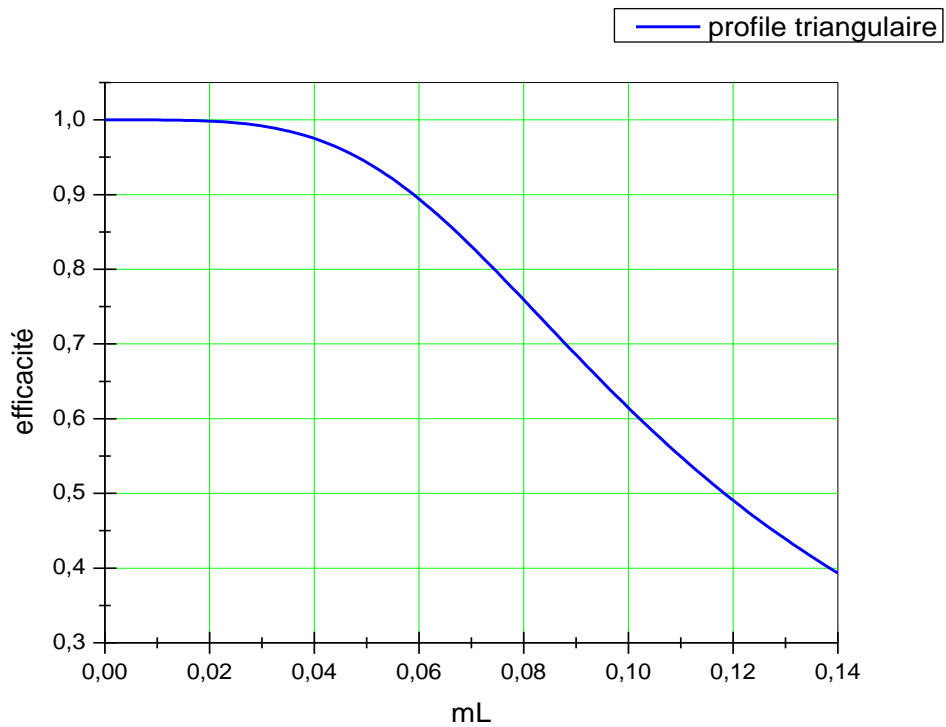


Figure IV.5.2 : efficacité d'une Ailette triangulaire

IV.2.3 Ailette concave

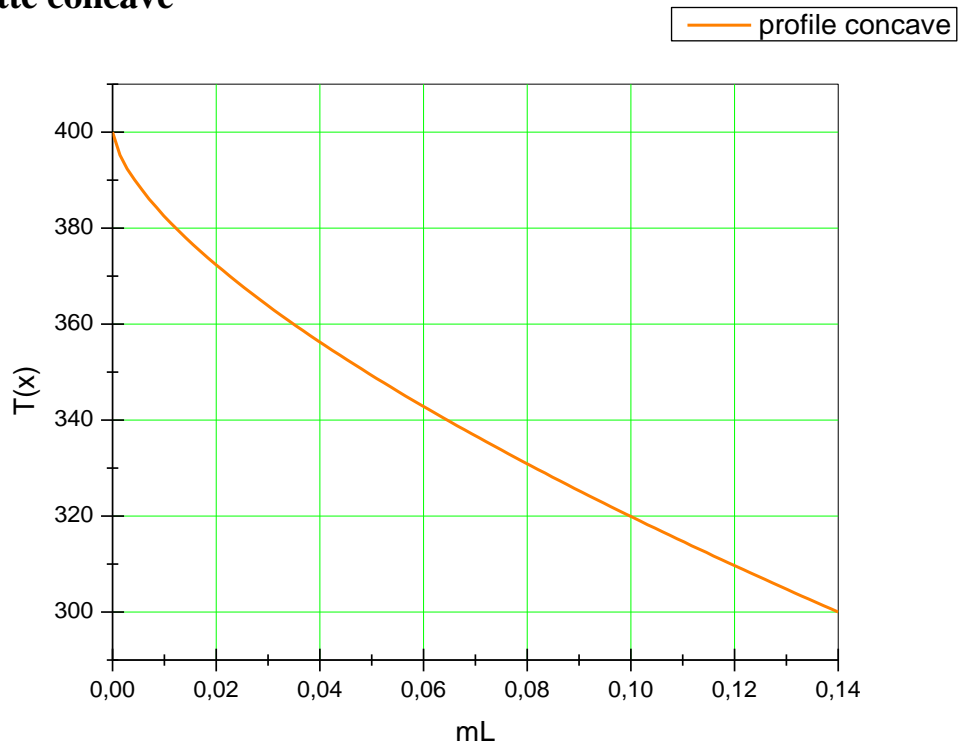


Figure IV.6.1 : Profile de température d'une ailette concave

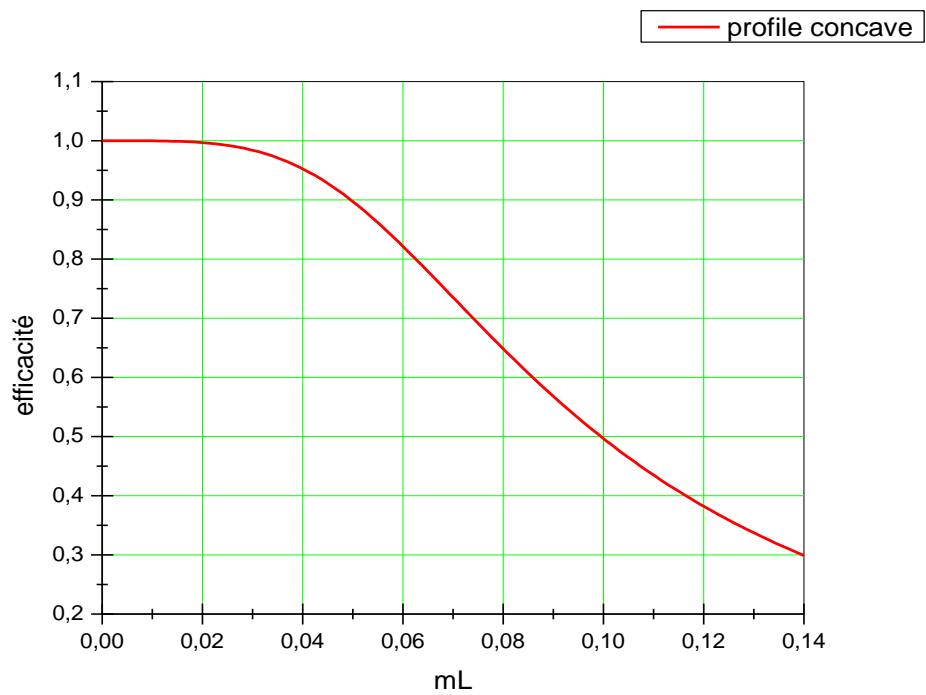


Figure IV.6.2 : efficacité d'une ailette concave

