

RÉPUBLIQUE ALGÉRIENNE DÉMOCRATIQUE ET POPULAIRE
MINISTÈRE DE L'ENSEIGNEMENT SUPÉRIEUR ET DE LA RECHERCHE
SCIENTIFIQUE

UNIVERSITÉ AKLI MOHANDÉ OULHADJ DE BOUIRA
FACULTÉ DES SCIENCES ET DES SCIENCES APPLIQUÉES
DÉPARTEMENT DE MATHÉMATIQUES



Mémoire de fin d'études

Pour l'obtention du diplôme de Master en Recherche Opérationnelle

Étude Statistique de la Fiabilité d'un Réseau Électrique

SOCIÉTÉ SONELGAZ - RÉSEAU DE DISTRIBUTION S.E.G.(BOUIRA)

Teldjoune RABAH & Azzi MOUNIR

Présenté et soutenu publiquement le (24/06/2024)

Composition du jury :

Président : Mr. Hamid KARIM
Encadreur : Mr. Boughani L'HADI
Examineur : Mr. Iftissen ELGHANI
Examineur : Mr. Djouder SOFIANE

U.A.M.O.B 2024

RÉSUMÉ

Ce mémoire vise à réaliser une étude statistique de la fiabilité du réseau électrique de la société Sonelgaz, en se concentrant sur le réseau de distribution S.E.G de Bouira. L'objectif principal est d'évaluer la performance du réseau et d'identifier les facteurs influençant sa fiabilité. En analysant les données opérationnelles et les défaillances des équipements, nous cherchons à formuler des recommandations pour améliorer la performance du réseau et réduire le taux de pannes. La méthodologie de l'étude comprend la collecte et l'analyse des données de défaillance et de maintenance des équipements, ainsi que l'utilisation de modèles statistiques pour évaluer la fiabilité et identifier les tendances et les motifs. Les résultats contribueront à améliorer les stratégies de maintenance et à augmenter l'efficacité du réseau électrique, renforçant ainsi la fiabilité du service électrique fourni aux consommateurs.

Cette étude fait partie des efforts continus pour améliorer l'infrastructure électrique et garantir la fourniture de services de haute qualité, ce qui est d'une importance cruciale pour la société Sonelgaz et le secteur électrique en Algérie en général.

Mots-clés : Fiabilité électrique, Réseau distribution, Taux de défaillance, Loi mélange weibull, Analyse fiabilité, MTTF, Fiabilité système.

ABSTRACT

This thesis aims to conduct a statistical study of the reliability of the electrical network of Sonelgaz company, focusing on the distribution network in the S.E.G region of Bouira province. The main objective is to assess the network's performance and identify factors affecting its reliability. By analyzing operational data and equipment failures, we seek to provide recommendations to improve network performance and reduce the failure rate.

The study's methodology includes collecting and analyzing equipment failure and maintenance data, and using statistical models to evaluate reliability and identify trends and patterns. The results will help enhance maintenance strategies and increase the efficiency of the electrical network, thus improving the reliability of the electrical service provided to consumers.

This study is part of ongoing efforts to improve electrical infrastructure and ensure the delivery of high-quality services, which is of great importance to Sonelgaz company and the electrical sector in Algeria as a whole.

Keywords : Electrical reliability, Distribution network, Failure rate, Law mixing weibull, Reliability analysis, MTTF, System reliability.

"Gratitude is the key to contentment."

MAYA ANGELOU

Avant tout, nous remercions *Allah* de nous avoir guidés et aidés à réaliser ce mémoire.

Nous tenons à exprimer notre profonde gratitude à notre encadreur, Monsieur BOUGHANI L'HADI, où il nous a été donné l'opportunité d'être parmi ses étudiants tout au long de notre parcours universitaire. Nous le remercions pour son soutien continu et ses conseils précieux qui ont grandement contribué au développement de ce travail.

Nous souhaitons également exprimer notre gratitude à M. KHALIL WAHAB, responsable du bureau technique de l'électricité de S.E.G, pour son soutien et les informations précieuses qu'il nous a fournies, en particulier en ce qui concerne les réseaux électriques et leurs systèmes. Nous remercions également les directeurs et les employés de la société Sonelgaz des filiales de Sour El Ghozlane et de Bouira pour leur accueil chaleureux pendant notre période de stage pratique.

Nous adressons aussi nos sincères remerciements et notre profonde gratitude aux membres estimés du jury, Monsieur HAMID KARIM, Monsieur IFTISSEN ELGHANI et Monsieur DJOUDER SOFIANE, pour avoir accepté de discuter ce mémoire.

Sans oublier Monsieur NACER DEMMOUCHE, chef du département de mathématiques, ainsi que tous nos enseignants du département et tous les administrateurs et employés de notre faculté.

Nous ne pouvons que remercier nos familles pour leur soutien continu et leurs encouragements constants pour nous permettre de poursuivre notre parcours scientifique.

Enfin, nous tenons à remercier tous ceux qui ont contribué à de près ou de loin la réalisation de ce mémoire.

Dédicaces

À la mémoire de mon cher père, qui nous a quittés en laissant dans nos cœurs la nostalgie et la douleur. Que Allah fasse de sa tombe un jardin parmi les jardins du paradis.

À ma chère mère, qui n'a ménagé aucun effort pour me soutenir et me préparer tout au long de mon parcours académique.

À mes chers frères et sœurs, Menad et Saïda.

À ma grand-mère bien-aimée.

À mes chers oncles, mon oncle Ibrahim, mon oncle Achour et leur famille, et ma chère tante.

À mes cousins et cousines.

À mes amis chers, Adlan, Mohammed, Laid, Abdessalam et Maya.

À mon ami en terre étrangère, Ouakli Bilal.

À tous ceux qui m'ont tendu la main, conseillé et guidé.

À toutes les personnes qui me sont chères.

R. TELDJOUNE

Je dédie ce modeste travail à :

Mes parents adorés :

Votre amour et votre soutien ont été mes sources d'inspiration tout au long de mon parcours académique. Vous avez cru en moi quand j'avais des doutes, et vous m'avez soutenu dans chaque étape de ce projet. Vos sacrifices et vos encouragements ont rendu tout cela possible.

Mes très chères frères Marwan , Madjid et ma chère sœur Manel .

Ma chère tante Latifa et ses enfants Maram et Adam .

Mes très chères cousins Youcef , Khaled , Bilal .

Mes très chères amis Abdallah , Hasni , Chaima , Lina .

Toute la famille Azzi et la famille Tounsi .

Et toutes les personnes qui m'aime .

M. AZZI

Table des matières

Liste des tableaux	vi
Table des figures	vii
Liste des acronymes	ix
Introduction générale	1
1 Architecture des réseaux électriques	2
1.1 Hiérarchisation du réseau électrique	2
1.1.1 Production	3
1.1.2 Réseau de transport	3
1.1.3 Réseau de répartition	3
1.1.4 Réseaux de distribution	3
1.2 Domaines de tension	5
1.3 Types des postes et d'équipements	5
1.3.1 Postes électriques	5
1.3.2 Supports (pylônes)	8
1.3.3 Câbles conducteurs	8
1.3.4 Centre de dispatching	9
1.4 Courant alternatif (AC) et courant continu (DC)	9
1.5 Les différents types de topologies des réseaux électriques	10
1.5.1 Réseau maillé	10
1.5.2 Réseau bouclé	11
1.5.3 Réseau radial (antenne)	11
1.5.4 Réseau arborescent (arbre)	11
1.6 Présentation du centre de distribution de S.E.G	12
2 Notions générales sur la fiabilité	14
2.1 Objectifs de la fiabilité en réseau électrique	14
2.2 Système	15
2.3 Concepts généraux	15
2.4 La maintenance	16
2.4.1 L'importance de la maintenance	17
2.4.2 Politiques de maintenance	17
2.4.3 La maintenance corrective	18
2.4.4 La maintenance préventive	18
2.4.5 Opérations associées à la maintenance	19
2.4.6 Objectifs de la maintenance	20
2.4.7 Synthèse	21
2.5 Notions de la fiabilité	21
2.5.1 Durée de vie	21
2.5.2 Fiabilité des systèmes non réparables	22
2.5.3 Systèmes réparables	26

2.6	Evaluation de la fiabilité	31
2.7	Principales lois de distributions utilisées en fiabilité	31
2.7.1	Loi Exponentielle	31
2.7.2	Loi de Weibull	34
2.7.3	Loi Gamma	36
2.7.4	Loi de Laplace-Gauss (loi normale)	37
2.7.5	Loi Log-normale (Galton)	37
2.7.6	Lois avec taux de défaillance en baignoire	38
3	Ajustement de la fiabilité des équipements aériens et sous terrains	39
3.1	Estimation paramétrique	39
3.1.1	Principes de l'estimation	39
3.1.2	Estimation par la méthode des moments	40
3.1.3	Estimation par la méthode du maximum de vraisemblance	40
3.2	Tests d'hypothèses	42
3.2.1	Le principe du test d'hypothèse	42
3.2.2	Tests d'adéquation	42
3.3	Modèle de mélange	43
3.3.1	Critère d'Information Bayésien (BIC)	44
3.4	Etude des lignes souterraines de distribution S.E.G	44
3.4.1	Présentation des données	45
3.4.2	modélisation des données par les modèles probabilistes	45
3.4.3	Estimation des paramètres des lois de fiabilité	45
3.5	Les lignes électriques aériennes de distribution S.E.G	54
3.5.1	Collecte des données	54
3.5.2	Estimation paramétrique des lois de fiabilité	55
4	Étude statistique de la fiabilité du réseau de distribution S.E.G	59
4.1	Etude théorique de la fiabilité du système	59
4.1.1	Configuration en série	60
4.1.2	Configuration en parallèle	61
4.1.3	Configuration k/n	63
4.1.4	Configurations mixtes	63
4.1.5	La méthode de factorisation	64
4.2	Application à l'estimation de fiabilité du réseau SEG	66
4.2.1	Collecte des données	66
4.2.2	Hypothèses de départ	66
4.2.3	Les modèles probabilistes	67
4.3	L'analyse statistique des données	71
4.3.1	Modélisation des données de fiabilité	71
4.3.2	Modélisation des données de maintenabilité	76
4.3.3	Calcul de la disponibilité asymptotique de réseau de SEG	79
	Conclusion générale	80
	Bibliographie	82

Liste des tableaux

1.1	Gamme de tension utilisée par SONELGAZ	5
2.1	Les différentes politiques de maintenance	17
3.1	Sélection du modèle de mélange : BIC, AIC , and Log-likelihood	51
3.2	La taille de l'échantillon sur une base proportionnelle	52
3.3	Planification de la maintenance préventive basée sur la fiabilité	52
3.4	La taille de l'échantillon sur une base proportionnelle	55
4.1	Nombre de postes électriques par départ.	66
4.2	Résultats de calcul de la MUT par départ	72
4.3	Les résultats de l'échantillon obtenu	74
4.4	Résultats de calcul de la MDT par départ	76
4.5	Les résultats de l'échantillon obtenu	77
4.6	Résultats de calcul de la disponibilité asymptotique par départ	79

Table des figures

1.1	Illustre le découpage des différentes parties du réseau électrique	2
1.2	Hiérarchisation du réseau électrique	4
1.3	Composants d'un poste électrique	6
1.4	Quelques structures de pylônes	8
1.5	Centre de dispatching	9
1.6	Hiérarchisation du réseau électrique.	10
1.7	Présentation de l'organigramme de SEG	12
2.1	Différentes taches de la SdF	15
2.2	Intervention préventive conditionnelle	18
2.3	Intervention préventive périodique	19
2.4	Objectifs de la maintenance	20
2.5	Exemple d'étude : fonction de fiabilité R , fonction de répartition F	22
2.6	Exemple d'étude : Taux de défaillance en forme de baignoire.	24
2.7	Durées de bon fonctionnement et de rupture.	26
2.8	Les durées caractéristiques de F.M.D	28
2.9	Trajectoire quelconque du processus des défaillances.	29
2.10	La fiabilité de t à $t + \tau$ après n -défaillances observées ont eu lieu entre 0 et t	30
2.11	Courbes des fonctions f et F , R	33
2.12	Taux de défaillance de la loi de Weibull	35
2.13	Taux de défaillance de la loi gamma	36
2.14	Densité de probabilité de la loi Normale	37
2.15	Densité de probabilité de la loi Normale	38
3.1	Données statistiques durant un intervalle de temps (2020 à 2024)	45
3.2	Le modèle ajusté cas $g = 2$	50
3.3	Le modèle de loi de Weibull simple ($g = 1$)	50
3.4	La valeur du BIC pour les modèles de mélange Weibull	51
3.5	La courbe de loi Weibull (green) et loi mélange de Weibull (red)	52
3.6	La courbe de taux de défaillance	53
3.7	ECDF des données des lignes électriques aériennes entre 2020-2024	54
3.8	La valeur du BIC pour les modèles de mélange Weibull par rapport à g	55
3.9	Le modèle de mélange Weibull avec $g = 2$, et le modèle mélange Normal $g = 3$	56
3.10	La courbe de fiabilité de loi mélange de 2 lois de weibull	56
3.11	La courbe de taux de défaillance	57
4.1	Diagramme de fiabilité en fonctionnement normal	59
4.2	Diagramme de fiabilité en fonctionnement dégradé	60
4.3	Diagramme de fiabilité pour un système série	60
4.4	Diagramme de fiabilité pour un système parallèle	61
4.5	Diagramme pour un système série-parallèle	64
4.6	Diagramme pour un système parallèle-série	64
4.7	Un système en pont	65
4.8	Le composant 3 fonctionne	65

4.9	Le composant 3 en panne	65
4.10	Un extrait de la carte schématique d'exploitation du réseau S.E.G	67
4.11	La courbe de la fonction de répartition F globale	72
4.12	La courbe de la fonction de répartition F globale avant/après	75
4.13	L'évolution de la courbe de la fonction de fiabilité avec le temps	75
4.14	L'évolution de la courbe de la fonction de maintenabilité avec le temps	76
4.15	La courbe de la fonction de maintenabilité M globale avant/après	78

Nomenclature

- **A** : Ampères.
- **V** : Volt.
- **kV** : kilovolt.
- **HT** : Haute Tension.
- **BT** : Basse Tension.
- **HTA** : Haute Tension A.
- **HTB** : Haute Tension B.
- **BTB** : Basse Tension A.
- **BTB** : Basse Tension B.
- **TBT** : Très Basse Tension.
- **A.C** : Alternating Current.
- **D.C** : Direct Durrent.
- **SdF** : Sûreté de Fonctionnement.
- **F.M.D** : Faibilité, Maintenabilité, Disponibilité.
- **TTF** : Durée de bon fonctionnement.
- **TTR** : Durée de réparation.
- **DT** : Durée d'indisponibilité (détection + réparation + remise).
- **UT** : Durée de fonctionnement après réparation.
- **TBF** : Durée des temps de bon fonctionnement entre deux défaillances consécutives.
- **MTTF** : Mean Time To Failure.
- **MDT** : Mean Down Time.
- **MUT** : Mean Up Time.
- **MTBF** : Mean Time Between Failure.
- **MVF** : Mean Value Function.
- **MTTF_t** : Mean Time To Failure n-défaillance.
- **EMV** : Estimation Maximum Vraisemblance.
- **EMM** : Estimation par la Méthode des Moments.
- **BIC** : Critère d'Information Bayésien.
- **AIC** : Critère d'Information d'Akaike.

Introduction générale

L'étude de la fiabilité des réseaux électriques est cruciale dans le contexte urbain moderne, où les infrastructures de transport jouent un rôle déterminant dans la connectivité, la mobilité et le développement économique. Dans ce mémoire de master, nous nous intéressons particulièrement à l'analyse statistique de la fiabilité d'un réseau électrique reliant plusieurs régions distinctes à partir de la ville de Sour Elghozlane, de la wilaya de BOUIRA. Cette analyse a pour but d'identifier les facteurs influençant la performance et la robustesse du réseau, ainsi que de proposer des améliorations pour optimiser sa résilience face aux aléas.

La fiabilité d'un réseau électrique se mesure par sa capacité à maintenir un niveau de service adéquat malgré les perturbations potentielles telles que les conditions météorologiques défavorables, les pannes techniques ou les erreurs humaines. Pour évaluer cette fiabilité, notre analyse statistique portera principalement sur un ajustement par des lois usuelles de probabilité, appliquées à des données réelles recueillies auprès de la société SONALGAZ gérante du réseau électrique. Cette approche permet de modéliser le comportement du réseau et de quantifier les risques associés à différents scénarios de défaillance.

L'utilisation des lois de probabilité classiques, telles que les lois exponentielles, normales ou de Weibull, permet d'extraire des caractéristiques de performance essentielles comme le taux de défaillance, la durée moyenne de bon fonctionnement et les intervalles de confiance associés. En s'appuyant sur ces modèles probabilistes, nous pourrions déduire les paramètres clés qui influencent la fiabilité du réseau et proposer des stratégies d'amélioration ciblées.

Les régions urbaines étudiées dans ce mémoire présentent des caractéristiques socio-économiques, géographiques et démographiques diverses, ce qui ajoute une complexité supplémentaire à l'analyse. Chaque région peut avoir des besoins spécifiques et des vulnérabilités distinctes, influençant la fiabilité globale du réseau électrique. En comprenant ces particularités, nous pourrions formuler des recommandations adaptées à chaque région, tout en prenant en compte l'interdépendance entre elles.

Ce mémoire est organisé en quatre chapitres :

En chapitre 1, nous expliquerons des généralités sur l'ingénierie des réseaux et les types de postes électriques.

En chapitre 2, nous introduirons brièvement les concepts fondamentaux de la maintenance ainsi que les notions théoriques de fiabilité et les mesures de performance associées, ainsi que la notion de maintenabilité pour les systèmes réparables et terminer le chapitre par un résumé des distributions probabilistes les plus utilisées dans la mesure de fiabilité.

En chapitre 3, on présente le calcul des paramètres des lois de fiabilités des équipement aériens et sous terrains par ajustement aux lois de probabilités .

Le chapitre 4 sera consacré à l'évaluation de la fiabilité, la disponibilité et la maintenabilité de réseau SEG et la mesure de quelques paramètres de performance nécessaire à la maîtrise et le contrôle optimal du réseau.

Chapitre 1

Architecture des réseaux électriques

Introduction

Le réseau électrique est un ensemble d'infrastructures énergétiques disponibles d'une manière ou d'une autre, permettant le transport de l'électricité des centrales électriques vers les consommateurs. Il se compose de lignes électriques fonctionnant à différents niveaux de tension, interconnectées dans des postes électriques. Les postes permettent de distribuer l'électricité et de la faire passer d'une tension à une autre à l'aide de transformateurs.

De plus, le réseau électrique doit également assurer la gestion dynamique de toutes les opérations de production, de transport et de consommation, et mettre en œuvre des ajustements visant à garantir la stabilité globale.

1.1 Hiérarchisation du réseau électrique

Le réseau électrique en Algérie est divisé en trois parties ayant des fonctions très différentes. La Figure 1.1 illustre une vue globale du réseau électrique. On distingue quatre niveaux : production, transport, répartition et distribution.

Tout d'abord, le rôle du réseau de transport est de transporter l'énergie à très haute tension des centres de production vers les premières zones de consommation. Ensuite, le réseau de répartition fournit directement les gros consommateurs industriels, puis transfère l'énergie vers les réseaux de distribution chargés d'alimenter les consommateurs en moyenne et basse tension.

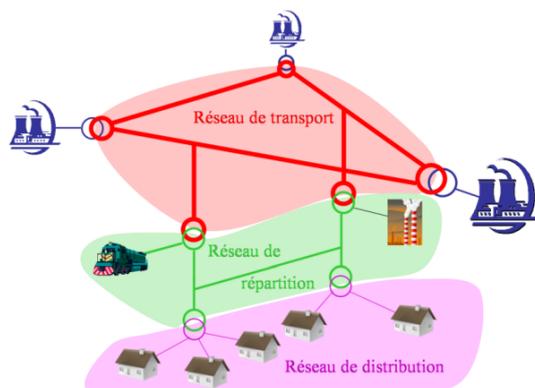


FIGURE 1.1 – Illustre le découpage des différentes parties du réseau électrique

1.1.1 Production

La production électrique est réalisée à l'aide de turbines qui transforment l'énergie mécanique des turbines en énergie électrique à partir d'une source primaire telle que le gaz, le pétrole, l'hydroélectricité, etc.

Les sources primaires varient d'un pays à l'autre. Par exemple, en Algérie, le gaz naturel couvre plus de 70% de la production, tandis qu'en France, 75% de l'électricité provient de l'énergie nucléaire.

En général, chaque source de production (centrale électrique) regroupe plusieurs ensembles de turbines pour garantir leur disponibilité.

En Algérie Il existe 4 principaux types de centrales pour produire de l'énergie électrique [4] :

- Centrales thermique à Vapeur (TV) ;
- Centrales thermique à Gaz (TG) ;
- Centrales Cycles Combinés (CC) ;
- Centrales Turbines Hydrauliques (TH) ;

1.1.2 Réseau de transport

Un alternateur produit de l'électricité à une tension moyenne (12 à 15 kilovolts), qui est injectée dans le réseau de transport via les stations de transformateurs pour être ensuite transportée à haute ou très haute tension, afin de réduire les pertes dans les lignes.

Le niveau de tension de transport varie en fonction des distances et des puissances transportées ; plus les distances sont longues, plus la tension doit être élevée, de même que pour la puissance. Par exemple, le réseau de transport en Algérie utilise une tension de 150kV à 220 kV (400 kV pour certaines lignes dans le sud notamment) [5], le réseau européen utilise 400 kV.

1.1.3 Réseau de répartition

Le réseau de distribution est alimenté par le réseau de transport à partir des stations de transformation THB/THA et est utilisé pour fournir les gros consommateurs industriels en haute ou moyenne tension, ainsi que pour distribuer l'électricité dans différentes zones rurales ou urbaines. Ce type de réseau utilise généralement des tensions de 30 et 90 kilovolts.

1.1.4 Réseaux de distribution

A)- Le réseau de distribution HT

Le but de ce réseau est de transporter l'électricité du réseau de distribution vers les points de consommation moyenne (stations de distribution publiques à moyenne et basse tension et stations de raccordement pour les abonnés de consommation moyenne). La structure peut être aérienne ou souterraine. Les tensions sur ces réseaux varient de quelques kilovolts à 10 et 30 kilovolts.

