



**امعة ألبوبرة** نحلي محند اولحاج

Faculté des Sciences et des Sciences Appliquées Département de Génie Mécanique

## **PROJET DE FIN D'ETUDE**

Présenté pour l'obtention du Diplôme de Master **Filière** : Génie mécanique **Spécialité :** Énergétique

# Thème

Étude d'un écoulement thermosolutal sur une plaque inclinée en convection libre dans un milieu poreux rempli d'un nanofluide.

Réalisé par :

### FECHETAH Kahina AGGAD Zine eddine

Devant le jury composé de :

Pr. AGHBARI Anis Mr. AHMANACH Mr. MOUSSAOUI

Université de Bouira	
Université de Bouira	
Université de Bouira	

Promoteur Présidant Examinateur

Promo 2023/2024

الجمه ورية الجسز إنرية الديمقر إطية الشعبية République Algérienne Démocratique et Populaire Ministère de l'Enseignement Supérieur ونرامرة التعليم العالي والبحث العلمي et de la Recherche Scientifique ماسيسي امعة أكلي محند أوكحاج - البويرة -Université Akli Mohand Oulhadj - Bouira -X•⊙V•EX •KIE E:⊀∃1Λ =II⊀•X - X3•V⊙•E -Faculté des Sciences et des Sciences Appliquées كلية العليوم والعليوم التع Génie mécanique Spécialité : Energe Trque Autorisation de déposer un mémoire de Master pour soutenance Je soussigné, l'enseignant (e) : Aghbari Anis L'encadreur du mémoire de fin d'études des étudiants : 1- ...Fechetah Kaling 2- Aggad Zine eddine Ayant le mémoire de fin d'études de Master intitulé : Étude d'un écoulement thermosolutal sur une plaque inclinée en convection libre dans un milien potenx templi d'un nanofluide Promotion : 20,23/20.,24. Et après voir et consulté le mémoire dans sa forme finale j'autorise les étudiants à l'imprimer et la déposer pour la soutenance. Bouira le : 2 3/06/2020 Signature du L'encadreur Signature du chef de département

الجمهورية الجزائرية الحيمقراطية الشعبية Republique Algerienne Democratique et Populaire

Ministère de l'Enseignement Superieur et de la Recherche Scientifique Université Akli Mohand Oulhadj - Bouira Tasdawit Akli Muhend Ulhaĝ - Tublrett



وزارة التغليم الغالك و البحث الغلمك جامعة أكلك مضد أولحاج - البويرة

نموذج التصريح الشرفي الخاص بالالتزام بقواعد النزاهة العلمية لإنتجاز بحث.

انا الممضى اسفله، السيد(ة)..... فيتراح كا هذه الصفة: طالب، استاذ، باحث .... طالبه الحامل (ة) لبطاقة التعريف الوطنية: ........ 4. 68 41.68 41. م. ....... والصادرة بتاريخ ... 4. م. المال المسجل(ة) بكلية / معهد بالموه. والعلوم التطبيقية، قسم المعند سنة العبل أسكنته. والمكلف(ة) بإنجاز اعمال بحث(مذكرة، التخرج، مذكرة ماستر، مذكرة ماجستير، اطروحة دكتوراه). "Etide d'un écontement thecomosolatoit sur une plaque inclinéetiere ......en convection libre dans un milieu pareux compli d'un panofluid تحت إشراف الأستاذ (قار: ...... بايمباري....... أدبيس)..... أصرح بشرفي اني ألتزم بمراعاة المعايير العلمية والمنهجية الاخلاقيات المهنية والنزاهة الاكاديمية المطل في انجاز البحث المذكور أعلاه.

التاريخ 4/12 م / 202

nina توقيع المعني(ة) رأي هيئة مراقبة السرقة العلمية: % 30 النسبة الامضاء

حورية الجزائرية الحديمقراحليه الشعبية Republique Algérienne Democratique et Populaire

Ministère de l'Enseignement Supérieur

et de la Recherche Scientifique Inversite Ash Muhand Outhadj - Bouira

idawit Aklı Muhend Ulhağ - Tubirett

A

ورارة التعليم الغالب والبحث العلمي حامعة أكلك مضد أولماح - التويرة

نموذج التصريح الشرفي الخاص بالالتزام بقواعد النزاهة العلمية لإنجاز بحث.

انا الممضى اسفله، السيد (م) بحقاد فين الدين الصفة: طالب، استاذ، باحث ..... ولللم المسجل (ق) بكلية / معبد علوم و العلوم التطبيقية. قسم الهمندسية، المبلغة والمكلف (م) بإنجاز اعمال بحث (مذكرة، التخرج، مذكرة ماستر، مذكرة ماجستير، اطروحة دكتوراه). Etude d'un écontement thermosolutait sur une plaque inclinée ilijoie ...en convection libre dans un milien pareux compli d'un nanofluid تحت إشراف الأستاذ (قر): ...... الأساري...... أنبس. أصرح بشرفي اني ألتزم بمراعاة المعايير العلمية والمنهجية الاخلاقيات المهنية والنزاهة الاكاديمية المطلوبة في انجاز البحث المذكور أعلاه.

التاريخ 2024 / 07/17 توقيع المعني(ة) رأي هيئة مراقبة السرقة العلمية: % 30 النسبة: الأمضاء:

Remercîment

Nous tenons tout d'abord à remercier le bon **DIEU** qui nous a donné la santé et le courage d'accomplir ce modeste travail Nos remerciements sont adressés également à nos chers parents, pour leur amour, leurs sacrifices et leur patience.

Je remercié aussi mon encadreur, Mr Anis AGHBARI pour tous ses précieux conseils, pour son écoute active, sa disponibilité. En effet, Commencer un TER et finir la totalité du mémoire en si peu de temps,

n'a pas était une tâche facile,

Et je n'aurais pas tant réussi si je n'avais pas reçu ses conseils, ainsi que sa force de persuasion.

À tous nos enseignants et les membres du département Mécanique de l'université AKLI Mohand Olhaj de Bouira.

Pour leur contribution, je remercie également toutes les personnes qui se sont rendues disponibles pour me faire part de leur témoignage.

Grâce à eux, j'ai pu avoir une base de travail solide sur laquelle j'ai pu'm'appuyer pour réaliser ma démarche de recherche et d'analyse.

Dédicace

### Je dédie ce mémoire

À mes parents.

Pour leur soutien indéfectible, leur amour inconditionnel et leurs sacrifices inestimables qui m'ont permis d'atteindre ce point dans ma vie académique.

« Que Dieu me les gardes ».

À mon très cher frère pour son aide et sa présence.

À mes amis.

Pour leur soutien moral et leur motivation.

A mon binôme **Kahina** pour son attachement et surtout pour Sa Patience.

un

Zine eddine.

Dédicace

### Je dédie ce mémoire

À mon cher père qui me quitté (2022) repose en paix, j'ai rempli votre dernier mot.

À la meilleur Mammon de monde qui m'ont montré la voie en m'aidant tout au long de mes années d'études, que dieu protégé.

À mes frères les bras droit.

À mes sœurs qui restent dans la pace de la mère et aussi les femmes de mes frères.

Àmes neveux « Slimane, Sara, Mohand, Meryem, Imane, Abdnahman, Bilal, Ayoub, Manar, Abd-eslam, bidou-Moussa »

À mes chères amies.

À tous ceux qui me sont chers. À Tous ceux qui ont contribué de près ou de loin. À la réalisation de ce travail. À ce qui j'aime et qui m'aime. À mon binôme **Zino** pour son attachements et surtout pour Sa

Patience.

un

À tous mes collègues étudiants en génie mécanique(M2).

Kahina.

ملخص:

يتكون العمل من دراسة تأثير عدة تأثيرات، مع الأخذ في الاعتبار الحركة البراونية والرحلان الحراري للسائل النانوي وتأثير الانتشار المزدوج، على تدفق الحمل الحراري الطبيعي في منطقة الطبقة الحدية المجاورة لصفيحة مائلة شبه متناهية مدمجة في وسط مسامي مشبع بسائل نانوي.

تخضع معادلات حفظ الكتلة وكمية الحركة والطاقة وتركيز الجسيمات النانوية ظاهرة الحمل الحراري-الذائب الحراري. يتم الحصول على نظام المعادلات التفاضلية العادية للطبقة الحدية عن طريق تحويلات التشابه المناسبة. ويهيمن على التدفق الحراري معاملات تحكم مختلفة، وهي رقم لويس (Le)، ورقم لويس للجسيمات النانوية (Ln)، ومعامل فور شهايمر (Fo)، ومعامل الميل (Z)، ومعامل الحركة البراونية (Nb)، ومعامل الرحلان الحراري (Nt)، ومعدل طفو السائل النانوي (Nr)، ومعدل طفو السائل النانوي المنتظم (Nc)، ومصطلح الحمل الحراري (H). تُظهر النتائج تأثير تأثير معلمات التحكم المختلفة على معدل انتقال الحرارة والكتلة، وتأثير تأثير هذه المعلمات على التدفق الحراري، خاصةً على ملامح السرعة، وتوزيع درجة الحرارة والتركيز، والجزء الحجمي.

تم حل المشكلة المدروسة عدديًا باستخدام طريقة الفرق المحدود. أهم نتيجة هي أن وجود الجسيمات النانوية يلعب دورًا مهمًا في تحسين تدفقات انتقال الحرارة والكتلة.

الكلمات المفتاحية: الحمل الحراري، الطبقة الحدودية، الوسط المسامي، السائل النانوي، اللوحة المائلة.

#### Résumé

Le travail consistera à étudier l'influence de plusieurs effets en tenant compte du mouvement Brownien et la thermophorèse du nanofluide et effet de double diffusion, sur un écoulement convectif naturel dans la zone de la couche limite adjacente à une plaque inclinée semi-infinie encastrée dans un milieu poreux, saturé d'un nanofluide.

Le phénomène de la convection thermo-solutale est régi par les équations de la conservation de masse, de la quantité de mouvement, de l'énergie et de la concentration des nanoparticules. Le système d'équations différentielles ordinaire de la couche limite est obtenu par des transformations de similarité appropriées. L'écoulement convectif est dominé par différents paramètres de contrôle, à savoir le nombre de Lewis (Le), le nombre de Lewis des nanoparticules Ln, le paramètre de Forchheimer (Fo), l'angle d'inclinaison (Z), le paramètre de mouvement Brownien (Nb), le paramètre de la thermophorèse (Nt), le taux de flottabilité de nanofluide (Nr), et le taux de flottabilité de nanofluide régulier (Nc) et le terme convectif (H). Les résultats obtenus ont permis de mettre en évidence d'une part l'influence de l'effet de différents paramètres de contrôle sur le taux de transfert de chaleur et de masse, d'autre part l'influence de l'effet de ces paramètres, sur l'écoulement convectif notamment sur les profils de vitesse, la distribution de température et de la concentration ainsi que la fraction volumique.

Le problème envisagé est résolu par voie numérique, à l'aide d'une méthode de différence finie. Le résultat le plus important ; la présence des nanoparticules joue un rôle important dans l'amélioration de flux de transfert de chaleur et de masse.

#### Mots clés : Convection, Couche limite, Milieu poreux, Nanofluide, Plaque Inclinée.

#### Abstract

The work will consist of studying the influence of several effects, taking into account the Brownian movement and the thermophoresis of the nanofluid and double diffusion effect, on a natural convective flow in the area of the boundary layer adjacent to a semi-infinite inclined plate embedded in a porous medium, saturated with a nanofluid.

The phenomenon of thermo-solutal convection is governed by the equations of mass conservation, quantity of motion, energy and concentration of nanoparticles. The ordinary system of differential equations of the boundary layer is obtained by appropriate similarity transformations. Convective flow is governed by different control parameters, namely the Lewis (Le) number, the Lewis number of (Ln) nanoparticles, the Forchheimer (Fo) parameter, the (Z) angle of inclination, the Brownien motion parameter (Nb), the (Nt) thermophoresis parameter and the (Nr) nanofluid floatability rate. The results obtained have demonstrated, on the one hand, the influence of different control parameters on the heat and mass transfer rate, and on the other, the effect of the parameters in question on convective flow, in particular on speed profiles.

The problem is solved digitally, using a finite difference method, using Matlab code. In addition, the presence of nanoparticles plays an important role in improving heat and mass transfer flows.

Keywords: Convection, Border layer, Porous medium, Nanofluid, inclined plate.

## TABLE DES MATIÈRES

ملخص
Résuméii
Abstractiii
TABLE DES MATIÈRESv
Liste des figuresviii
Liste des tableauxix
Nomenclaturex
Introduction Générale1
Chapitre I : Milieu poreux
I. Introduction
II. Milieu poreux
II.1. Définition d'un Milieu poreux
II.2. Propriétés des milieux
a. Porosité6
b. Perméabilité7
c. Tortuosité9
II.3. Classification des milieux poreux
a) Consolidée9
b) Non consolidée :
II.4. Étudier la modélisation des écoulements des fluides à travers les milieux poreux 10
a) Modèle de Darcy10
b) Modèle de brinkman
c) Modèle de Forchheimer
II.5. Comprendre les mécanismes de transfert thermique et massique dans ces milieux . 11
1) Conduction thermique
2) Convection
3) Rayonnement
4) Mécanismes de transfert de chaleur dans les milieux poreux
5) Mécanismes de transfert de masse
III. Conclusion

Chapitre II :Nanofluide	18
I. Introduction	18
II. Définition d'un nanofluide	19
III. Leurs fabrications	20
1) Méthode en deux étapes	20
2) Méthode en une seule étape	20
IV. Propriétés essentielles liées à leurs utilisations ainsi que leurs applications dans divers domaines d'industrie	21
1) Application des nanofluides dans l'industrie	21
a) Refroidissement des systèmes thermiques	21
b) Refroidissement des systèmes électroniques	21
c) Refroidissement des systèmes nucléaires	21
d) Biomédecine	21
e) D'autres applications	22
2) Propriétés thermo-physiques des nanofluides	22
a) Fraction volumique ( $\varphi$ )	22
b) Conductivité thermique (K)	22
c) Viscosité dynamique(µ)	23
d) Masse volumique (ρ)	23
e) Chaleur spécifique	24
f) Modelé Buongiorno	24
g) Coefficient de dilatation thermique	26
V. Modèle mathématique pour un nanofluide	26
1) Équation de conservation de la masse	26
2) Équation de conservation de la quantité de mouvement (ou équation de Navier-	
Stokes)	27
3) Equation de conservation de l'énergie (ou équation de la chaleur)	27
4) Couches limites	27
a) Couche limite dynamique	28
c) Couche limite thermique	28
d) Couche limite massique	29
VI. Kevue bibliographique	30
VII. Conclusion	39
Chapitre III : Problematique et modélisation mathématique	46
I. Introduction	41

II. P	roblème physique et analyse mathématique	41
II.1	. Equations mathématiques	
1	) Equations dimensionnelle	
2	) Conditions aux limites dimensionnelles	44
3	) Condition limite	45
II.2	. Méthode numérique	46
II.3	. Validation du programme	47
II.4	. Résultats et discutions	47
1	) Profils de vitesse adimensionnelle	
2	) Profils de température adimensionnelle	50
3	) Profile de concentration adimensionnelle	54
4)	Profile de la fraction adimensionnelle	56
5)	Taux de transfert de chaleur et de masse :	59
III.	Conclusion	61
Conclus	sion générale	62
Référen	ce bibliographiques	69

## Liste des figures

Figure (I. 1): représentation d'un milieu poreux [1].	6
Figure (I. 2):Les deux types de porosité [1]	7
Figure (I. 3): Exemple de géométrie Kozeny-Carman [3]	
Figure (I. 4): Un milieu consolide [3].	9
Figure (I. 5) : Un milieu non consolide [3].	
Figure (II. 1) : nanoparticules d'Argent [8].	
Figure (II. 2) : Couche limite dynamique sur une plaque plane [16].	
Figure (II. 3) : Couche limite thermique sur une plaque isothermique [16]	
Figure (II. 4) : Couche limite massique sur une plaque horizontale [16]	
Figure (II.5): Matériau poreux rectangulaire incliné [17]	
Figure (II.6): Configuration géométrique du système [19].	
<b>Figure (II.7):</b> Evolution spatiale de T, S et P à l'intérieur du milieu poreux pou écartements du canal à t=50h [19]	r différents 31
Figure (II.8):Représentation schématique du modèle et du système de coordonnées	s [20] 32
Figure (II.9): Effet des pertes de charges gravitaires sur la température de la cu fluide à l'entrée de la mèche [23]	llasse et du
Figure (II.10): Schéma du modèle physique et du système de coordonnées [25]	
Figure (II.11) : Convection naturelle dans une enceinte inclinée [26]	
Figure (II.12): Modèle d'écoulement et système de coordonnées [27]	
Figure (II.13): Modèle physique et système de coordonnées [29].	
Figure (II.14): Modèle physique et système de coordonnées [30]	
Figure (II.15): Modèle physique et système de coordonnées [31]	
Figure (III.1) : Modèle physique et système de coordonnées	
Figure (III.2) : Effets de l'angle d'inclinaison Z et de convectif H sur le profil	de vitesse
adimensionnelle	