IV.2.4 Comparaison des efficacités des ailettes longitudinales

(rectangulaire, triangulaire, concave) :

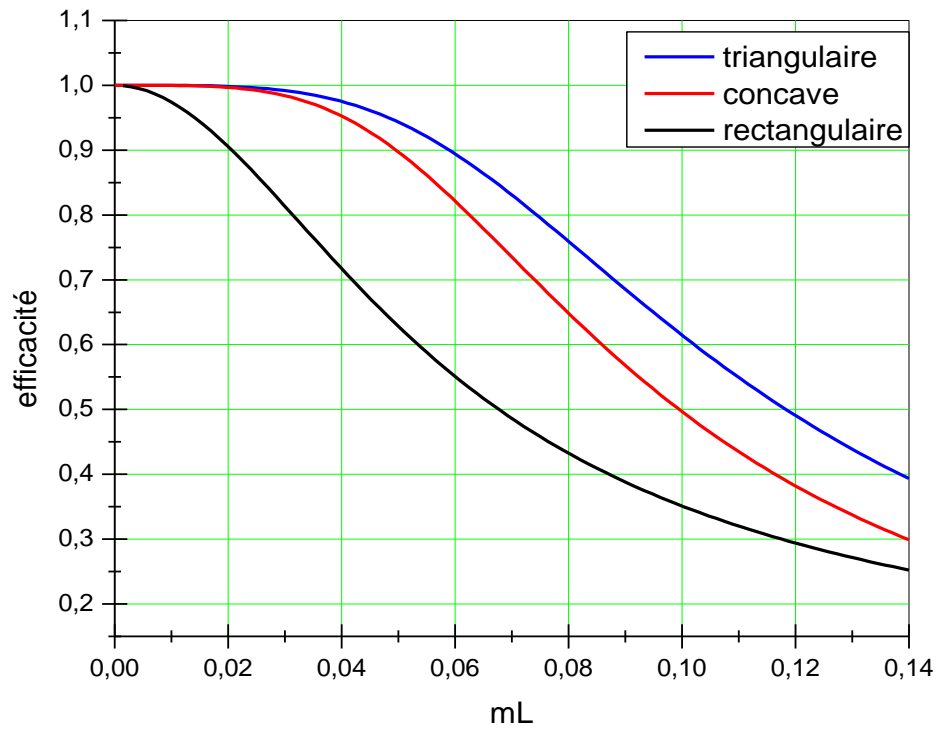


Figure IV.7 : Comparaison des efficacités des ailettes longitudinales (rectangulaire, triangulaire, concave)

IV.3 Efficacité d'ailette longitudinale de profile rectangulaire en fonction de (K) et (mL) :