B)- Le réseau de distribution BT

Le but de ce réseau est de transporter l'électricité du réseau de distribution HT vers les points de consommation basse tension dans l'espace public, tout en permettant l'accès aux abonnés basse tension. Il représente le dernier niveau dans la structure électrique. Ce réseau permet de fournir un très grand nombre de consommateurs en fonction du secteur local. Sa structure, souvent aérienne ou souterraine, est souvent influencée par l'environnement. Les tensions sur ces réseaux varient entre 100 et 440 volts.

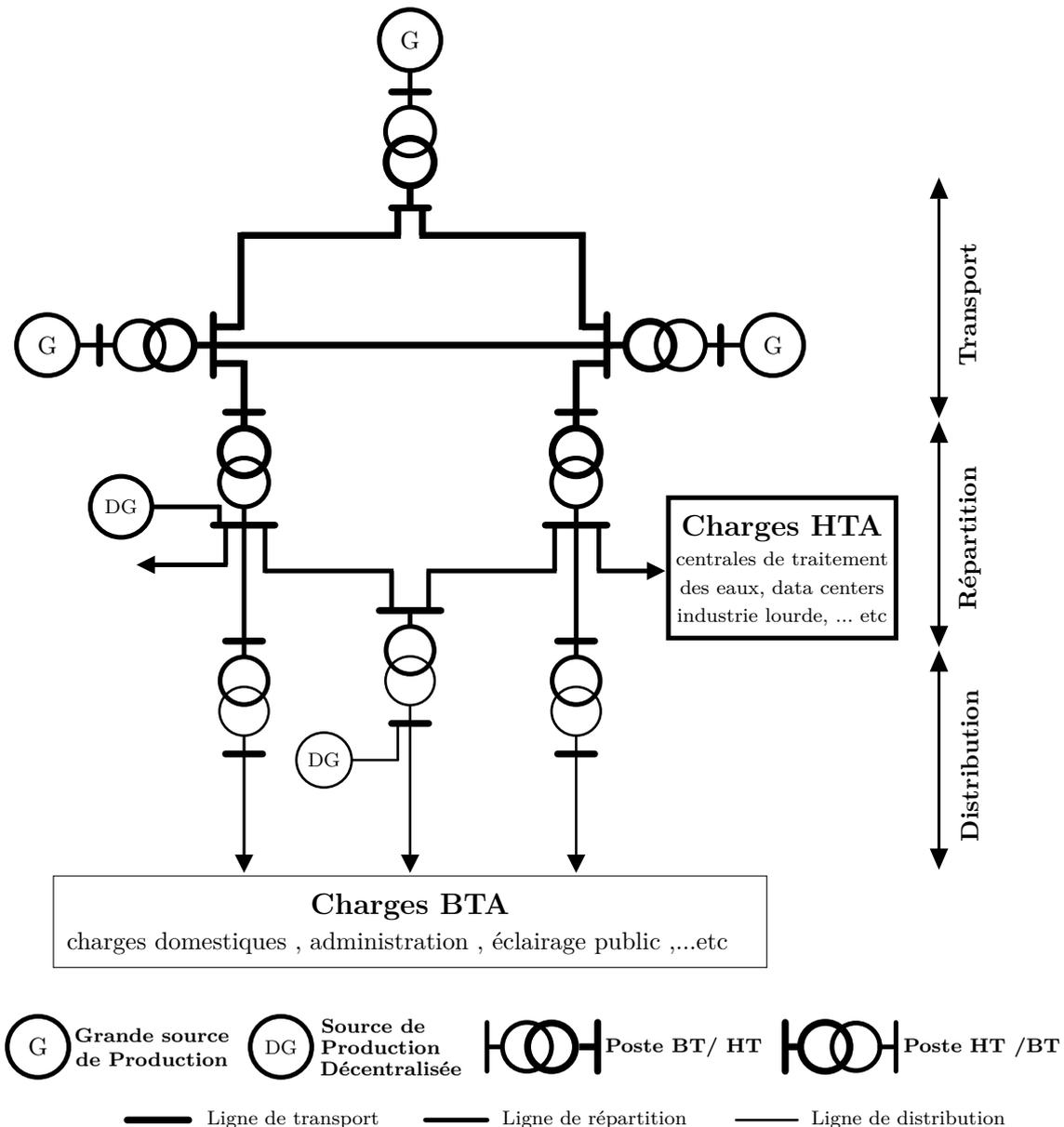


FIGURE 1.2 – Hiérarchisation du réseau électrique

Remarque : En pratique, il existe des valeurs de tension standard pour chaque niveau. En Algérie, ces niveaux sont les suivants : 220 kV pour le transport, 60 kV et 30 kV pour la répartition et la distribution en haute tension (HTA), et 400 V pour la distribution en basse tension (BT).

1.2 Domaines de tension

La nouvelle norme en vigueur définit les niveaux de tension alternative par SONELGAZ [1] comme suit :

TABLE 1.1 – Gamme de tension utilisée par SONELGAZ

$U < 50V$	$50 < U < 500V$	$500V < U < 1kV$	$1kV < U < 50kV$	$50kV < U < 100kV$	$100kV < U$
TBT	BT		HT		
TBT	BTA	BTB	HTA	HTB	

1.3 Types des postes et d'équipements

1.3.1 Postes électriques

Les posts électriques permettent d'ajuster la tension en fonction des lignes et des réseaux, mais aussi de diriger et de "surveiller" à distance l'électricité sur les différentes lignes qu'elle emprunte. Nous les distinguons selon les fonctions qu'elles fournissent : les postes d'interconnexion, les postes de transformation et les postes mixtes.

Les postes électriques sont conçus en fonction des besoins et des fonctions qu'ils rempliront.

A)- Les postes d'interconnexion

- Les postes d'interconnexion sont des installations qui relient différents réseaux électriques entre eux.
- Ils permettent le transfert d'électricité entre ces réseaux, ce qui peut être utile pour équilibrer l'offre et la demande, ou pour garantir la stabilité du réseau.
- Ces postes sont souvent situés à des points où les réseaux électriques se rencontrent, comme les frontières entre les pays ou les régions.
- Ils sont équipés d'équipements de commutation et de contrôle pour gérer le flux d'électricité entre les réseaux interconnectés. voir 1.3.

B)- Les postes de transformation

- Les postes de transformation sont des installations qui transforment le niveau de tension de l'électricité.
- Ils peuvent augmenter ou réduire la tension électrique selon les besoins du réseau.
- Ces postes sont généralement situés à des points stratégiques du réseau où le niveau de tension doit être ajusté pour la distribution ou le transport de l'électricité.
- Ils sont équipés de transformateurs pour effectuer ces transformations de tension.

C)- Les postes mixtes

Les postes mixtes sont des installations de transformation de l'énergie qui combinent les fonctions des postes de transformation et des postes d'interconnexion dans une structure unique.

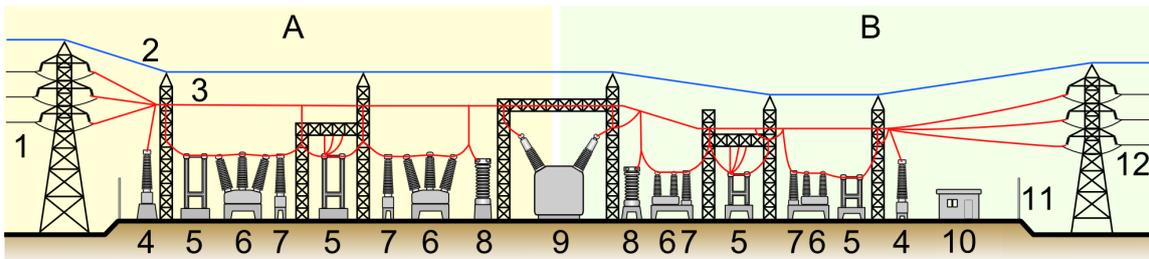


FIGURE 1.3 – Composants d'un poste électrique

A : côté primaire,

B : côté secondaire.

- | | |
|------------------------------|----------------------------------|
| 1. Ligne électrique primaire | 7. Transformateur de courant |
| 2. Câble de garde | 8. Parafoudre |
| 3. Ligne électrique | 9. Transformateur (de puissance) |
| 4. Transformateur de tension | 10. Bâtiment secondaire |
| 5. Sectionneur | 11. Clôture |
| 6. Disjoncteur | 12. Ligne électrique secondaire |

Transformateurs de puissance

Le rôle des transformateurs de puissance est d'ajuster la tension électrique selon les besoins, soit à la hausse (par exemple, de 20 kilovolts à 400 kilovolts au niveau des sorties des centrales électriques) soit à la baisse (par exemple, de 63 kilovolts à 20 kilovolts pour alimenter les réseaux de distribution).

Transformateurs de mesure

Ils ont pour fonction de permettre la mesure de la tension ou du courant, surtout lorsqu'ils atteignent des niveaux très élevés qui ne peuvent être directement évalués. Leur rôle essentiel est de convertir cette tension ou ce courant de manière proportionnelle et sans décalage de phase, comme mentionné par Spring [7]. Ces dispositifs sont spécifiquement conçus pour alimenter en énergie les instruments de mesure, les compteurs, les relais et d'autres équipements similaires.

Interrupteur-Sectionneur

Le rôle de l'interrupteur-sectionneur dans les réseaux électriques réside dans la capacité à couper et reconnecter un circuit électrique. C'est un dispositif utilisé pour isoler électriquement un circuit électrique spécifique ou pour le reconnecter. Ce dispositif est généralement utilisé dans les réseaux électriques pour des raisons de sécurité et de maintenance. Lorsque l'interrupteur-sectionneur est ouvert, le courant électrique est coupé du circuit, ce qui permet d'effectuer en toute sécurité la maintenance ou l'intervention dans le circuit. Lorsqu'il est fermé, le courant électrique est à nouveau connecté au circuit, permettant le fonctionnement des appareils électriques qui y sont connectés.

Disjoncteurs

Ils protègent le réseau contre les surcharges potentielles dues à des courants de défaut (comme la foudre, etc.) en activant ou désactivant des parties du circuit.

Jeux de barres

Dans la distribution électrique, les "jeux de barres" se réfèrent à un conducteur en cuivre ou en aluminium utilisé pour transporter l'électricité à l'intérieur d'un panneau électrique, à l'intérieur d'équipements électriques ou dans une sous-station électrique. Les barres de connexion sont généralement des barres plates ou des tubes. Ce sont des conducteurs à faible résistance qui peuvent connecter plusieurs circuits électriques à des points distincts.

Isolateurs

Les isolateurs sont des composants électrotechniques conçus pour maintenir, fixer ou soutenir les conducteurs électriques nus. Ils sont fabriqués à partir de matériaux isolants qui ne conduisent pas l'électricité.

Les isolateurs offrent une isolation électrique entre les câbles conducteurs et les supports. Leur utilisation varie en fonction du niveau de tension : environ 6 isolateurs sont nécessaires pour 63 kilovolts, 9 pour 90 kilovolts, 12 pour 225 kilovolts, et 19 pour les très hautes tensions de 400 kilovolts. En plus de leur fonction électrique, les chaînes d'isolateurs jouent un rôle mécanique crucial, car elles doivent supporter les forces exercées par les conducteurs sous l'effet du vent, de la neige ou du gel.

Autres équipements d'un poste

Outre leur fonction de transformation, les postes électriques assurent également la liaison entre les divers réseaux électriques, permettant ainsi de diriger l'énergie de la production vers la consommation. De plus, grâce à leurs équipements électriques performants, ces postes sont capables de détecter et d'éliminer rapidement les incidents tels que les court-circuits, généralement en moins d'une fraction de seconde, que ce soit sur les lignes électriques ou au sein même de la station.

- **Parafoudres** : Des dispositifs conçus pour limiter les surtensions subies par les transformateurs, les instruments et les machines électriques en raison de la foudre et des manœuvres de commutation.
- **Eclateurs** : Un éclateur, en termes d'équipement électrique, est un dispositif utilisé pour diviser un circuit électrique en deux ou plusieurs circuits. Il est souvent utilisé pour la protection contre les surtensions et les courts-circuits. Lorsqu'une surtension ou un court-circuit se produit dans un circuit, l'éclateur se déclenche pour ouvrir le circuit et ainsi protéger les équipements électriques connectés. En d'autres termes, il agit comme un interrupteur de sécurité qui coupe automatiquement l'alimentation électrique lorsqu'une condition dangereuse est détectée.

1.3.2 Supports (pylônes)

Les supports sont des éléments essentiels de l'infrastructure électrique, utilisés pour soutenir et fixer les câbles électriques ainsi que les équipements associés. Ils se présentent sous différentes formes et tailles en fonction des besoins et des conditions environnementales, pouvant inclure des poteaux en bois ou en métal, des tours solides, des structures spécialement conçues, et d'autres types de supports qui assurent un soutien adéquat pour le transport sécurisé et efficace de l'électricité [9]. Ces supports sont installés avec soin dans des emplacements appropriés pour garantir leur stabilité et leur performance optimale dans toutes les conditions environnementales. [10]

La figure 1.4 illustre certains types de pylônes sur la base des normes de tension électrique.

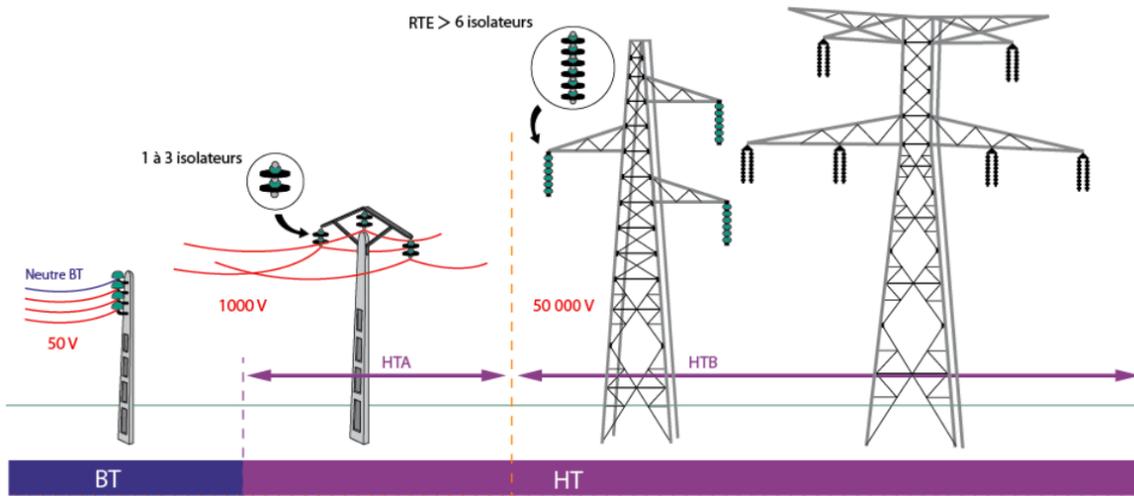


FIGURE 1.4 – Quelques structures de pylônes

1.3.3 Câbles conducteurs

Dans l'infrastructure électrique, les câbles électriques sont utilisés comme moyen de transmission de l'énergie électrique entre les centrales électriques et les utilisateurs. Les câbles électriques sont généralement composés de plusieurs conducteurs enroulés ensemble et entourés de matériaux isolants pour transporter en toute sécurité l'énergie électrique.

- **Lignes aériennes** : Le principal objectif des lignes aériennes est de transporter l'énergie électrique des centrales électriques aux sous-stations, puis aux consommateurs finaux. Les lignes aériennes facilitent le transport efficace de l'énergie sur de longues distances et sont un choix courant dans les régions où l'installation de câbles électriques souterrains est difficile, telles que les zones rurales et montagneuses.
- **Lignes souterraines** : Les câbles électriques souterrains sont composés de conducteurs enveloppés dans des matériaux isolants qui empêchent les fuites de courant électrique et protègent les câbles contre des conditions environnementales difficiles telles que l'humidité et la corrosion. Ces câbles sont généralement enterrés à une profondeur spécifique conformément aux normes et réglementations locales.

Les câbles électriques souterrains sont utilisés dans les zones urbaines et dans les régions où il est nécessaire de minimiser les interférences avec le paysage naturel ou les structures existantes. Ils offrent également une protection supplémentaire contre les fuites de courant électrique et réduisent le risque d'accidents liés aux catastrophes naturelles telles que les

tempêtes et les ouragans.

De plus, les câbles électriques souterrains sont utilisés dans les applications maritimes, permettant la transmission de l'électricité entre les îles ou les zones côtières sans avoir besoin de structures électriques massives en mer.

- **Câbles de garde** : Les câbles de garde ne conduisent pas le courant électrique. Ils sont placés au-dessus des conducteurs des lignes électriques aériennes à haute tension. Ils agissent comme des paratonnerres au-dessus de la ligne, attirant les éclairs et empêchant les conducteurs d'être exposés aux décharges électriques. Ils sont généralement fabriqués en acier.

1.3.4 Centre de dispatching

Le système de transport et de fourniture d'électricité est géré par un centre de contrôle du réseau, également appelé le Dispatch. Le Dispatch est responsable d'équilibrer l'offre et la demande d'électricité, de contrôler le plan de tension et de gérer le flux à travers le réseau interconnecté, ainsi que de la réponse aux problèmes et aux urgences.



FIGURE 1.5 – Centre de dispatching

Les équipes de Dispatch se relaient 24 heures sur 24, 7 jours sur 7 pour assurer cet équilibre en surveillant en temps réel l'état du réseau haute tension.

Il est également responsable des réseaux de répartition, garantissant en particulier la continuité de l'alimentation des réseaux de distribution et des consommateurs connectés au réseau HTB.

1.4 Courant alternatif(AC) et courant continu(DC)

Le courant alternatif (AC) est un courant électrique qui inverse périodiquement sa direction et change continuellement d'amplitude avec le temps, contrairement au courant continu (DC) qui circule dans une seule direction [11, 12]. Le courant alternatif est la forme sous laquelle l'énergie électrique est distribuée aux entreprises et aux domiciles, et il est actuellement utilisé pour transporter l'énergie électrique dans tous les pays du monde malgré l'antériorité historique du courant continu, Ceci s'explique par :

- **Transfert de puissance sur de longues distances** : Le courant alternatif permet de transférer efficacement l'électricité sur de longues distances via des lignes à haute tension, ce qui en fait un choix idéal pour transporter l'électricité des centrales électriques aux consommateurs.
- **Économie d'énergie** : Des quantités importantes d'énergie peuvent être transportées avec moins de pertes via des lignes à haute tension utilisant le courant alternatif, ce qui permet d'économiser de l'énergie et de réduire les coûts.
- **Facilité de transformation** : Le courant alternatif peut être facilement transformé à l'aide de transformateurs, ce qui permet de changer efficacement le niveau de tension entre les centrales et les réseaux.
- **Coûts réduits** : Les coûts de construction et de maintenance des réseaux utilisant le courant alternatif sont généralement inférieurs à ceux des réseaux utilisant le courant continu, ce qui en fait une option économique.

1.5 Les différents types de topologies des réseaux électriques

La topologie varie d'un type de réseau à un autre (figure 1.6) [6]. Cette structure est déterminée par le niveau de fiabilité, de maintenance requis et de flexibilité, que nous aborderons en détail dans le deuxième chapitre, ainsi que par les coûts d'investissement et d'exploitation.

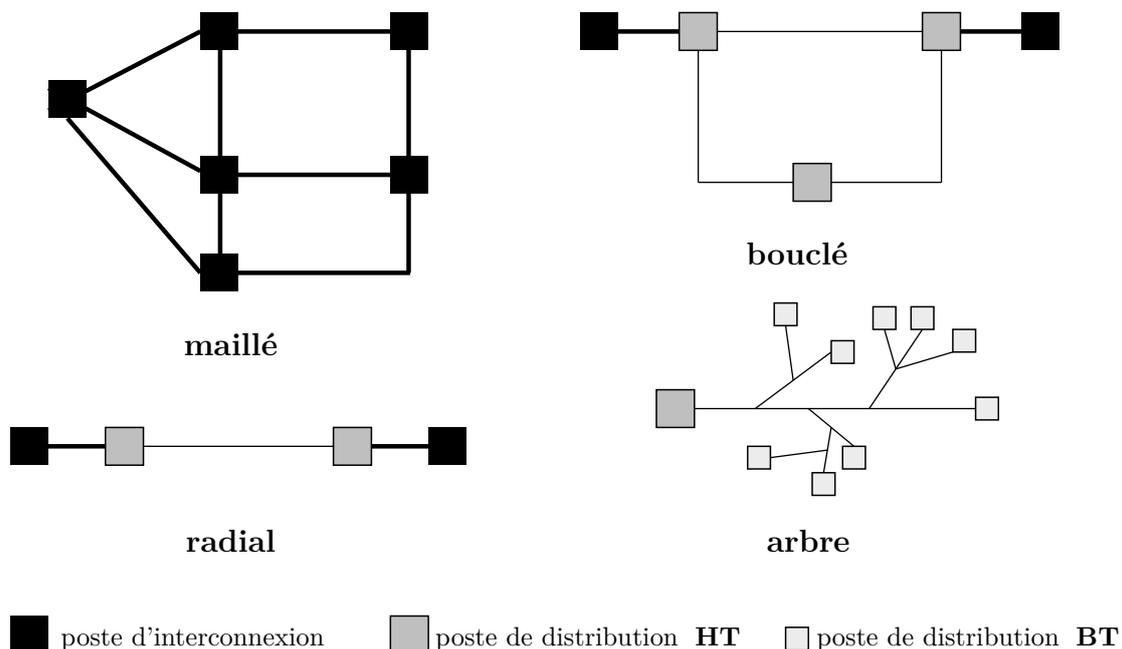


FIGURE 1.6 – Hiérarchisation du réseau électrique.

1.5.1 Réseau maillé

Le réseau est entièrement maillé. Cette topologie est presque la norme pour les réseaux de transport. Toutes les centrales de production sont connectées les unes aux autres par des lignes HTB (THT) dans les postes d'interconnexion. Cette structure permet une meilleure fiabilité mais nécessite une surveillance au niveau national, voire continental.

Le réseau maillé se distingue par :

Une sécurité d'exploitation accrue et une diminution de la chute de tension.