Figure (III.3): Effets de paramètre convectif H et de paramètre du mouvement Brownien Nb
et le paramètre de thérmophorèse Nt sur le profil de vitesse adimensionnelle49
Figure (III.4) : Effets de paramètre l'angle d'inclinaison Z et de paramètre du Lewis sur le
profil de vitesse adimensionnelle
Figure (III.5) : Effet de thérmophorése Nt et de non-Darcy Fo sur le profil de température
adimensionnelle
Figure (III.6) : Effet de convectif H et de non-Darcy Fo sur le profil de la température
adimensionnelle
Figure (III.7): Effet de de convectif H de paramétré Brownien Nb et de thesmophores Nt sur
le profil de température adimensionnelle53
Figure (III.8): Effet de Lewis Le et de convectif H sur le profil de concentration
adimensionnelle
Figure(III.9): Effet de Taux de flottabilité régulière et de Lewis sur le profil de
concentration adimensionnelle
Figure(III.11): Effet de paramètre conviction H et de diffusion brownienne Nb et de
thermophorèse Nt sur le profil de fraction adimensionnelle
Figure(III.12) : Effet de non-Darcy et de Lewis sur le profil de fraction adimensionnelle 58
Figure (III.13): Effet de l'angle d'inclinaison Z et de Lewis sur le profil de fraction
adimensionnelle

## Liste des tableaux

<b>Tableau (I.1):</b> valeur moyennes de porosité de quelques matériaux. [2]
Tableau (I.2) : les valeurs moyennes de perméabilité de quelques matériaux. O. Reynolds et
Dullien [4]
<b>Tableau</b> ( <b>III.1</b> ) : Comparaison de l'erreur relative maximale ε
<b>Tableau (III.2) :</b> Valeurs de $NuxRax1/2$ , $ShxRax1/2$ et $Sh'xRax1/2$ pour des valeurs 60
<b>Tableau</b> ( <b>III.3</b> ) : Valeurs de $NuxRax1/2$ , $ShxRax1/2$ et $Sh'xRax1/2$ pour des valeurs 61

## Nomenclature

Symbole	Signification	Unité (SI)
t	le temps	S
р	la pression	Pa
L	longueur	m
V	le volume	m <sup>3</sup>
L <sub>0</sub>	la longueur initiale du matériau.	m
L	la constante de Lorenz ou rapport de	$w\Omega/m^2$
	Wiedemann-Franz.	
d	le diamètre des capillaires	μm
g	L'accélération de la pesanteur.	m/s <sup>2</sup>
A	la surface	m <sup>2</sup>
S	La surface	m <sup>2</sup>
μ	La viscosité dynamique.	Kg/m.s
Q	le débit	m <sup>3</sup> /s
Q	Le terme sources de chaleur	/
K	La perméabilité.	cm <sup>2</sup>
k	la conductivité thermique.	w/m.k
δ	la conductivité électrique.	s/m
φ	la fraction volumique	/
С	Concentration	Mol/m <sup>3</sup>
С	Chaleurs spécifique	j/(kg.k
C <sub>p</sub>	la capacité thermique massique	J/kg.k
σ	la constante de STEFAN-BOLTZMANN	5,67.10-8
		W/(m <sup>2</sup> .k <sup>4</sup> )

$\nabla$	la vitesse du fluide	
М	Emittance	W/m <sup>2</sup>
n	la direction d'écoulement.	/
Φ	Flux de chaleur	W
h	le coefficient de transfert thermique convectif	W/(m <sup>2</sup> .k)
Н	Chauffage convectif	/
п	la géométrie des inclusions.	m
п	les particules	N
$\frac{dQ}{dt}$	le taux de perte de chaleur de l'objet	(J/s) ou watts
$\Delta C$	la variation de concentration	(g/l) ou (mol/L)
$\Delta T$	la variation de température.	k
v	coefficient de viscosité	<i>m</i> <sup>2</sup> / <i>s</i>
$D_B$	Le coefficient de diffusion Brownienne	<i>m</i> <sup>2</sup> / <i>s</i>
$D_T$	le coefficient de diffusion thermophorétique	$m^2/s$
D <sub>sm</sub>	la diffusivité solutale	$m^2/s$
Sr	le nombre de soret	/
Nc	le taux de flottabilité régulière	/
Nr	le taux de flottabilité de nanoparticules	/
Gr	un paramètre de non Darcy	/
Nb	le paramètre de mouvement Brownien	/
Nt	le paramètre de thermophorèse	/
Le	L'est le nombre de Lewis,	/
Ln	le nombre de Lewis pour les nanoparticules.	/
Fo	représente le paramètre de NonDarcéen.	/
Ld	le paramètre de Dufour-Lewis	/
Nd	le nombre de Dufour modifié.	/
Ra	Nombre de rayleigh	/

K <sub>m</sub>	Conductivité thermique de milieu poreux	W/m.k
u et v	Composant de vitesse dimensionnelle	m/s
<i>x</i> , <i>y</i>	Coordonnées cartésiennes	m

## Symboles grecs

Symboles	Signification	Unités
$\alpha_m$	le coefficient de dilatation thermique.	/
λ	la conductivité thermique	W/(m .K)
$\beta_T$	le coefficient d'expansion thermique de fluide	K <sup>-1</sup>
	de base	
τ	rapport de capacité thermique du nanofluide	/
ρ	la densité	/
ρ	la masse volumique.	Kg/m <sup>3</sup>
$\vec{V}$	la vitesse de filtration,	m/s
f	les forces externes	N
Т	la température	kelvins
Ψ	la fonction de flux	/
η	épaisseur de la couche limite	/
Е	la porosité	/

## Indice

Indice	Signification
eff	effective
env	environnement
S	solide
f	fluide
nf	nanofluide
fil	filtration
fb	fluide de base
Р	particule
рр	nanoparticules
W	Près de la paroi
00	extérieur de la couche limite

# **Introduction générale**

## **Introduction Générale**

Les recherches actuelles dans le domaine industriel leur but est d'optimiser l'efficacité des procédés de conversion d'énergie. Dans ce cadre, les études visent à acquérir une compréhension approfondie et précise du comportement des systèmes complexes, notamment ceux qui sont influencés par l'intégration de nouveaux matériaux ou fluides, ainsi que par la présence de phénomènes variés et de mécanismes innovants. On porte une attention particulière à l'étude du transfert thermique et de masse au sein des milieux poreux saturés en fluide. Cela s'explique par son rôle crucial dans divers domaines, tels que le déplacement des eaux souterraines et des applications techniques telles que le séchage.

Les transferts de chaleur dans les milieux poreux se font principalement selon deux modes : la conduction à travers le milieu poreux sous l'effet des gradients de température, et la convection des fluides, qui permet le transfert de l'énergie thermique qu'ils contiennent. Le transfert de chaleur par convection naturelle dans un milieu poreux implique plusieurs effets physiques importants, tels que l'effet d'un milieu poreux sur la quantité de mouvement, l'énergie et le transport de masse. Ces effets ont été étudiés en profondeur pour plusieurs configurations géométriques et conditions limites, donnant lieu à l'utilisation d'un modèle communément utilisé par les chercheurs lorsque le modèle classique n'est pas valide.

Ainsi, la modélisation du milieu poreux n'est pas aisée et nécessite une attention constante, divers facteurs influent de manière significative sur le transport thermique dans les milieux poreux, notamment la variation de la porosité, la dispersion thermique et massique, ainsi que la variation des propriétés physiques du fluide telles que la viscosité et la conductivité thermique. Parfois, ces effets sont couplés ce qui rend l'étude des phénomènes de transport très complexe et pour améliorer les transferts thermiques des fluides, les nanofluides ont été développés.

Ces solutions contiennent des nanoparticules en suspension dans un fluide classique comme l'eau. Grâce à leurs propriétés améliorées de transfert thermique, les nanofluides peuvent être utilisés dans de nombreuses applications industrielles, notamment dans l'industrie automobile, le génie biomédical et le refroidissement des composants électroniques, même dans les milieux poreux, ce qui accroît considérablement la complexité. L'écoulement thermosolutal sur une plaque inclinée en convection libre dans un milieu poreux rempli d'un nanofluide est un domaine d'étude fascinant qui trouve des applications dans de nombreux domaines de l'ingénierie, tels que le refroidissement des systèmes électroniques, les échangeurs de chaleur, et les technologies de stockage d'énergie thermique, pour n'en citer que quelques-uns. Ce type d'écoulement combine les effets de la convection naturelle, de la diffusion thermique et de la convection de soluté dans un milieu poreux saturé par un nanofluide, offrant ainsi des caractéristiques de transfert de chaleur et de masse uniques et souvent améliorées par rapport aux fluides traditionnels.

L'étude de l'écoulement thermosolutal sur une plaque inclinée commence par l'analyse des équations fondamentales de conservation de la masse, la quantité de mouvement, l'énergie et de la concentration qui sont résolues simultanément pour décrire le comportement du fluide et du soluté à l'intérieur du domaine d'intérêt. Dans le cas d'un milieu poreux rempli d'un nanofluide, des modèles spécifiques prenant en compte les caractéristiques particulières du nanofluide, telles que la conductivité thermique, la diffusivité thermique, la densité et la viscosité, doivent être incorporés dans les équations de base.

La présence d'une plaque inclinée introduit une dimension supplémentaire à l'écoulement en induisant une force de gravité qui influence le fluide et le soluté. Cette force peut modifier de manière significative les profils de vitesse, de température et de concentration à travers le domaine étudié. Ainsi, la modélisation de ce phénomène nécessite une compréhension approfondie des interactions complexes entre les forces physiques et les propriétés des nanofluides dans les milieux poreux, rendant l'étude à la fois stimulante et essentielle pour de nombreuses applications technologiques avancée.

Les conditions aux limites à la surface de la plaque, comme la température et la concentration, jouent un rôle essentiel dans la définition des caractéristiques de l'écoulement et des transferts de chaleur et de masse. La combinaison de la convection naturelle avec les propriétés spécifiques du milieu poreux et la présence de nanoparticules dans le fluide ajoute une complexité supplémentaire à l'ensemble du problème. Les nanoparticules ont la capacité de modifier les propriétés thermiques et hydrauliques du fluide, ce qui influence considérablement les performances globales du système.

Le mémoire est parti en trois chapitres : le premier chapitre est dédié la classification et l'étude de la modélisation des écoulements des fluides à travers les milieux poreux ensuite ses mécanisme de transfert thermique et massique quel que soit la convection thermique et la conduction thermique. Le deuxième chapitre se présente l'étude des nanofluides, leur fabrication, leur propriétés essentielles qui liées à leurs utilisations ainsi que leurs applications dans divers domaines d'industrie, et leur modelé mathématique qui est consacrée à des conservations de la masse et de quantité de mouvement, et de conservation d'énergie suivi par un état de l'art réalisé dans ce domaine d'intérêt, ainsi qu'à l'utilisation de la méthode numérique. Le troisième chapitre se présente la problématique et modélisation mathématiques d'étude d'un écoulement thermosolutal sur une plaque inclinée en convection libre dans un milieu poreux rempli d'un nanofluide et nous discutons les résultats obtenus, ensuite nous nous examinons l'influence des paramètres de contrôle du problème sur le transfert de chaleur. Enfin, nous terminons notre étude avec une conclusion.

# Chapitre I Milieu poreux

### I. Introduction

Dans le domaine du transfert thermique de nombreuses configurations impliquent un écoulement de fluide à travers un milieu poreux. Ainsi, il est crucial d'établir une relation entre la structure de l'écoulement et les échanges thermiques avec les propriétés physiques qui caractérisent à la fois le fluide et le milieu poreux.

L'étude de ces écoulements dans les milieux poreux sont largement répandus dans notre environnement, allant des sols sous nos pieds jusqu'aux roches souterraines et ainsi que les matériaux filtrants utilisés dans divers processus industriels. Leur caractéristique principale est la présence de vides ou de pores à l'échelle microscopique, permettant ainsi le passage et l'interaction entre les fluides (liquides ou gaz). L'interaction complexe entre les fluides et les solides dans les milieux poreux revêt une importance capitale dans divers domaines, notamment la géologie, l'hydrologie, la géotechnique, l'ingénierie pétrolière, les processus de filtration, et bien d'autres encore. Ces interactions déterminent largement le comportement des milieux poreux et ont des implications significatives dans la compréhension et la gestion de nombreuses applications et processus.

Comprendre le comportement des milieux poreux est essentiel pour aborder des questions fondamentales telles que la migration des contaminants dans les sols, la gestion des ressources en eau souterraine, la conception de filtres efficaces pour la purification de l'eau, ou encore l'extraction optimale des hydrocarbures. Cet objectif est atteint en décrivant les caractéristiques du transfert thermique dans les milieux poreux saturés de fluide, ainsi qu'en étudiant les nanofluides, leur préparation, leurs propriétés physiques et thermiques, tout en présentant les aspects physiques et mathématiques de l'écoulement thermique traditionnel sur des surfaces planes.

Dans ce cadre, nous explorerons les concepts clés des phénomènes fondamentaux qui gouvernent le comportement des milieux poreux. Une attention particulière sera portée sur les propriétés physiques et hydrauliques de ces milieux, les différents modes d'écoulement des fluides à travers eux, ainsi que les approches expérimentales et numériques employées pour étudier et modéliser leur comportement.

En outre, nous examinerons quelques-unes des applications pratiques de la science des milieux poreux dans divers domaines de l'ingénierie et des sciences de la Terre. En comprenant les mécanismes sous-jacents qui régissent les interactions entre les fluides et les solides dans les milieux poreux, il devient possible de développer des solutions innovantes pour une gamme variée de défis techniques. Des applications allant de la gestion des ressources en eau à la conception de systèmes de filtration avancés bénéficient de ces avancées scientifiques et technologiques. Cette exploration approfondie des milieux poreux ouvre de nouvelles perspectives dans la résolution de problèmes complexes et dans la conception de solutions durables pour les enjeux contemporains.

## II. Milieu poreux

#### **II.1.** Définition d'un Milieu poreux

Un milieu poreux ce constitué de graines solides ou d'agrégats entoure de vide, appelé pores lesquels prouvent êtres soit interconnectés soit solide. Ces vides peuvent être remplis d'eau, d'air ou d'autres fluides. Lorsque les pores sont connectés, Ils favorisent la circulation d'un ou de plusieurs liquides à travers l'environnement, ce qui le rend monophasique. Un milieu contenant plusieurs phases fluides est qualifié de multiphasique. Il est essentiel de noter qu'un milieu saturé est entièrement rempli de phase liquide, tandis qu'un milieu insaturé ne l'est pas.

Les milieux poreux se constituent de trois phases distinctes :

- une phase solide qui fait partie intégrante de la structure du matériau, solide est étroitement liée à la structure du matériau.
- une phase liquide est enfermée dans les pores (habituellement de l'eau ou une solution poreuse).
- une phase gazeuse est également contenue dans ces mêmes pores (souvent de l'air humide) voire la figure (I.1).



Figure (I. 1): représentation d'un milieu poreux [1].

Ces environnements permettent de de surveille au fil du temps l'évolution de la porosité de la teneur en eau ainsi que les différant phase (hydrates et réactifs). Les sols, en tant que milieux poreux sont particulièrement complexes, comprenant les trois phases minérales suivantes : les grains solides, l'eau et l'air.

#### II.2. Propriétés des milieux

L'étude des mouvements et des échanges thermiques dans les milieux poreux requiert l'identification des caractéristiques distinctives du milieu, telles que la perméabilité et la porosité. Ces paramètres sont incorporés dans les équations de flux et de transport adaptées aux milieux continus. Ainsi, ils doivent être évalués à des échelles macroscopiques suffisamment grandes pour traiter le milieu comme continu, car les propriétés des milieux poreux varient en fonction de l'échelle d'observation.

#### a. Porosité

La porosité est la première caractéristique d'un milieu poreux, définie comme le rapport entre le volume des vides, sans matières solides, et le volume total du milieu.

En réduisant ce rapport à la densité on obtient :

$$\varepsilon = \frac{V_t - V_s}{V_t} \tag{I.1}$$

La porosité, étant un rapport de propriétés homogènes, est sans unité et est généralement exprimée en pourcentage. Il existe deux types de porosité : la porosité d'interstice et la porosité de fissure, comme illustré dans la figure (I.2).



Figure (I. 2): Les deux types de porosité [1].

<b>Tubleuu</b> ( <b>111</b> ): valeur moyennes de perosite de quelques materiaux.
---

Substance	Porosité
Brique	0.16_0.34
Cuir	0.65_0.59
Poudre d'ardoise noire	0.57_0.66
Terre	0.34_0.54
Fibre de verre	0.88_0.93
Fil à tisser	0.68_0.76
Sable	0.37_0.70
Empilement de sphères	0.36_0.43

#### b. Perméabilité

La perméabilité correspond à la capacité d'un fluide à traverser les pores d'un milieu poreux qui est soumise à un gradient de pression. C'est fondamentalement la capacité d'écoulement d'un fluide dans un milieu poreux lors de son passage à travers ses pores.

La porosité et la géométrie de la matrice solide ont un impact sur la perméabilité K d'un milieu poreux, comme le montre la figure (I.3). Le DARCY est l'unité utilisée pour mesurer la perméabilité K. (1 DARCY = perméabilité d'un milieu poreux de 1 cm<sup>2</sup> de section, 1 cm de longueur, soumis à une pression différente de 1 bar, traversé par un fluide dont la vitesse de filtration est de 1 cm/s). 1 Darcy = $9.87 \times 10^{-9}$  m<sup>2</sup>. La mesure expérimentale permet de déterminer la perméabilité.