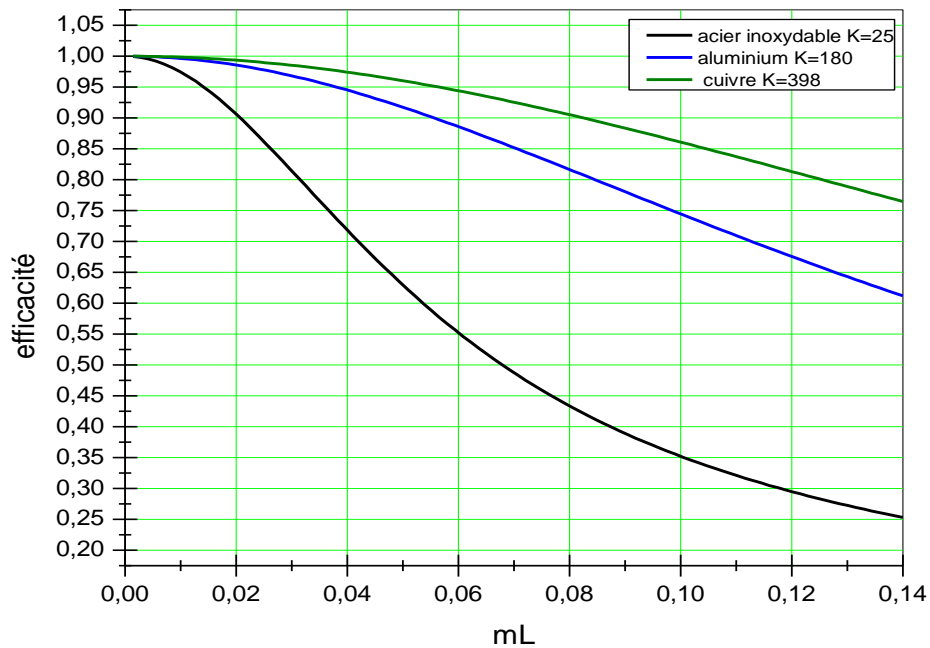


Figure IV.3 : Efficacité d'ailette longitudinale de profile rectangulaire en fonction de (K) et (mL)

IV.4 Efficacité d'ailette longitudinale de profile rectangulaire en fonction de (h) et (mL) :

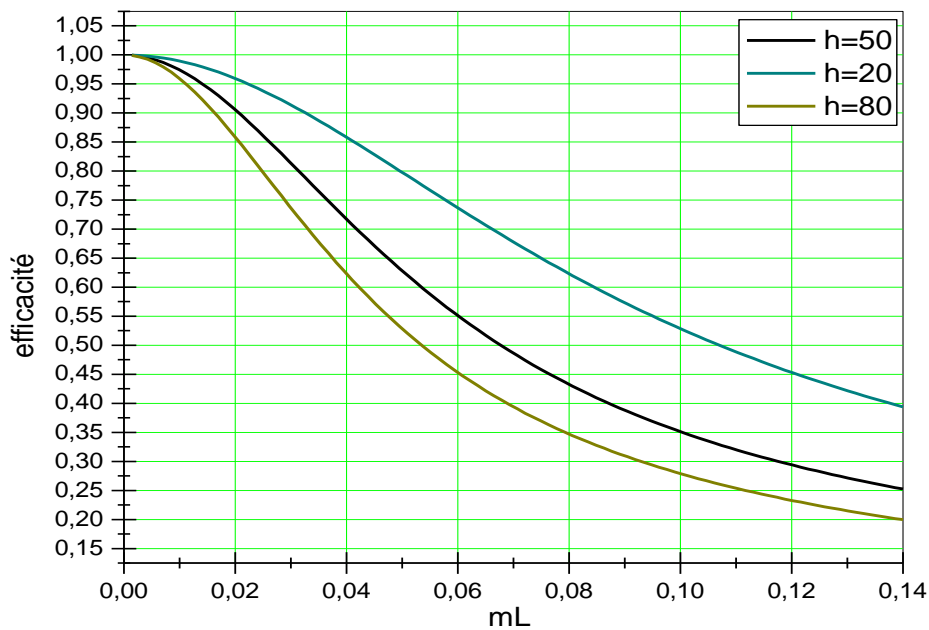


Figure IV.4 : Efficacité d'ailette longitudinale de profile rectangulaire en fonction de (h) et (mL)

IV.5 Efficacité d'ailette longitudinale de profile rectangulaire en fonction de (W) et (mL) :