Inconvénients :

Les coûts de construction d'un tel réseau sont énormes et nécessitent une protection avancée.

1.5.2 Réseau bouclé

Cette topologie est principalement utilisée dans les réseaux de répartition et de distribution HT. Les postes de répartition, fournies par le réseau HTB, sont interconnectées pour former des boucles afin d'améliorer la disponibilité.

Avantages :

- Une meilleure continuité de service.
- Facilité de construction et d'étude.

Inconvénient :

- La nécessité de prévoir plusieurs points d'entrée et de sortie pour garantir la continuité du circuit.
- La conception complexe du réseau pour assurer une distribution équilibrée de la charge entre les différentes boucles.
- Construire de tels réseaux coûte cher.

1.5.3 Réseau radial (antenne)

Il s'agit d'une topologie simple que l'on trouve généralement dans la distribution HT et BT. Elle se compose d'une ligne desservie par des postes de distribution à HT ou BT fournis initialement par un poste source HTA.

Avantages :

- Facilité de construction et d'exploitation.
- Coûts de construction et de protection de ce réseau faibles.

Inconvénient :

- Ce réseau présente un inconvénient majeur : la défaillance du disjoncteur principal entraîne une interruption du service pour tous les utilisateurs du poste, en cas de panne de ligne.

1.5.4 Réseau arborescent (arbre)

Un réseau arborescent est une topologie de réseau électrique dans laquelle les branches partent d'un point central ou d'une source et se ramifient progressivement vers des des distribution ou des utilisateurs finaux. Cette structure ressemble à celle d'un arbre, d'où son nom.

Dans ce type de réseau, la distribution de l'électricité se fait de manière unidirectionnelle, de la source principale vers les sous-stations et les utilisateurs finaux. Cela signifie qu'il n'y a pas de boucles ou de chemins de rétroaction, ce qui simplifie la conception et la gestion du réseau. Les avantages d'un réseau arborescent comprennent sa simplicité de conception, sa facilité de construction et sa facilité de maintenance. Cependant, il présente également des inconvénients, notamment un risque plus élevé de pannes et d'interruptions de service en raison de l'absence de redondance et de la dépendance vis-à-vis du point central.

(En résumé, un réseau arborescent est une topologie couramment utilisée dans les réseaux de distribution électrique.)

1.6 Présentation du centre de distribution de S.E.G

Le centre de distribution de Sour El Ghozlane a été créé pour prendre en charge toutes les activités de distribution d'électricité et du gaz à quelques communes de Bouira.

Elle gère les quatre agences SEG, Ain Bassem, Hachimia, Bordj Okhris, progressivement et au fur et à mesure de l'importance du développement économique à travers le territoire de la wilaya.

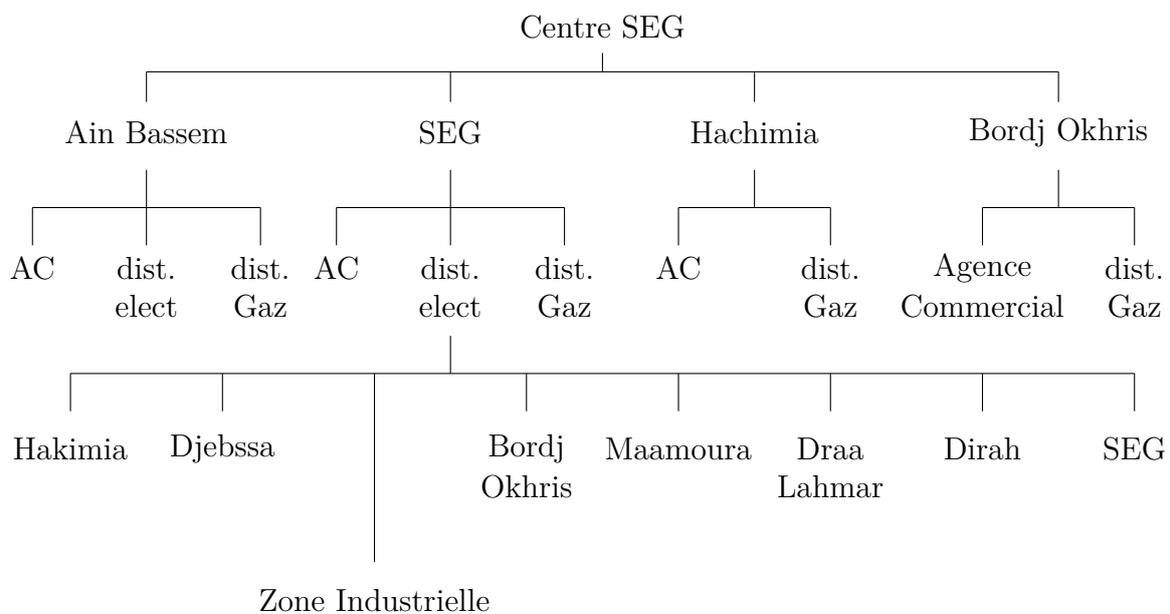


FIGURE 1.7 – Présentation de l'organigramme de SEG

Quelques indicateurs de centre de distribution de SEG (au 20/05/2024) en électricité :

- Trois (03) postes sources HTB /HTA desservent les réseaux de Sour El Ghozlane : Sour El Ghozlane, Oued El Berdi, Bir Ghablou
D'une puissance totale disponible de 200 M.V.A ;
- Longueur du réseau HTA : 1406 Km ;
- Longueur du réseau BT : 2508 Km ;
- Nombre de postes DP : 1052 ;
- Nombre de postes de livraison : 539 ;
- Nombre de postes Mixtes : 43 ;
- Nombre de clients : 25925 .

Conclusion

Les architectures des réseaux électriques jouent un rôle crucial dans la fourniture efficace et fiable de l'électricité. Ces architectures déterminent la manière dont l'électricité est acheminée depuis les centrales de production vers les consommateurs finaux, en assurant une distribution équilibrée et sûre.

L'interconnexion des différentes parties des réseaux électriques permet de garantir une alimentation électrique continue, en évitant les interruptions et en assurant une répartition optimale de la charge. Les réseaux électriques modernes intègrent des technologies avancées de gestion et de contrôle pour surveiller en temps réel les flux d'électricité, optimiser les trajets de transmission et minimiser les pertes d'énergie.

En résumé, les architectures des réseaux électriques doivent être conçues de manière cohérente et intégrée pour garantir un approvisionnement électrique fiable, sûr et efficace. L'adoption de technologies innovantes contribue à améliorer la performance et la durabilité des réseaux électriques, répondant ainsi aux besoins croissants en électricité de manière responsable et durable.

Chapitre 2

Notions générales sur la fiabilité

Introduction

Afin d'étudier la fiabilité du réseau électrique, il faut avant tout analyser les facteurs affectant la stabilité¹ du système électrique et sa capacité à répondre sans interruption à la demande croissante d'énergie [13]. Cela inclut l'étude de l'impact de facteurs externes tels que les conditions météorologiques, les accidents et les interférences électromagnétiques [3, 14], ainsi que l'analyse liée au fonctionnement et à la maintenance des composants individuels du réseau [15]. La fiabilité du réseau dépend de la capacité du système électrique à faire face efficacement et efficacement à ces facteurs changeants et à garantir la continuité de la fourniture d'électricité aux consommateurs sans interruptions involontaires.

Nous commencerons ce chapitre par donner un aperçu du concept de fiabilité dans les réseaux électriques, où nous discuterons de l'importance d'atteindre la fiabilité dans la conception et l'exploitation des réseaux électriques. Nous examinerons également les facteurs affectant la fiabilité.... Nous abordons également quelques lois de distributions, telles que la loi de Weibull et la loi exponentielle, qui interviennent dans l'analyse des données de vie des composants électriques. Nous discutons également des propriétés telles que la densité de probabilité, la fonction de fiabilité, le taux de défaillance et la durée de vie moyenne, ainsi que leur application en fiabilité des réseaux électriques.

2.1 Objectifs de la fiabilité en réseau électrique

L'analyse de la fiabilité constitue une étape essentielle dans toute étude de la sûreté de fonctionnement² d'un réseau électrique. Dans ce domaine, cette analyse revêt une importance capitale pour évaluer le comportement du réseau à différentes étapes de son cycle de vie, mesurer l'impact des modifications apportées à sa conception sur son intégrité, qualifier de nouveaux composants ou systèmes, et améliorer ses performances tout au long de son exploitation.

L'analyse de la fiabilité dans les réseaux électriques permet de répondre à plusieurs questions clés, notamment :

1. Dans le domaine de l'ingénierie électrique et des systèmes de puissance, la stabilité du système fait référence à la capacité d'un réseau électrique à maintenir un fonctionnement stable et prévisible malgré les perturbations internes ou externes.

2. La sûreté de fonctionnement (SdF, en anglais dependability), On dit aussi que la SdF et la science des défaillances et des pannes. Elle est basée essentiellement sur la disponibilité et la sécurité.

- Quels sont les composants du réseau électrique qui contribuent le plus aux pannes ou aux interruptions de service ?
- Quelles sont les conséquences des incertitudes sur les données, en particulier sur la stabilité et la performance globale du réseau ?
- Quels niveaux de contrôle de qualité doivent être respectés pour garantir une exploitation fiable du réseau ?
- Comment optimiser l'utilisation des équipements et des ressources du réseau pour maximiser son efficacité et sa fiabilité ?

En répondant à ces questions et en effectuant une analyse approfondie de la fiabilité du réseau électrique, il est possible de mettre en place des stratégies de maintenance préventive et corrective ciblées, d'identifier les points faibles du système, et de proposer des améliorations visant à renforcer sa fiabilité et sa disponibilité.

2.2 Système

Le système est constitué d'un ensemble d'éléments interagissant conçus pour accomplir une tâche spécifique. C'est le cas, par exemple, pour les systèmes de transport, de distribution, etc...

Ce système est mis en service à l'instant $t = 0$, il existe 2 types de systèmes :

- **Système non réparable** : Est celui qui est définitivement écarté dès qu'il se trouve en panne. Cela concerne généralement les petits systèmes, tels que les ampoules, ou ceux dont le coût de réparation est plus élevé que celui de leur remplacement.
- **Système réparable** : Est celui qui, après son dysfonctionnement, peut être rétabli en état de marche par des opérations de réparation ou de maintenance.

2.3 Concepts généraux

Définition (SdF) La sûreté de fonctionnement d'un système correspond à son aptitude au maintien dans le temps de la qualité du service qu'il délivre [8].

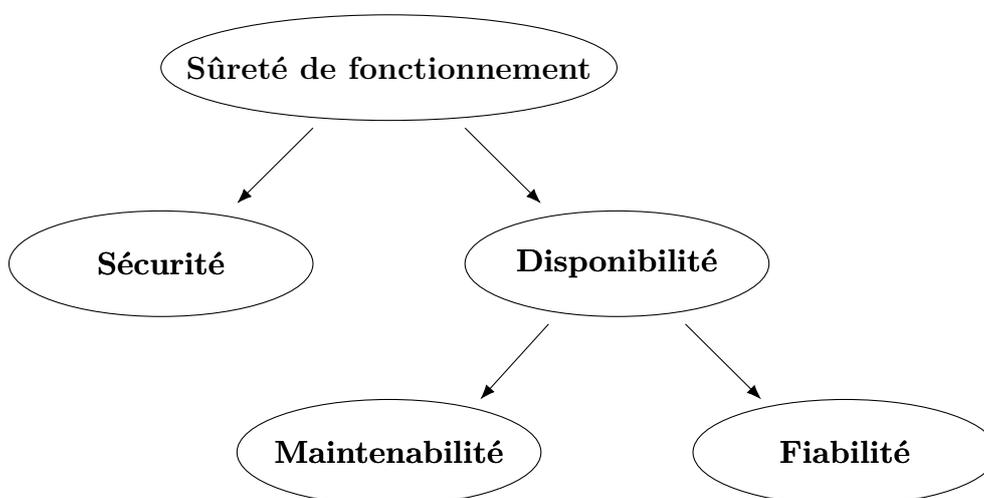


FIGURE 2.1 – Différentes tâches de la SdF

- **La sécurité** : Est l'absence de dommages inacceptables. C'est la probabilité qu'une entité évite de faire apparaître, dans des conditions données, des événements critiques et catastrophiques. [AFNOR]³
- **La disponibilité** : Est l'aptitude d'une entité à être en état d'accomplir une fonction requise dans des conditions données et à un instant donné [2].
- **La fiabilité** : L'aptitude d'un dispositif à accomplir une fonction requise dans des conditions données, pendant une durée donnée [2].
- **La maintenabilité** : Est l'aptitude d'une entité à être rétablie dans un état dans lequel elle peut accomplir une fonction donnée [2].

Un défaut (pour un système réparable) : Peut être défini comme une anomalie ou une imperfection qui se manifeste dans un dispositif ou un système, entraînant un écart par rapport à ses spécifications requises ou à son état de référence. [AFNOR]

Définition de la panne : C'est " l'état d'une entité inapte à accomplir une fonction requise, dans des conditions données d'utilisation ". [AFNOR]

Définition de la défaillance : Est la cessation de l'aptitude d'une entité à accomplir une fonction requise, qui passe à l'état de panne. Ainsi, c'est une perte partielle ou totale des propriétés d'un élément, qui diminue significativement sa capacité de fonctionnement ou entraîne sa perte totale de fonctionnement.

Les défaillances peuvent également être classées en fonction de la période de vie de l'équipement durant laquelle elles apparaissent. On distingue trois classes :

- **Défaillances précoces** : Elles surviennent durant la période de jeunesse de l'équipement (également appelée période de mortalité infantile), c'est-à-dire juste après sa mise en service. Ces défaillances peuvent être attribuées à la conception, à la fabrication ou à une mauvaise utilisation de l'équipement. Généralement, un contrôle rigoureux est effectué avant la mise en service pour détecter les éléments présentant ce type de défaillance.
- **Défaillances aléatoires** : Elles apparaissent durant la période de vie utile de l'équipement. Ce sont des défaillances accidentelles et ont la même probabilité d'apparition.
- **Défaillances par usure** : Ce sont des pannes progressives et elles apparaissent suite à la fatigue, l'usure et la dégradation de l'équipement après une longue période de fonctionnement.

2.4 La maintenance

D'après la définition CEN⁴ projet WI 319-003, la maintenance est « l'ensemble de toutes les actions techniques, administratives et de gestion durant le cycle de vie d'un bien, destinées à le maintenir ou à le rétablir dans un état dans lequel il peut accomplir la fonction requise » [20].

La définition de la maintenance met en avant quatre notions :

1. La maintenance, qui implique un suivi et une surveillance.
2. La restauration, qui implique la correction des défauts.

3. Association Française de Normalisation

4. Comité européen de normalisation

3. L'état spécifié et le service déterminé, qui précisent le niveau de compétences et les objectifs attendus de la maintenance.
4. Le coût optimal, qui conditionne l'ensemble des opérations dans un souci d'efficacité économique.

2.4.1 L'importance de la maintenance

La maintenance joue un rôle crucial dans l'industrie, notamment dans le secteur des réseaux électriques, où les pannes non planifiées peuvent avoir des conséquences désastreuses. En effet, toute interruption de fonctionnement entraîne une série de problèmes, notamment une augmentation des coûts de production, une diminution des marges bénéficiaires, des heures supplémentaires ajoutées et l'absence de sécurité pour les opérateurs. Ces conséquences peuvent avoir un impact significatif sur la rentabilité et l'efficacité globale de l'entreprise [21].

Ainsi, il est essentiel de planifier et de prévoir des entretiens réguliers et planifiés avant même que les pannes ne se produisent. En adoptant une approche proactive de la maintenance, les entreprises peuvent anticiper les éventuels problèmes et mettre en place des mesures correctives pour les éviter. Cela permet non seulement de minimiser les temps d'arrêt et les perturbations de production, mais aussi d'optimiser les performances du réseau électrique et d'assurer la continuité des opérations. En fin de compte, une stratégie de maintenance efficace contribue à garantir la fiabilité, la sécurité et la rentabilité à long terme du réseau électrique.

2.4.2 Politiques de maintenance

La stratégie de maintenance peut être classée en deux grandes catégories : la maintenance corrective et la maintenance préventive.

La maintenance corrective survient en réponse à une défaillance du système, tandis que la maintenance préventive est effectuée alors que le système est encore opérationnel, est le choix entre ces deux approches dépend de plusieurs facteurs tels que l'élément concerné, la politique d'exploitation et de suivi, les coûts, la disponibilité de l'information, etc. Dans le tableau 2.1, nous présentons les différents types de politique de maintenance qui ont été étudiés.

MAINTENANCE	CORRECTIVE	PALLIATIVE	Suite à une défaillance DÉPANNAGE PROVISOIRE
		CURATIVE	Suite à une défaillance RÉPARATION DÉFINITIVE
	PRÉVENTIVE	SYSTÉMATIQUE	En fonction de temps SUIVANT UN ÉCHÉANCIER
		CONDITIONELLE	En fonction d'état SUIVANT DES SEUILS PRÉDÉTERMINÉS
		PRÉVISIONNELLE	En fonction d'état L'ÉVOLUTION DE LA DÉGRADATION

TABLE 2.1 – Les différentes politiques de maintenance

2.4.3 La maintenance corrective

La maintenance corrective (ou accidentelle) est une stratégie de maintenance qui intervient après une panne ou un dysfonctionnement d'un système ou d'un équipement. Elles peuvent être divisées en plusieurs types selon la nature de l'intervention nécessaire pour rétablir le bon fonctionnement du système :

1. **Maintenance curative** : Elle consiste à réparer ou remplacer les composants défectueux après qu'une panne se soit produite. Cette intervention vise à ramener le système à un état de fonctionnement normal.
2. **Maintenance Palliative** : Cette approche consiste à effectuer des actions temporaires ou provisoires pour minimiser les effets d'une défaillance ou d'une panne, en attendant une intervention plus complète ou permanente.

2.4.4 La maintenance préventive

La maintenance préventive est une stratégie de maintenance qui vise à prévenir les défaillances et à maintenir la fiabilité des équipements en effectuant des actions planifiées à intervalles réguliers. Contrairement à la maintenance corrective, qui réagit aux problèmes après qu'ils se sont produits, la maintenance préventive cherche à anticiper les défaillances potentielles en effectuant des inspections, des réglages et des remplacements préventifs.

1. **Maintenance Prévisionnelle** : Cette approche utilise des techniques d'analyse de données et des modèles prédictifs pour anticiper les défaillances potentielles et planifier les interventions de maintenance avant que les problèmes ne surviennent. Cela permet de minimiser les interruptions de service et d'optimiser l'efficacité des opérations de maintenance.
2. **Maintenance Conditionnelle** : Cette approche repose sur la surveillance continue des paramètres de fonctionnement du système à l'aide de capteurs et d'instruments de mesure. L'intervention de maintenance n'est déclenchée que lorsque les données recueillies indiquent la nécessité d'une action corrective (figure 2.2).
3. **Maintenance Systématique (périodique)** : Elle consiste à mettre en place des actions récurrentes et planifiées pour surveiller, diagnostiquer et corriger les problèmes potentiels identifiés lors d'inspections régulières (figure 2.3). Cette approche vise à réduire les risques de défaillance et à maintenir la fiabilité du système.

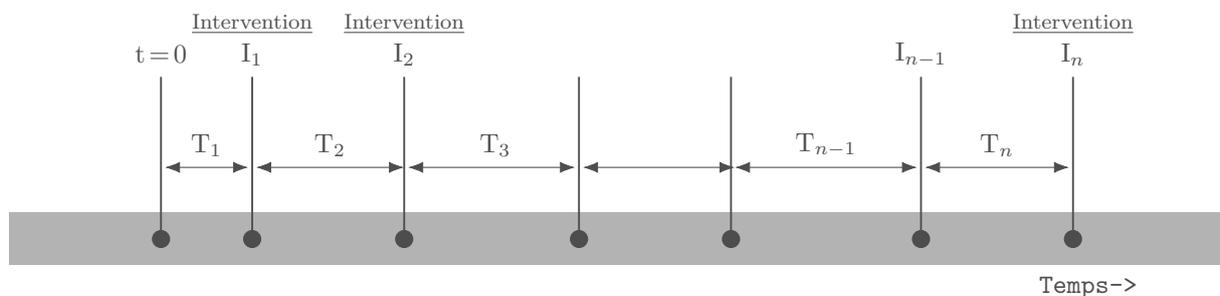


FIGURE 2.2 – Intervention préventive conditionnelle

- T_n : période d'intervention à intervalles variant.
- I_n : intervention préventive systématique.

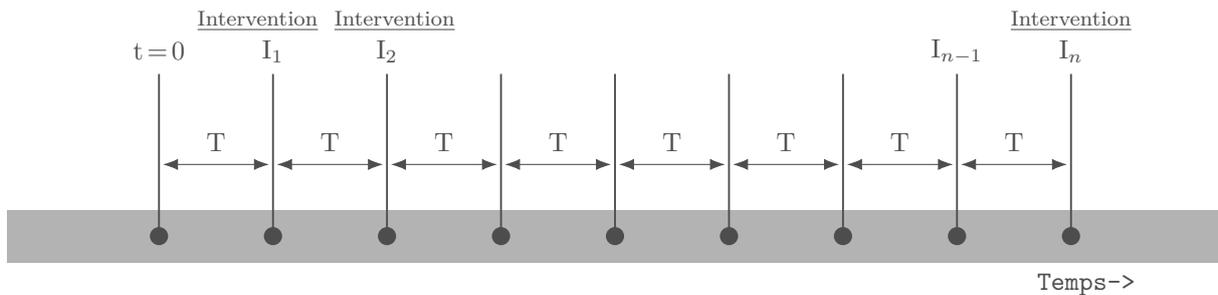


FIGURE 2.3 – Intervention préventive périodique

- T : période d'intervention à intervalles constants.