Figure (I. 3): Exemple de géométrie Kozeny-Carman [3]

La perméabilité est souvent établie à l'aide de méthodes expérimentales, et plusieurs modèles empiriques ont été avancés à cet effet. Parmi eux, on trouve la relation de Kozeny-Carman (1927), qui s'applique aux milieux poreux consolidés composés d'éléments géométriques simples et identiques.

$$K = \frac{d^2 \varepsilon^2}{36C_0 (1-\varepsilon)^2} \tag{I.2}$$

Si la matrice poreuse est représentée par un ensemble de tubes capillaires parallèles, la perméabilité est exprimée de la manière suivante :

$$K = \varepsilon^2 \frac{d^1}{32} \tag{I.3}$$

 $\varepsilon = \frac{n\pi d^2}{4}$ : Le nombre de capillaires par unité de surface perpendiculaire à la direction d'écoulement est représenté par N, tandis que d désigne le diamètre des capillaires.

Tableau (I.2) : les valeurs moyennes de perméabilité de quelques matériaux. O. Reynolds et Dullien

[4]

Substance	Permeability
Briques	4.8 10 <sup>-15</sup> à 2.2 10 <sup>-13</sup>
Cuir	9.5 10 <sup>-14</sup> à 1.2 10 <sup>-13</sup>
Poudre d'ardoise noire	8.9 10 <sup>-14</sup> à 1.2 10 <sup>-13</sup>
Terre	2.9 10 <sup>-13</sup> à 1.4 10 <sup>-11</sup>
Faibre de verre	2.4 10 <sup>-11</sup> à 5.1 10 <sup>-11</sup>
Sable	2.0 10 <sup>-11</sup> à 1.8 10 <sup>-8</sup>
Faibre a tisser	3.8 10 <sup>-09</sup> à 1.0 10 <sup>-08</sup>
Cigarette	1.0 à 10 <sup>-09</sup>

#### c. Tortuosité

La tortuosité mesure la complexité du trajet suivi par un fluide à travers un milieu poreux par rapport à la distance linéaire. Une tortuosité élevée indique un chemin plus sinueux, ce qui peut entraîner un ralentissement du déplacement des fluides. Généralement, la tortuosité est définie géométriquement par une équation de la forme :

$$\tau_{g\acute{e}om} = \frac{L_e}{L} \tag{I.4}$$

La longueur effective moyenne des trajets empruntés par le fluide lors de son passage à travers l'échantillon d'un milieu poreux de longueur L est représentée par cette expression. La tortuosité du milieu, quantifiée par un facteur de tortuosité, provoque une réduction de la diffusivité apparente au sein de ce milieu poreux.

#### **II.3.** Classification des milieux poreux

Selon la matrice des milieux poreux, on distingue deux catégories :

#### a) Consolidée

Ce type de milieu poreux est caractérisé par son hétérogénéité et sa structure alvéolaire. La matrice solide est consolidée voire la figure(I.4). Ce qui signifie que les particules de la phase solide sont très compactes et peu susceptibles de se diviser. Les pores de ce milieu sont généralement présents sous forme de fissures, et il peut s'agir notamment de roches, de calcaires, de grès, de céramiques, de tissus, etc.



Figure (I. 4): Un milieu consolide [3].

#### b) Non consolidée :

Ce type de milieu poreux est caractérisé par son caractère granulaire ou pulvérulent et son hétérogénéité. La matrice granulaire n'est pas consolidée voire la figure (I.5) ce qui signifie que les particules solides ne sont pas liées de manière étroite. Ce milieu est souvent considéré comme un espace vide rempli de grains solides ou de particules non connectées entre elles, telles que des billes, du gravier, du sable, etc.



Figure (I. 5) : Un milieu non consolide [3].

En général, cette classification vise à fournir un cadre méthodologique pour une meilleure compréhension et description de ces environnements complexes. Dans le cas des milieux poreux consolidés tels que les roches, la classification de ce type de milieu poreux prend en compte des facteurs tels que la taille des grains, la distribution des pores et le degré de consolidation géologique. Quant aux milieux poreux non consolidés, comme les sols meubles, la classification peut se baser sur des caractéristiques telles que la granulométrie, elle prend également en compte des paramètres comme la cohésion et l'angle de frottement interne.

# II.4. Étudier la modélisation des écoulements des fluides à travers les milieux poreux

#### a) Modèle de Darcy

La formule classique de Darcy (1856) est couramment employée dans les études sur la convection dans des milieux poreux. L'auteur suggère une loi décrivant les flux isothermes dans un environnement poreux, établissant une relation proportionnelle entre les variations de pression P et le débit Q, ce dernier étant concernant la vitesse de filtration  $V_{fil}$ . Cette relation, formulée pour un échantillon de longueur L et de section A, s'exprime par l'équation suivante:

$$Q = \frac{K}{\mu} \frac{\Delta P}{L} A \tag{I.5}$$

Étant donné que ce paramètre est autonome et ne dépend que de la géométrie du milieu (Coux, 1997). Cette loi peut être généralisée par :

$$\vec{\nabla}P = -\frac{\mu}{K}\vec{V} \tag{I.6}$$

En tenant compte de l'effet de la pesanteur, l'équation précédente se transforme comme suit :

$$\vec{\nabla}P = -\frac{\mu}{\kappa}\vec{V} + \rho\vec{g} \tag{I.7}$$

La loi de Darcy est applicable à un milieu poreux homogène et isotrope soumis à un écoulement de faible vitesse.

#### b) Modèle de brinkman

Brinkman a empiriquement intégré un terme de force volumique dans l'équation de Navier-Stokes pour modéliser la force exercée par un fluide en mouvement sur les particules.

$$\vec{\nabla}P = -\frac{\mu}{\kappa}\vec{V} + \mu_{\text{eff}} + \rho\vec{g}$$
(I.8)

La complexité de l'utilisation de ce modèle réside dans l'estimation de la viscosité équivalente du milieu  $\mu_{eff}$ .

En effet, cette valeur dépend à la fois de la porosité et de la géométrie du milieu. Brinkman a supposé que la viscosité équivalente du milieu était identique à celle du fluide  $(\mu_{eff}=\mu)$ .

#### c) Modèle de Forchheimer

Quand le débit augmente, les forces d'inertie augmentent de manière importante. Des expériences montrent dans ces cas que, pour un gradient de pression donné, le débit mesuré est inférieur à ce qu'il serait selon la loi de Darcy. Forchheimer a proposé une modification empirique de la loi de Darcy, en intégrant une relation non linéaire de second ordre entre le gradient de pression et la vitesse de filtration. Cette méthode, cette approche est connue sous le nom de formulation de Darcy-Forchheimer, affirme:

$$\vec{\nabla}P = -\frac{\mu}{\kappa}\vec{V} + bK^{\frac{1}{2}}\rho_{f} |\vec{V}|\vec{V} + \rho\vec{g}$$
(I.9)

# II.5. Comprendre les mécanismes de transfert thermique et massique dans ces milieux

#### **1) Conduction thermique**

#### a) Définition

Le transfert de chaleur à travers un milieu ou entre deux milieux en contact, en raison d'une disparité de température, se produit sans mobilité notable de matière. Ce phénomène repose sur la transmission de l'énergie thermique d'une particule à une autre. Concrètement, l'énergie cinétique d'une molécule ou d'un atome est partagée avec ses voisins, ce qui réduit sa propre vibration tout en augmentant celle de la particule voisine.

#### b) Loi de Fourier

Ce transfert spontané de chaleur d'une zone chaude vers une zone plus froide obéit à la loi de Fourier, ou loi de conduction thermique. Formulée mathématiquement par Jean-Baptiste Biot en 1804 et confirmée expérimentalement par Joseph Fourier en 1822, cette loi indique que la densité du flux de chaleur est proportionnelle au gradient de température.

$$\varphi = -\lambda \frac{\delta T}{\delta x} \tag{I.10}$$

#### c) Loi de Wiedemann-Franz

Relie la conductivité électrique et thermique des métaux. Elle établit que leur rapport est proportionnel à la température et à une constante appelée constante de Lorenz. Cela s'explique par le rôle crucial des électrons libres dans la circulation de la charge électrique et de l'énergie thermique dans le métal.

$$L = \frac{k}{\delta T} \tag{I.11}$$

#### d) Loi de Maxwell

C'est une règle empirique qui lie la conductivité thermique d'un mélange hétérogène à celle de ses éléments. Elle s'applique aux matériaux composites, aux fluides granulaires et aux milieux poreux. Selon cette règle, La conductivité thermique effective du mélange est calculée comme une moyenne pondérée des conductivités thermiques des différentes phases, avec des coefficients dépendant de la fraction volumique et de et la structure des inclusions.

La loi de Maxwell de conductivité thermique peut s'écrire sous la forme suivante :

$$\frac{\lambda_{eff} - \lambda_1}{\lambda_{eff} - n\lambda_1} = \varphi \frac{\lambda_2 - \lambda_1}{\lambda_2 - n\lambda_1} \tag{I.12}$$

#### 2) Convection

La convection est un mécanisme de transfert d'énergie qui résulte de la conduction, de l'accumulation d'énergie et du mouvement du milieu. Le transfert d'énergie entre une surface solide et un fluide (liquide ou gaz) est considéré comme le principal mécanisme. Le processus de transfert d'énergie par convection à partir d'une surface ayant une température supérieure à celle du fluide environnant comporte plusieurs étapes. En premier lieu, la chaleur est transférée par conduction de la surface aux molécules du fluide environnant, augmentant ainsi

leur température et leur énergie interne de ces molécules de fluide. Par la suite, les molécules se déplacent et se combinent avec d'autres molécules dans une zone à température inférieure, ce qui entraîne le transfert d'une partie de leur masse.

Le transfert de chaleur par convection est défini, selon le mode d'écoulement du fluide, en termes de convection libre, de convection forcée et de convection mixte [5].

#### a) Loi de Newton du refroidissement :

Il s'agit d'une loi physique qui décrit la relation fonctionnelle entre le taux de dissipation thermique d'un objet et la différence de température entre l'objet et son environnement. Conformément à ce principe, la vitesse à laquelle la chaleur se perd est directement corrélée à la différence de température. Plus précisément, la loi de Newton du refroidissement peut être exprimée mathématiquement comme suit :

$$\frac{dQ}{dt} = -h A \left(T - T_{env}\right) \tag{I.13}$$

#### b) Convection naturelle

La convection naturelle, également appelée convection libre, est une opération de mécanique des fluides qui se produit lorsqu'un gradient de température provoque un mouvement dans le fluide. Ce transfert de masse et de chaleur se distingue par le mouvement du fluide qui est entraîné exclusivement par les fluctuations de densité causées par les variations de température dans le fluide, et non pas à travers une source extérieure comme une pompe, un ventilateur (le champ gravitationnel...).

#### c) Convection forcée

La convection forcée se produit lorsque le fluide est entraîné par une source externe d'énergie, comme une pompe ou un ventilateur, plutôt que par des gradients de densité liés aux variations de température. À la différence de la convection naturelle, où le fluide se déplace de manière spontanée, la convection forcée requiert une force externe pour déplacer le fluide à travers un système (pompe, ventilateur...).

#### d) Convection mixte

Lorsque la convection naturelle et la convection forcée sont combinées, cela donne lieu à la convection mixte. Les vitesses d'écoulement fictives résultant de ces deux types de convection sont d'ordre de grandeur équivalent et sont considérées individuellement.

#### 3) Rayonnement

Les phénomènes de rayonnement jouent un rôle essentiel dans le transfert de chaleur et d'énergie au sein des milieux poreux. Afin de fournir un aperçu concis du rayonnement dans ces environnements, les points clés suivants sont mis en évidence, en se basant sur les données fournies par les sources disponibles : Le rayonnement est un mécanisme physique par lequel la chaleur est transférée sans nécessiter de support matériel. Lorsque deux objets, l'un chaud et l'autre froid, sont placés en face l'un de l'autre, Un transfert de chaleur peut toujours se produire entre deux corps même lorsqu'ils sont séparés par le vide. Ce transfert se produit par rayonnement, où le corps chaud émet un flux thermique  $\Phi$ 1 et absorbe une partie du flux  $\Phi$ 2 émis par le corps froid. Le fait que  $\Phi$ 1 soit supérieur à  $\Phi$ 2 indique qu'il existe un flux de chaleur net du corps chaud vers le corps froid. De la même manière, le corps froid subit également un équilibre des flux, car il émet moins d'énergie qu'il n'en reçoit. L'équation de Stefan-Boltzmann à partir de laquelle le flux thermique transféré par rayonnement peut être calculé est :

$$\Phi = \mathbf{M}.\,\mathbf{S} = \mathbf{\sigma}.\,T^4.\,\mathbf{S} \tag{I.14}$$

On définit :

- Coefficient d'absorption :  $\alpha = \frac{fluxabsorbé}{fluxincident}$ (I.15)
- Coefficient d'émission :

$$\varepsilon = \frac{flux \ emis}{flux \ incident} \tag{I.16}$$

• Coefficient de réflexion :

$$\xi = \frac{flux \ reflechis}{flux \ incident} \tag{I.17}$$

La conservation de l'énergie implique :

$$\alpha + \varepsilon + \xi = 1 \tag{I.18}$$

#### 4) Mécanismes de transfert de chaleur dans les milieux poreux

Dans les milieux poreux, le transfert de chaleur se produit par l'intermédiaire de fluides, la convection par conduction liquide et solide et le rayonnement vers la surface. Pour développer l'équation globale du transfert de chaleur pour les matériaux poreux, nous combinons mathématiquement le transfert de chaleur dans les solides et les fluides.

#### a) Transfert chaleur par conduction

La conduction thermique implique le transfert de chaleur à travers toutes les phases d'un fluide ou d'un solide. L'équation décrivant le transfert de chaleur par conduction à l'intérieur d'un volume poreux délimité par une surface à l'échelle micrométrique est la suivante:

• Pour le solide :

$$(\rho C_P)_s \frac{\partial T_s}{\partial t} = \vec{\nabla}. \left(\lambda_s \nabla T_s\right) \tag{I.19}$$

• Pour le fluide :

$$(\rho C_P)_f \frac{\partial T_f}{\partial t} = \vec{\nabla}. \left(\lambda_f \nabla T_f\right) \tag{I.20}$$

#### b) Transfert chaleur par convection

Il est essentiel de souligner que la convection constitue un aspect significatif de l'équation de transfert thermique. Dans ce contexte, la convection naturelle se réfère au processus de transfert de chaleur facilité par le déplacement du fluide. L'énergie thermique est ainsi transférée à travers le fluide en raison de disparités de température entre ce dernier et son environnement. La convection naturelle se produit entièrement en raison de la force de poussée produite dans le fluide, qui est générée par les changements de densité provoqués par les changements de température dans le milieu.

En raison des faibles vitesses d'écoulement généralement observées dans les milieux poreux, dans l'équation microscopique de l'énergie de la phase fluide, il est possible de négliger les aspects de compressibilité et de dissipation visqueuse.

-Soit :

$$(\rho C_P)_f \frac{\partial T_f}{\partial t} + (\rho C_P)_f \vec{U} \cdot \nabla T = \lambda_f \nabla^2 T$$
(I.21)

#### 5) Mécanismes de transfert de masse

Dans un milieu poreux, le mouvement du fluide est principalement dû à la convection et à la diffusion, causée par les gradients de pression et de concentration. Nous supposons que le fluide est incompressible, excluant toute possibilité de condensation. Les mécanismes de
transfert convectif, classés selon les paramètres d'écoulement, peuvent transporter à la fois la masse et la chaleur. La convection est dite forcée en présence d'une source externe, comme un ventilateur, et naturelle lorsque le fluide s'écoule librement en raison des différences de température.

Le déplacement des particules de fluide suit divers modèles d'écoulement, tels que la loi de Darcy et l'extension de Brinkman. La diffusion est un processus spontané d'échange de matière entre deux fluides de même état physique et température, mais de concentrations différentes. Elle se produit sans mouvement de masse fluide et est régie par la première loi de Fick lorsque la concentration varie avec le déplacement.

La loi de Fick s'applique aux systèmes en régime permanent où la variation nette des entrées et des sorties est nulle. Pour les systèmes instationnaires à solutions variables, la deuxième loi de Fick peut être utilisée, qui s'exprime comme suit:

$$\frac{\partial(\rho C_{\rm P})}{\partial x} = D \frac{\partial^2[C]}{\partial x^2}$$
(I.22)

## III. Conclusion

On conclut que les milieux poreux constituent un domaine de recherche polyvalent et crucial dans de nombreux aspects de la science et de l'ingénierie. Leur capacité à interagir avec les fluides et à stocker des substances les rend indispensables dans des domaines allant de la filtration des fluides à la conception de matériaux avancés.

Dans ce chapitre, nous avons réexaminé les différentes équations, pour la modélisation des écoulements dans le concept de milieu poreux reposent sur des principes physiques fondamentaux et des équations spécifiques, comme la célèbre équation de Darcy, ainsi que ces propriétés intrinsèques comme la porosité et la perméabilité.

Pour la suite, nous prépare le lecteur en présentant les concepts clés, les objectifs et les points principaux qui seront explorés en détail dans le chapitre suivant. Elle peut également donner un aperçu de l'importance et du rôle des nanofluides dans divers domaines.

# Chapitre II Nanofluide

## I. Introduction

Les nanofluides sont des suspensions de nanoparticules, généralement de taille inférieure à 100 nm de diamètre, dispersées dans un liquide de base dans le but d'améliorer certaines propriétés de ce dernier. Dans le domaine des fluides caloporteurs, la conductivité thermique est un critère essentiel pour évaluer leur efficacité dans le transfert de chaleur. Cependant, des liquides couramment utilisés comme l'eau, l'huile ou le glycol éthylénique possèdent une conductivité thermique bien inférieure à celle des solides cristallins. L'intégration de nanoparticules dans le liquide de base vise à augmenter cette conductivité, améliorant ainsi la conductivité thermique globale du mélange.