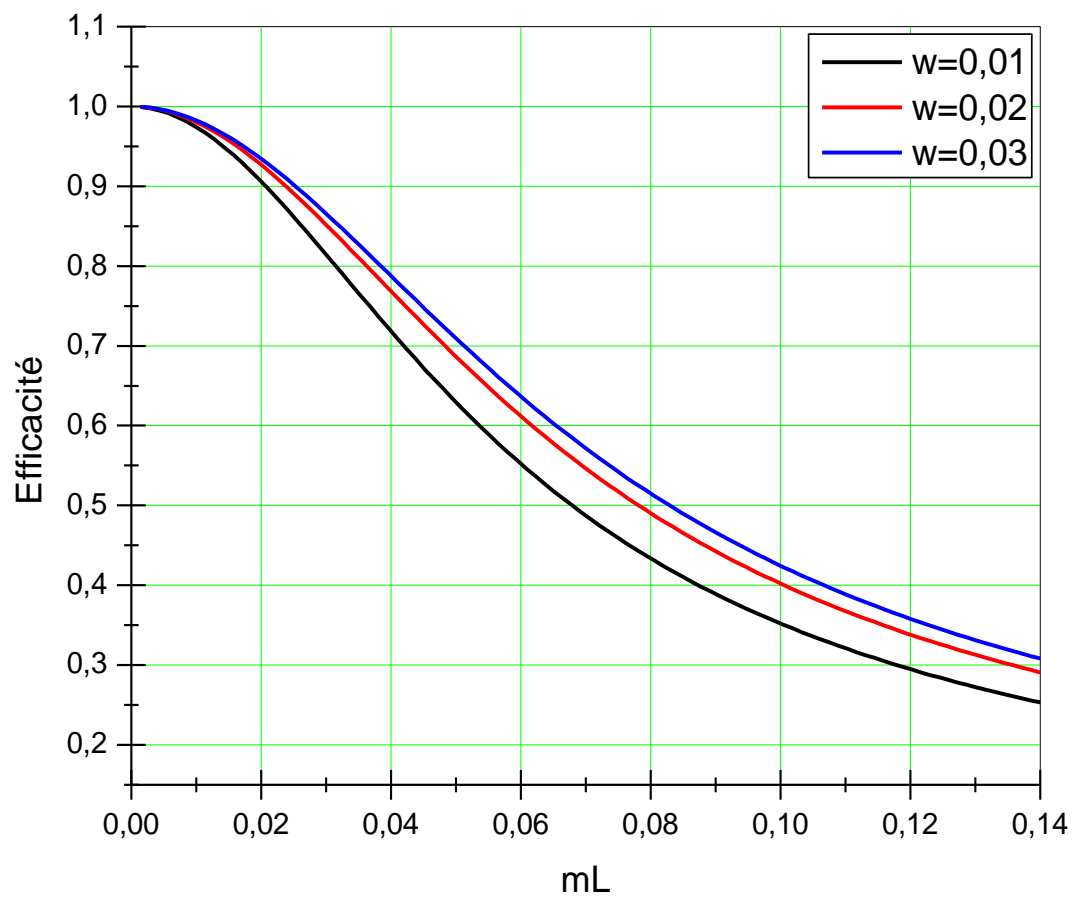


Figure IV.5 : Efficacité d'ailette longitudinale de profile rectangulaire en fonction de (W) et (mL)

IV.6 Efficacité d'ailette longitudinale de profile rectangulaire en fonction de (mL) pour L=0.1 :