2.4.5 Opérations associées à la maintenance

A - Opérations de la maintenance corrective

En cas de défaillance, le technicien de maintenance doit effectuer plusieurs opérations définies ci-dessous. Ces opérations sont réalisées par étapes (dans l'ordre) :

1. **Détection de la défaillance** : Le maintenancier doit d'abord détecter la défaillance, souvent à travers des signaux ou des alertes provenant du système ou des utilisateurs.
2. **Diagnostic** : Une fois la défaillance détectée, le maintenancier procède à une analyse approfondie pour diagnostiquer la cause sous-jacente de la défaillance. Cela peut impliquer des tests, des inspections visuelles et d'autres méthodes de diagnostic.
3. **Planification** : Après le diagnostic, le maintenancier élabore un plan d'action pour remédier à la défaillance. Cela peut inclure l'identification des pièces de rechange nécessaires, la planification des ressources humaines et matérielles, ainsi que l'estimation du temps nécessaire pour effectuer les réparations.
4. **Intervention** : À cette étape, le maintenancier met en œuvre le plan élaboré lors de l'étape de planification. Cela peut impliquer le remplacement de pièces défectueuses, la réparation de composants endommagés ou d'autres actions correctives.
5. **Vérification** : Une fois les réparations effectuées, le maintenancier effectue des tests et des vérifications pour s'assurer que la défaillance a été correctement résolue et que le système fonctionne comme prévu.
6. **Reporting (historique)** : Il est important de documenter l'intervention corrective, en indiquant la cause de la panne, les actions entreprises et les pièces remplacées. Cela permet d'améliorer la maintenance future et d'anticiper des problèmes similaires.
7. **Maintenance préventive** : Enfin, le maintenancier peut recommander des mesures de maintenance préventive pour éviter que des défaillances similaires ne se reproduisent à l'avenir. Cela peut inclure des inspections régulières, des programmes de remplacement de pièces et d'autres mesures préventives.

B - Opérations de la maintenance préventive

Voici quelques opérations couramment effectuées dans le cadre de la maintenance préventive :

1. **Définir les objectifs** : identifier les objectifs spécifiques de la maintenance préventive en fonction des besoins et des priorités de l'entreprise.

2. **Identifier les équipements critiques** : déterminer les équipements dont la défaillance aurait un impact majeur sur la production ou la sécurité.
3. **Sélectionner les technologies de surveillance** : choisir les technologies et outils adaptés pour collecter des données sur l'état des équipements.
4. **Collecter et analyser les données** : analyser les données collectées pour identifier les signes avant-coureurs de défaillance et définir les seuils d'intervention.
5. **Planifier les interventions de maintenance** : programmer les interventions de maintenance préventive en fonction des résultats de l'analyse des données et des seuils définis.
6. **Suivre et améliorer le processus** : documenter les interventions de maintenance préventive et analyser les résultats pour améliorer continuellement le processus.

2.4.6 Objectifs de la maintenance

Les objectifs de la maintenance, schématisés dans la figure 2.4 :

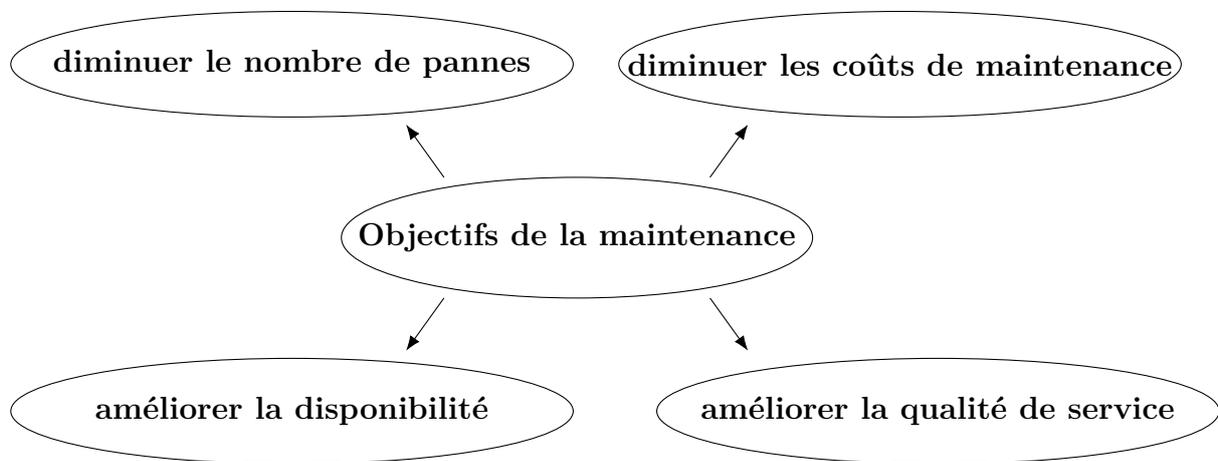


FIGURE 2.4 – Objectifs de la maintenance

A - Objectif de la maintenance corrective

L'objectif principal de la maintenance corrective n'est pas idéal, mais il s'agit d'une solution de remède nécessaire pour remettre en service un équipement tombé en panne. On peut résumer les objectifs de la maintenance corrective en trois points clés :

- **Restaurer le fonctionnement de l'équipement** : La priorité absolue est de ramener l'équipement en état de marche le plus rapidement possible afin de minimiser les arrêts de production et les pertes de productivité. Cela peut impliquer des réparations temporaires pour un fonctionnement à court terme, suivi d'une réparation permanente plus tard.
- **Identifier la cause de la panne** : Une fois l'équipement remis en marche, il est important d'enquêter pour comprendre la raison de la panne. Cela permet d'éviter des défaillances similaires à l'avenir et d'améliorer les stratégies de maintenance préventive.
- **Limiter les dommages collatéraux** : Une panne peut parfois entraîner des dommages secondaires à d'autres équipements ou composants. La maintenance corrective vise également à identifier et rectifier ces dommages collatéraux pour garantir un fonctionnement sûr et optimal de l'ensemble du système.

B - Objectif de la maintenance préventive

Les objectifs de la maintenance préventive sont les suivants :

- **Réduire les temps d'arrêt non planifiés** : en anticipant les pannes, la maintenance préventive permet de minimiser les interruptions de production et d'améliorer la disponibilité des équipements.
- **Augmenter la durée de vie des équipements** : en détectant et en corrigeant les problèmes à un stade précoce, la maintenance préventive permet de prolonger la durée de vie des équipements et d'optimiser les investissements.
- **Améliorer la sécurité** : en s'assurant du bon état des équipements, la maintenance préventive permet de réduire les risques d'accidents et d'améliorer la sécurité des personnes et des biens.
- **Réduire les coûts de maintenance** : en prévenant les pannes majeures, la maintenance préventive permet de réduire les coûts de réparation et d'intervention curative.

2.4.7 Synthèse

La maintenance occupe une position centrale dans le fonctionnement efficace de toute entreprise, assurant la disponibilité, la fiabilité et la sécurité de ses équipements. Elle se divise en deux catégories principales : la maintenance corrective, qui intervient après une défaillance pour réparer les équipements, et la maintenance préventive, qui vise à prévenir les pannes en effectuant régulièrement des inspections et des ajustements planifiés.

Les objectifs de la maintenance sont multiples et essentiels pour la performance globale de l'entreprise. Ils comprennent la réduction des temps d'arrêt des équipements, l'amélioration de leur fiabilité et de leurs performances, la maîtrise des coûts associés à la maintenance et aux réparations, l'assurance d'un environnement de travail sûr et conforme aux réglementations, ainsi que la planification efficace des opérations de maintenance.

En outre, la maintenance contribue de manière significative à la réduction des coûts globaux de fonctionnement, à l'augmentation de la productivité des équipements et des employés, ainsi qu'à l'amélioration générale de la sécurité des installations et du personnel. Son rôle est donc indispensable pour garantir le bon fonctionnement et la compétitivité durable de toute entreprise industrielle.

2.5 Notions de la fiabilité

2.5.1 Durée de vie

La notion de **durée de vie** ou **instant de défaillance** est la période comprise entre le début du fonctionnement d'un système ou d'un composant et **le début de la panne**.

Ainsi, la durée de vie d'un système ou d'un composant est une variable aléatoire T , représentant le temps écoulé entre le démarrage et la panne. Pour simplifier les choses, $t = 0$ est choisi comme point de départ lors de la première mise sous tension de l'appareil. T est donc une variable aléatoire (continue ou discrète) et positive qui prend ses valeurs dans le domaine \mathbb{R}^+ [17].

- Exemple de v.a continue : la période de temps entre deux défaillances consécutives.

- Exemple de v.a discrète : le nombre de défaillances d'un équipement sur une période donnée ou pour une quantité fabriquée.

2.5.2 Fiabilité des systèmes non réparables

a) Fonction de fiabilité

En terme mathématique, la fiabilité d'un système non réparable est la fonction du temps R (R pour **re**liability) définie par :

$$R(t) = \mathbb{P}(t < T) = 1 - F_T(t) \in [0; 1], \quad t \geq 0. \quad (2.1)$$

Comme la fonction de répartition (défiabilité) F_T associée à T est une fonction **croissante**, la fiabilité R est une fonction **décroissante** (voir la figure 2.5). Cela traduit le fait naturel que l'aptitude au bon fonctionnement d'un système non réparable diminue avec le temps.

- $R(0) = 1$ et $\lim_{t \rightarrow +\infty} R(t) = 0$.
- $\mathbb{P}(t_1 < T < t_2) = \mathbb{P}(t_1 < T) - (1 - \mathbb{P}(T > t_2)) = R(t_1) - R(t_2)$.
- $f(t) = F'_T(t) = -R'(t) \geq 0$.

Si T est continue, on note f sa densité, et si elle est discrète, on note p sa fonction de masse :

$$\mathbb{P}(T = t) = p(t) \in [0; 1].$$

- Cas discret :

$$R(t) = \mathbb{P}(t < T) = \sum_{i=t+1}^{\infty} p(i) = 1 - F_T(t) = 1 - \sum_{i=0}^t p(i).$$

- Cas continu :

$$R(t) = \mathbb{P}(t < T) = \int_t^{\infty} f(s) ds = 1 - F_T(t) = 1 - \int_0^t f(s) ds.$$

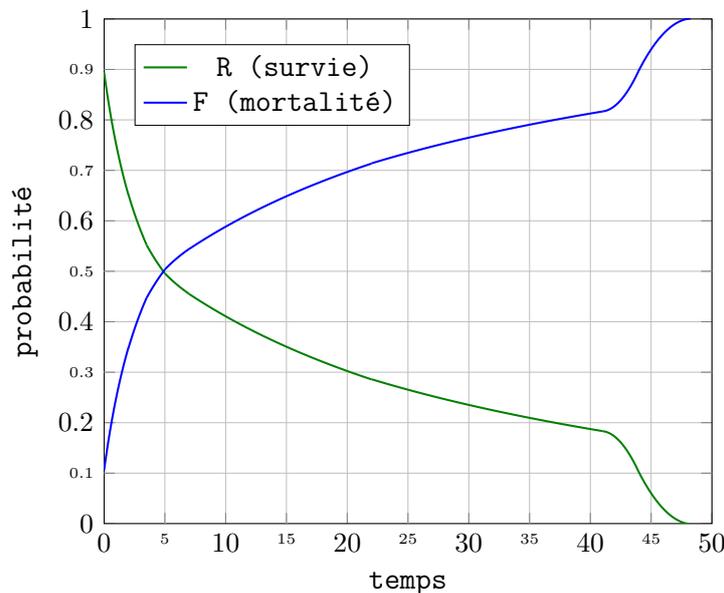


FIGURE 2.5 – Exemple d'étude : fonction de fiabilité R , fonction de répartition F .

b) Taux de défaillance

Le **taux de défaillance** appelé aussi **taux de panne** ou encore **taux de hasard** d'un système non réparable est la fonction du temps λ définie par :

$$\lambda(t) = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{1}{\Delta t} \mathbb{P}(t < T \leq t + \Delta t \mid t < T), \quad t \geq 0. \quad (2.2)$$

représente le changement de "la probabilité qu'un matériel (réseau, poste électrique, machine..) fonctionnant encore après t unités de temps tombe en panne durant les Δt unités de temps supplémentaires, **sachant que** le système n'est pas tombé en panne avant t ", durant Δt de temps.

Le taux de défaillance croissant est cohérent avec un système qui se détériore, tandis que le taux de défaillance décroissant est cohérent avec un système qui s'améliore avec le temps.

Le taux de défaillance est un bon indicateur de la valeur de la distribution comme modèle de fiabilité tenant compte de l'usure. Lorsque t est assez grand, λ devrait être strictement croissante [16].

Il est facile d'établir des liens entre le taux de défaillance et la fiabilité :

$$\begin{aligned} \lambda(t) &= \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{1}{\Delta t} \mathbb{P}(t < T \leq t + \Delta t \mid t < T) \\ &= \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{1}{\Delta t} \frac{\mathbb{P}(t < T \leq t + \Delta t \cap t < T)}{\mathbb{P}(t < T)} \\ &= \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{1}{\Delta t} \frac{\mathbb{P}(t < T \leq t + \Delta t)}{\mathbb{P}(t < T)} \\ &= \frac{1}{R(t)} \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{1}{\Delta t} [R(t) - R(t + \Delta t)] \\ &= \frac{1}{R(t)} \lim_{\Delta t \rightarrow 0} - \frac{[R(t + \Delta t) - R(t)]}{\Delta t} \\ &= - \frac{R'(t)}{R(t)} = - \frac{d}{dt} (\ln[R(t)]) \geq 0, \quad (R(t) \in]0; 1]). \end{aligned}$$

Dans le cas $R(t) = 0$ alors, $\lambda(t) = 0$. Cela semble logique, car si la fiabilité est nulle, le système est totalement arrêté.

La mesure fondamentale de fiabilité est le taux de panne et non pas la fonction de fiabilité.

On suppose que le système fonctionne correctement à l'instant initial $t = 0$, et en prenant comme condition initiale $R(0) = 1$, on obtient par intégration :

$$R(t) = \exp\left(- \int_0^t \lambda(u) du\right). \quad (2.3)$$

Puisque $f(t) = -R'(t) = \lambda(t) R(t)$, la densité de T s'exprime à l'aide du taux de défaillance sous la forme :

$$f(t) = \lambda(t) \exp\left(- \int_0^t \lambda(u) du\right). \quad (2.4)$$

Remarque : Puisque T est une variable aléatoire absolument continue, les notations :

$F(t) = \mathbb{P}(T \leq t)$ et $F(t) = \mathbb{P}(T < t)$ sont équivalentes.

c) Taux de défaillance cumulé

Le **taux de défaillance cumulé** ou **taux de hasard cumulé** d'un système non réparable est la fonction du temps Λ définie par :

$$\Lambda(t) = \int_0^t \lambda(t)dt = -\ln(R(t)), \quad t \geq 0. \quad (2.5)$$

La formule d'exponentiation s'écrit donc aussi $R(t) = \exp(-\Lambda(t))$.

Toutes les grandeurs caractéristiques de la loi de probabilité T sont exprimées à l'aide de la fonction λ . Ainsi, le taux de défaillance caractérise la loi de durée de vie [8].

Par conséquent, la construction d'un modèle de fiabilité pour les systèmes non réparables nécessite, d'un point de vue pratique, de déterminer une forme spécifique pour le taux de défaillance.

Ce choix dépend des considérations de modélisation ou des résultats expérimentaux. En général, le graphique du taux de défaillance pour un système simple non réparable a souvent une forme de baignoire (fig 2.6).

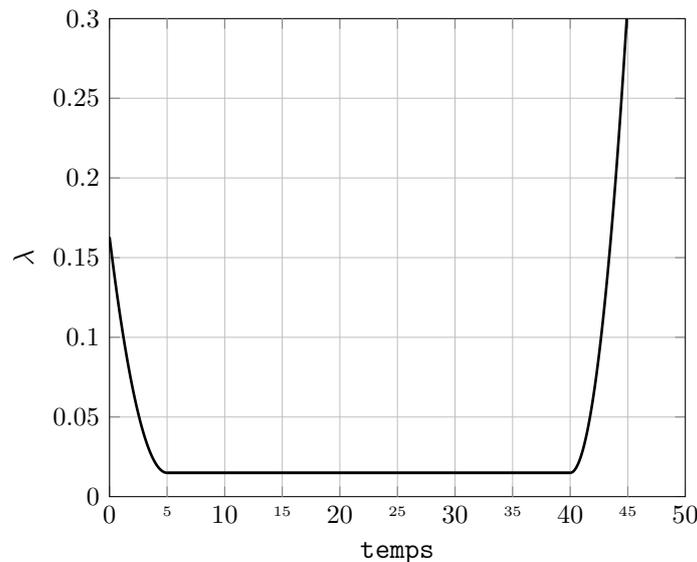


FIGURE 2.6 – Exemple d'étude : Taux de défaillance en forme de baignoire.

En effet, dans ce cas, λ est divisé en trois parties :

Période de jeunesse : Au démarrage, les systèmes neufs montrent fréquemment des défaillances précoces, imputables à des défauts intrinsèques ou à des erreurs de conception. Cette phase initiale est caractérisée par un risque de défaillance élevé. Par la suite, ce risque diminue progressivement, car les défauts initiaux se manifestent généralement rapidement. Ainsi, le taux de défaillance connaît une tendance décroissante au début de la vie du système.

Période de la vie utile : Durant cette période, le taux de défaillance est approximativement constant. Ces défaillances sont appelées des pannes aléatoires, et leur occurrence n'est pas liée à l'âge du composant mais à d'autres mécanismes de dommage.

Période du vieillissement : Le dernier phase est la période de vieillissement, elle est caractérisée par une augmentation progressive du taux de défaillance avec l'âge du matériel. Cette augmentation est expliquée par des phénomènes de vieillissement tels que l'usure,...etc

Remarque : Dans le cas où le taux de défaillance λ est constant, $\Lambda = \lambda.t$, on a alors une loi de survie exponentielle, i.e :

$$R(t) = e^{-\lambda.t} \quad \text{et} \quad f(t) = \lambda e^{-\lambda.t}.$$

Taux de défaillance cas discrète

Le taux de hasard λ_T , de variable aléatoire discrète T , pour $i \in \{1, 2, \dots\}$ est donnée par :

$$\lambda_T(i) \begin{cases} \frac{p_i}{R(t_{i-1})} & R(t_{i-1}) \neq 0, \\ 0 & R(t_{i-1}) = 0. \end{cases} \quad (2.6)$$

Ce qui équivaut, en notant

$$\lambda_T(i) = \frac{\mathbb{P}(T = t_i)}{\mathbb{P}(T > t_{i-1})} = \mathbb{P}(T = t_i | t_i \leq T). \quad (2.7)$$

d) Durée Moyenne de bon fonctionnement - MTTF

La durée moyenne de bon fonctionnement jusqu'à la première défaillance en anglais (**Mean Time To Failure**) d'un système non réparable est définie par l'expression suivante :

$$MTTF = \mathbb{E}[T] = \int_0^{+\infty} t.f(t) dt. \quad (2.8)$$

Par intégrale par parties aboutit alors à :

$$\begin{aligned} MTF = & \int_0^{+\infty} t.f(t) dt \\ = & \int_0^{+\infty} -t.R'(t) dt \\ = & \left[-t.R(t) \right]_0^{+\infty} + \int_0^{+\infty} R(t) dt \\ = & \lim_{t \rightarrow +\infty} t.R(t) + \int_0^{+\infty} R(t) dt. \end{aligned}$$

En supposant que $t.R(t)$ tend vers 0, on obtient une formule plus usuelle pour le MTTF :

$$MTTF = \int_0^{+\infty} R(t) dt. \quad (2.9)$$

2.5.3 Systèmes réparables

I - Durées d'indisponibilité comptabilisées

Dans ce type de systèmes, le fonctionnement est une alternance entre de **durées de bon fonctionnement** et de **durée de rupture** (voir 2.7). Traditionnellement, on note $\{T_i\}_{i \geq 0}$ les durées de bon fonctionnement successives et $\{Z_i\}_{i \geq 1}$ les durée de ruptures successives.

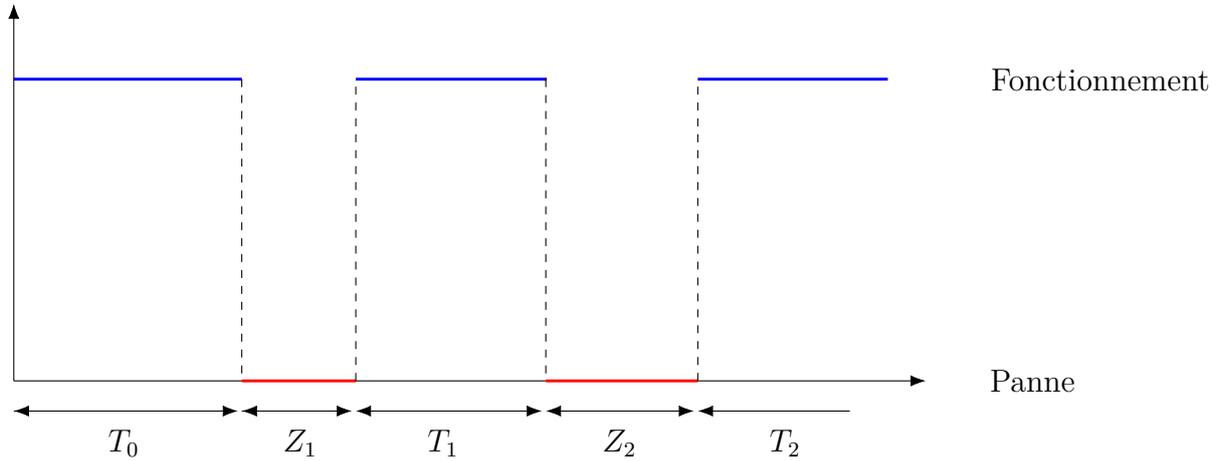


FIGURE 2.7 – Durées de bon fonctionnement et de rupture.