Le terme "nanofluides", introduit par Choi et Eastman [6], désigne des suspensions destinées à des applications thermiques. Bien que l'ajout de particules pour améliorer les propriétés thermiques des liquides ne soit pas une idée nouvelle, l'utilisation de particules nanométriques offre des avantages significatifs, tels que la diminution des problèmes d'érosion et de sédimentation. Par ailleurs, certaines recherches montrent que les particules de taille nanométrique améliorent les performances thermiques, en particulier la conductivité thermique et l'échange de chaleur entre le liquide et la vapeur.

Au cours de la dernière décennie, l'intérêt pour les nanofluides a connu une croissance significative, comme en attestent l'augmentation du nombre de brevets, de conférences internationales, de publications scientifiques et de thèses dédiées à ce [7].

Dans cette perspective, nous examinerons les propriétés principales et les phénomènes essentiels qui régissent le comportement des nanofluides. Nous soulignerons les liens complexes entre les nanoparticules et le fluide qui les entoure, ainsi que les conséquences de ces liens sur les caractéristiques thermiques et hydrauliques des nanofluides. Par ailleurs, nous étudierons les méthodes expérimentales et numériques employées afin d'analyser et de modéliser le comportement des nanofluides. Enfin, nous aborderons certaines des utilisations concrètes des nanofluides dans différents secteurs de l'ingénierie et des sciences appliquées.

## II. Définition d'un nanofluide

Les nanofluides sont des liquides colloïdals qui renferment des particules nanométriques suspendues dans un liquide classique. La particularité d'un liquide conventionnel, qu'il soit liquide ou gazeux, est qu'il n'est pas solide. Choi [8] a introduit le concept de nanofluide en 1995 afin d'attribuer la suspension de nanoparticules solides dans un liquide de base, représenté par la figure (II.1).

Selon des recherches, une concentration de 1 % à 5 % d'Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub> dans un mélange eau-Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub> a permis d'augmenter de 20 % la conductivité thermique effective du fluide.

Ces nanoparticules sont les plus couramment employées pour fabriquer des nanofluides:

- L'oxyde d'aluminium (Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub>).
- L'aluminium (Al).
- Le cuivre (Cu).
- L'oxyde de cuivre (CuO).
- Les nanotubes de carbone.
- L'argent (Ag).
- L'or (Au).
- Le dioxyde de titane (Ti O<sub>2</sub>).

Les liquides de base les plus utilises sont:

- L'eau.
- L'éthylène-glycol, EG.
- Les huiles.
- Le Toluène.



Figure (II. 1): nanoparticules d'Argent [8].

## **III.** Leurs fabrications

## 1) Méthode en deux étapes

Au début de cette méthode, les nanoparticules sont fabriquées et ensuite dispersées dans le fluide de base. Souvent, il est nécessaire d'agiter intensément les agrégats avec l'utilisation d'un agitateur rotatif ou d'ondes ultrasonores afin de garantir une dispersion efficace. Par ailleurs, on utilise des forces électrostatiques répulsives afin d'éviter l'agglomération causée par les forces d'attraction intermoléculaires en remplissant la surface des particules et en ajustant le pH.

Le système à ultrasons est perçu comme la technologie la plus performante pour fabriquer des nanofluides avec des caractéristiques optimales. La dispersion ultrasonore présente des bénéfices tels que son efficacité, sa rapidité, sa fiabilité et sa simplicité d'utilisation. Elcioglu & Murshed [9] dans leurs recherches, ils ont souligné l'importance des ultrasons pour assurer une dispersion efficace des nanoparticules dans le fluide de base.

## 2) Méthode en une seule étape

Cette approche consiste à disperser les nanoparticules directement dans le fluide de base, ce qui permet une approche moins industrielle mais limitée à certains types de nanofluides. L'intérêt de cette approche réside dans le fait que l'impossibilité d'oxyder et de former des nanoparticules de métal pur.

Toutefois, les méthodes de vaporisation atmosphérique ont des contraintes importantes. Il est impossible d'appliquer ces technologies sur des liquides à faible pression de vapeur pour éviter une vaporisation prématurée dans l'enceinte, et il est ardu de contrôler la taille des nanoparticules produites. Il est donc conseillé de mettre en place des mesures pour prévenir que les nanoparticules de métaux purs ne soient rapidement oxydées par l'air ambiant.

## IV. Propriétés essentielles liées à leurs utilisations ainsi que leurs applications dans divers domaines d'industrie

## 1) Application des nanofluides dans l'industrie

Le transport de chaleur et l'efficacité énergétique peuvent être améliorés grâce aux nanofluides dans différents systèmes thermiques. Dans cette partie, nous étudierons quelques utilisations de ces nanofluides.

## a) Refroidissement des systèmes thermiques

Le liquide de refroidissement à base d'éthylène-glycol et d'eau est couramment employé dans les moteurs de voitures. Plusieurs groupes de chercheurs ont examiné l'ajout de nanoparticules à ces liquides et ont observé que cette approche améliore le taux de refroidissement. Les caractéristiques de traction et la résistance à l'usure sont améliorées en diminuant le frottement entre les éléments mécaniques en mouvement.

## b) Refroidissement des systèmes électroniques

Dans les circuits intégrés, les nanofluides ont été perçus comme des fluides de refroidissement. Un nanofluide à base d'eau est utilisé dans un micro-ordinateur pour le refroidissement d'un processeur central.

#### c) Refroidissement des systèmes nucléaires

Le centre interdisciplinaire spécialisé dans les nouvelles nanotechnologies, en particulier les nanofluides, a été créé au Massachusetts Institute de Technologie pour l'industrie de l'énergie nucléaire. À l'heure actuelle, ils examinent les conséquences éventuelles de l'emploi de nanofluides sur la sécurité neutronique et la rentabilité des systèmes nucléaires.

## d) Biomédecine

En biomédecine, les nanofluides et les nanoparticules sont couramment employés. Considérons le cas de l'emploi de nanoparticules de fer comme vecteurs de médicaments pour réduire certains effets secondaires des approches classiques de traitement du cancer. De la même façon, afin d'améliorer la sécurité de la chirurgie en garantissant un refroidissement efficace autour de la zone chirurgicale.

## e) D'autres applications

Dans de nombreux cas, l'amélioration de l'efficacité du transfert thermique est liée à la qualité, à la quantité et au coût d'un produit ou d'un processus. Par exemple, dans le secteur des énergies renouvelables, les nanofluides sont utilisés pour optimiser le transfert de chaleur des capteurs solaires vers les réservoirs de stockage et augmenter la densité d'énergie. De nombreuses industries manufacturières, telles que les matériaux, la production chimique, l'industrie alimentaire, les boissons, ainsi que le secteur du pétrole et du gaz, peuvent bénéficier de l'utilisation de liquides de refroidissement à base de nanofluides.

## 2) Propriétés thermo-physiques des nanofluides

## a) Fraction volumique ( $\phi$ )

Le ratio entre le volume du solide de nanoparticules et le volume total de nanoparticules plus fluides de base, est connu sous le nom de fraction volumique avec une valeur allant de 0 à 1.

$$\varphi = \frac{\mathbf{v}_{s}}{\mathbf{v}_{s} + \mathbf{v}_{f}} \tag{II.1}$$

#### b) Conductivité thermique (K)

La conductivité thermique joue un rôle crucial dans notre recherche car elle joue un rôle essentiel dans le transfert de chaleur, et elle est affectée à la fois par la température et la fraction volumique.

Il existe deux modèles distincts pour calculer la conductivité thermique :

#### i. Modèle de Maxwell

Les particules étaient supposées être assez éloignées les unes des autres pour qu'il n'y ait pas d'interaction mutuelle entre elles et donc pas de contact entre les particules.

$$K_{nf} = \frac{K_{p} + 2K_{bf} - 2\phi(K_{bf} - K_{p})}{K_{p} + 2K_{bf} + 2\phi(K_{bf} - K_{p})} K_{bf}$$
(II.2)

#### ii. Modèle de Hamilton et Crosser

C'est une extension du modèle de Maxwell qui s'applique aux particules de forme arbitraire, défini comme suit:

$$K_{nf} = \frac{K_{p} + (n-1)K_{bf} - 2\phi(K_{bf} - K_{p})}{K_{p} + (n-1)K_{bf} + \phi(K_{bf} - K_{p})} K_{bf}$$
(II.3)

 $\mathbf{n} = \frac{3}{\Psi} \mathbf{Et} \ \mathbf{\psi}$ : Le coefficient empirique de forme se réfère à la géométrie de la sphère. Il est déterminé par le rapport entre l'aire d'une sphère ayant le même volume que la particule et l'aire de la particule elle-même. Pour les particules sphériques, ce coefficient est de 3, tandis que pour les particules cylindriques, il est de 6.

#### c) Viscosité dynamique(µ)

Le mélange ( $\mu_{nf}$ ) peut être plus ou moins visqueux lorsque des particules solides sont ajoutées au liquide. Plusieurs facteurs, tels que la charge des particules, la qualité de la dispersion, la température et la nature du fluide de base, peuvent expliquer ces variations observées. Le rapport entre la viscosité du nanofluide et celle du fluide de base est appelé viscosité relative ( $\frac{\mu_{nf}}{\mu_{bf}}$ ). Afin de déterminer la viscosité des nanofluides, divers modèles ont été suggérés dans les études.

#### Modèle d'Einstein

La viscosité dynamique d'un nanofluide est définie par Einstein [10]. Il s'agit d'un mélange de suspensions diluées contenant des concentrations très faibles de particules sphériques et rigides, sans interaction entre elles.

$$\frac{\mu_{\rm nf}}{\mu_{\rm bf}} = 1 + 2.5\varphi \tag{II.4}$$

#### Modèle de Brinkman

Pour s'adapter à une grande variété de concentrations volumiques, Brinkman [11] a proposé le modèle suivant:

$$\frac{\mu_{\rm nf}}{\mu_{\rm bf}} = \frac{1}{(1-\varphi)^{2.5}}$$
(II.5)

#### d) Masse volumique (ρ)

En fonction de la fraction volumique ( $\varphi$ ) à une température T donnée, on peut évaluer la densité d'un nanofluide supposé parfaitement homogène, avec une dispersion optimale des nanoparticules dans le fluide de base. La densité de ce mélange est définie de la manière suivante:

$$\rho_{nf} = \left(\frac{m}{V}\right)_{nf} = \frac{m_f + m_p}{V_f + V_p} = \frac{\rho_{bf} V_{bf} + \rho_p V_p}{V_T}$$
(II.6)

$$\rho_{bf} = (1 - \varphi)\rho_{bf} + \varphi \rho_p \tag{II.7}$$

#### e) Chaleur spécifique

La capacité calorifique par unité de masse d'une substance ou d'un système homogène est connue sous le nom de chaleur spécifique, qui est exprimée par  $C_p = \frac{dQ}{mdT}$ . La quantité de chaleur nécessaire pour augmenter la température d'une substance de 1 K lors de la transformation en question est indiquée par celle-ci. Afin d'évaluer la spécificité thermique d'un nanofluide.

On a les des deux relations suivantes :

#### • Modèle de Xuan et Roetzel

Ont utilisé :

$$(\rho C_P)_{nf} = (1 - \varphi)(\rho C_P)_f + \varphi(\rho C_P)_p \tag{II.8}$$

#### • Modèle du Pak et Cho

Ont utilisé :

$$(C_P)_{nf} = (1 - \varphi)C_{Pf} + \varphi C_{pp}$$
(II.9)

#### f) Modelé Buongiorno

Le modèle proposé par Buongiorno [12] sera considéré a donné une explication satisfaisante de l'augmentation anormale de la conductivité thermique et de la viscosité.

Pour étudier le transfert de chaleur par l'ajout de particules fines en suspension dans un fluide, deux approches principales sont couramment adoptées dans la littérature. La première est le modèle à deux phases, qui considère les contributions distinctes des phases fluide et solide dans le processus de transfert de chaleur. La seconde est le modèle monophasé, dans lequel les phases fluide et particulaire sont en équilibre thermique et se déplacent à la même vitesse locale. Cette dernière approche est plus simple et exige moins de temps de calcul.

Cette approche est simple et nécessite moins de temps de calcul. En outre, si l'intérêt principal est centré sur le processus de transfert de chaleur, la seule phase modifiée est plus pratique que le modèle à deux phases. Récemment, Buongiorno a présenté sept mécanismes de glissement et a conclu que la Diffusion Brownienne (mouvement de nanoparticules à partir du site de concentration élevée vers un site à faible concentration) et la thermophorèse (mouvement de nanoparticules à partir du site à haute température vers le site à basse température) sont les mécanismes de glissement les plus importants dans les nanofluides par

ordre d'analyse. Partant de ce constat, il a développé une équation aux modèles d'équilibre non homogène à deux composants pour la masse, dynamique, et le transport de chaleur dans les nanofluides.

#### • Diffusion Brownienne :

Le mouvement aléatoire des nanoparticules dans le fluide de base est appelé mouvement Brownien, et résulte de collisions continues entre les nanoparticules et les molécules du fluide de base. Les nanoparticules elles-mêmes peuvent être visualisés efficacement que les grosses molécules, avec une énergie cinétique moyenne égale à celui des molécules de fluide  $\frac{1}{2K_BT}$  et donc avec une vitesse considérablement plus faible. Ici  $K_B$  est la constante de Boltzmann et T est la température du nanofluide. Le mouvement Brownien est décrit par le coefficient de diffusion Brownienne $D_B$ , qui est donné par l'équation d'Einstein-Stokes [12]

$$D_B = \frac{K_B T}{3\pi\mu d_p} \tag{II.10}$$

Pour un nanofluide à base d'eau et à la température ambiante avec des nanoparticules d'un diamètre de 1 à 100 nm, le coefficient de diffusion Brownienne est compris entre 4×10-10 à 4× 10-12  $m^2$  /s. la diffusions Brownienne peut devenir importante en tant que mécanisme de glissement en l'absence de la turbulence. Le flux massique des nanoparticules dues à la diffusion Brownienne,  $j_{p,B}$  (Kg/ $m^2$  s) peut être calculé comme:

$$j_{p,B} = -\rho_p D_B \nabla \varphi \tag{II.11}$$

#### • Thermophorèse :

Les particules peuvent diffuser sous l'effet d'un gradient de température. Ce phénomène est appelé thermophorèse, et est équivalent à l'effet bien connu " effet Soret" pour des mélanges gazeux ou liquides. La vitesse thermophorétique  $V_T$ , peut être trouvée comme suit:

$$V_T = -\beta \frac{\mu}{\rho} \frac{\nabla T}{T} \tag{II.12}$$

Où une expression pour le facteur de proportionnalité, est donnée par [13]:

$$\beta = 0.26 \frac{k}{2k + k_p} \tag{II.13}$$

Dans l'équation (II.13) k et  $k_p$  sont les conductivités thermiques de fluide pur et de particules respectivement. L'équation (II.14) est basée sur les données de particules relativement grandes (1µm) dans l'eau et le n-hexane, et est également recommandée par Lister [14] et plus récemment par Müller-Steinhagen [15].Malheureusement, les données thermophorétique pour les nanoparticules ne sont pas disponibles, donc dans l'équation(II.14) sera utilisé pour les nanoparticules aussi. Le signe négatif dans l'équation (II.12) signifie que les particules se déplacent vers le bas du gradient de température, c'est à dire, du chaud au froid. Pour des nanoparticules d'Alumine dans l'eau à température ambiante, k~1W/m.K, kp~40W/m.K, et en supposant un gradient de température de 105K/m (correspondant à 100 kW/m<sup>2</sup> flux de chaleur), on obtient  $V_T=2\times10$ -6m/s. La thermophorèse peut être devenir importante en tant que mécanisme de glissement en l'absence de turbulence. Le flux massique de nanoparticules dues à l'effet de thermophorèse,  $j_{p,T}$  peut être calculé comme:

$$j_{p,T} = \rho_p \varphi V_T = -\rho_p \alpha_T \frac{\nabla T}{T} \tag{II.14}$$

Avec  $\alpha_T = \beta \frac{\mu}{\rho} \varphi$  le coefficient  $\alpha_T$  est parfois appelé le coefficient de diffusion thermique.

## g) Coefficient de dilatation thermique

Le coefficient de dilatation thermique, également connu sous le nom de  $\alpha$ , est une mesure physique qui évalue la variation relative de la longueur ou du volume d'un matériau en fonction de la chaleur. Plus spécifiquement, il montre comment un matériau se dilate ou se contracte à la chaleur ou au froid.