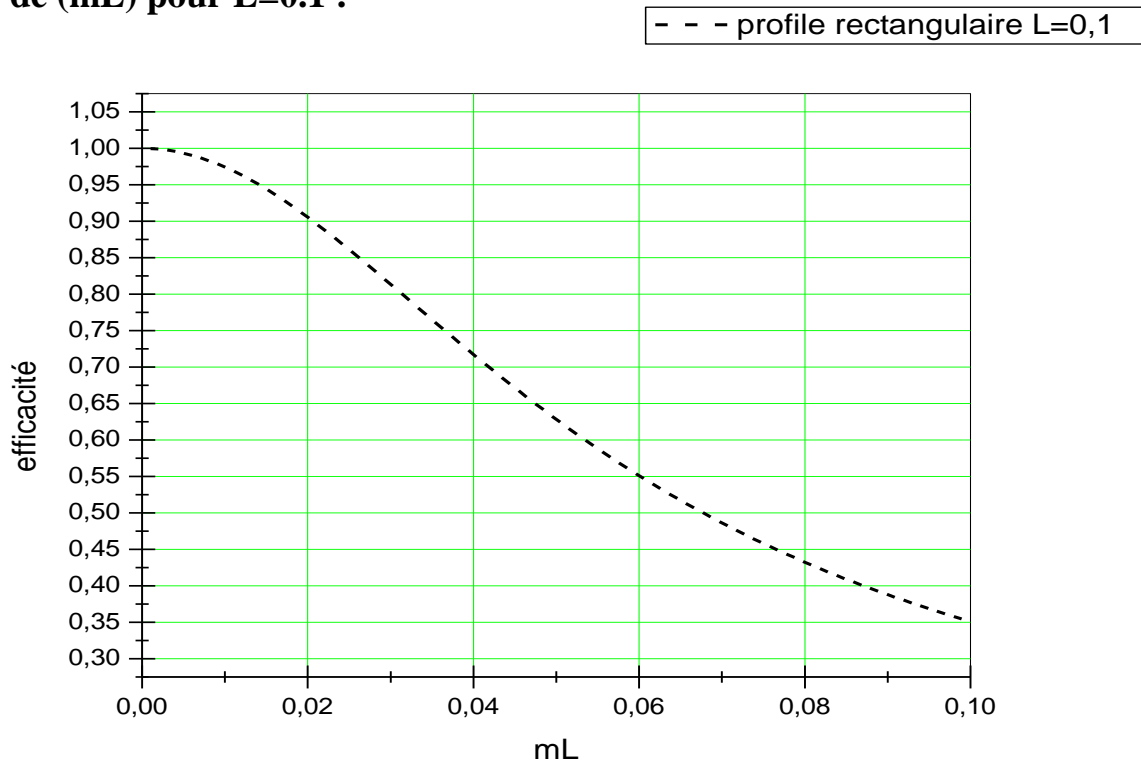


Figure IV.6.1: Efficacité d'ailette longitudinale de profile rectangulaire en fonction de (mL) pour L=0.1

Pour L=0.14 :

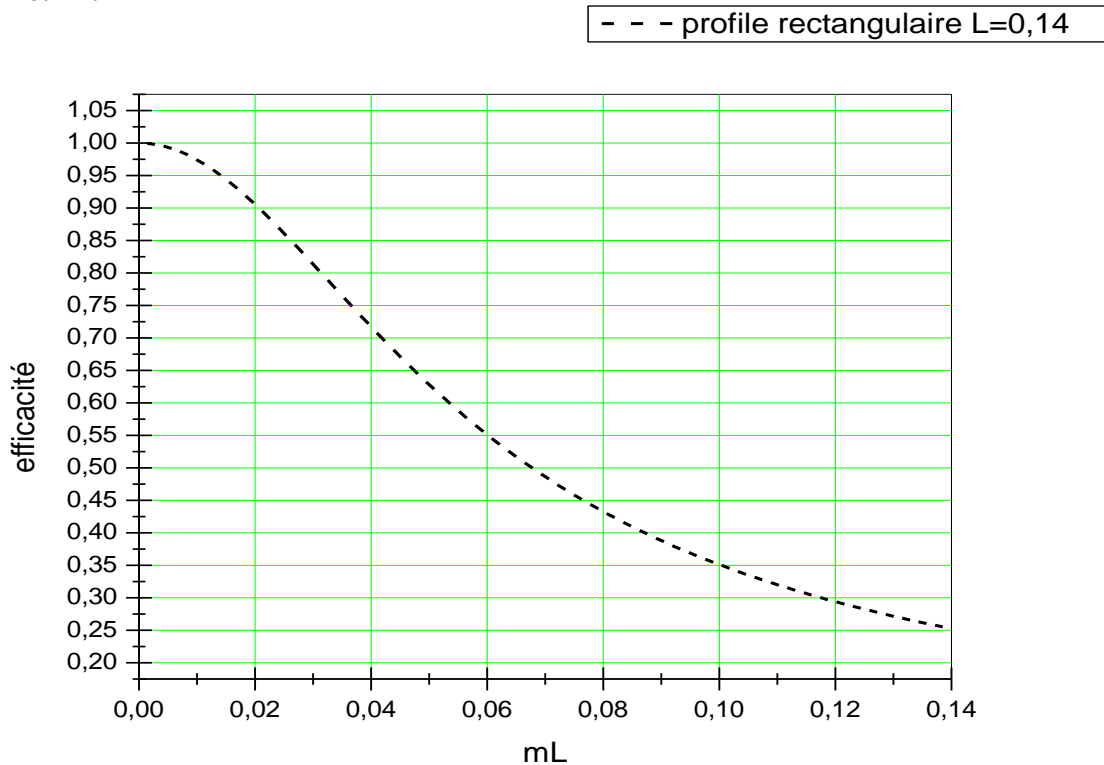


Figure IV.6.2 Efficacité d'ailette longitudinale de profile rectangulaire en fonction de (mL) pour L=0.14

Pour $L=0.2$:

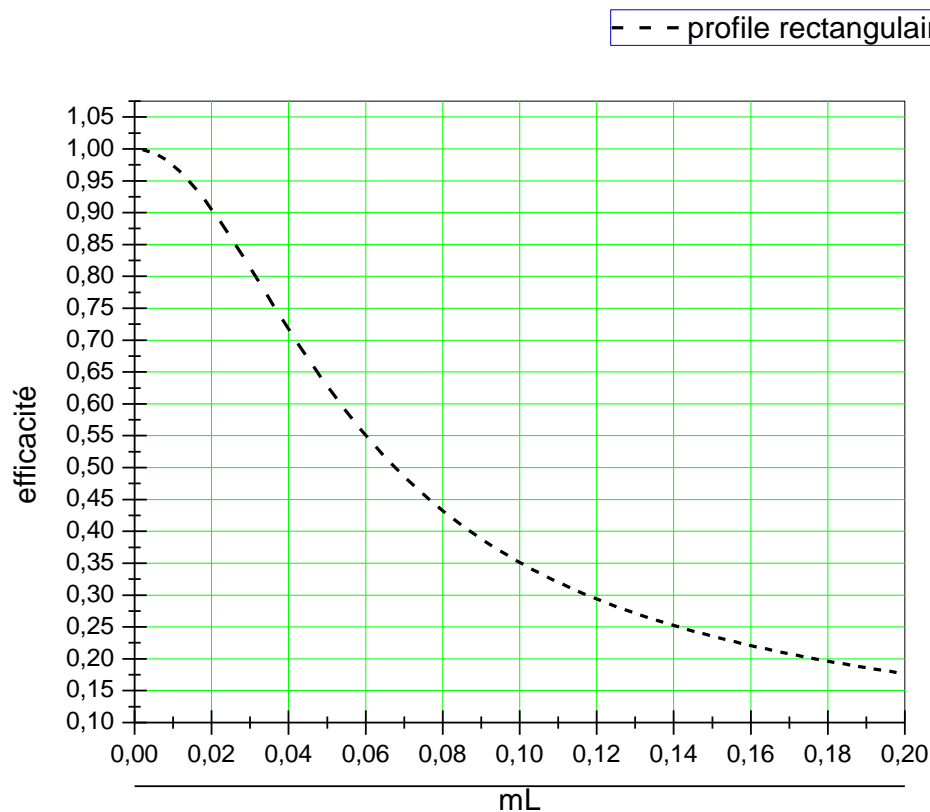


Figure IV.6.3: Efficacité d'ailette longitudinale de profile rectangulaire en fonction de (mL) pour $L=0.20$

IV.7 Résultats généraux

D'après les figures représentant l'évolution des température et efficacité, on constate que :

1. L'efficacité des ailettes diminue quand le coefficient d'anisothermie $m^2 = \frac{hP}{KW}$ augmente.
2. L'efficacité des ailettes diminue avec l'augmentation de longueur (L) et du coefficient d'échange de chaleur par convection (h), et augmente avec l'augmentation de la conductivité thermique (k) et de l'épaisseur (W).
3. Le coefficient d'anisothermie (m) augmente avec l'augmentation du coefficient d'échange de chaleur par convection (h) et diminue avec la conductivité thermique (k) et l'épaisseur d'ailettes (W).

4. Quand le coefficient d'échange de chaleur par convection (h) augmente, l'ailette se refroidit et le gradient de température augmente au sein de l'ailette, ce qui fait chuter l'efficacité des ailettes.

5. Si la conductivité thermique (k) augmente, le gradient de température diminue et l'efficacité augmente.

IV.7.1 Résultats particuliers

6. la Figure IV.4 représente la comparaison des efficacités entre trois cas de l'ailette longitudinale de profil rectangulaire, on remarque que le troisième cas (les conductions aux limites : à $x=0, \theta=\theta_0$; $x=L, \theta=\theta_L$) est plus performante que les autres cas, parce qu'il y'a un transfert de chaleur à l'extrémité de l'ailette ($x=L, \theta=\theta_L$) qui augmente cette performance.

7. la figure IV.7 montre la comparaison des efficacités des ailettes longitudinales de profils (rectangulaire, concave, triangulaire) et on constate que l'efficacité de l'ailette triangulaire est la meilleure que les autres ailettes.

8. la figure IV.3 montre que L'efficacité d'ailette est augmentée en choisissant un matériel avec la Conductivité thermique élevée. Par exemple, le Cuivre a des valeurs élevées (**$k=398 \text{ w/m.k}$**), mais il est lourd et cher. Les ailettes d'aluminium et acier inoxydable ont k inférieur (**aluminium =180w/m.k**) (**acier inoxydable =25w/m.k**).

9. La figure IV.4 montre bien l'influence de coefficient d'échange h sur l'efficacité, on remarque l'efficacité est plus élevé pour $h=20$, et ça confirme les résultats (1, 2, 3).

10. la figure IV.5 montre que L'efficacité des ailettes augmente avec l'augmentation de l'épaisseur (W).

11. Les figures (IV.6.1, IV.6.2, IV.6.3) montrent que l'efficacité diminue avec l'augmentation de longueur (L), car le gradient de température augmente le long de l'ailette.

Conclusion Générale

Dans notre travail, nous nous sommes intéressés à l'investigation thermique des ailettes réalisée sur différentes configurations géométrique et physique.

Nous avons d'abord élaboré le formalisme général issu des équations de bilan décrivant le transfert thermique dans une ailette de forme géométrique quelconque.

Une étude détaillée des régimes thermiques a donc été réalisée dans le cas d'une ailette de formes géométriques complexes, dans le but notamment d'étudier le transfert thermique et l'efficacité dans les ailettes. Nous avons discuté de l'influence des principales grandeurs agissant sur ces phénomènes.

Les résultats de la simulation numérique, nous ont permis de proférer plusieurs constatations sur les effets subis par la forme géométrique et les propriétés physiques de l'ailette sur l'efficacité des ailettes. Nous résumons dans ce qui suit les principaux résultats obtenus:

- ✚ Les ailettes jouent un rôle rentable dans le domaine de transfert de chaleur.