La durée d'immobilisation comprend en fait (temps de détection de la panne + temps de réparation + temps de remise en service)

On définit des quantités similaires à celles définies pour une durée de bon fonctionnement T pour une durée de rupture Z :

a) Fonction de Maintenabilité

La probabilité qu'un système en panne, soit redispnible avant l'instant z :

$$M(z) = \mathbb{P}(Z \leq z), \quad z \geq 0. \quad (2.10)$$

b) Taux d'immaintenabilité

Est la fonction du temps μ définie par :

$$\mu(z) = \lim_{\Delta z \rightarrow 0} \frac{1}{\Delta z} \mathbb{P}(z < Z \leq z + \Delta z \mid z < Z), \quad z \geq 0. \quad (2.11)$$

Représente le changement de "la probabilité que le système reste indisponible après l'instant z durant Δz de temps supplémentaires, sachant que le système était détaché avant z ", durant Δz de temps.

c) Durée moyenne de rupture - MDT

Durée moyenne de rupture en anglais (**Mean Down Time**) :

$$MDT = \mathbb{E}[Z] = \int_0^{+\infty} 1 - M(z) dz. \quad (2.12)$$

Dans un système réparable, la fiabilité à un instant t peut être définie comme la probabilité que le système reste opérationnel entre 0 et t . Cela implique que la première panne doit se produire après t .

$$R_0(t) = \mathbb{P}(t < T_0).$$

Cependant, il est possible de s'intéresser à une autre mesure particulièrement pertinente pour les systèmes réparables "la disponibilité"⁵.

d) La disponibilité

D'après la définition fondamentale dans le paragraphe (sec 2.3) :

$$A(t) = \mathbb{P}\{\text{Le système est disponible à l'instant } t\}. \quad (2.13)$$

Le sens de variation de $A(t)$ n'est pas défini. Certains systèmes présentent une disponibilité croissante, d'autres une disponibilité décroissante, et toutes les variations sont envisageables, contrairement à $R(t)$ et $M(t)$. De plus, La fonction de disponibilité, qui varie de manière complexe dans le temps, peut souvent être simplifiée par une expression équilibrée ou asymptotique. En pratique, nous intéressons généralement aux systèmes qui ont fonctionné pendant une longue période. Dans ces cas, la disponibilité peut être caractérisée par une expression **asymptotique** [8] voir g).

De manière plus générale, on part souvent du principe que les T_i sont indépendants et suivent la même distribution de probabilité, tout comme les Z_i qui sont également indépendants et suivent la même distribution (mais pas nécessairement identique à celle des T_i). Cette hypothèse simplifie considérablement le calcul de la disponibilité. Néanmoins, dans la réalité, la réparation ne ramène pas toujours le système à son état initial, ce qui complique les calculs.

e) MUT - Mean Up Time

Durée moyenne de fonctionnement **juste après** la remise en service, se calcule comme suit :

$$MUT = \mathbb{E}[T] = \int_0^{+\infty} R(t) dt. \quad (2.14)$$

f) MTBF - Mean Time Between Failure

Durée moyenne des temps de bon fonctionnement entre deux défaillances consécutives.

$$MTBF = MDT + MUT. \quad (2.15)$$

g) La disponibilité asymptotique

Est la disponibilité indépendant du temps t ou d'état stable,

$$A_\infty = \lim_{t \rightarrow \infty} A(t) = \frac{MUT}{MTBF}. \quad (2.16)$$

⁵. La disponibilité, quant à elle, se réfère à une notion d'**instantanéité**, indiquant le fonctionnement à un moment précis. par contre la fiabilité et maintenabilité, implique une notion de **durée** "fonctionnement pendant une certaine durée" [18].

Dans la pratique, les durées de réparation sont souvent négligeables par rapport aux durées de bon fonctionnement. Par conséquent, il est intéressant de modéliser la situation où les durées de réparation ne sont pas prises en compte. Dans ce scénario, le concept de disponibilité perd sa pertinence. Nous aborderons cette problématique plus en détail dans la partie suivante 2.5.3.

La figure 2.8 illustre la relation entre les durées caractéristiques usuels F.M.D [19].

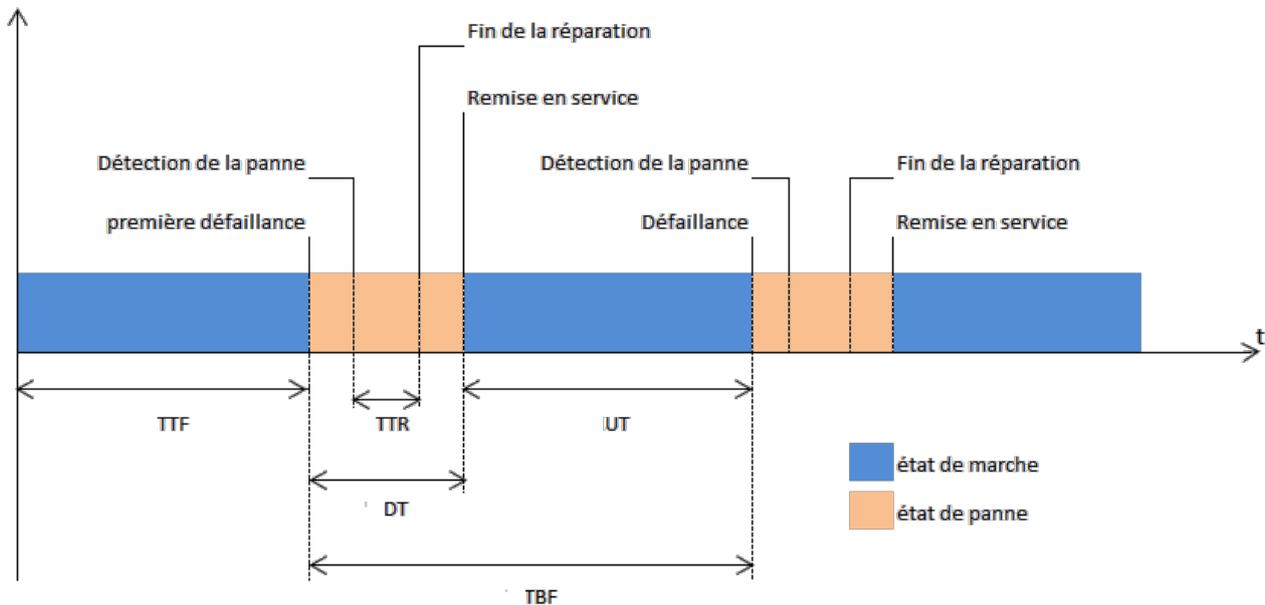


FIGURE 2.8 – Les durées caractéristiques de F.M.D

- **TTF - Time To Failure** : Durée de bon fonctionnement.
- **TTR - Time To Repair** : Durée de réparation.
- **DT - Down Time** : Durée de rupture (détection + réparation + remise).
- **UT - Up Time** : Durée de fonctionnement après réparation.
- **TBF - Time Between Failure** : Durée des temps entre deux défaillances consécutives.
- **F.M.D** : Faibilité, Maintenabilité, Disponibilité.

II - Durées d'indisponibilité non comptabilisées

On étudie le fonctionnement d'un système réparable à partir du moment $T_0 = 0$. Les défaillances surviennent à des instants notés T_1, T_2, \dots . Après chaque défaillance, le système est réparé ou corrigé puis remis en service.

Le processus de défaillance d'un tel système réparable (dans ce cas l'espace d'états $\mathbf{E} = \mathbb{R}_+$), peut être caractérisé de manière équivalente par l'un des trois processus aléatoires suivants :

- **Instant de défaillance** : $\{T_i\}_{i \geq 1}$ la suite des instants de défaillance avec $T_0 = 0$.
- **Temps d'inter-défaillance** : $\{X_i\}_{i \geq 1}$ la suite des durées inter-défaillances, où $X_i = T_i - T_{i-1}$ c'est le temps entre les $(i-1)^{\text{ème}}$ et $(i)^{\text{ème}}$ défaillance.
- **Processus de comptage** : $\{N_t\}_{t \geq 0}$ des défaillances, où N_t est nombre de pannes avant l'instant t .

La figure 2.9 illustre les quantités aléatoires telles que définies ci-dessus en représentant une trajectoire arbitraire du processus de défaillance.

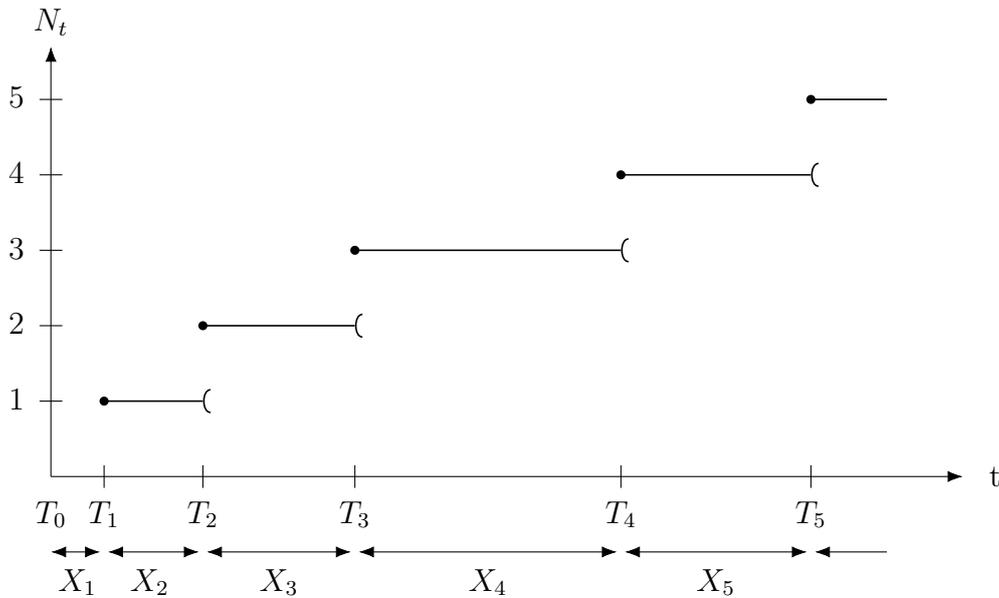


FIGURE 2.9 – Trajectoire quelconque du processus des défaillances.

Si l'on définit la fiabilité comme précédemment, seul le moment de la première défaillance importe :

$$R(t) = \mathbb{P}(t < T_1) = \mathbb{P}(t < X_1) = \mathbb{P}(0 \text{ panne dans } [0; t]).$$

Pour un système réparable, il est évident que nous voulons être en mesure de calculer la probabilité que le système remise en service pendant une période donnée après toute réparation. De plus, nous modifierons la définition de la fiabilité en considérant que la fiabilité du système au moment t exprime la probabilité qu'il fonctionne correctement pendant une certaine durée à partir de t . Pour être complets, nous considérons que cette probabilité peut dépendre de tout ce qui s'est passé depuis la mise en service du système. Mathématiquement, cela signifie que la probabilité est conditionnée par le nombre et les instants des défaillances survenues avant le temps courant t .

a) La fiabilité après n -défaillances

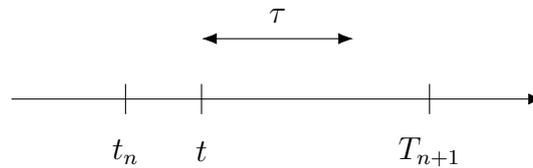
La fiabilité R_t d'un système réparable à l'instant t , ayant subi n -défaillances avant t , est définie par :

$$R_t(\tau; t_1, \dots, t_n) = \mathbb{P}(t + \tau < T_{n+1} \mid T_1 = t_1, T_2 = t_2, \dots, T_n = t_n) \quad \tau \geq 0; \quad (2.17)$$

$$= \mathbb{P}(N_{t+\tau} - N_t = 0 \mid T_1 = t_1, T_2 = t_2, \dots, T_n = t_n) \quad (2.18)$$

La première expression indique que la prochaine défaillance aura lieu après $t + \tau$, tandis que la seconde expression signifie qu'il n'y aura aucune défaillance entre t et $t + \tau$.

Autrement dit, $R_t(\tau; t_1, \dots, t_n)$ représente la probabilité que le système fonctionne sans défaillances pendant une durée d'au moins τ après t , sachant qu'il y a eu exactement n défaillances entre 0 et t , aux instants t_1, \dots, t_n . Grâce à la figure 2.10, on peut comprendre plus clairement la signification de la fiabilité, pour laquelle n défaillances ont eu lieu entre 0 et t .


 FIGURE 2.10 – La fiabilité de t à $t + \tau$ après n -défaillances observées ont eu lieu entre 0 et t .

b) L'intensité de défaillance

L'intensité de défaillance λ_t d'un système réparable à l'instant t , s'écrit :

$$\lambda_t(t_1, \dots, t_n) = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{1}{\Delta t} \mathbb{P}(t < T_{n+1} \leq t + \Delta t | T_1 = t_1, T_2 = t_2, \dots, T_n = t_n) \quad t \geq 0. \quad (2.19)$$

$$= \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{1}{\Delta t} \mathbb{P}(N_{t+\Delta t} - N_t = 1 | T_1 = t_1, T_2 = t_2, \dots, T_n = t_n) \quad (2.20)$$

L'intensité de défaillance pour les systèmes réparables est la même que le taux de défaillance pour les systèmes non réparables. L'intensité de défaillance croissante correspond à une augmentation des défaillances au fil du temps en raison de facteurs externes ou de l'usure des équipements..., ce qui entraîne la détérioration du système malgré les réparations. En revanche, une intensité de défaillance décroissante correspond à un système qui s'améliore avec le temps.

c) $MTTF_t$

Est le $MTTF$ d'un système réparable à l'instant t , est la durée moyenne d'attente de la prochaine défaillance à l'instant t , sachant qu'il y a eu exactement n défaillances entre 0 et t , aux instants t_1, \dots, t_n , est définie par :

$$MTTF_t(t_1, \dots, t_n) = \mathbb{E}[T_{n+1} - t | T_1 = t_1, \dots, T_n = t_n] \quad (2.21)$$

Autrement dit, $MTTF_t$ mathématiquement est l'espérance conditionnelle de la variable aléatoire $T_{n+1} - t$, quand les n événements $T_1 = t_1, \dots, T_n = t_n$ est réalisé.

Les résultats suivants pour les systèmes réparables sont les équivalents les formules 2.3 et 2.9.

$$R_t(\tau; t_1, \dots, t_n) = \exp\left(-\int_t^{t+\tau} \lambda_u(t_1, \dots, t_n) du\right) \quad (2.22)$$

$$= \exp\left(-\int_0^\tau \lambda_{t+u}(t_1, \dots, t_n) du\right) \quad (2.23)$$

et la formule pour le $MTTF_t$

$$MTTF_t(t_1, \dots, t_n) = \int_0^{+\infty} R_t(\tau; t_1, \dots, t_n) d\tau. \quad (2.24)$$

Une autre mesure importante de la fiabilité des systèmes réparables est le nombre moyen de défaillances survenues à chaque instant, appelé la fonction moyenne. Cette mesure permet d'évaluer la fréquence des défaillances tout au long de la durée de vie du système, offrant ainsi un aperçu de sa robustesse et de sa résistance face aux pannes.

d) MVF - Mean Value Function

La **fonction moyenne** ou **fonction de renouvellement** du processus des défaillances est la fonction m définie par :

$$m(t) = \mathbb{E}[N_t], \quad t \geq 0. \quad (2.25)$$

2.6 Evaluation de la fiabilité

Sur la base des développements précédents de ce chapitre, il est nécessaire d'entreprendre deux étapes pour étudier et évaluer la fiabilité, le taux de défaillance, et la disponibilité, entre autres.

Premièrement, le processus de **modélisation probabiliste** consiste en le développement de modèles mathématiques décrivant le comportement des systèmes et des processus liés aux défaillances. Cela comprend la formulation d'hypothèses spécifiques sur le fonctionnement du système, l'impact des réparations et la nature du phénomène aléatoire à l'origine des pannes. L'objectif est de créer des modèles fiables des variables aléatoires pertinentes, telles que le temps de fonctionnement effectif d'un système non réparable ou les intervalles entre les pannes successives d'un système réparable.

Deuxièmement, l'**analyse statistique** implique l'utilisation de données réelles pour estimer et analyser les paramètres du modèle. En surveillant les performances des systèmes et en enregistrant les moments des pannes et des réparations, des techniques statistiques sont appliquées pour analyser ces données et estimer les paramètres du modèle. L'objectif est de fournir des estimations fiables des caractéristiques des systèmes en termes de pannes et de fiabilité, et d'utiliser ces estimations pour prendre des décisions importantes concernant la sécurité et l'efficacité des systèmes.

Dans l'ensemble, ces deux aspects se complètent dans le processus d'estimation et d'analyse des pannes et de la fiabilité des systèmes d'ingénierie, et les résultats contribuent à la prise de décisions cruciales concernant la conception et la maintenance de ces systèmes.

2.7 Principales lois de distributions utilisées en fiabilité

Dans cette section, nous présenterons quelques-unes des principales lois de probabilité utilisées en fiabilité. Ces distributions sont essentielles pour analyser les données de défaillance et de durée de vie des systèmes et équipements. Elles jouent un rôle crucial dans la compréhension du comportement des systèmes, ainsi que dans l'estimation de leur stabilité et de leur performance dans diverses conditions. Pour chaque distribution, nous fournirons des détails sur son utilisation, ainsi que les concepts clés qui y sont associés, afin de faciliter une compréhension approfondie des fondements de la fiabilité et de son analyse.

2.7.1 Loi Exponentielle

La loi exponentielle est caractérisée par un seul paramètre, représentant soit le temps moyen de bon fonctionnement (θ) dans la fonction de fiabilité, soit son inverse : le taux de défaillance (λ). Elle s'applique généralement aux équipements soumis à des défaillances soudaines, ou à des systèmes complexes composés de plusieurs éléments ayant des lois de fiabilité différentes [22].

Cette loi modélise la durée de vie d'un phénomène sans mémoire, sans vieillissement ou sans usure.

La fonction de répartition $F(t)$ d'une variable aléatoire T suivant une loi exponentielle (voir 2.11) de paramètre $\lambda > 0$, notée $\mathcal{E}(\lambda)$, est définie comme suit :

$$F(t) = \begin{cases} 1 - e^{-\lambda t} & \text{si } t \geq 0 \\ 0 & \text{sinon} \end{cases} \quad (2.26)$$

et sa fonction de densité de probabilité (voir 2.11), est donnée par :

$$f(t) = \begin{cases} \lambda e^{-\lambda t} & \text{si } t \geq 0 \\ 0 & \text{sinon} \end{cases} \quad (2.27)$$

La fonction de fiabilité R d'un équipement survive au moins jusqu'au temps t (fig 2.11), définie comme suit :

$$R(t) = \begin{cases} e^{-\lambda t} & \text{si } t \geq 0 \\ 1 & \text{sinon} \end{cases} \quad (2.28)$$

Le taux de défaillance :

$$\lambda(t) = \frac{f(t)}{R(t)} = \frac{\lambda \exp(-\lambda t)}{\exp(-\lambda t)} = \lambda \quad (2.29)$$

Cela signifie que le taux de défaillance est constant, ce qui indique que la loi exponentielle modélise les durées de vie des systèmes qui ne s'usent pas et ne s'améliorent pas au fil du temps.

Dans l'expression de l'espérance mathématique, qui représente le temps moyen de bon fonctionnement, nous avons :

$$MTTF = \mathbb{E}[T] = \theta = \frac{1}{\lambda} \quad (2.30)$$

La variance de T est définie comme suit :

$$Var[T] = \theta^2 = \frac{1}{\lambda^2} \quad (2.31)$$

La représentation graphique de la fonction de répartition $F(t)$ et sa densité $f(t)$, et de la fonction de fiabilité $R(t)$ d'une variable aléatoire suivant une loi exponentielle, est donnée sur la figure suivante.

Proposition 1. (Absence de mémoire) *Pour une variable aléatoire T suivant une loi exponentielle de paramètre λ , alors pour tout $t > 0$ et $s \geq 0$, la propriété de l'absence de mémoire est satisfaite, i.e :*

$$\mathbb{P}(T > s + t | T > s) = \mathbb{P}(T > t)$$

*En d'autres termes, la loi exponentielle est **sans mémoire**.*

Preuve.

$$\mathbb{P}(T > s + t | T > s) = \frac{\mathbb{P}(T > s + t)}{\mathbb{P}(T > s)} = \frac{R(s + t)}{R(s)} = \frac{e^{-\lambda(s+t)}}{e^{-\lambda s}} = e^{-\lambda t} = \mathbb{P}(T > t)$$

Théorème 1. [23] Si $f(t)$ est la densité d'une variable aléatoire continue sans mémoire, alors $f(t)$ est une densité exponentielle, i.e : $T \sim \mathcal{E}(\lambda)$

Dans le cas où la durée de vie d'un système suit une distribution exponentielle, la maintenance préventive devient inutile. Le système est considéré comme étant en état de "jeunesse éternelle", tant qu'il n'a pas encore connu de panne.

La loi exponentielle, bien qu'elle soit largement utilisée en raison de sa simplicité, ne permet pas de modéliser l'usure ou le rajeunissement des systèmes. C'est pourquoi il est nécessaire de recourir à des lois plus sophistiquées. En fiabilité, la loi de Weibull est l'une des plus populaires, car elle offre une flexibilité supplémentaire pour modéliser différents types de comportements de défaillance.