La loi de dilatation thermique est exprimée par la relation:

$$\Delta \mathbf{L} = \boldsymbol{\alpha} \,.\, \boldsymbol{L}_0 \,.\, \Delta \mathbf{T} \tag{II.15}$$

## V. Modèle mathématique pour un nanofluide

Les équations fondamentales de la mécanique des fluides peuvent servir de base à un modèle mathématique pour un nanofluide, qui est un fluide contenant des nanoparticules dispersées. Ces équations expliquent la circulation et les caractéristiques thermiques du liquide. Parmi les équations de base qui peuvent être employées dans un tel modèle, on peut citer:

## 1) Équation de conservation de la masse

Est un principe physique qui stipule que la masse totale d'un système isolé reste constante au cours du temps, à moins qu'elle n'interagisse avec des sources externes ou ne soit convertie en une autre forme d'énergie. En d'autres termes, la quantité totale de matière dans un système fermé reste constante. Cela signifie que la masse ne peut ni être créée ni être détruite, mais elle peut être redistribuée ou transformée en d'autres formes d'énergie.

$$\frac{d\rho}{dt} + \nabla . \left(\rho v\right) = 0 \tag{II.16}$$

# 2) Équation de conservation de la quantité de mouvement (ou équation de Navier-Stokes)

Il s'agit du même concept que dans un fluide traditionnel. Toutefois, elle tient compte des échanges entre les nanoparticules et le fluide qui les entoure. Les interactions entre ces éléments peuvent altérer les caractéristiques de viscosité et de densité du fluide, ce qui a un impact sur son mouvement global. Il y a également des termes supplémentaires dans l'équation de conservation de la quantité de mouvement dans un nanofluide pour représenter ces effets nanoscopiques, ce qui permet de modéliser plus précisément le comportement du nanofluide dans divers scénarios.

$$\rho\left(\frac{\partial v}{\partial t} + (v,\Delta)v\right) = -\nabla p + \mu \nabla^2 v + f \qquad (II.17)$$

## 3) Équation de conservation de l'énergie (ou équation de la chaleur)

Une équation de la chaleur spécifique qui tient compte des caractéristiques thermiques des nanoparticules dispersées dans le fluide. Elle explique comment la température du nanofluide varie au fil du temps et de la position, en tenant compte des transferts de chaleur à travers le fluide et des interactions thermiques entre les nanoparticules et le fluide environnant. Les processus de transfert thermique dans les nanofluides peuvent être modélisés de manière précise grâce à cette équation, ce qui revêt une importance capitale pour de nombreuses applications industrielles et scientifiques.

$$\rho C_p \left( \frac{\partial T}{\partial t} + \nu. \Delta T \right) = k \nabla^2 T + Q \tag{II.18}$$

## 4) Couches limites

Le comportement du fluide près d'une surface solide en mouvement est caractérisé par la loi de la couche limite, surtout dans les zones où les effets de viscosité du fluide sont dominants. La limite se présente sous la forme d'un petit espace entre une zone proche de la paroi où le fluide n'a pas de vitesse et une zone externe où le fluide s'écoule à une vitesse plus élevée.

Dans les prochaines lignes, nous exposerons les couches limites:

#### a) Couche limite dynamique

Quand le fluide traverse un obstacle, il entraîne une modification des champs de vitesse et de pression. Située à proximité de la paroi, la couche limite correspond à la transition entre la vitesse du fluide et la vitesse locale du fluide libre. Diverses caractéristiques de l'écoulement sont influencées par cette couche limite, telles que le frottement, le transfert thermique et le risque de décollement.

#### b) Couche limite laminaire

La couche limite laminaire se distingue par la présence de vecteurs de vitesse parallèles dans un même plan, ce qui entraîne un écoulement sous forme de couches de fluide qui se déplacent les unes sur les autres. Ces couches restent rectilignes pendant un certain temps avant de disparaître. On peut observer ce genre de couche limite près du bord d'attaque d'un profil.

L'épaisseur  $\delta$  de la couche limite est généralement désignée comme la distance à la paroi à partir de laquelle la vitesse U est maximale, est telle que voire la figure (II.2):

$$\mathbf{U} = \mathbf{0.99U}_{\infty} \tag{II.19}$$



Figure (II. 2): Couche limite dynamique sur une plaque plane [16].

#### c) Couche limite thermique

Lorsque le liquide à température Te, se déplace le long de la paroi à température Tp, il y a des échanges thermiques. Lorsqu'elles entrent en contact avec la surface, les particules du fluide subissent une chaleur ou un refroidissement. Ces particules échangent peu à peu de la chaleur avec leurs voisines, ce qui entraîne la formation d'un gradient thermique. L'épaisseur de la couche limite ( $x_2 = dT$ ) est généralement définie comme la limite où la température du fluide T<sub>fluid</sub> atteint sa limite.

$$(x_2) = 0.99(T_e - T_p) + T_p$$
(II.20)

Lorsqu'on s'éloigne du bord d'attaque dans une solution sans viscosité, les effets du transfert de chaleur pénètrent plus profondément dans le flux, ce qui entraîne une formation plus prononcée de la couche limite thermique.

La relation entre les épaisseurs de la couche limite de vitesse et de la couche limite thermique est déterminée par le nombre de Prandtl, qui correspond à la diffusivité de la quantité de mouvement et à la diffusivité thermique. Les deux diffusivités sont semblables, ce qui entraîne une superposition quasi totale des couches limites de vitesse et thermique, selon le nombre de Prandtl unitaire, voire comme illustré dans la figure (II.3).

Lorsque la quantité de Pr est :

- Pr<1: La diffusion de la chaleur est plus rapide que la quantité de mouvement, ce qui entraîne une couche limite thermique plus épaisse que la couche limite dynamique <<δt.</li>
- Pr≫1: La diffusion de la quantité de mouvement est plus rapide que celle de la chaleur, créant ainsi une couche limite dynamique plus épaisse que celle thermique ≪δ.
- **Pr=1**: Les couches limites thermique et dynamique ont des épaisseurs équivalentes.



Figure (II. 3) : Couche limite thermique sur une plaque isothermique [16].

#### d) Couche limite massique

La couche limite massique correspond à la région du fluide où il y a un gradient de concentration. En général, on définit son épaisseur comme la valeur de y pour laquelle :

$$\left[\frac{c_{A,s} - c_A}{c_{A,s} - c_{A,\infty}}\right] = 0.99 \tag{II.21}$$

À mesure que l'on s'éloigne du bord d'attaque, les effets du transfert de masse se propagent plus profondément dans le courant libre, ce qui entraîne des modifications de la couche limite massique, voire de la figure (II.4).



Figure (II. 4) : Couche limite massique sur une plaque horizontale [16].

## VI. Revue bibliographique

Dans cette partie, nous présentons une recherche bibliographique sur l'écoulement d'un nanofluide et d'un milieu poreux.

## 1) Milieu poreux

Dans cette section, on donne un aperçu sur les travaux déjà fait concernant les milieux poreux.

**Moya et al [17] :** Ont examiné la convection bidimensionnelle naturelle dans un matériau poreux rectangulaire incliné peut être observée dans la figure (II.5). Ils ont utilisons les équations de bilan de masse, de quantité de mouvement et d'énergie pour résoudre numériquement ce problème, ils ont utilisant la loi de Darcy et l'approximation de Boussinesq.



Figure (II.5): Matériau poreux rectangulaire incliné [17].

Amahmid et al [18] : Ils ont utilisant le modèle de Brinkmann, ils ont réalisé une convection naturelle thermosolutale dans une couche poreuse verticale en utilisant des flux de chaleur et de masse uniformes. Ils se sont intéressés à la situation où les forces thermiques et solutales, d'intensité égale, sont opposées. La méthode d'analyse qu'ils ont élaborée repose sur l'hypothèse d'un écoulement parallèle afin de déterminer les rapports de forme adéquats pour la matrice poreuse.

**Dalel et Noureddine [19] :** Ont étudiées le séchage d'un milieu poreux non saturé et indéformable est soumis à un écoulement convectif laminaire d'air humide forcé dans un canal horizontal, ce qui entraîne des transferts de chaleur et de masse en deux dimensions. Ils ont utilisé le modèle qui prend en considération les estimations des couches limites dynamique, thermique et massique, Tout en tenant compte de la variation des coefficients des transferts thermique et massique. On peut observer le modèle d'écoulement sur la figure (II.6).



Figure (II.6): Configuration géométrique du système [19].



**Figure (II.7):**Evolution spatiale de T, S et P à l'intérieur du milieu poreux pour différents écartements du canal à t=50h [19].

Leurs résultats mettent en évidence la variation des coefficients d'échange thermique et massique à leur impact sur les profils spatio-temporels de la teneur en eau, de la température et de la pression dans le milieu, ainsi que sur l'écartement des deux plaques du canal.

Aissani et al [20] : Ont étude numériquement la convection thermosolutale naturelle dans une cavité rectangulaire inclinée. Ils ont présenté un modèle mathématique qui explique comment les transferts de chaleur et de masse se déroulent dans un corps poreux humide immergé dans un environnement avec des conditions de température et d'humidité spécifiées, voire la figure (II.8). Les équations spatio-temporelles bidimensionnelles de Luikov sont utilisées pour décrire les phénomènes de transfert de chaleur et de masse combinés. La discrétisation des équations adimensionnelles et de leurs conditions aux limites se fait en utilisant la méthode des différences finies : explicite pour la dérivée partielle temporelle et implicite pour les dérivées géographiques.



Figure (II.8): Représentation schématique du modèle et du système de coordonnées [20].

**Djedjig et al [21]:** Ont étudié un modèle mathématique basé sur la formulation de Darcy et le concept de Brinkman, le modèle a été utilisé pour analyser le transfert de chaleur et de masse dans un milieu poreux uniforme et isotrope. Le système d'équations couplées a été résolu par la méthode des éléments finis, en fonction de différents paramètres : le nombre de Reynolds, le nombre de Grashof, le nombre de Darcy, le nombre de Lewis et l'épaisseur de la couche poreuse. La recherche a établi une hypothèse d'un écoulement bidimensionnel et laminaire, avec l'utilisation de l'air comme fluide (Pr=0.72), et a utilisé l'approximation de Boussinesq. Selon les résultats, la présence de la matrice poreuse entraîne une résistance à l'écoulement, ce qui affaiblit et restreint les forces transmises.

Srinivasa et Swamy [22] : Ont étudié les effets du rayonnement thermique et la réaction chimique, les effets ont un impact sur le transfert de chaleur et de masse par convection libre

le long d'une plaque verticale dans un milieu poreux de Darcy saturé d'un fluide. Ils ont convertit les équations aux dérivées partielles qui gouvernent le problème en équations différentielles ordinaires par transformations de similitude, puis ils ont résolvé numériquement les équations par la méthode de tir. Selon leurs résultats, on constate que :

- Les valeurs élevées du paramètre de rayonnement R se manifestent par des variations de vitesse et de température, ainsi qu'un taux de transfert de masse adimensionnel plus élevé, tandis que la distribution de concentration et le taux de transfert de chaleur adimensionnel sont plus faibles.
- En augmentant le paramètre de réaction chimique, la vitesse, la concentration et le taux de transfert de chaleur diminuent, tandis que la température et le taux de transfert de masse augmentent.

**Boubaker et Harmand [23] :** Ils ont étude expérimentalement le transfert de masse et de chaleur avec modification de la phase du fluide dans un environnement poreux en mousse de de cuivre voire la figure(II.9). L'étude examine comment la mèche poreuse transfère de la masse et de la chaleur en prenant en considération les pertes de charge ainsi que les caractéristiques du matériau, comme la porosité et le diamètre typique des pores. Selon les résultats, le coefficient d'échange thermique diminue lorsque les pertes de charge augmentent, ce qui entraîne une augmentation de la température du bâti métallique.



Figure (II.9): Effet des pertes de charges gravitaires sur la température de la culasse et du fluide à l'entrée de la mèche [23]

Abdelkader et al [24] : Ont présenté dans cet article le transfert de chaleur en milieu poreux dans de nombreuses applications industrielles. Ils ont conclu que, la différence entre l'évaporation, qui se produit quand la température dépasse la température de saturation, qui correspond généralement aux opérations de séchage, et l'ébullition, qui se produit lorsque la température du milieu est égale ou supérieure à la température de saturation par rapport au milieu.

## 2) Nanofluide

Depuis quelques années, de nombreuses recherches ont été menées sur l'impact des nanofluides sur l'amélioration du transfert thermique, en particulier dans les milieux poreux. On peut mentionner certaines des études antérieures.

**Saeid** [25] : A analysé le débit en convection mixte le long d'une plaque en forme de plaque verticale soumise à des oscillations temporelles de la température de surface. Le fluide présente des propriétés constantes, à l'exception de la gravité, où il utilise l'hypothèse de Boussinesq et néglige la dissipation visqueuse, voire la figure (II.10). La circulation est fluide et en mode transitoire. Les couches limites bidimensionnelles sont utilisées pour approcher les équations du bilan dynamique et thermique. La discrétisation et la résolution des équations sont effectuées en utilisant la méthode numérique aux différences finies. Le calcul est réalisé pour l'air avec un coefficient de précision de 0.72 et pour l'eau avec un coefficient de précision de 7.0. Ces résultats suggèrent que le coefficient de frottement et le nombre de Nusselt varient régulièrement pour les écoulements aidant et opposant, avec des amplitudes et des fréquences variées de la variabilité de la température à la surface.



Figure (II.10): Schéma du modèle physique et du système de coordonnées [25].

**Benissaad et al [26] :** Ont mené une analyse numérique de la convection naturelle thermosolutale dans une cavité rectangulaire inclinée peut être analysée de manière numérique, comme illustré dans la figure (II.11). Le milieu poreux saturé par un fluide binaire remplit cette cavité. Ils ont été démontrés que lorsque le nombre de Darcy augmente, la force du flux augmente également, et cette augmentation est beaucoup plus significative avec l'augmentation du nombre de Rayleigh.

En augmentant le nombre de Lewis, le nombre de Nusselt diminue, ce qui s'explique par la diminution de la force de volume thermique. D'autre part, une augmentation du nombre de Rayleigh accentue l'écoulement, en raison des fluctuations plus importantes de température et de concentration dans le système.



Figure (II.11) : Convection naturelle dans une enceinte inclinée [26]

**Gorla et al [27] :** Ont présenté dans cet article une étude de la couche limite de convection mixte le long d'un angle vertical encastré dans un milieu poreux saturé d'un nanofluide comme le montre la figure (II.12). Selon les résultats, l'augmentation des valeurs de Nr et Nt entraîne une augmentation du facteur de fraction, tandis que les taux de transfert de chaleur, exprimés par le nombre de Nusselt, et les taux de transfert de masse, exprimés par le nombre de Sherwood, diminuent.



Figure (II.12): Modèle d'écoulement et système de coordonnées [27]

**Nazar et al [28] :** Ont étudié dans cet article le problème de l'écoulement laminaire régulier d'une couche limite de convection mixte au-dessus d'un cercle horizontal isotherme encastré dans un milieu poreux rempli d'un nanofluide. Les propriétés de l'écoulement et du transfert de chaleur ont été étudiées en fonction du paramètre de convection mixte  $\lambda$ , du type de nanoparticules (Cu, Al\_2, O\_3, TiO\_2) et de la fraction volumique de nanoparticules  $\varphi$ . Selon leurs résultats, on constate que :

- La fraction volumique des nanoparticules  $\varphi$  a augmenté, ce qui a entraîné une augmentation de la valeur de  $\lambda = \lambda_0$  (< 0) au-dessous de laquelle il n'y a pas de solution de couche limite.
- Les nanoparticules Cu ont la valeur la plus élevée du coefficient de frottement cutané  $(Pr, Pe^{\frac{1}{2}})C_f$  par rapport aux nanoparticules TiO<sub>2</sub> et Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub>.
- Le choix du type de nanofluide il est crucial pour améliorer le transfert thermique. Les nanoparticules de Cu sont utilisées pour obtenir les valeurs les plus élevées.

**H.ALI AGHA et M.BOUAZIZ [29]** : Ont examinés un écoulement thermosolutal de type couche limite. Ils ont étudient une plaque verticale semi-infinie plongée dans un milieu poreux non-Darcy avec une extension de Forchheimer. Cet environnement est rempli d'un nanofluide. Les conditions relatives aux limites sont convectives. L'effet Brownien de diffusion et la thermophorèse sont intégrés dans le modèle utilisé pour le nanofluide (modèle de Buongiorno). Ils ont employé des transformations de similarité adéquates pour formuler le problème, voire la figure (II.13).



Figure (II.13): Modèle physique et système de coordonnées [29].

Ils ont constaté que l'étude des effets des nanoparticules sur les flux d'écoulement, ainsi que sur la distribution de la température et de la masse, repose sur les phénomènes de mouvement Nb et du nombre de Nt.

**A. Aghbari et al [30] :** Ont présenté dans cet article une étude numérique a été effectuée afin d'analyser les conséquences de la dissipation diffuse et visqueuse combinée dans des conditions limites de paroi non uniformes sur le transfert de chaleur et de masse pour un nanofluide à travers une plaque verticale semi-infinie encastrée dans un milieu poreux. Les mécanismes de mouvement Brownien et de thermophorèse sont intégrés dans le modèle mathématique du nanofluide, tandis que le modèle Darcy-Forchheimer est employé pour le milieu poreux. Les conditions et les équations gouvernantes non linéaires Les résolutions numériques des équations obtenues sont effectuées en utilisant la méthode Keller-Box, voire la figure (II.14). Leurs conclusions ont révélé les éléments suivants :

- La dissipation visqueuse et les conditions aux limites ont un impact sur la vitesse, la température et le débit dans un contexte où le mouvement Brownien et la thermophorèse sont présents. Il met en évidence l'influence importante de ces facteurs sur les profils de vitesse, de température et de concentration des espèces, ainsi que sur les taux de chaleur et de masse. L'étude s'intéresse aux changements de masse des espèces et aux changements de chaleur et de masse.
- Les nanoparticules peuvent être utilisées pour contrôler les propriétés du flux de transfert de chaleur et de masse. Cela est mis en évidence par l'analyse des deux paramètres essentiels : la thermophorèse et le mode Brownien.