- ✚ L'efficacité des ailettes triangulaires est la meilleure parmi les autres ailettes

- ✚ Les paramètres géométriques et thermo physiques influent sur l'efficacité des ailettes, en effet, on a vu par les résultats des courbes :
 - Les valeurs élevées de la conductivité thermique et de l'épaisseur améliorent l'efficacité des ailettes.
 - La diminution des coefficients d'échanges de chaleur par convection et la longueur d'ailettes améliorent l'efficacité des ailettes.

Références bibliographiques

- [1] Harper D.R., Brown A. "Mathematical Equation for heat conduction in the fins of air cooling engines". NACA Report, n°.158, (1922).
- [2] Jacob M., "Heat transfer". J. Wiley and Sons, New York, (1950), p.219.
- [3] Gardner K.A., "Efficiency of extended surfaces". Trans.ASME67, (1945), pp. 621-631.
- [4] L. Buzzoni, R. D.Olio, M. Spiga, DIENCA, Efficiency of the unit cell in rectangular finned tube Arrangements, Applied Thermal Engineering 19 (1999) 1147-1156.
- [5] P. Saechan, S. Wongwises, Optimal configuration of cross flow plate finned tube condenser based on the second law of thermodynamics, International Journal of Thermal Sciences 47 (2008) 1473–1481.
- [6] G. Comini, S. Savino, Accuracy of one-dimensional design procedures for finned-tube heat exchangers, Applied Thermal Engineering 29 (2009) 2863–2869.
- [7] N. Chen , L. Xu , H. Feng, C.Yang, Performance investigation of a finned tube evaporator under the oblique frontal air velocity distribution", Applied Thermal Engineering 25 (2005) 113–125.
- [8] W.M.Song, J.A.Meng, Z.X.Li, Numerical study of air-side performance of a finned flat tube heat exchanger with crossed discrete double inclined ribs, Applied Thermal Engineering 30(2010)1797-1804.
- [9] Q.W. Wang , M. Lin, M. Zeng , Effect of lateral fin profiles on turbulent flow and heat transfer performance of internally finned tubes, Applied Thermal Engineering 29 (2009) 3006–3013.
- [10] Y. Ma, Y.Yuan, Y.Liu, X.Hu, Y.Huang, Experimental investigation of heat

transfer and pressure drop in serrated finned tube banks with staggered layouts , Applied Thermal Engineering (2012) 1-10 .

[11] 49S. R. Mcilwain , A comparison of heat transfer around a single serrated finned tube and a plain finned tube, ijrras 2 (2) . February 2010.

[12] C.P. Tso, Y.C. Cheng, A.C.K. Lai, An improved model for predicting performance of finned tube heat exchanger under frosting condition, with frost thickness variation along fin, Applied Thermal Engineering 26 (2006) 111–120.

[13] M. Lee, Y. Kim, Air-side heat transfer characteristics of flat plate finned-tube heat exchangers with large fin pitches under frosting conditions, International Journal of Heat and Mass Transfer 53 (2010) 2655–2661.

[14] J. Jeong, C. N. Kim, A study on the thermal contact conductance in fin tube heat exchangers with 7 mm tube, International Journal of Heat and Mass Transfer 49 (2006) 1547–1555.

[15] A. Al-Sarkhi , E. Abu-Nada, Characteristics of forced convection heat transfer in vertical internally finned tube, International Communications in Heat and Mass Transfer 32 (2005) 557–564.

[16] T. Perrotin, D. Clodic, Fin efficiency calculation in enhanced fin-and-tube heat exchangers in dry conditions, International Congress of Refrigeration 2003, Washington, D.C. ICR0026.

[17] Hofmann, F. Frasz, K. Ponweiser, Performance evaluation of solid and serrated finned-tube bundles with different fin geometries in forced convection, 5th European Thermal-Sciences Conference, The Netherlands, 2008.

[18] Y.W. Chiu, Y. Lin, J.Y. Jang, Numerical and Experimental Analysis of Elliptic Finned-Tube Heat Exchangers under Misted Conditions, Proceedings of Clima 2007 WellBeing Indoors.

[19] H. Lee, J. M. Jung, J. H. Ha, Y. I. Cho, Improvement of heat transfer with perforated circular holes in finned tubes of air-cooled heat exchanger, International Communications in Heat and Mass Transfer , ICHMT-02495 (2011) , No of Pages 6.