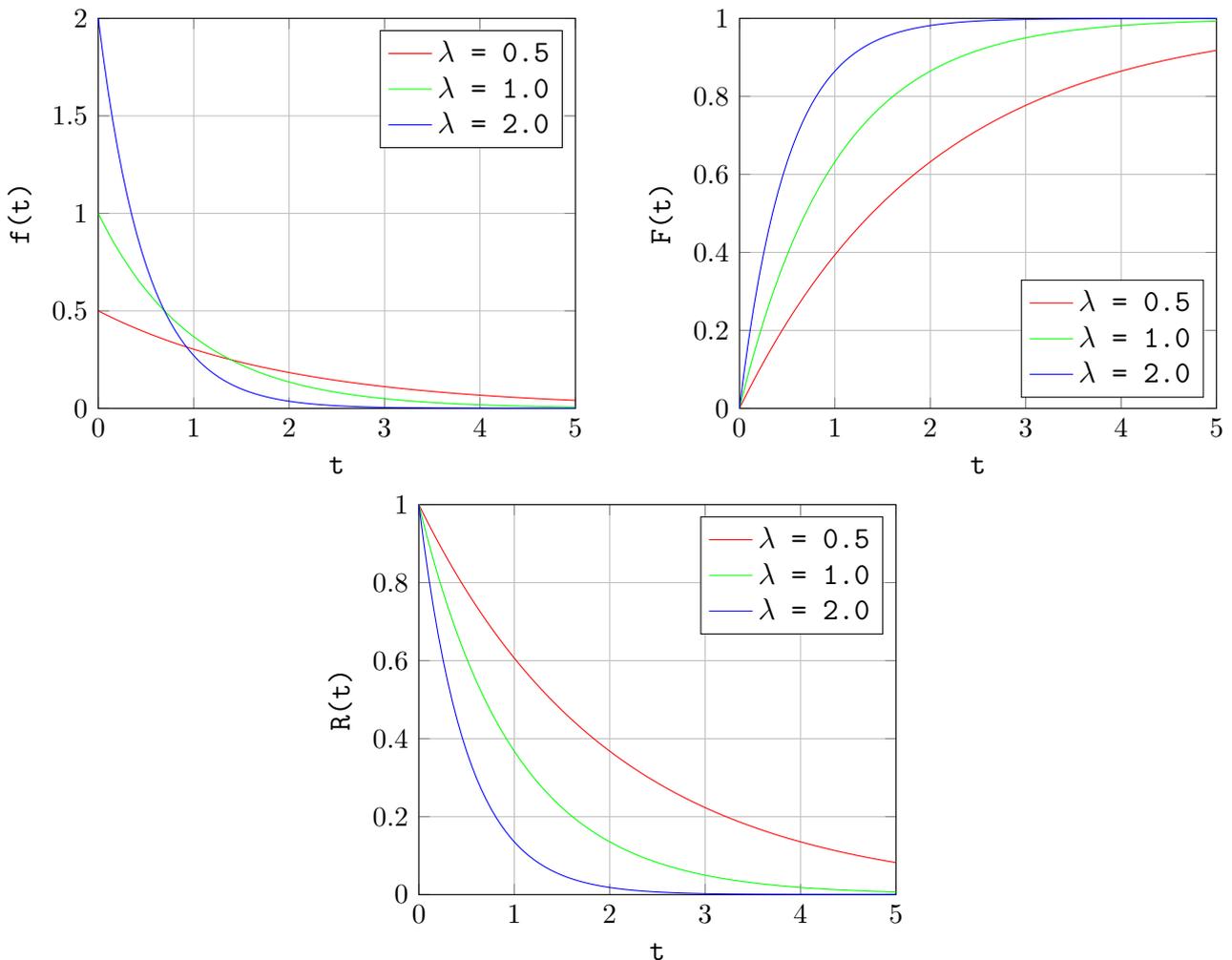


FIGURE 2.11 – Courbes des fonctions f et F , R

2.7.2 Loi de Weibull

La loi de Weibull est également largement utilisée dans le domaine des réseaux électriques en raison de sa flexibilité et de sa capacité à modéliser les différentes caractéristiques de défaillance des composants électriques [21]. Elle permet de mieux comprendre et prédire les défaillances des équipements électriques.

Une variable aléatoire continue T est distribuée selon une loi de Weibull, notée généralement par $\mathcal{W}(\gamma, \eta, \beta)$ si et seulement si sa densité de probabilité est :

$$f(t) = \frac{\beta}{\eta} \left(\frac{t - \gamma}{\eta} \right)^{\beta-1} \exp \left(- \left(\frac{t - \gamma}{\eta} \right)^\beta \right) \quad (2.32)$$

\mathcal{W} est caractérisée par trois paramètres principaux :

- Le paramètre de position (γ) : représente le décalage ou le retard potentiel dans le temps de la distribution.
- Le paramètre d'échelle (η) : Il détermine l'échelle de la distribution, c'est-à-dire l'étendue des valeurs possibles de la durée de vie.
- Le paramètre de forme (β) : est associé à la cinétique du processus observé. Il contrôle la forme de la courbe de la distribution.

Selon la valeur de ces paramètres, la distribution de Weibull peut s'adapter à de nombreux résultats expérimentaux.

Sa fonction de répartition est caractérisée par :

$$F(t) = 1 - \exp \left(- \left(\frac{t - \gamma}{\eta} \right)^\beta \right) \quad (2.33)$$

La fonction de service définie par :

$$R(t) = \exp \left(- \left(\frac{t - \gamma}{\eta} \right)^\beta \right) \quad (2.34)$$

L'espérance mathématique est donnée par la relation suivante :

$$MTTF = \mathbb{E}[T] = \gamma + \eta \Gamma \left(1 + \frac{1}{\beta} \right) \quad (2.35)$$

Où Γ est la fonction gamma d'Euler, est définie par :

$$\Gamma(a) = \int_0^\infty u^{a-1} e^{-u} du \quad (2.36)$$

En particulier, lorsque a est un entier naturel n , la fonction gamma d'Euler peut être réduite à la factorielle. Cela peut être exprimé comme suit :

$$\Gamma(n) = (n - 1)!$$

La variance est donnée par :

$$\text{Var}[T] = \eta^2 \left[\Gamma \left(1 + \frac{2}{\beta} \right) - \Gamma^2 \left(1 + \frac{1}{\beta} \right) \right] \quad (2.37)$$

Le taux de défaillance pour une distribution de Weibull est donné par :

$$\lambda(t) = \frac{f(t)}{R(t)} = \frac{\beta}{\eta} \left(\frac{t - \gamma}{\eta} \right)^{\beta-1} \quad (2.38)$$

La figure 2.12 donne les graphes des taux de défaillance de la loi de Weibull pour (souvent $\gamma = 0$), ($\eta = 1$), ($\beta = \{0.5; 1; 1.5; 3\}$).

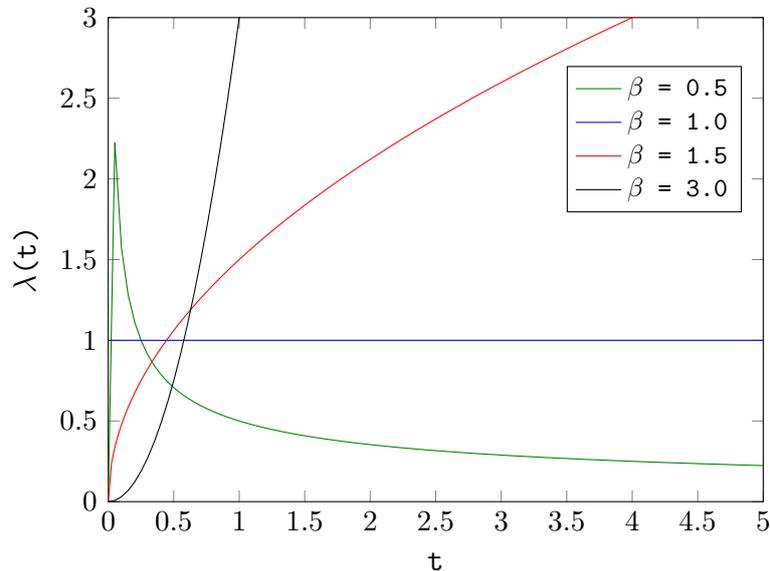


FIGURE 2.12 – Taux de défaillance de la loi de Weibull

Par conséquent, le taux de défaillance de la loi de Weibull est une fonction puissance du temps, ce qui permet de modéliser de nombreuses situations. En particulier :

- si $\beta < 1$, Le taux de défaillance λ est décroissant, ce qui signifie que le système s'améliore, ce qui représentatif de la période de jeunesse des matériels dans la courbe baignoire.
- si $\beta = 1$, le taux de défaillance λ est constant, la vie utile, ce qui signifie que le système suit une distribution exponentielle, qui est un cas particulier de la loi de Weibull.
- si $\beta > 1$, le taux de défaillance λ croissant avec le temps. On entre alors dans la période du vieillissement ou de la consommation, où une intervention préventive est nécessaire.

Encore une fois, il s'agit d'une erreur méthodologique car l'ensemble de la durée de vie doit être représenté par une seule loi de probabilité.

Remarque : Pour $\beta \in]1, 2[$, la courbe λ est concave, ce qui signifie que le système s'use, mais à un rythme de plus en plus lent. L'interprétation de ce type d'usure est difficile et suscite des controverses. Pour $\beta > 2$, la courbe λ est convexe, ce qui correspond à une accélération de l'usure. Cela se comprend plus facilement.

La loi de Weibull est remarquable car elle est utilisée pour modéliser les valeurs extrêmes dans des systèmes comportant de nombreux composants. Elle est souvent choisie car elle est adaptée aux systèmes où la panne survient dès qu'un composant défaillant est détecté, comme dans (les systèmes en série voir 3.5.2).

2.7.3 Loi Gamma

Cette loi est fréquemment employée pour modéliser les temps de défaillance des équipements. Elle se caractérise par deux paramètres, paramètre de forme $\alpha > 0$ et de paramètre d'échelle $\lambda > 0$, notée $\mathcal{G}(\alpha, \lambda)$, et sa densité de probabilité prend la forme suivante :

$$f(t) = \frac{\lambda^\alpha}{\Gamma(\alpha)} \exp(-\lambda t) t^{\alpha-1}, \quad t \geq 0. \quad (2.39)$$

où Γ est la fonction gamma définie en 2.36.

Effectivement, la fonction de répartition de la loi gamma n'a pas d'expression explicite, ce qui rend difficile la détermination directe de la fiabilité et du taux de défaillance.

La durée de vie moyenne est :

$$MTTF = \mathbb{E}[T] = \frac{\alpha}{\lambda} \quad (2.40)$$

La variance de T est définie comme suit :

$$Var[T] = \frac{\alpha}{\lambda^2} \quad (2.41)$$

Théorème 1. *Si X_1, \dots, X_n sont des variables aléatoires indépendantes et identiquement distribuées selon une loi exponentielle de paramètre λ , alors $\sum_{i=1}^n X_i$ suit une loi gamma $\mathcal{G}(n, \lambda)$.*

Proposition 2. *Si T suit une loi gamma $\mathcal{G}(\alpha, \lambda)$, alors aT suit également une loi gamma $\mathcal{G}(\alpha, \lambda/a)$, où a est un réel strictement positif.*

Proposition 3. *Si T_1 et T_2 sont des variables aléatoires i.i.d telles que T_1 suit une loi gamma $\mathcal{G}(a_1, \lambda)$ et T_2 suit une loi gamma $\mathcal{G}(a_2, \lambda)$, alors $T_1 + T_2$ suit une loi gamma $\mathcal{G}(a_1 + a_2, \lambda)$.*

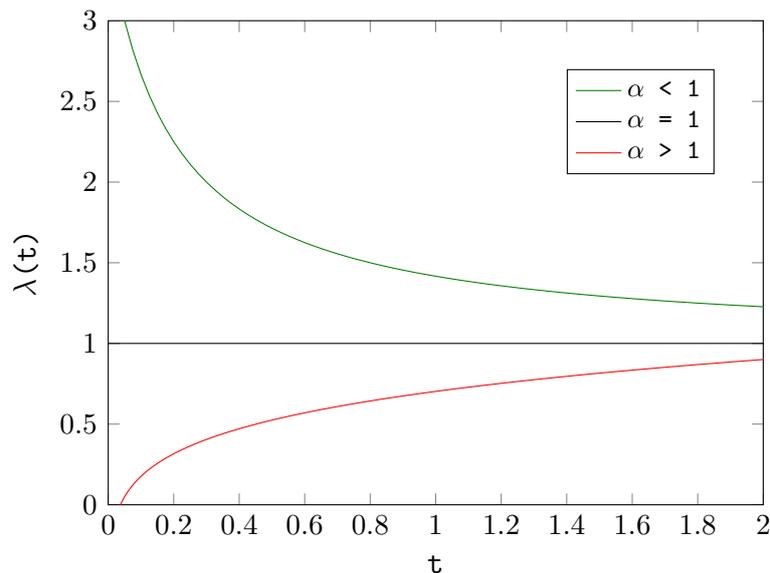


FIGURE 2.13 – Taux de défaillance de la loi gamma

Par conséquent,

- si $\alpha < 1$, alors λ est décroissante, ce qui signifie que le système s'améliore.
- Si $\alpha > 1$, alors λ est croissante, ce qui indique que le système s'use.
- Enfin, si $\alpha = 1$, alors λ est constante, ce qui correspond à la loi exponentielle.

2.7.4 Loi de Laplace-Gauss (loi normale)

La loi normale est largement utilisée parmi les distributions de probabilité en raison de son application à de nombreux phénomènes. En fiabilité, la distribution normale est utilisée pour représenter la distribution des durées de vie des dispositifs en fin de vie (usure), car le taux de défaillance est toujours croissant [24].

La loi normale, également appelée loi gaussienne, est une loi de probabilité continue et symétrique. Elle est caractérisée par deux paramètres : la moyenne μ (ou espérance mathématique) et d'écart type σ , notée $\mathcal{N}(\mu, \sigma)$.

La densité de probabilité de la loi normale est donnée par :

$$f(t) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{1}{2\sigma^2}(t - \mu)^2\right) \quad (2.42)$$

Il n'existe pas d'expression analytique pour la fonction de répartition, c'est-à-dire qu'elle ne peut pas être exprimée en utilisant des fonctions usuelles, mais elle devient elle-même une fonction usuelle [25]. Autrement dit, toute loi normale peut s'obtenir par translation, et par dilatation de la loi centrée réduite. L'espérance et la variance sont données par :

$$\mathbb{E}[T] = \mu, \quad \text{Var}[T] = \sigma^2. \quad (2.43)$$

La représentation graphique (fig 2.14) de la fonction densité est :

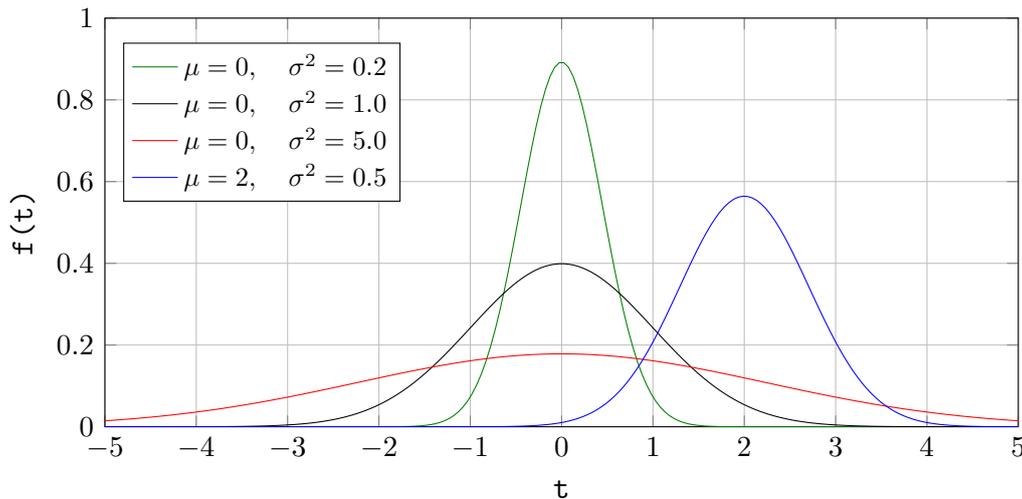


FIGURE 2.14 – Densité de probabilité de la loi Normale

2.7.5 Loi Log-normale (Galton)

Une variable aléatoire T est dite suivre une loi log-normale de paramètres μ et σ^2 si la variable $Z = \ln(T) \sim \mathcal{N}(\mu, \sigma^2)$. Elle est habituellement notée $\mathcal{LN}(\mu, \sigma^2)$.

La densité de probabilité d'une loi log-normale pour $t > 0$ est :

$$f(t) = \frac{1}{t\sigma\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{1}{2\sigma^2}(\ln t - \mu)^2\right) \quad (2.44)$$

L'espérance mathématique est donnée par la relation :

$$MTTF = \mathbb{E}[T] = \exp\left(\mu + \frac{\sigma^2}{2}\right) \quad (2.45)$$

Sa variance est donnée par la relation suivante :

$$\text{Var}[T] = \exp(2\mu + \sigma^2) (\exp(\sigma^2) - 1) \quad (2.46)$$

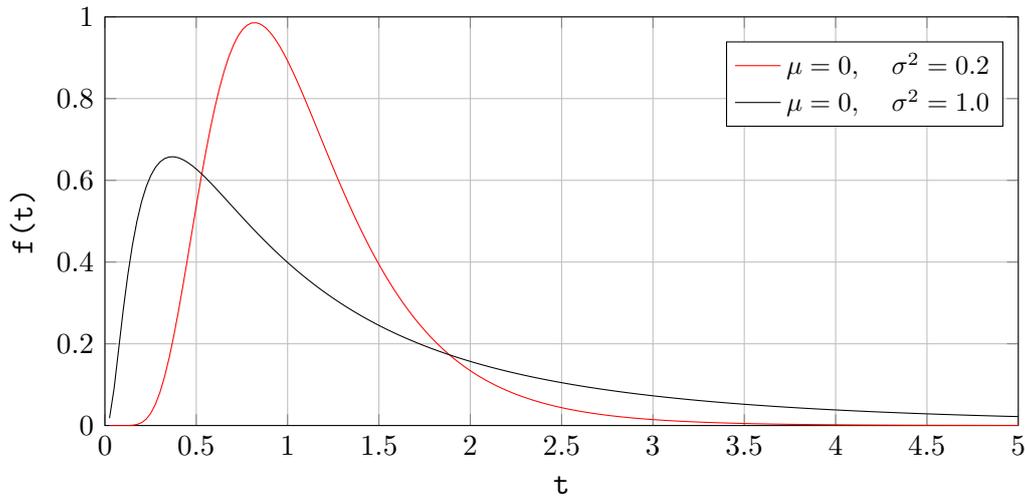


FIGURE 2.15 – Densité de probabilité de la loi Normale

La loi lognormale ne présente pas d'expression explicite pour la fonction de répartition, la fiabilité et le taux de défaillance. Cependant, on peut observer que le taux de défaillance croît puis décroît en tendant vers 0. Cela peut correspondre à des situations réelles où un système se détériore puis s'améliore après un certain temps (voir figure 2.15). En réalité, l'expérience montre que la loi lognormale est mieux adaptée pour modéliser les périodes d'indisponibilité plutôt que les périodes de bon fonctionnement.

2.7.6 Lois avec taux de défaillance en baignoire

Le taux de défaillance d'un système non réparable est souvent modélisé par une forme de baignoire dans la pratique. La méthode la plus simple pour construire un tel taux de défaillance est de connecter trois taux de défaillance de type Weibull différents : l'un décroissant, l'autre constant, et le troisième croissant. En connectant ces trois taux de défaillance de manière appropriée, on obtient un taux de défaillance continu avec une dérivée continue. Cela signifie que le modèle est adapté aux conditions spécifiques du système étudié et reflète les variations du taux de défaillance au fil du temps de manière précise.

$$\lambda_{\tau}(t) = \begin{cases} \lambda + \frac{\beta_1}{\eta_1} \left(\frac{\tau_1 - t}{\eta_1} \right)^{\beta_1 - 1} & \text{si } t \in [0, \tau_1[\\ \lambda & \text{si } t \in [\tau_1, \tau_2] \\ \lambda + \frac{\beta_2}{\eta_2} \left(\frac{t - \tau_2}{\eta_2} \right)^{\beta_2 - 1} & \text{si } t \in]\tau_2, +\infty[\end{cases} \quad (2.47)$$

La période de vie utile est l'intervalle $[\tau_1, \tau_2]$ (voir la figure 2.6). D'autres lois de probabilité ont des taux de défaillance qui ressemblent à une baignoire, mais sans avoir une période de vie utile aussi bien définie.

Chapitre 3

Ajustement de la fiabilité des équipements aériens et sous terrains

Dans ce qui précède, nous avons exploré les modèles probabilistes utilisés pour calculer la fiabilité, le taux de défaillance et d'autres mesures importantes pour un système. Ces modèles reposent sur des hypothèses probabilistes et sont souvent appliqués à des données expérimentales ou opérationnelles. Pour utiliser ces modèles dans la pratique, il est nécessaire de pouvoir estimer les paramètres à partir des données observées. Cela implique généralement une analyse statistique des données expérimentales ou opérationnelles, telles que les durées de vie des systèmes. En supposant que ces données sont les réalisations de variables aléatoires i.i.d, nous pouvons estimer les paramètres nécessaires pour les modèles de fiabilité.

Après avoir estimé les paramètres, nous pouvons ensuite obtenir des indicateurs de maintenance pour ce système en fonction des valeurs calculées des taux de défaillance et de réparation des différents composants du système. Ces valeurs sont tirées des références SONELGAZ et mentionnées dans l'annexe.

Nous visons à déterminer la périodicité idéale des interventions de maintenance préventive afin de réduire au maximum le coût moyen de maintenance par unité de temps à long terme. Cette approche vise également à accroître la fiabilité de ces équipements en minimisant les risques de défaillance. De plus, elle offre la possibilité de prédire les performances futures de ces équipements.

3.1 Estimation paramétrique

On part du postulat que les valeurs observées t_1, \dots, t_n sont des échantillons issus de variables aléatoires T_1, \dots, T_n indépendantes et identiquement distribuées. La distribution de ces variables dépend d'un paramètre inconnu θ , et on notera désormais la fonction de répartition et la densité associées sous les notations respectives $F(t; \theta)$ et $f(t; \theta)$.

3.1.1 Principes de l'estimation

Estimer une grandeur inconnue θ , c'est en proposer une approximation que l'on espère la plus proche possible de la vraie valeur de cette grandeur. Cette approximation est une fonction des observations t_1, \dots, t_n , c'est-à-dire une **statistique** $S_n = S(t_1, \dots, t_n)$. La variable aléatoire correspondante $\hat{\theta} = S(T_1, \dots, T_n)$ est appelée un **estimateur** de θ et sa réalisation S_n une **estimation** de θ .

Définition 1. La fonction de **distribution cumulative empirique (ECDF)** F_n pour un échantillon de taille n définie comme suit :

$$F_n(t) = \frac{1}{n+1} \sum_{i=1}^n I_{(t_i \leq t)}$$

où $I_{(t_i \leq t)}$ est une fonction indicatrice qui vaut 1 si $t_i \leq t$ et 0 sinon.

Définition 2. Un estimateur $\hat{\theta}$ est dit **sans biais** pour un paramètre statistique, si $\mathbb{E}[\hat{\theta}] = \theta$, où θ est la vraie valeur du paramètre que l'on cherche à estimer.