- Les transferts convectifs de chaleur et de masse sont davantage affectés par la dissipation visqueuse lorsqu'on travaille dans un milieu poreux de Darcy, dans le cas où la surface isotherme (a=b=h=0) est simulée.
- L'effet Soret exerce une influence significative sur les profils de concentration, ce qui signifie que les valeurs les plus élevées du paramètre de Soret se manifestent par une distribution de concentration plus élevée à l'extérieur de la paroi. D'après cette analyse, il a également été démontré que l'effet Dufour améliore la répartition de la température. Les taux de transfert de chaleur et de masse sont donc très importants pour déterminer avec précision les nombres de Dufour-solutal Lewis et Dufour modifié.



Figure (II.14): Modèle physique et système de coordonnées [30]

**A. Aghbari [31] :** Il a analysé l'écoulement stable en deux dimensions de convection mixte à double diffusion sur une plaque verticale semi-infinie dans un milieu poreux non Darcy rempli de nanofluide, en présence d'une dispersion thermique et dans des conditions limites convectives. On utilise le modèle de nanofluide de Buongiorno, alors que l'extension Darcy-Forchheimer représente le milieu poreux, voire la figure (II.15). En utilisant des transformations de similitude appropriées, les équations aux dérivées partielles sont converties en quatre équations différentielles ordinaires non linéaires couplées. Ensuite, le système d'équations résultant est résolu numériquement en utilisant la méthode des différences finies. Leur conclusion a révélé les éléments suivants :

- La réduction de la vitesse longitudinale près de la plaque est grandement influencée par l'extension de Forchheimer.
- Les transferts convectifs de chaleur et de masse sont davantage affectés par la dispersion thermique lorsque l'on travaille dans un milieu poreux non Darcy en présence de nanoparticules avec une convection mixte intensive.
- Le flux de chaleur de la paroi est influencé de manière différente par les nombres de Dufour-solutal Lewis et Dufour modifié, en fonction du nombre de Nusselt. Ils revêtent donc une grande importance et peuvent être facilement utilisés dans des situations similaires à cette formulation pour évaluer précisément les taux de transfert de chaleur et de masse. La quantité de chaleur et de masse qui se transfèrent.



Figure (II.15): Modèle physique et système de coordonnées [31]

## VII. Conclusion

Les recherches concernant les milieux pour remplir de nanofluide fluide représentent un domaine dynamique et prometteur qui pourrait contribuer au développement de nouvelles techniques pour améliorer les processus industriels et résoudre les problèmes environnementaux et énergétiques.

Avec la poursuite des progrès dans ce domaine, les nanofluides dans les milieux poreux devraient rester un sujet clé de recherche et d'innovation à l'avenir. Et aussi représentent une avancée significative dans le secteur des fluides thermiques, il existe un énorme potentiel pour optimiser les performances des systèmes de refroidissement, de chauffage et de stockage de l'énergie thermique.

Cependant, il est essentiel de faire des efforts supplémentaires afin de relever les défis actuels et de tirer pleinement parti de leur potentiel dans les applications concrètes.

# Chapitre III Problématique et modélisation mathématique

## I. Introduction

Dans ce chapitre, nous examinerons comment le transfert de chaleur est influencé par les caractéristiques thermophysiques de l'état solide et de l'état liquide. Dans le présent travail, nous avons développées les modélisations mathématiques sur la base d'un modèle à une seule phase

Dans cette section, nous exposons le modèle physique d'une plaque inclinée qui est soumise à une condition au limite thermique convectif, en établissant les équations gouvernantes des couches limites hydrodynamique thermique et massique, qui peuvent être converties en équations différentielles ordinaires.

Nous utilisons la méthode des différences finies pour résoudre le système d'équations de continuité, de mouvement et d'énergie, de concentrations et de fraction, ainsi que les conditions initiales et aux limites correspondantes. Afin de mieux appréhender le phénomène physique du problème, une analyse paramétrique est effectuée en utilisant le paramètre convectif, le mouvement Brownien, la thermophorèse et le paramètre de Forchheimer. Les résultats numériques obtenus sont présentés sous forme graphiques.

## II. Problème physique et analyse mathématique

En prenant en compte un problème à deux dimensions. Dans la Figure (III.1), le modèle physique et le système de coordonnées sont présentés pour décrire un écoulement thermosolutal en convection naturelle le long d'une plaque inclinée semi-infinie, immergée dans un milieu poreux non-Darcy saturé de nanofluide. On suppose que l'axe x correspond à la normale de la plaque.

La surface de la plaque (y=0) est en contact avec un fluide chaud avec une température  $T_f$  qui a un coefficient de transfert de chaleur h et la concentration C et la fraction volumique  $\varphi$ , prends des valeurs constantes a la surface de la plaque  $C_w$  et  $\varphi_w$  respectivement, tandis que les valeurs ambiantes (y tend vers l'infini) sont définies par la température T, la concentration C et la fraction volumique  $\varphi$  sont désignées par  $T_{\infty}$ ,  $C_{\infty}$  et  $\varphi_{\infty}$  respectivement.

De plus, le mouvement Brownien et la thermophorèse selon Nield et Kuznetsov (2011), Murthy et al. (2013) ont été validée. D'autre part, on prend le modèle de Darcy-Forchheimer pour le milieu poreux. On suppose également l'équilibre thermique local dans le milieu poreux homogène.



Les équations qui régissent la couche limitent s'écrivent comme suit :

Figure (III.1) : Modèle physique et système de coordonnées.

## **II.1. Equations mathématiques**

## 1) Equations dimensionnelle

• Équation de continuité :

$$\nabla . \vec{V} = 0 \tag{III.1}$$

• Équation de quantité de mouvement :

$$\frac{\rho_{\rm f}}{\varepsilon} \frac{\partial V}{\partial t} = -\nabla p - \frac{\mu}{\kappa} V - \frac{\rho_{f\infty} C_f}{\sqrt{\kappa}} V^2 + \left[ \varphi \rho_{\rm p} + (1 - \varphi) \{ \rho_{\rm f} (1 - \beta_{\rm T} ({\rm T} - {\rm T}_{\infty}) - \beta_{\rm C} ({\rm C} - {\rm C}_{\infty}) \} \right] \vec{g}$$
(III.2)

• Équation d'énergie :

$$(\rho c)_{m} \frac{\partial T}{\partial t} + (\rho c)_{f} V. \nabla T = K_{m} \nabla^{2} T + \varepsilon (\rho c)_{P} \left[ D_{B} \nabla \varphi. \nabla T + \left( \frac{\nabla T}{T_{\infty}} \right) \nabla T. \nabla T \right]$$
(III.3)

• Équation de transfert de masse :

$$\frac{\partial C}{\partial t} + \frac{1}{\epsilon} V. \nabla C = D_C \nabla^2 C$$
 (III.4)

• Équation de fraction volumique :

$$\frac{\partial \varphi}{\partial t} + \frac{1}{\varepsilon} V. \nabla \varphi = D_{B} \nabla^{2} \varphi + \left(\frac{\nabla T}{T_{\infty}}\right) \nabla^{2} T$$
(III.5)

Ainsi, les valeurs de vitesse de Darcy dans les directions x et y sont u et v. La température est T et la pression est P, tandis que la fraction volumique des nanoparticules est. La perméabilité de milieu poreux avec porosité  $\varepsilon$  est représentée par K, tandis que la masse volumique est représentée par  $\rho$ f, la viscosité est représentée par  $\mu$ , le coefficient d'expansion thermique du fluide de base est  $\beta_T$ , et l'accélération gravitationnelle est représentée par g. Les particules ont une masse volumique de  $\rho_p$ , ( $\rho c$ )<sub>f</sub> représente la capacité thermique du fluide de base, et ( $\rho c$ )<sub>p</sub> représente la capacité thermique effective de la nanoparticule. D<sub>T</sub> Le coefficient de diffusion thermophorétique, D<sub>B</sub> correspond au coefficient de diffusion Brownienne.

D'après la projection selon x et y en utilisant les hypothèses de la couche limite, le système d'équations différentielles présente sous la forme suivante:

• Équation de continuité :

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0$$
(III.6)

• Équation quantité de mouvement :

-Selon x :

$$\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{c\sqrt{k}}{(\mu/\rho f_{\infty})} \frac{\partial u^2}{\partial y} = \left[\frac{(1-\varphi_{\infty})Kg\rho f_{\infty}}{\mu} \left(\beta_T \frac{\partial T}{\partial x} + \beta_C \frac{\partial C}{\partial x}\right) - \frac{(\rho_p - \rho f_{\infty})Kg}{\mu} \frac{\partial \varphi}{\partial y}\right] \cos Z$$
(III.7)

-Selon y :

$$\frac{\partial p}{\partial y} = 0 \tag{III.8}$$

• Équation d'énergie :

$$u\frac{\partial T}{\partial x} + v\frac{\partial T}{\partial y} = \alpha_{m}\frac{\partial^{2}T}{\partial y^{2}} + \tau \left[ D_{B}\frac{\partial\varphi}{\partial y}\frac{\partial T}{\partial y} + \left(\frac{DT}{T_{\infty}}\right)\left(\frac{\partial T}{\partial y}\right)^{2} \right]$$
(III.9)

• Équation de transfert de masse :

$$\frac{1}{\varepsilon} \left( u \frac{\partial C}{\partial x} + v \frac{\partial C}{\partial y} \right) = D_s \frac{\partial^2 C}{\partial y^2}$$
(III.10)

• Équation de fraction volumique :

$$\frac{1}{\varepsilon} \left( u \frac{\partial \varphi}{\partial x} + v \frac{\partial \varphi}{\partial y} \right) = D_{B} \frac{\partial^{2} \varphi}{\partial y^{2}} + \left( \frac{DT}{T_{\infty}} \right) \frac{\partial^{2} T}{\partial y^{2}}$$
(III.11)

Avec :

$$\alpha_{\rm m} = \frac{\kappa_{\rm m}}{(\rho c)_{\rm f}}, \ \tau = \frac{\epsilon(\rho c)_{\rm p}}{(\rho c)_{\rm f}}$$
(III.12)

 $\mbox{-}\alpha_m$  : est la diffusivité thermique du milieu poreux.

-τ: rapport de capacité thermique du nanofluide.

## 2) Conditions aux limites dimensionnelles

Les conditions aux limites pour les équations ci-dessous sont :

$$y = 0 \ a v = 0$$
,  $-K_m \frac{\partial T}{\partial y} = h(T_f - T)$ ,  $C = C_w$ ,  $\varphi = \varphi_w$  (III.13)

$$y \to \infty \quad \dot{a} \quad u = 0 \quad , \quad T \to T_{\infty} \quad , \quad C \to C_{\infty} \quad , \quad \varphi \to \varphi_{\infty}$$
 (III.14)

Nous introduisons la fonction de lignes de courant  $\psi$  défini par :

$$u = \frac{\partial \Psi}{\partial y}$$
,  $v = -\frac{\partial \Psi}{\partial x}$  (III.15)

En utilisant les transformations adimensionnelles suivantes :

$$s(\eta) = \frac{\Psi}{\alpha_m R a_x^{1/2}} \qquad , \theta(\eta) = \frac{(T_f - T_\infty)}{(T_\omega - T_\infty)}$$
(III.16)

$$f(\eta) = \frac{(\varphi - \varphi_{\infty})}{(\varphi_{\omega} - \varphi_{\infty})} \qquad , \gamma(\eta) = \frac{(C - C_{\infty})}{(C_{\omega} - C_{\infty})}$$
(III.17)

Où  $Ra_x$  le nombre de Rayleigh local définit par :

$$R\alpha_{x} = \frac{(1 - \varphi_{\infty})\rho_{f\infty}Kg\beta_{T}(T_{f} - T_{\infty})X}{\alpha_{m}\mu}$$
(III.18)

et  $\eta$  la variable de similitude :

$$\eta = \frac{y}{x} R a_x^{1/2} \tag{III.19}$$

$$\Psi = s(\eta) \alpha_m R a_x^{1/2} \tag{III.20}$$

$$u = \frac{\partial \Psi}{\partial y} = s'(\eta) \alpha_{\rm m} \frac{Ra_x}{x}$$
(III.21)

$$\nu = -\frac{\partial\Psi}{\partial x} = -s'(\eta)\alpha_m R a_x \frac{y}{2x^2} + s\alpha_m R a_x^{1/2} \frac{1}{2x}$$
(III.22)

Les équations (III.6-III.11) avec les variables de similarité ci-dessus, nous obtenons le système d'équations différentielles ordinaires suivant :

$$s'' + 2Fo \, s's'' - (\theta' + Nc.\gamma' - Nr.f')cosZ = 0$$
(III.23)

$$\theta'' + \frac{1}{2}s\theta' + Nb f'\theta' + Nt \cdot \theta'^2 = 0$$
(III.24)

$$\gamma'' + Le\frac{1}{2}s\gamma' = 0 \tag{III.25}$$

$$f'' + Ln\frac{1}{2}sf' + \frac{Nt}{Nb}\theta'' = 0$$
 (III.26)

Où :

Les divers paramètres sont définis par :

*Nc* est le taux de flottabilité régulière  $Nc = \frac{\beta_c(C_w - C_\infty)}{\beta_T(T_w - T_\infty)}$ , *Nr* est le taux de flottabilité de nanoparticules  $Nr = \frac{(\rho_p - \rho_{f\infty})(\varphi_w - \varphi_\infty)}{\rho_{f\infty}\beta_T(1 - \varphi_\infty)(T_f - T_\infty)}$ , *Nb* est le paramètre de mouvement Brownien  $Nb = \frac{\tau D_b(\varphi_w - \varphi_\infty)}{\alpha_m}$ , *Nt* est le paramètre de thermophorèse  $Nt = \frac{\tau D_T(T_f - T_\infty)}{\alpha_m T_\infty}$ , *Le* c'est le nombre de Lewis  $Le = \frac{\alpha_m}{\epsilon D_s}$ , *Ln* est le nombre de Lewis pour le nanoparticules  $Ln = \frac{\alpha_m}{\epsilon D_b}$ , *Fo* représente le paramètre de Non-Darcy  $Fo = \frac{\alpha_m Ra_x c_f \sqrt{K}}{v_x}$ , et H chauffage convectif sans dimension, et le coefficient de transfert thermique convectif h.

### **3)** Condition limite

Les conditions aux limites (13 - 14) se transforment en :

$$\eta = 0: \ s(0) = 0: \ \theta(0) = -H(1 - \theta(0)): \ \gamma(0) = f(0) = 1$$
(III.27)

$$\eta \to \infty : s'(\infty) = \theta(\infty) = \gamma(\infty) = f(\infty) = 0$$
 (III.28)

Les quantités physiques d'intérêt qui définissent le taux de transfert de chaleur et de masse en termes de nombre de Nusselt local  $Nu_x$ , le nombre de Sherwood local régulier $Sh_x$  et le nombre de Sherwood de nanoparticule  $Sh'_x$  sont donnés par :

$$Nu_{\chi} = \frac{xq_{w}}{k_{m}(T_{f} - T_{\infty})} \quad , Sh_{\chi} = \frac{xq'_{w}}{D_{sm}(C_{w} - C_{\infty})} , Sh'_{\chi} = \frac{xq''_{w}}{D_{B}(\varphi_{w} - \varphi_{\infty})}$$
(III.29)

Avec  $q_w$  est le flux thermique surfacique,  $q'_w$  est le flux massique à la surface et  $q''_w$  est le flux massique de nanoparticules surfacique.

En utilisant les variables adimensionnelles, on obtient :

$$\frac{Nu_x}{Ra_x^{1/2}} = -\theta'(0), \quad \frac{Sh_x}{Ra_x^{1/2}} = -\gamma'(0), \quad \frac{Sh'_x}{Ra_x^{1/2}} = -f'(0)$$
(III.30)

### II.2. Méthode numérique

La résolution analytique du système d'équations différentielles ordinaires couplées (III.23-III.26) présente une forte non-linéarité. Ces équations, associées aux conditions aux limites (III.27-III.28), forment un problème aux limites à deux points qui peut être résolu pour certaines valeurs des paramètres impliqués.

Pour résoudre ce système, une méthode des différences finies a été employée, en utilisant la formule de Lobatto à trois étapes de collocation (III.A). La solution continue générée par le polynôme de collocation est une solution continue avec une précision de quatrième ordre, répartis de manière homogène sur l'intervalle d'intégration. La sélection du maillage et le contrôle de l'erreur sont basés sur le résidu de la solution continue. La technique de collocation divise l'intervalle en sous-intervalles d'intégration en utilisant un maillage de points.

En résolvant un système d'équations algébriques, le package bvp4c établit une solution numérique en tenant compte des conditions aux limites et des conditions de collocation imposées sur tous les sous-intervalles. L'erreur de la solution numérique est évaluée par le solveur sur chaque sous-intervalle. En cas de non-respect des critères de tolérance de la solution, le solveur modifie le maillage et répète le processus. Les points du maillage initial doivent être fournis par l'utilisateur, ainsi qu'une estimation initiale de la solution à ces points de maillage.

## **II.3.** Validation du programme

Il s'agit donc d'étudier l'inclinaison de la plaque et l'effet convectif sur un écoulement thermosolutale dans un milieu poreux homogène saturé d'un nanofluide.