- [20] K.S. Syed, Z. Iqbal, M. Ishaq," Optimal configuration of finned annulus in a double pipe with fully developed laminar flow, Applied Thermal Engineering 31 (2011) 1435 -1446.
- [21] P. Latif et M. Jiji, Heat Conduction, New **York**
- [22] Yves Jannot., Ecole des Mines Nancy., 2ème année., transfert thermique., page 10.
- [23] Holman J.P. , "heat transfert.A partical approach".2nd edition,(1997),p47-59.
- [24] Rigot G,"transmission et échangeurs de chaleur ".les éditions parisiennes(1991), p.367
- [25] Webb R.L., and Bergels A. E. , and junkhan G., "Bibliography of U.S parent littérature on heat transfer augmentation techniques".Engineering research institute,HTL-HTL-25,Iowa state university,(1980)
- [26] Rigot G., "Echangeurs :L'evolution technologique des échangeurs ailettes".Revue pratique du froid et conditionnement d'air,vol.770,(mars1993),pp.30-34.
- [27] Mohammed Mehemmai., Analyse des caractéristiques de l'écoulement et des transferts thermiques des échangeurs de chaleur a tubes a ailettes, Mémoire de magister, université de Batna.

ANNEXE

Fonction de Bessel

En mathématiques, et plus précisément en analyse, les fonctions de Bessel, découvertes par le mathématicien suisse Daniel Bernoulli, portent le nom du mathématicien allemand Friedrich Bessel. Bessel développa l'analyse de ces fonctions en 1817 dans le cadre de ses études du mouvement des planètes induit par l'interaction gravitationnelle, généralisant les découvertes antérieures de Bernoulli. Ces fonctions sont des solutions canoniques $y(x)$ de l'équation différentielle de Bessel.

Equation différentielle de Bessel

$$x^2 \frac{d^2 y}{dx^2} + x \frac{dy}{dx} + (x^2 - n^2)y = 0$$

Solution général

$$y(x) = C_1 J_n(x) + C_2 J_{-n}(x) \quad (\mathbf{n \text{ n'est pas un entier}})$$

$$y(x) = C_1 J_n(x) + C_2 Y_n(x) \quad (\mathbf{n \text{ est un entier}})$$

Ou

Fonction de Bessel de 1^{er} type

$$J_n(x) = \sum_{m=0}^{\infty} (-1)^m \frac{x^{(2m+n)}}{2^{(2m-n)} m! \Gamma(m+n+1)}$$

$$J_{-n}(x) = \sum_{m=0}^{\infty} (-1)^m \frac{x^{(2m-n)}}{2^{(2m-n)} m! \Gamma(m-n+1)}$$

Fonction de Bessel de 2^{em} type

$$Y_n(x) = \frac{J_n(x) \cos(n\pi) - J_{-n}(x)}{\sin(n\pi)}$$

Equation différentielle de Bessel modifiée d'ordre n

$$x^2 \frac{d^2 y}{dx^2} + x \frac{dy}{dx} - (x^2 + n^2)y = 0$$

Equation général de Bessel

$$y(x) = C_1 J_n(x) + C_2 J_{-n}(x) \quad (\mathbf{n \text{ n'est pas un entier}})$$

$$y(x) = C_1 J_n(ix) + C_2 Y_n(ix) \quad (\mathbf{n \text{ est un entier}})$$

$$I_n(x) = (i)^{-n} J_n(ix) = \sum_{m=0}^{\infty} \frac{x^{(2m+n)}}{2^{(2m+n)} m! \Gamma(m+n+1)}$$

$$I_{-n}(x) = i^n J_{-n}(ix) = \sum_{m=0}^{\infty} \frac{x^{(2m+n)}}{2^{(2m+n)} m! \Gamma(m+n+1)}$$

$$y(x) = C_1 I_n(x) + C_2 I_{-n}(x) \quad (\mathbf{n \text{ n'est pas un entier}})$$

$$y(x) = C_1 I_n(x) + C_2 K_n(x) \quad (\mathbf{n \text{ est un entier}})$$

$$K_n(x) = \frac{\pi/2}{\sin(n\pi)} [I_{-n}(x) - I_n(x)] \quad K_n(x) = \frac{2}{\cos(n\pi)} \left[\frac{\partial I_{-n}(x)}{\partial n} - \frac{\partial I_n(x)}{\partial n} \right]$$

Equation différentielle général de Bessel

$$\frac{d}{dx} \left(x^p \frac{dy}{dx} \right) + (ax^j + bx^k) y = 0 \quad j > k$$

$$p = ?, a = ?, b = ?, j = ?, k = ?$$

$$\alpha = \frac{2}{2-p+j} \quad \beta = \frac{1-p}{2-p+j} \quad k = p-2 \quad \omega = \alpha \sqrt{a} \quad n = \frac{\sqrt{(1-p)^2 - 4b}}{2-p+j}$$

$$y = x^{\beta/\alpha} [C_1 j_n(\omega x^{1/\alpha}) + C_2 j_{-n}(\omega x^{1/\alpha})] \quad (\mathbf{n \text{ n'est pas un entier}})$$

$$y = x^{\beta/\alpha} [C_1 j_n(\omega x^{1/\alpha}) + C_2 Y_n(\omega x^{1/\alpha})] \quad (\mathbf{n \text{ est un entier}})$$