Définition 3. L'estimateur $\hat{\theta}_n$ est dit **convergent** (ou converge en probabilité) vers θ si,

$$\forall \varepsilon > 0, \quad \lim_{n \rightarrow \infty} P(|\hat{\theta}_n - \theta| > \varepsilon) = 0$$

Définition 4. Si $\hat{\theta}$ est l'estimateur d'un paramètre θ , alors l'**EQM** est définie comme :

$$\mathbf{EQM}(\hat{\theta}) = \mathbb{E}[(\hat{\theta} - \theta)^2]$$

L'erreur quadratique moyenne (**EQM**) est une mesure de la précision d'un estimateur, souvent utilisée pour évaluer la performance d'un estimateur en statistique.

Définition 5. Un estimateur **efficace** (ou optimal) est un estimateur sans biais et de variance minimale de tous les estimateurs non biaisés pour un paramètre.

3.1.2 Estimation par la méthode des moments

La méthode des moments est une technique d'estimation des paramètres d'une distribution statistique en égalant les moments théoriques aux moments empiriques. Si l'on cherche à estimer le paramètre θ , qui représente l'espérance de la loi des variables aléatoires T_i , alors on peut utiliser la moyenne empirique de l'échantillon comme estimateur.

Mathématiquement, si $\theta = \mathbb{E}[T]$, alors l'estimateur de θ par la méthode des moments (EMM) est $\hat{\theta} = \bar{T}_n = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n T_i$, où \bar{T}_n est la moyenne empirique de l'échantillon.

De manière plus générale, si $\mathbb{E}[T] = \phi(\theta)$, où ϕ est une fonction inversible, alors l'estimateur de θ par la méthode des moments est $\hat{\theta} = \phi^{-1}(\bar{T}_n)$. Cela signifie qu'on applique la fonction inverse de ϕ à la moyenne empirique de l'échantillon pour estimer θ .

Cela peut être généralisé aux moments d'ordres divers, centrés ou non centrés, tels que $\mathbb{E}[(T - \mathbb{E}[T])^k]$ et $\mathbb{E}[T^k]$, où $k \geq 1$.

3.1.3 Estimation par la méthode du maximum de vraisemblance

La fonction de **vraisemblance** $\mathcal{L}(\theta; t_1, \dots, t_n)$ pour des observations t_1, \dots, t_n , toutes discrètes ou toutes continues, est définie comme suit :

- Les variables aléatoires **discrètes** T_1, \dots, T_n , la fonction de vraisemblance est la probabilité que chaque observation soit égale à t_1, \dots, t_n , c'est-à-dire $P(T_1 = t_1, \dots, T_n = t_n; \theta)$.
- Les variables aléatoires **continues** T_1, \dots, T_n , la fonction de densité de probabilité conjointe $f_{T_1, \dots, T_n}(t_1, \dots, t_n; \theta)$ est utilisée pour calculer la vraisemblance.

Pour les modèles de fiabilité considérés précédemment, où les T_i sont des variables aléatoires indépendantes et de même loi continue de densité f , la fonction de vraisemblance est donnée par :

$$\mathcal{L}(\theta; t_1, \dots, t_n) = \prod_{i=1}^n f(t_i; \theta)$$

Définition 6. *L'estimateur du maximum de vraisemblance (EMV) est défini comme toute fonction $\hat{\theta}$ de (T_1, T_2, \dots, T_n) qui satisfait,*

$$\mathcal{L}(\hat{\theta}; t_1, t_2, \dots, t_n) = \max_{\theta} \mathcal{L}(\theta; t_1, t_2, \dots, t_n)$$

La valeur qui maximise une fonction maximise également son logarithme. Puisque la fonction de vraisemblance est souvent exprimée comme un produit, il est plus pratique de maximiser le logarithme de la vraisemblance $\ln \mathcal{L}(\theta; x_1, \dots, x_n)$

Définition 7. *La quantité d'information (de Fisher) sur θ apportée par l'échantillon t_1, \dots, t_n , pour $\theta \in \mathbb{R}$, est définie comme suit :*

$$\mathcal{I}_n(\theta) = \text{Var} \left[\frac{\partial}{\partial \theta} \ln \mathcal{L}(\theta; T_1, \dots, T_n) \right] = -\mathbb{E} \left[\frac{\partial^2}{\partial \theta^2} \ln \mathcal{L}(\theta; T_1, \dots, T_n) \right]$$

Proposition 1. Inégalité de Fréchet-Darmois-Cramer-Rao (FDCR) [27]

Si la loi des observations satisfait les conditions de régularité, alors pour tout estimateur $\hat{\theta}$ de paramètre θ , on a :

$$\text{Var}[\hat{\theta}] \geq \frac{\left[\frac{\partial}{\partial \theta} \mathbb{E}[\hat{\theta}] \right]^2}{\mathcal{I}_n(\theta)}$$

Ce résultat est particulièrement pertinent pour les estimateurs sans biais. En effet, si $\hat{\theta}$ est un estimateur sans biais de θ , alors $E[\hat{\theta}] = \theta$, donc

$$\text{Var}[\hat{\theta}] \geq \frac{1}{\mathcal{I}_n(\theta)}$$

La quantité $\frac{1}{\mathcal{I}_n(\theta)}$ est appelée la **borne de Cramer-Rao**. Si un estimateur $\hat{\theta}$ sans biais t.q,

$$\text{Var}[\hat{\theta}] = \frac{1}{\mathcal{I}_n(\theta)}$$

donc sa variance est minimale.

En général, l'estimateur du maximum de vraisemblance (EMV) est meilleur que l'estimateur des moments (EMM) dans le sens où $\text{Var}[\hat{\theta}] \leq \text{Var}[\tilde{\theta}]$ [8]. Cette relation est vraie au moins asymptotiquement.

3.2 Tests d'hypothèses

3.2.1 Le principe du test d'hypothèse

Un test d'hypothèses consiste à prendre une décision entre une hypothèse nulle H_0 et une hypothèse alternative H_1 en se basant sur des observations t_1, \dots, t_n . Il existe deux types d'erreurs possibles lors d'un test d'hypothèses : l'erreur de première espèce, qui correspond à rejeter à tort H_0 alors qu'elle est vraie, et l'erreur de deuxième espèce, qui consiste à ne pas rejeter H_0 alors que H_1 est vraie.

Le choix est souvent fait de privilégier l'erreur de première espèce en fixant un seuil de signification α , qui représente la probabilité maximale d'erreur de première espèce. La région critique W d'un test, c'est-à-dire l'ensemble des valeurs des observations pour lesquelles on rejette H_0 , est déterminée en fonction de α et de la loi de probabilité des observations sous H_0 .

En général, la région critique d'un test prend la forme $W = \{(t_1, \dots, t_n) \mid g(t_1, \dots, t_n) > k_\alpha\}$, où $g(t_1, \dots, t_n)$ est une fonction des observations et k_α est un seuil déterminé en fonction de α . Pour que la probabilité de cette région critique puisse être calculée, la loi de $g(t_1, \dots, t_n)$ sous H_0 ne doit pas dépendre du paramètre inconnu θ , ce qui fait appel à la notion de fonction pivotale.

3.2.2 Tests d'adéquation

La méthode des graphes de probabilité est très utile pour choisir un modèle approprié pour un jeu de données. Cependant, elle est sujette à subjectivité car elle nécessite une évaluation visuelle de l'alignement des points. Les tests d'adéquation offrent une approche objective pour résoudre ce problème.

Tester l'adéquation d'un échantillon (t_1, \dots, t_n) à une loi de probabilité donnée consiste à déterminer si t_1, \dots, t_n sont vraisemblablement les réalisations de variables aléatoires T_1, \dots, T_n indépendantes et distribuées selon cette loi.

F désigne la fonction de répartition inconnue de l'échantillon, supposée continue. On distingue deux cas, selon que l'on veut tester l'adéquation de l'échantillon à une loi de probabilité entièrement spécifiée ou à une famille de lois de probabilité.

Cas 1 : Test d'adéquation à une loi entièrement spécifiée. On teste $H_0 : "F = F_0"$ contre $H_1 : "F \neq F_0"$. Par exemple, on peut se tester si les observations proviennent d'une loi exponentielle de paramètre $\lambda = 2$.

Rappelons que la fonction distribution cumulative empirique F_n , est une estimation de la fonction de répartition F . Ainsi, lorsqu'il s'agit de tester si $"F = F_0"$, il est judicieux de ne pas rejeter cette hypothèse si F_n et F_0 sont significativement proches. Les mesures d'écart les plus usuelles sont :

- La statistique de Kolmogorov-Smirnov (KS) :

$$K_n = \sqrt{n} \sup_{t \in \mathbb{R}} |F_n(t) - F_0(t)|$$

- La statistique d'Anderson-Darling (AD) :

$$A_n^2 = n \int_{-\infty}^{\infty} \frac{[F_n(t) - F_0(t)]^2}{F_0(t)(1 - F_0(t))} dF_0(t)$$

- La statistique de Cramer-von Mises (CM) :

$$W_n^2 = n \int_{-\infty}^{\infty} [F_n(t) - F_0(t)]^2 dF_0(t)$$

Cas 2 : Test d'adéquation à une famille de lois de probabilité. On teste $H_0 : "F \in \mathcal{F}"$ contre $H_1 : "F \notin \mathcal{F}"$. Le plus souvent, la famille F est paramétrée : $\mathcal{F} = \{F(\cdot; \theta); \theta \in \Theta\}$. C'est le cas lorsque l'on veut simplement vérifier si les observations proviennent d'une loi exponentielle, sans spécifier une valeur pour le paramètre λ . Si le modèle de loi exponentielle est adopté, on peut toujours estimer λ par la suite.

Une démarche naturelle consiste à déterminer un estimateur $\hat{\theta}(T_1, \dots, T_n)$ pour le paramètre inconnu θ et à calculer ensuite les statistiques K_n , A_n^2 et W_n^2 en remplaçant $F_0(t)$ par $F(t; \hat{\theta}(T_1, \dots, T_n))$. On notera \hat{K}_n , \hat{A}_n^2 et \hat{W}_n^2 les statistiques correspondantes. Malheureusement, le fait d'estimer θ entraîne que les lois limites sous H_0 de \hat{K}_n , \hat{A}_n^2 et \hat{W}_n^2 ne sont pas les mêmes que celles de K_n , A_n^2 et W_n^2 . Contrairement au cas d'une loi entièrement spécifiée.

Des résultats mathématiques permettent de déterminer les cas dans lesquels on peut appliquer ces tests. On démontre que c'est le cas pour la loi exponentielle, mais malheureusement pas pour la loi de Weibull. Plus tard, nous verrons comment construire néanmoins un test d'adéquation à la loi de Weibull [8].

En théorie, un test d'adéquation devrait être appliqué avant l'utilisation de tout modèle probabiliste sur des données. En pratique, cela n'est pas toujours fait, ce qui peut conduire à l'utilisation de modèles inappropriés.

3.3 Modèle de mélange

Un modèle de mélange, est un modèle statistique qui représente la distribution de probabilité de données en supposant qu'elles sont générées à partir d'un mélange de plusieurs distributions de probabilité plus simples.

En général, un modèle de mélange est caractérisé par plusieurs composants (ou clusters), chacun associé à une distribution de probabilité. Chaque composant représente une sous-population ou un "cluster" dans les données. Les données sont générées à partir de ces composants avec une certaine probabilité.

Les modèles de mélange sont largement utilisés dans divers domaines, y compris l'apprentissage automatique (machine learning), la reconnaissance de formes, la classification de données et la modélisation de données biomédicales, entre autres. Ils sont particulièrement utiles pour la modélisation de données qui ne peuvent pas être représentées de manière adéquate par une seule distribution de probabilité, mais qui peuvent être mieux décrites par un mélange de plusieurs distributions.

Les modèles de mélange fini peuvent être représentés par :

$$f(t; \theta) = \sum_{j=1}^g p_j f_j(t; \theta_j); \quad \text{avec} \quad \sum_{j=1}^g p_j = 1 \quad (3.1)$$

où $f(t; \theta)$ est la fonction de densité de probabilité (p.d.f.) ou "la fonction de masse de probabilité (p.m.f.) du modèle de mélange", $f_j(t; \theta_j)$ est la p.d.f. ou la p.m.f. du $j^{\text{ème}}$ composant

du modèle de mélange, p_j est la proportion du $j^{\text{ème}}$ composant, θ_j est le paramètre du $j^{\text{ème}}$ composant qui peut être un scalaire ou un vecteur, $\theta = (p_1, \theta_1, \dots, p_g, \theta_g)$ est un vecteur de tous les paramètres dans le modèle de mélange, et g est le nombre total de composants dans le modèle de mélange. Le EMV de θ peut être obtenu en utilisant **EM-algorithm**¹ [29].

3.3.1 Critère d'Information Bayésien (BIC)

Un problème critique pour un modèle de mélange est d'estimer g lorsqu'il n'y a pas de connaissance a priori. Comme l'algorithme EM n'estime pas g lui-même, une approche couramment utilisée pour estimer g consiste à ajuster une série de modèles de mélange avec différentes valeurs de g et à sélectionner g en utilisant des critères d'information tels que le Critère d'Information d'Akaike (AIC), le Critère d'Information Bayésien (BIC), le Critère d'Information de Déviance (DIC), ou la Vraisemblance Intégrée des Données Complètes (ICL). Parmi tous les critères d'information, le **BIC** s'est avéré être **le meilleur en termes de sélection de modèle** [31]. Le BIC est défini comme suit :

$$BIC = k \log(n) - 2 \log(\mathcal{L}) \quad (3.2)$$

Où k est le nombre total de paramètres dans le modèle de mélange, n est la taille des données, et \mathcal{L} est la vraisemblance maximale estimée du modèle. Le modèle qui a le BIC le plus bas est considéré comme optimal.

En langage R, la bibliothèque `mixR` réalise une estimation par maximum de vraisemblance (EM) pour les modèles de mélange fini pour des familles comprenant des distributions Normal, Weibull, Gamma et Log-normale via EM-algorithm. Elle effectue également la sélection du modèle en utilisant le critère d'information bayésien (BIC) ou le test de rapport de vraisemblance bootstrap (LRT) [30]. Les données utilisées pour l'ajustement du modèle de mélange peuvent être des données brutes ou des données discrétisées.

3.4 Etude des lignes souterraines de distribution S.E.G

Les câbles souterrains sont souvent choisis pour alimenter les zones urbaines densément peuplées et dans les régions où la fiabilité du réseau est d'une importance capitale. Conçus pour fonctionner généralement pendant plus de 35 ans, ces installations constituent parmi les équipements les plus fiables fabriqués par l'industrie électrique.

Les lignes souterraines, lorsqu'elles sont en service, sont souvent sujettes à des défaillances causées par divers facteurs tels que des incidents électriques, thermiques ou liés à l'humidité. Face à ces défis, il est crucial de rechercher des solutions efficaces pour minimiser les taux de défaillance. Cela implique une amélioration continue de la maintenance et une intervention rapide pour réparer les sections endommagées.

1. L'algorithme EM (Expectation-Maximization) est une méthode itérative utilisée pour estimer les paramètres dans les modèles statistiques, tels que les modèles de mélange, même en présence de données incomplètes ou manquantes. Il a été découvert en 1977 par Albert E. G. W. Adre, Theodore E. L. Dempster et David B. Rubin. L'algorithme comprend deux étapes : l'étape d'expectation où les valeurs des variables latentes sont estimées, et l'étape de maximisation où les paramètres du modèle sont mis à jour en utilisant les valeurs estimées. Ces étapes sont répétées jusqu'à ce que la convergence soit atteinte.

3.4.1 Présentation des données

Afin de garantir la représentativité de notre étude, nous avons pris en considération les données de défaillance de 91 lignes souterraines de tension de 1 kV et 50 kV. Ces données ont été fournies par la Société de Distribution de SONEGAS de S.E.G de 2020 à 2024.

Les états des lignes souterraines ont été enregistrés depuis leur première mise en service jusqu'à leur panne. La figure 3.1 illustre l'évolution de l'âge de panne de chaque équipement de l'échantillon, ce qui nous permet d'avoir un aperçu visuel de la répartition des défaillances au fil du temps.

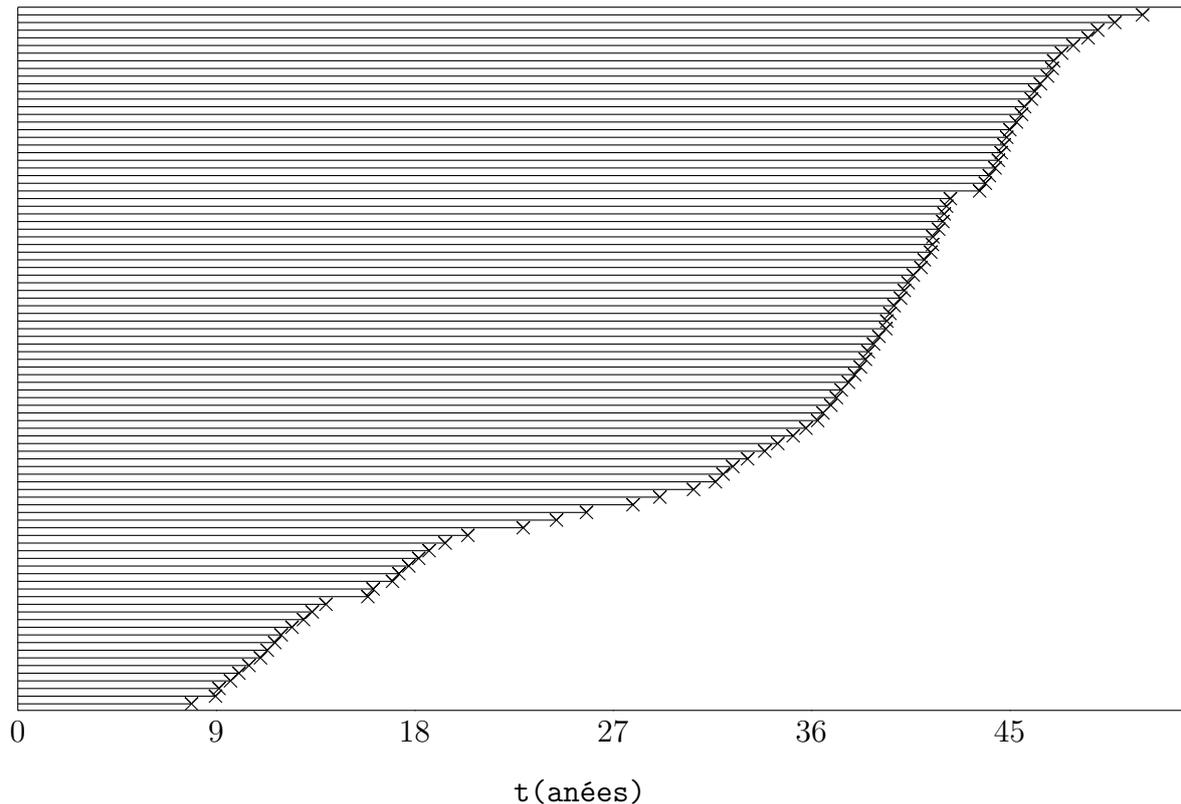


FIGURE 3.1 – Données statistiques durant un intervalle de temps (2020 à 2024)

3.4.2 modélisation des données par les modèles probabilistes

Le choix d'un modèle de fiabilité est crucial pour déterminer la politique de maintenance d'un équipement. Il doit être précis pour garantir des résultats cohérents avec la réalité. L'utilisation courante de la distribution de Weibull à deux paramètres pour évaluer la fiabilité de l'équipement est un exemple typique. Cependant, comparer ce modèle à un autre basé sur un mélange additif de plusieurs lois de Weibull, révèle des limites [28].

3.4.3 Estimation des paramètres des lois de fiabilité

On présentera dans cette section les estimateurs théoriques pour chaque loi ainsi que l'évaluation de ces paramètres avec le logiciel R.

A- Loi de Weibull On suppose ici que les observations des états des lignes souterraines

sont enregistrées depuis leur mise en service jusqu'à leur panne t_1, \dots, t_n sont les réalisations des variables aléatoires T_1, \dots, T_n i.i.d. de loi de Weibull $\mathcal{W}(\eta, \beta)$, i.e $\gamma = 0$.