Comme l'on a décrit précédemment, le système d'équations différentielles ordinaires non-linéaires (III.23- III.26) couplé avec les conditions aux limites (III.27-III.28), a été résolu numériquement en utilisant la méthode des différences finies. Pour évaluer la précision de la méthode employée, les résultats correspondants sont comparés à ceux obtenus par Ali. Agha [29] et Neild [32] respectivement. Le nombre de Nusselt réduit a des coefficients de régression linéaire et une limite d'erreur. Les coefficients de l'estimation par régression linéaire sont  $C_r$ ,  $C_b$  et  $C_t$ 

$$\frac{Nu_{est}}{Ra_{X}^{\frac{1}{2}}} = 0.444 + C_{r}Nr + C_{t}Nt + C_{b}Nb$$
(III.31)

Et  $\hat{\varepsilon}$  c'est l'erreur relative maximale définie par $\hat{\varepsilon} = \left|\frac{(Nu_{est}-Nu)}{Nu}\right|$ , applicable pour Nr, Nb, Nt chacun en [0, 0.5].

Ln	C <sub>r</sub>	C <sub>b</sub>	C <sub>t</sub>	<b><i>î</i></b> [29]	<b>\u00ed{u\00ed{\u00ed{\u00ed{u\00ed{\u00ed{u\00ed{u\00ed{\u00ed{u\00e{u\00e{u\00ed{u\00ed{u\00ed{u\00ed{u\00ed{u\00ed{u\00ed{u\00ed{u\00ed{u\00ed{u\00e{u\00e{u\00e{u\00ed{u\00ed{u\00ed{u\00ed{u\00ed{u\00ed{u\00ed{u\00e{</b>	Ê
						(travail actuel)
1	-0.309	-0.060	-0.166	0.154	0.154014	0.154696
2	-0.230	-0.129	-0.162	0.146	0.147800	0.145812
5	-0.148	-0.209	-0.152	0.126	0.126384	0.125781
10	-0.111	-0.245	-0.150	0.120	0.119509	0.120168
20	-0.086	-0.268	-0.149	0.114	0.114009	0.114116
50	-0.064	-0.288	-0.149	0.110	0.110179	0.110770
100	-0.053	-0.298	-0.148	0.107	0.108142	0.107151
200	-0.045	-0.304	-0.148	0.104	0.106641	0.103437

Comme indiqué dans le tableau (III.1), les résultats actuels sont en bon accord avec ceux rapportés par les travaux cités :

**Tableau (III.1) :** Comparaison de l'erreur relative maximale ε

## II.4. Résultats et discutions

Une analyse des paramètres a été menée en suivant la méthodologie précédemment exposée. Différentes conditions paramétriques, telles que Fo, Nd, Nt, Le, Nb, Ln et Z, ainsi que le paramètre convectif H, ont été utilisées pour obtenir un ensemble représentatif des résultats graphiques pour la vitesse adimensionnelle s'( $\eta$ ), la température  $\theta(\eta)$ , la concentration  $\gamma(\eta)$  et la fraction volumique des nanoparticules f( $\eta$ ).

## 1) Profils de vitesse adimensionnelle

La distribution de la vitesse adimensionnelle varie en fonction de la variable de similarité  $\eta$ , comme illustré dans Les graphiques (III.2-III.4) sont générés pour des ensembles de valeurs spécifiques Fo, Nb, Nt, Z et H.

## • Effets de l'angle d'inclinaison Z et de convectif H sur le profil de vitesse adimensionnelle:

La figure (III.2) montre de manière explicite l'impact de l'angle d'inclinaison Z et des convectifs H sur le profil de vitesse adimensionnelle s'( $\eta$ ) en fonction de la variable  $\eta$ . Quand l'angle d'inclinaison augmente, la vitesse augmente également. Alors que l'épaisseur de la couche limitant de la quantité de mouvement augmente, quand le paramètre convectif H augmente également.





Figure (III.2) : Effets de l'angle d'inclinaison Z et de convectif H sur le profil de vitesse adimensionnelle.

## • Effets de paramètre convectif H et de paramètre du mouvement Brownien Nb et le paramètre de thérmophorèse Nt sur le profil de vitesse adimensionnelle :

L'analyse graphique de la figure (III.3) mis en évidence l'importance des paramètres convectifs H, du nombre de Brownien Nb et du nombre de thermophorèse Nt dans la détermination du profil de vitesse adimensionnelle s'( $\eta$ ) en fonction de la variable  $\eta$ .

L'augmentation du paramètre du mouvement Brownien (Nb) et du nombre de thermophorèse (Nt) entraîne une augmentation de la vitesse. La présence de nanoparticules représenter par le mouvement Brownien et la thermophorèse favorise l'amélioration de la vitesse près de la paroi. De plus, l'épaisseur de la couche limite augmente à mesure que le paramètre du mouvement Brownien (Nb) et le nombre de thermophorèse (Nt) augmentent. Par ailleurs, l'augmentation du paramètre convectif H entraîne également une augmentation de l'épaisseur de la couche limite hydrodynamique.



**Figure (III.3):** Effets de paramètre convectif H et de paramètre du mouvement Brownien Nb et le paramètre de thérmophorèse Nt sur le profil de vitesse adimensionnelle.
# • Effets de paramètre l'angle d'inclinaison Z et de paramètre du Lewis sur le profil de vitesse adimensionnelle :

La figure (III.4) illustre l'angle d'inclinaison Z et le paramètre du Lewis sur le profil de vitesse adimensionnelle s'( $\eta$ ) en fonction de la variable de similarité  $\eta$ .

L'augmentation du nombre de Lewis (Le) entraîne une réduction de la répartition de la vitesse adimensionnelle, ainsi qu'une diminution significative de l'épaisseur de la couche limite hydrodynamique. En outre, il est clair que l'augmentation de l'angle d'inclinaison conduit à une augmentation de la vitesse adimensionnelle.



Nb=2.0; Nc=0.2; Nr=0.1; Nt=0.7; Le=10; Fo=1.0; H=0.5

Figure (III.4) : Effets de paramètre l'angle d'inclinaison Z et de paramètre du Lewis sur le profil de vitesse adimensionnelle.

### 2) Profils de température adimensionnelle

Les figures (III.5-III.7) illustrent la fluctuation de la répartition de la température adimensionnelle en fonction de la variable de similarité  $\eta$ , avec les valeurs respectives de Fo, Nb, Nt et H.

# • Effet de thérmophorése Nt et de non-Darcy Fo sur le profil de température adimensionnelle :

Les effets de paramètre de thérmophorèse Nt et de paramètre non-Darcy (Fo) sur le profil de température adimensionnelle  $\theta(\eta)$  en fonction de la variable  $\eta$  sont clairement illustrés par le graphe présenté dans la figure (III.5). On constate qu'une augmentation du profil de température et une augmentation de l'épaisseur de la couche limite thermique en présence de nanoparticule en ce qui concerne la thermophorèse. De plus, l'effet de la thermophorèse entraîne une augmentation de la température locale dans la couche limite thermique.

En outre, la température augmente lorsque Fo augmente loin de la paroi. En conséquence, la couche limite devient plus épaisse.



Figure (III.5) : Effet de thérmophorése Nt et de non-Darcy Fo sur le profil de température adimensionnelle.

# • Effet de convectif H et de non-Darcy Fo sur le profil de la température adimensionnelle

Les effets de convectif (H) et de non-Darcy (Fo) sur le profil de la température adimensionnelle  $\theta(\eta)$  en fonction de la variable  $\eta$  sont clairement illustrés par le graphe présenté dans la figure (III.6).

Une augmentation de la température adimensionnelle et de l'épaisseur de la couche limite thermique sont favorisées par une augmentation de (H). Cela résulte physiquement de l'accroissement du transfert de chaleur de surface, ce qui accentue la différence de température entre la surface de la plaque et le nanofluide.

En outre, la température adimensionnelle augmente loin de la paroi lorsque Fo augmente dans le cas ou H a des valeurs importantes. En conséquence, la couche limite devient plus épaisse.



Nt=Nb=Nr=Nc=0.5 ; Ln=Le=10; Z=45°

Figure (III.6) : Effet de convectif H et de non-Darcy Fo sur le profil de la température adimensionnelle.

# • Effet de de convectif H de paramétré Brownien Nb et de thesmophores Nt sur le profil de température adimensionnelle

Les effets combinés des paramètres convectifs H et du mouvement Brownien Nb ainsi que de la thermophorese Nt sur les profils de températures adimensionnelles sont clairement illustrés dans la figure (III.7).

La présence du mouvement Brownien et de la thermophorèse des nanoparticules favorisent l'amélioration de la température locale dans la couche limite thermique. Lorsque H augmente, la température adimensionnelle augmente également. On peut expliquer cela de manière physique par l'augmentation du transfert de chaleur de surface, ce qui accroît la température et l'épaisseur de la couche thermique.

On peut conclure que la présence de nanoparticules développent le transfert de chaleur de la plaque vers le milieu poreux.



#### Nr=Nc=0.5 ; Ln=Le=10 ; Fo=2.0 ; Z=45°

Figure (III.7): Effet de de convectif H de paramétré Brownien Nb et de thesmophores Nt sur le profil de température adimensionnelle.

### 3) Profile de concentration adimensionnelle

Les figures (III.8-III.10) illustrent la variation de la distribution de la concentration adimensionnelle en fonction de la variable de similarité  $\eta$ . Elles montrent respectivement les ensembles de valeurs de Fo, Nc, Le, Z° et H.

#### • Effet de Lewis Le et de convectif H sur le profil de concentration adimensionnelle

L'effet de nombre de Lewis Le et du paramètre convection H sur le profil de concentration adimensionnelle  $\gamma$  ( $\eta$ ) en fonction de la variable  $\eta$  est illustré dans la figure (III.8).

Les distributions de concentration sont très influencées par l'augmentation du nombre de Lewis, ce qui entraîne une diminution de l'épaisseur de la couche limite massique. Dans cette situation spécifique, on observe un gradient net de concentration près de la paroi lorsque le nombre Le est plus élevé, Cette tendance est conforme avec le fait qu'un nombre de Lewis définit le rapport entre la diffusivité thermique et la diffusivité massique. Ce pendant l'épaisseur de la couche limite massique se trouve inférieure à l'épaisseur de la couche limite thermique pour Le supérieure à un. En outre, la concentration diminue lorsque H augmente.



Fo=2.0; Nb=Nt=0.2; Nr= Nc=0.5; Ln=10

Figure (III.8): Effet de Lewis Le et de convectif H sur le profil de concentration adimensionnelle.

# • Effet de Taux de flottabilité régulière et de Lewis sur le profil de concentration adimensionnelle

Ce graphe présenté est une figure(III.9) illustrant l'effet du taux de flottabilité régulière Nc, et du nombre de Lewis Le sur le profil de concentration adimensionnelle  $\gamma$  ( $\eta$ ).

Il est à noter que l'augmentation de Nc, les profils de masse sans dimension diminuent près de la paroi alors qu'il a un grand effet loin d'elle. On peut voir que les distributions de concentration est grandement sensible à l'augmentation du nombre de Lewis qui conduit à réduire l'épaisseur de la couche limite massique et pour cette situation particulière le gradient net de concentration est observé à proximité de la paroi lorsque le nombre Le est plus grand.



Figure(III.9) : Effet de Taux de flottabilité régulière et de Lewis sur le profil de concentration adimensionnelle.

# • Effet de paramètre non-Darcy et de l'angle d'inclinaison Z sur le profil de concentration adimensionnelle

La figure (III.10) illustre l'impact du paramètre non-Darcy Fo et de l'angle d'inclinaison Z sur le profil de concentration adimensionnelle ( $\eta$ ) en fonction de la variable ( $\eta$ ). L'augmentation de Fo et Z entraîne une diminution des profils de la concentration adimensionnelle pour des valeurs fixes des autres paramètres. L'augmentation de la valeur du paramètre Fo signifie la présence de l'effet de l'inertie ce qui diminue les profils de la concentration adimensionnelle.



Figure(III.10) : Effet de paramètre non-Darcy et de l'angle d'inclinaison Z sur le profil de concentration adimensionnelle.

### 4) Profile de la fraction adimensionnelle

Les figures (III.11-III.13) illustrent comment la distribution de la fraction adimensionnelle varie en fonction de la variable de similarité  $\eta$ , avec les valeurs respectives de Ln, Le, Nb, Nt, Z et H.

### • Effet de paramètre convectif H et de diffusion brownienne Nb et de thermophorèse Nt sur le profil de la fraction adimensionnelle

Le paramètre convectif H, de diffusion brownienne Nb et de thermophorèse Nt ont un impact sur le profil de la fraction adimensionnelle en fonction de la variable adimensionnelle  $\eta$ , comme illustré dans la figure (III.11). L'augmentation du paramètre de thermophorèse Nt et du paramètre de mouvement Brownien Nb entraîne une diminution de la fraction volumique de nanoparticules dans le fluide d'où la réduction significative de l'épaisseur de la couche limite.

Cela s'explique, lors de l'augmentation du mouvement Brownien et de la thermophorèse Nt des nanoparticules, la surface chaude repousse les particules de taille nanométrique et formant ainsi une couche relativement exempte de particules près de la surface de la plaque. L'augmentation de H réduit la proportion de volume.



Figure(III.11) : Effet de paramètre conviction H et de diffusion brownienne Nb et de thermophorèse Nt sur le profil de fraction adimensionnelle.

# • Effet de paramètre non-Darcy Fo et de Lewis nanoparticule Ln sur le profil de fraction adimensionnelle

L'effet de Lewis nanoparticule Ln et de paramètre non-Darcy Fo sur le profil de fraction adimensionnelle en fonction de la variable adimensionnelle  $\eta$  est illustré dans la figure (III.12). Il est observé que la fraction volumique des nanoparticules diminue considérablement lorsque le nombre de Lewis de nanoparticules est augmenté.

En revanche, l'augmentation du paramètre de Forchheimer Fo entraîne une augmentation de la proportion de nanoparticules dans le fluide, ce qui entraîne une augmentation de la couche limite.



Figure(III.12) : Effet de non-Darcy et de Lewis sur le profil de fraction adimensionnelle.

#### • Effet de l'angle d'inclinaison Z et de Lewis sur le profil de fraction adimensionnelle

Le graphique (III.13) illustre l'impact de l'angle d'inclinaison Z et de la Lewisnanoparticule Ln sur le profil de fraction adimensionnelle f en fonction de la variable adimensionnelle  $\eta$ . La diminution de la fraction volumique des nanoparticules dans la couche limite est observée lorsque les paramètres d'angle d'inclinaison et de Lewis nanoparticule sont augmentés.

Dans ces situations et pour une diffusion thermique constante, une augmentation du nombre de Lewis-nanoparticules entraîne une faible diffusivité moléculaire, ce qui doit entraîner une baisse rapide de la fraction volumique des nanoparticules dans la couche limite.



Nb=Nt=Nr=Nc=0.5 ; Le=10 ; H=0.4 ; Fo=0.1

Figure (III.13) : Effet de l'angle d'inclinaison Z et de Lewis sur le profil de fraction adimensionnelle.

### 5) Taux de transfert de chaleur et de masse :

Afin de montrer l'effet des paramètres pertinents sur les taux de transfert de chaleur et de masse en termes de quantités locales telles que : Nusselt  $Nu_x$ , nombre régulière de Sherwood local  $Sh_x$ , le nombre Sherwood local de nanoparticules  $Sh'_x$  pour différentes valeurs de H, Fo, Nb et Z°, Nt sont présentés dans les tableaux (III.2) et (III.3).

Les tableaux (III.2-III.3) présente les valeurs des nombres de Nusselt  $\frac{Nu_x}{Ra_x^{1/2}}$  et des nombres de Sherwood local fluide de base  $\frac{Sh_x}{Ra_x^{1/2}}$  et le nombre Sherwood local de nanoparticules  $\frac{Sh'_x}{Ra_x^{1/2}}$ .

On observe une augmentation du nombre de Nusselt à mesure que les paramètres (H) et (Z) augmentent. En ce qui concerne le taux de transfert massique, on constate que (Nb) et (Nt) sont capables d'améliorer ce paramètre d'intérêt. La présence des effets d'inertie en termes de (Fo) peut être perçue comme un moyen de diminuer le taux de transfert de chaleur, comme le démontrent les tableaux.

En outre, on observe une augmentation du nombre de Sherwood local et du nombre de Sherwood local de nanoparticules lorsque le paramètre des convections (H) et l'angle d'inclinaison ( $Z^{\circ}$ ) augment, le paramètre de mouvement Brownien (Nb) et le paramètre thermophorése (Nt) sont trouvés capables dans l'amélioration de ce paramètre d'intérêt. Le paramètre (Fo) contribue à réduire ce paramètre d'intérêt. En ce qui concerne le taux de transfert massique des nanoparticules, on constate que le nombre de Sherwood local et le nombre de Sherwood local de nanoparticules présente à la même évolution.

**Tableau (III.2) :** Valeurs de 
$$\frac{Nu_x}{Ra_x^{1/2}}$$
,  $\frac{Sh_x}{Ra_x^{1/2}}$  et  $\frac{Sh'_x}{Ra_x^{1/2}}$  pour des valeurs

н	Fo	$\frac{Nu_{\chi}}{Ra_{\chi}^{1/2}}$			$\frac{Sh_x}{Ra_x^{1/2}}$ (fluide de base)			$\frac{Sh'_{x}}{Ra_{x}^{1/2}}$ (nanoparticules)		
		Nb=0.1	Nb=0.5	Nb=1	Nb=0.1	Nb=0.5	Nb=1	Nb=0.1	Nb=0.5	Nb=1
0.1		0.0663	0.0629	0.0555	0.6150	0.6917	0.7684	0.4909	0.6797	0.7705
0.5	0.2	0.1676	0.1496	0.1159	0.8552	0.9336	0.9905	0.5417	0.9079	0.9968
1000		0.2884	0.2375	0.1627	1.0384	1.0985	1.1159	0.5290	1.0638	1.1269
	0.0	0.3042	0.2526	0.1734	1.1094	1.1804	1.2012	0.5548	0.1407	1.2116
0.5	0.2	0.1676	0.1496	0.1159	0.8552	0.9336	0.9905	0.5417	0.9079	0.9968
	0.5	0.1634	0.1448	0.1113	0.8164	0.8864	0.9348	0.5184	0.8625	0.9415

Sélectionnées de H, Fo et Nb avec (Nr=0.5, Nt=0.5, Nc=0.5, Le=Ln=5.0).

Tableau(III.3) : Valeurs de	$e \frac{Nu_x}{Ra_x^{1/2}}$ ,	$\frac{Sh_x}{Ra_x^{1/2}}$ et	t $\frac{Sh'_x}{Ra_x^{1/2}}$ pour des valeurs	3
-----------------------------	-------------------------------	------------------------------	---	---

Z°	Fo	$\frac{Nu_x}{Ra_x^{1/2}}$			$\frac{Sh_x}{Ra_x^{1/2}}$ (fluide de base)			$\frac{Sh_{x}}{Ra_{x}^{1/2}}$ (nanoparticules)		
		Nt=0.1	<i>Nt</i> =0.3	<i>Nt</i> =0.5	Nt=0.1	Nt=0.3	<i>Nt</i> =0.5	Nt=0.1	Nt=0.3	<i>Nt</i> =0.5
0		0.1999	0.1933	0.1868	0.9884	0.9910	0.9941	0.9111	0.7719	0.6496
30	0.2	0.2058	0.2006	0.1955	1.0502	1.0564	1.0628	0.9688	0.8267	0.7038
45		0.2033	0.1976	0.1918	1.0237	1.0284	1.0334	0.9441	0.8032	0.6806
	0.0	0.2088	0.2032	0.1976	1.0856	1.0911	1.0970	1.0018	0.8528	0.7219
30	0.2	0.2058	0.2006	0.1955	1.0502	1.0564	1.0628	0.9688	0.8267	0.7038
	0.5	0.1996	0.1943	0.1890	0.9851	0.9906	0.9963	0.9081	0.7742	0.6596

Sélectionnées de Z°, Fo et Nt avec (Nr=0.2, Nb=0.1, Nc=0.5, Le=Ln=5.0, H=0.5).

### **III.** Conclusion

Dans ce chapitre on a mis en évidence les différents équations réjouissant notre problème, qui concerne l'étude du transfert thermique et massique sur une plaque verticale immerge dans un milieu rempli d'un nanofluide.

En suit, nous avons établi les équations a dimensionnelles qui régissent le problème et les conditions aux limites qui lui sont associées, en utilisant la méthode de similarité, nous avons choisi une méthode numérique pour les résolutions. Pour ce faire, nous avons utilisé Matlab et la méthode de déférant finie avec la fonction lobatto à 3 étapes de bvp4c intégrées dans Matlab.

On a obtenu des résultats intéressant pour déférant paramétré de mouvement Brownien et la thermophorèse sont des paramètres essentiels pour taux de transfert de chaleur et de masse, et l'étude de l'effet des nanoparticules sur le profile adimensionnelle de vitesse et de la température et la concentration et la fraction volumique.

# **Conclusion générale**

# **Conclusion générale**

Le travail présenté un écoulement thermosolutal sur une plaque inclinée en convection naturel dans un milieu poreux rempli d'un nanofluide, ce qui révèle des phénomènes complexes influencés par divers paramètres.

Les nanoparticules ajoutées au fluide modifient significativement les propriétés thermiques et dynamiques de l'écoulement, notamment à travers les effets de mouvement Brownien et de la thermophorèse. La compréhension approfondie des interactions entre ces nanoparticules et le milieu poreux permet de saisir les mécanismes de transfert thermique et massique, et cette compréhension s'est principalement concentrée sur la région de la couche limite, pour le cas d'un écoulement en convection naturelle sur une plaque plane inclinée dans un milieu poreux non-Darcy. Dans la section résolution mathématiques, les équations de conservation de la quantité de mouvement et de l'énergie sont présentées et mises sous forme ordinaire, accompagnées des conditions aux limites associées. Pour résoudre les équations gouvernantes du phénomène, nous avons choisi d'utiliser la méthode de différence finie.

La validation numérique du code de calcul a été faite en comparant nos résultats à ceux d'Aydin, O, Kaya, A [33]. Une bonne concordance a été obtenue entre nos résultats respectifs.

En résumé, les résultats indiquent que les propriétés de l'écoulement, telles que la vitesse, la température, la concentration et la fraction volumique des nanoparticules, sont significativement influencées par les variations des paramètres physiques liés au flux thermique et aux nanofluides. Ces modifications des propriétés de l'écoulement ont des répercussions sur les processus de transfert de chaleur et de masse.

Dans un premier temps, nous avons étudié l'influence des nanoparticules sur la couche limite convectif, en utilisant les principaux paramètres adimensionnels tels le paramètre de mouvement Brownien (Nb) et le paramètre de thermophorèse (Nt), leurs rôle est crucial dans la caractérisation de l'écoulement. Leur influence sur la stabilité et l'efficacité du transfert thermique et solutalé est déterminante pour le développement de systèmes de refroidissement avancés et de procédés industriels impliquant des nanofluides.

A la lumière de cette étude, on peut expliciter les conclusions suivantes :

#### 1. la vitesse adimensionnelle :

-Une augmentation de l'angle d'inclinaison Z conduit à une augmentation de vitesse.

- L'augmentation du paramètre convectif H est accompagnée d'une augmentation de la vitesse, mais au milieu de la couche limite.

- L'augmentation à la fois le nombre de thermophorèse (Nt) et le nombre de mouvement brownien (Nb) augmente la vitesse.

- L'augmentation de nombre de Lewis Le, implique une diminution de la vitesse.

#### 2. Température adimensionnelle :

- Les profils de température augmentent avec l'augmentation de Fo à proximité de la paroi. Par conséquent, l'épaisseur de la couche limite augmente.

- On peut conclure que, la présence de nanoparticule en termes de mouvement brownien et d'effet de thermophorèse peut jouer à rôle important pour améliorer le transfert thermique.

- L'augmentation du paramètre convectif H est accompagnée d'une augmentation de la température et l'épaisseur de la couche limite.

#### 3. Concentration adimensionnelle :

- Le rapport de flottabilité régulière Nc, a pour effet de diminuer le champ de concentration.

- L'augmentation de nombre de Lewis Le, implique une diminution de la concentration.

- Une augmentation de l'angle d'inclinaison Z entraîne une diminution de la concentration dans la région de la couche limite.

#### 4. Fraction volumique :

- L'augmentation du paramètre Forchheimer Fo s'accompagne de l'augmentation de la fraction volumique des nanoparticules dans le fluide, et la couche limite devient plus grande.

- L'augmentation régulière du paramètre convectif H, du nombre de Lewis Ln, diminuer la distribution de la fraction volumique des nanoparticules, ainsi que l'épaisseur de la couche limite réduit de manière significative.

- L'augmentation de paramètre de thermophorèse Nt et le paramètre de mouvement Brownien Nb réduisent la fraction volumique, ainsi que l'épaisseur de la couche limite réduit de manière significative. - L'augmentation des paramètres d'angle d'inclinaison Z et de Lewis nanoparticule Ln réduit la fraction volumique des nanoparticules.

Dans cette étude, on a apporté des informations précieuses pour l'amélioration des technologies de gestion thermique en exploitant les propriétés uniques des nanofluides dans des milieux poreux. Les résultats obtenus permettent de mieux comprendre les mécanismes fondamentaux régissant l'écoulement thermosolutal et ouvrent la voie à des applications innovantes dans divers domaines de l'ingénierie thermique.

Les perspectives de recherche dans ce domaine sont larges et prometteuses, il serait également intéressant d'étudier les autres effets qui sont rencontrés dans les milieux poreux lors de l'écoulement de fluide en présence de la convection thermique et massique comme, l'effet de dissipation visqueuse, l'effet de Soret...etc, avec plusieurs configurations géométriques notamment en dimension radiale.

## **Référence bibliographiques**

[1] 2006 SALAZAR G.MODELISATION DU SECHAGE D'UN MILIEU POREUX SATURE DEFORMABLE : PRISE EN COMPTE DE LA PRESSION DU LIQUIDE", THESE DE DOCTORAT, ECOULE NATIONALE SUPERIEURE D'ARTS ET METIERS

[2] 1974A.E.Scheidrggerthe. Physics of flow through porous media, 3rd .University of Toronto Press. 3 ededition.

[3] 2007 F. Lomine, "Ecoulements de particules dans un milieu poreux.", These de doctorat, Universite Rennes.

[4] 1900 O.Reynolds.Papers on Mechanical and PhysicalSubjects. Canbridge. University Press.

[5] 2007 BOUHEZZA.A, ETUDE D'UNE COUCHE LIMITE LAMINAIRE EN CONVECTION MIXTE : EFFET DE L'INCLINAISON DE LA PAROI, MEMOIRE DE MAGISTER, L'UNIVERSITE 20 AOUT 55, SKIKDA FACULTE DES SCIENCES ET SCIENCES DE L'INGENIORAT, DEPARTEMENT DES SCIENCES FONDAMENTALES, SPECIALITE : PHYSIQUE, OPTION : ENERGETIQUE.

[6] 1995 U.S. Choi, J.A. Eastman, Enhancing thermal conductivity of fluids with Nanoparticles, in: Proc. ASME Int. Mech. Eng. Congr. Expo., San Francisco, CA.

[7] 2007 DAS, SARIT.K, ET AL. NANOFLUIDS: SCIENCE AND TECHNOLOGY. JOHN WILEY & SONS,.

[8] 1995, U. S. C. STEPHEN AND J. A. EASTMAN, (THERMAL CONDUCTIVITY OF FLUIDS. ETHANE), IN ENHANCING THERMAL CONDUCTIVITY OF FLUIDS WITH NANOPARTICLES, VOL. 8, NO. 3, PP. 2813285, DOI: 10.1021/JE60018A001.

[9] 2021, E. B. Elcioglu and S. M. S. Murshed, "Ultrasonically tuned surface tension and nanofilm formation of aqueous ZnO nanofluids," Ultrason. Sonochem., vol. 72, p. 105424. [10] 1906 A. Einstein, "Zur Theorie der Brownschen Bewegung," Ann. Phys., vol. 324, NO. 2, PP. 371–381.

[11] 1952 H. C. BRINKMAN, "THE VISCOSITY OF CONCENTRATED SUSPENSIONS AND SOLUTIONS," J. CHEM.

[12] 2006, J. Buongiorno, "Convective transport in nanofluids," J. Heat Transfer, vol. 128, no.3, pp. 240–250.

[13] 1973 McNab, G. S., and Meisen, A, <Thermophoresis in Liquids=, Journal of Colloidal Interface Science, 44 pp. 339–346.

[14] 1980 Lister, D. H., "Corrosion Products in Power Generating Systems", Atomic Energy of Canada Limited, 6877, pp.1-65.

[15] 1999 Müller-Steinhagen, H, <Cooling-Water Fouling in Heat Exchangers= Advanced Heat Transfer, 33, pp. 415–496.

[16] 2011 BERGMAN, T. L., LAVINE, A. S., INCROPERA, F. P., DEWITT, D. P., "FUNDAMENTALS OF HEAT AND MASS TRANSFER", 7TH EDITION, JOHN WILEY & SONS.

[17] 1987 MOYA, SARA L., EDUARDO RAMOS, AND MIHIR SEN. "NUMERICAL STUDY OF NATURAL CONVECTION IN A TILTED RECTANGULAR POROUS MATERIAL." INTERNATIONAL JOURNAL OF HEAT AND MASS TRANSFER 30.4: 741-756.

[18] 1999 Amahmid, A., M. Hasnaoui, and P. Vasseur. "Etude analytique et numerique de la convection naturelle dans une couche poreuse de Brinkman doublement diffusive." International journal of heat and mass transfer 42.15: 2991-3005.

[19] 2007 HELEL.D, AND NOUREDDINE BOUKADIDA. "TRANSFERT DE CHALEUR ET DE MASSE DANS UN MILIEU POREUX NON SATURE SOUMIS A UNE CONVECTION FORCEE LAMINAIRE." JITH 2007. ENSTIMAC.

[20] 2008 AISSANI, L., N. ATTAF, AND E. MEZAACHE. "ETUDE DE L'EVOLUTION DE L'HUMIDITE ET DE LA TEMPERATURE LORS DU SECHAGE D'UN MILIEU POREUX: LE BOIS." REVUE DES ENERGIES RENOUVELABLES CISM 8.

[21] 2013 D.Souhila. "Étude numerique thermosolutale d´un jet d´air impactant une matrice poreuse cylindrique." CFM 2013-21eme Congres Français de Mecanique. AFM, Maison de la Mecanique, 39/41 rue Louis Blanc-92400 Courbevoie. [22] 2016. SRINIVASACHARYA, D., AND G. SWAMY REDDY. "CHEMICAL REACTION AND RADIATION EFFECTS ON MIXED CONVECTION HEAT AND MASS TRANSFER OVER A VERTICAL PLATE IN POWER-LAW FLUID SATURATED POROUS MEDIUM." JOURNAL OF THE EGYPTIAN MATHEMATICAL SOCIETY 24.1: 108-115.

[23] 2017. BOUBAKER.R, AND S.HARMAND. "ETUDE EXPERIMENTALE DU CHANGEMENT DE PHASE LIQUIDE/VAPEUR DANS UN MILIEU POREUX D'UNE BOUCLE DIPHASIQUE A POMPAGE CAPILLAIRE." CFM 2017-23EME CONGRES FRANÇAIS DE MECANIQUE. AFM, MAISON DE LA MECANIQUE, 39/41 RUE LOUIS BLANC-92400 COURBEVOIE.

[24] 2019. MOJTABI. A, MARC PRAT, AND M. QUINTARD. "TRANSFERTS DE CHALEUR DANS LES MILIEUX POREUX-CHANGEMENT DE PHASE." PHYSIQUE ÉNERGÉTIQUE 8251 : 1-14.

[25] 2005 SAEID, NAWAF H. "MIXED CONVECTION FLOW ALONG A VERTICAL PLATE SUBJECTED TO TIME-PERIODIC SURFACE TEMPERATURE OSCILLATIONS." INTERNATIONAL JOURNAL OF THERMAL SCIENCES 44.6:531-539.

[26] 2009 BENISSAAD.S, A.BOUMARAF, AND A.DJEBLI. "ÉTUDE DE LA CONVECTION NATURELLE THERMOSOLUTALE DANS UNE ENCEINTE INCLINEE." SEMINAIRE INTERNATIONAL SUR LES TECHNOLOGIES MECANIQUES, SITEM', LES 05 ET 06 DECEMBRE 2009, UNIVERSITE ABOU-BEKER BELKAID–TLEMCEN.

[27] 2010 GORLA, R. SUBBA REDDY, A.CHAMKHA, AND AHMED MOHAMED RASHAD. "MIXED CONVECTIVE BOUNDARY LAYER FLOW OVER A VERTICAL WEDGE EMBEDDED IN A POROUS MEDIUM SATURATED WITH A NANOFLUID." 2010 3RD INTERNATIONAL CONFERENCE ON THERMAL ISSUES IN EMERGING TECHNOLOGIES THEORY AND APPLICATIONS. IEEE,.

[28] 2011 NAZAR, R., ET AL. "MIXED CONVECTION BOUNDARY LAYER FLOW FROM A HORIZONTAL CIRCULAR CYLINDER EMBEDDED IN A POROUS MEDIUM FILLED WITH A NANOFLUID." TRANSPORT IN POROUS MEDIA 86:517-536.

[29] 2015 ALI AGHA, HAMZA, AND MOHAMED NAJIB BOUAZIZ. "ÉTUDE D'UN ECOULEMENT THERMOSOLUTAL EN CONVECTION NATURELLE DANS UN MILIEU POREUX REMPLI D'UN NANOFLUIDE.".

[30] 2015 AGHBARI.A, ALI AGHA.H, AND DJAMEL SADAOUI. "ÉTUDE D'UN ÉCOULEMENT THERMOSOLUTAL EN CONVECTION NATURELLE DANS UN MILIEU POREUX REMPLI D'UN NANOFLUIDE." NOUS 7: 8. [31] 2019 AGHBARI.A., H. ALI AGHA, AND D. SADAOUI. "SORET-DUFOUR EFFECT ON MIXED CONVECTION PAST A VERTICAL PLATE IN NON-DARCY POROUS MEDIUM SATURATED WITH BUONGIORNO NANOFLUID IN THE PRESENCE OF THERMAL DISPERSION." JOURNAL OF MECHANICS 35.6 (2019): 851-862.

[32] 2006 NIELD, D.A.; BEJAN, A.: CONVECTION IN POROUS MEDIA, 3 RDEDN. SPRINGER, NEW YORK.

[33]: 2007 Aydin, O, Kaya, A. Mixed convection of a viscous dissipating fluid about a vertical flat plate, Appl. Math. Model 31.