On va appliquer les résultats précédent avec $\theta = (\eta, \beta)$,

$$F(t; \theta) = 1 - \exp\left(-\left(\frac{t}{\eta}\right)^\beta\right)$$

et

$$f(t; \theta) = \frac{\beta}{\eta} \left(\frac{t}{\eta}\right)^{\beta-1} \exp\left(-\left(\frac{t}{\eta}\right)^\beta\right)$$

Estimation de θ par la méthode des moments

Rappelons que

$$\mathbb{E}[T] = \eta \Gamma\left(1 + \frac{1}{\beta}\right)$$

et

$$\text{Var}[T] = \mathbb{E}[T^2] - \mathbb{E}^2[T] = \eta^2 \left[\Gamma\left(1 + \frac{2}{\beta}\right) - \Gamma^2\left(1 + \frac{1}{\beta}\right) \right]$$

On a donc :

$$\frac{\mathbb{E}[T^2] - \mathbb{E}^2[T]}{\mathbb{E}^2[T]} = \frac{\mathbb{E}[T^2]}{\mathbb{E}^2[T]} - 1 = \frac{\Gamma\left(1 + \frac{2}{\beta}\right)}{\Gamma^2\left(1 + \frac{1}{\beta}\right)} - 1$$

Par conséquent, l'EMM $\tilde{\beta}$ de β est solution de l'équation implicite

$$\frac{n \sum_1^n T_i^2}{\left[\sum_1^n T_i\right]^2} = \frac{\Gamma\left(1 + \frac{2}{\tilde{\beta}}\right)}{\Gamma^2\left(1 + \frac{1}{\tilde{\beta}}\right)} \quad (3.3)$$

Et l'EMM de θ est

$$\tilde{\eta} = \frac{\bar{T}_n}{\Gamma\left(1 + \frac{1}{\tilde{\beta}}\right)} \quad (3.4)$$

Estimation de θ par la méthode du maximum de vraisemblance

La fonction de vraisemblance est définie comme suit :

$$\mathcal{L}(\theta; t_1, \dots, t_n) = \prod_{i=1}^n \frac{\beta}{\eta} \left(\frac{t_i}{\eta}\right)^{\beta-1} \exp\left(-\left(\frac{t_i}{\eta}\right)^\beta\right) = \frac{\beta^n}{\eta^{n\beta}} \exp\left(-\frac{1}{\eta^\beta} \sum_{i=1}^n t_i^\beta\right) \prod_{i=1}^n t_i^{\beta-1}$$

La log-vraisemblance est :

$$\ln \mathcal{L}(\eta, \beta; t_1, \dots, t_n) = n \ln \beta - n\beta \ln \eta + (\beta - 1) \sum_{i=1}^n \ln t_i - \frac{1}{\eta^\beta} \sum_{i=1}^n t_i^\beta$$

La dérivée partielle de la log-vraisemblance par rapport à η est :

$$\frac{\partial}{\partial \eta} \ln \mathcal{L}(\eta, \beta; t_1, \dots, t_n) = -\frac{n\beta}{\eta} + \frac{\beta}{\eta^{(\beta+1)}} \sum_{i=1}^n t_i^\beta \quad \text{où } \eta \neq 0.$$

Cette quantité s'annule pour,

$$\eta = \left[\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n t_i^\beta \right]^{1/\beta}$$

Par ailleurs,

$$\frac{\partial}{\partial \beta} \ln \mathcal{L}(\eta, \beta; t_1, \dots, t_n) = \frac{n}{\beta} - n \ln \eta + \sum_{i=1}^n \ln t_i - \frac{1}{\eta^{2\beta}} \left(\eta^\beta \sum_{i=1}^n t_i^\beta \ln t_i - (\ln \eta) \eta^\beta \sum_{i=1}^n t_i^\beta \right)$$

On obtient que l'EMV $\hat{\beta}$ de β est solution de l'équation implicite :

$$\frac{1}{\hat{\beta}} - \frac{\sum_{i=1}^n T_i^{\hat{\beta}} \ln T_i}{\sum_{i=1}^n T_i^{\hat{\beta}}} + \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \ln T_i = 0 \quad (3.5)$$

Et que l'EMV $\hat{\eta}$ de η est donné par :

$$\hat{\eta} = \left(\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n t_i^{\hat{\beta}} \right)^{\frac{1}{\hat{\beta}}} \quad (3.6)$$

Effectivement, pour la loi de Weibull, les estimateurs du moments et du maximum de vraisemblance de paramètre β peuvent être différents. Les expressions des EMM et EMV de β ne sont généralement pas données de manière explicite et nécessitent souvent l'utilisation de méthodes d'optimisation numérique pour les déterminer à partir des données observées.

En raison de l'absence d'expressions explicites pour les estimateurs du EMM et du EMV, il est difficile de déterminer analytiquement leurs propriétés telles que le biais. Par conséquent, l'évaluation numérique du biais est souvent nécessaire.

De plus, il existe plusieurs autres méthodes d'estimation des paramètres de la loi de Weibull, telles que les méthodes basées sur des tables de constantes dépendant de la taille de l'échantillon. Cependant, malgré leur utilité dans certaines situations, ces méthodes peuvent être moins précises ou moins efficaces que la méthode du maximum de vraisemblance, qui est généralement considérée comme la meilleure méthode d'estimation.

Dans **R**, la fonction `'optim()'` peut être utilisée pour calculer des estimations non explicites des paramètres de la distribution de Weibull.

- **Installer les packages** : tout d'abord, on doit installer le package `'readxl'` pour importer des données depuis **Excel**. On doit également installer le package `'dplyr'` pour extraire les données sous forme vectorielle (`data`).

```
# Importer les données
> dataframe <- read_excel("lignes_souterraines.xlsx", range = "M4:M95")

# Extraire les données en tant que vecteur
> data <- pull(dataframe)
```

- **Estimer les paramètres de Weibull** : à l'aide de fonction `'optim()'`

```
# Fonction de log-vraisemblance pour la distribution de Weibull
> log_likelihood <- fonction(beta, data){
  n <- length(data)
  shape <- beta[1]
```

```

scale <- beta[2]
sum(-log(dweibull(data, shape, scale))) }

# Estimation des paramètres de forme et d'échelle de la loi de Weibull
> initial_guess <- c(1,1) # Supposition initiale des paramètres
> result <- optim(initial_guess, log_likelihood, data = data)

# Affichage des résultats
> result$par

[1] 3.05212 37.45802

```

Donc les valeurs estimées sont approximativement pour le paramètre de forme $\hat{\beta} = 3.05$ années, et pour le paramètre d'échelle $\hat{\eta} = 37.45$. Donc la fonction de fiabilité définie par :

$$R(t) = \exp\left(-\left(\frac{t}{37.45}\right)^{3.05}\right)$$

Le temps moyen du bon fonctionnement :

```

# Extraire les valeurs de eta et beta
> beta <- result$par[1]
> eta <- result$par[2]

# Le temps moyen du bon fonctionnement
> MTF <- eta * gamma(1+1/beta)

# Affichage des résultats
> print(MTF)

[1] 33.46677

```

Donc : $MTTF \approx 33.46$ ans.

Tests d'adéquation

Il n'est pas directement possible d'appliquer les tests d'adéquation à la famille des lois de Weibull, car la loi de Weibull ne satisfait pas toutes les conditions nécessaires pour l'application de ces tests. Cependant, on peut tester l'adéquation des valeurs observées t_i à la loi de Weibull en testant l'adéquation des logarithmes des observations $\ln(t_i)$ à la loi des valeurs extrêmes.

Le meilleur test d'adéquation à la loi de Weibull est le test de Tiku-Singh (TS) [26], disponible dans le package EWGoF. Le test de Tiku-Singh repose sur l'hypothèse fondamentale selon laquelle les données sont indépendantes et distribuées de manière symétrique autour de la médiane de la distribution supposée. Si les données suivent une distribution de Weibull, on s'attend à ce qu'il y ait une bonne concordance entre la fonction de répartition empirique (ECDF) et la fonction de répartition théorique. Si la concordance est bonne, le test de Tiku-Singh produira une petite valeur de test et une valeur p élevée, ce qui indique que les données suivent correctement la distribution de Weibull.

Les hypothèses sont exprimées de la façon suivantes :

$$\begin{cases} H_0 : "T_1, \dots, T_n \text{ est un échantillon de loi de Weibull}" \\ H_1 : "T_1, \dots, T_n \text{ n'est pas un échantillon de loi de Weibull}" \end{cases} \quad (3.7)$$

```
# Effectuer le test Tiku-Singh (TS)
> WNS.test(data, type = "TS")

      Test of Tiku and Singh for the Weibull distribution

data:  data
S = 1.2758, p-value < 2.2e-16
sample estimates:
      eta      beta
37.45802  3.05212
```

La p-value est très faible, donc on rejette H_0 , donc on rejette la loi de Weibull.

B- Mélange de plusieurs lois Weibull À partir de l'analyse préliminaire des données de défaillance représentées dans la figure 3.1, nous avons déduit qu'un mélange de plusieurs lois de Weibull s'adapte beaucoup mieux aux données. Cette approche offre l'avantage de prendre en compte la diversité, la compétition et les changements dans les modes de défaillance, en fonction de l'âge de fonctionnement de l'équipement, contrairement au modèle de Weibull à deux paramètres. Cette diversité dans les durées de vie des équipements reflète l'hétérogénéité des données et permet une modélisation plus précise des phénomènes observés.

La fonction 'mixfit()' peut être utilisée pour ajuster des modèles de mélange pour quatre familles différentes : Weibull, Normal, Gamma et Log-normal.

```
# Charger la bibliothèque
> library(mixR)
```

Nous simulons des données à partir d'un modèle de mélange Weibull avec $g = 2$.

```
# Ajuster un modèle de mélange pour une distribution de Weibull
> mod2_weibull <- mixfit(data, family = "Weibull", ncomp = 2)

# Affichage des résultats
> mod2_weibull
```

```
Weibull mixture model with 2 components
      comp1      comp2
pi      0.2671478  0.7328522
mu      14.3064962 40.4598523
sd       4.4807369  5.6154793
shape   3.5405273  8.5910645
scale   15.8908311 42.8172394
```

```
EM iterations: 22 AIC: 667.97 BIC: 680.53 log-likelihood: -328.99
```

La distribution mélange de 2 lois de Weibull offre un meilleur ajustement que la distribution weibull simple, en vérifiant visuellement les tracés des résultats ajustés dans la Figure 3.2 et dans la Figure 3.3.

```
# générer un graphique à partir 'mod2_weibull'
> plot(mod2_weibull)
```

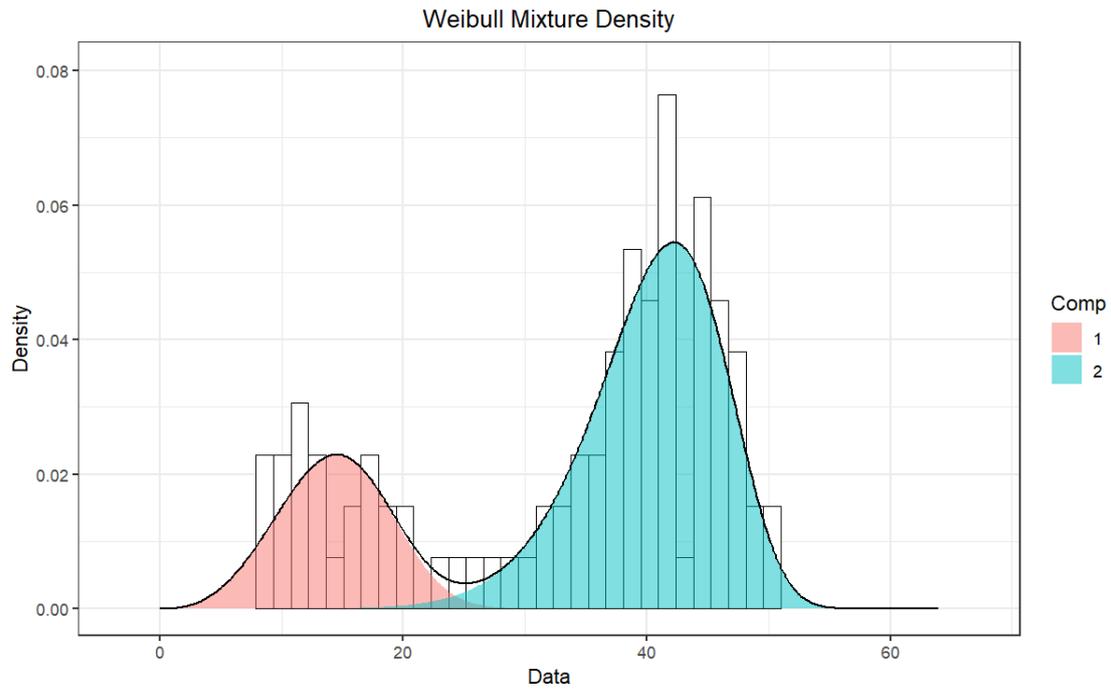


FIGURE 3.2 – Le modèle ajusté cas $g = 2$

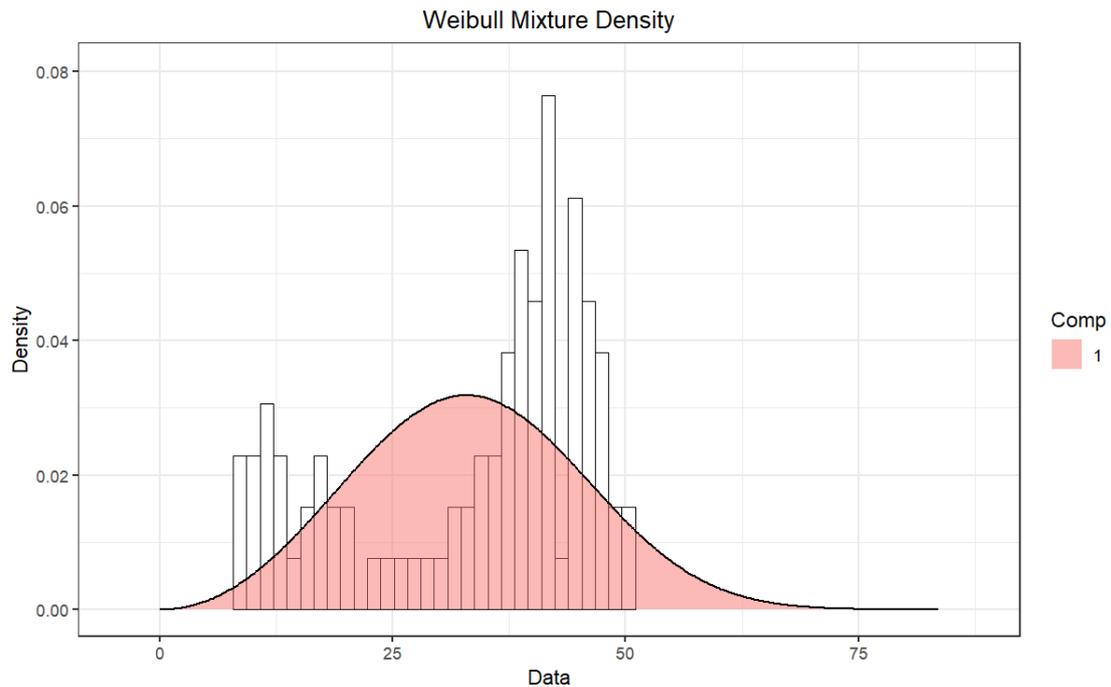


FIGURE 3.3 – Le modèle de loi de Weibull simple ($g = 1$)

La sélection de modèle par BIC La fonction `'select()'` est utilisée pour ajuster une série de modèles de mélange fini avec des valeurs de g spécifiées dans `'ncomp'`, puis sélectionner le meilleur g par BIC. La Figure 3.4 montre la valeur de BIC pour les modèles de mélange normaux et de Weibull avec différents g . Pour les modèles de mélange de Weibull, le BIC augmente de manière monotone à mesure que g augmente de 2 à 6, donc la meilleure valeur de $g = 2$.

```
# Sélection du meilleur g pour le modèle de mélange Weibull
> s_weibull <- select(data, ncomp = 1:6, family = 'weibull')
> plot(s_weibull)
```

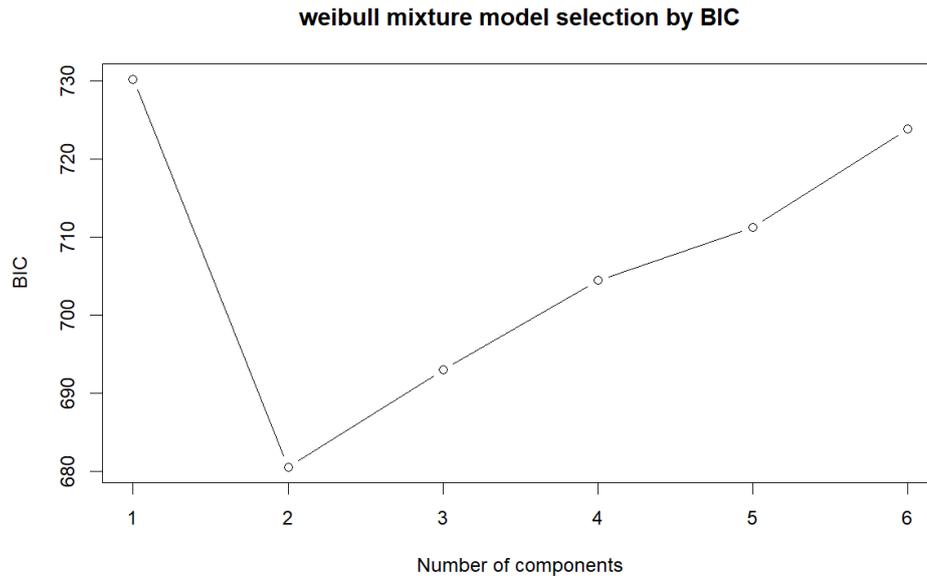


FIGURE 3.4 – La valeur du BIC pour les modèles de mélange Weibull

Le tableau 3.1 présente une comparaison des critères de sélection de modèle, utilisant BIC (Critère d'Information Bayésien) et AIC (Critère d'Information Akaike), pour trois types différents de distributions : Weibull, Log-Normal et Gamma. Les données ont été ajustées à chaque type de distribution avec différentes valeurs de ncomp (nombre de composants).

Les valeurs de Log-likelihood (log-vraisemblance) sont également fournies pour chaque configuration. Les résultats suggèrent que le meilleur choix semble être la distribution Weibull avec ncomp=2, car elle présente les valeurs de BIC et AIC les plus basses, ainsi qu'une Log-likelihood élevée, indiquant un meilleur ajustement aux données que les autres distributions et nombres de composants testés.

TABLE 3.1 – Sélection du modèle de mélange : BIC, AIC , and Log-likelihood

Family	ncomp	BIC	AIC	log-likelihood
	1	730.22	725.2	-360.6
Weibull	2	680.53	667.97	-328.99
	3	693	672.91	-328.46
	1	766.18	761.16	-378.58
Log-Normal	2	683.42	670.87	-330.43
	3	692.29	672.21	-328.1
	1	750.45	745.43	-370.71
Gamma	2	683.7	671.15	-330.57
	3	692.93	672.85	-328.42

Le tableau 3.2 présente les estimations maximales de vraisemblance obtenues en utilisant EM-algorithm des paramètres, basées sur un mélange de 2 distributions de Weibull. Chaque composante de la distribution de Weibull est caractérisée par deux paramètres, ainsi qu'une proportion p_j représentant la part des données sur les durées de vie provenant de chaque environnement j .

D'après les paramètres de forme, il est constaté que 22% de la population connaît des pannes dus à des défauts précoces ou de jeunesse (problèmes de fabrication), tandis que 78% des pannes de la population sont attribuables au deuxième mode de défaillance (vieillesse).

TABLE 3.2 – La taille de l'échantillon sur une base proportionnelle

Environnement	$\hat{\eta}$ (ans)	$\hat{\beta}$	Proportion (%)	La taille de l'échantillon
Sous-population 1	15.89	3.54	27%	24 défaillance
Sous-population 2	42.81	8.59	73%	67 défaillance

En se basant sur le tableau 3.2, la fonction de fiabilité des lignes souterraines peut être exprimée comme suit :

$$R(t) = 0.27 \exp\left(-\left(\frac{t}{15.89}\right)^{3.54}\right) + 0.73 \exp\left(-\left(\frac{t}{42.81}\right)^{8.59}\right)$$

On présente dans le tableau 3.3 les différentes périodicités de maintenance préventive basées sur les valeurs de la fiabilité calculées par les deux lois respectives.

TABLE 3.3 – Planification de la maintenance préventive basée sur la fiabilité

Fiabilité	Loi de mélange de Weibull	Loi de Weibull simple
90%	12.75 années	17.90 années
75%	20,66 années	24.89 années
50%	38.23 années	33.20 années

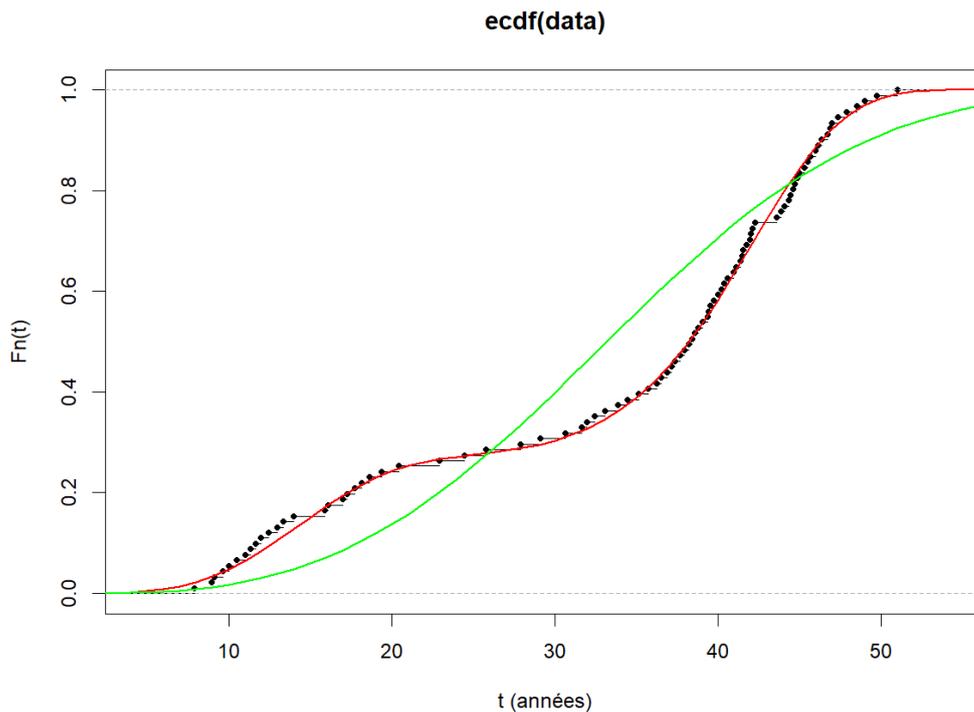


FIGURE 3.5 – La courbe de loi Weibull (green) et loi mélange de Weibull (red)

Les résultats du tableau 3.3 et de la figure 3.5 suggèrent que la distribution de Weibull simple a tendance à surestimer la fiabilité des lignes souterraines, ce qui conduit à une surestimation de la périodicité de maintenance préventive. En conséquence, cela peut entraîner une réduction des coûts de maintenance et une diminution de la probabilité de défaillance du réseau électrique. Toutefois, il est important de noter que cette "surestimation de la fiabilité peut parfois conduire à une sous-estimation des risques réels de défaillance, ce qui pourrait avoir des implications sur la sécurité et la performance globale du réseau électrique", en comparaison avec la distribution mélange de Weibull. Par conséquent, une analyse approfondie des résultats et une prise de décision éclairée sont nécessaires pour optimiser les stratégies de maintenance.

La durée moyenne de bon fonctionnement des lignes souterraines est définie par l'expression suivante :

$$MTTF = 0.27 MTTF_A + 0.73 MTTF_B$$

Où $MTTF_A = 14.3 \text{ ans}$ représente la durée moyenne de bon fonctionnement de la sous-population 1 (défaillances précoces ou erreurs de fabrication), et $MTTF_B = 40.45 \text{ ans}$ représente la durée moyenne de bon fonctionnement de la sous-population 2 (usure et vieillissement).

Donc,

$$MTTF \approx 33.39 \text{ ans}$$

L'expression du taux de défaillance dans le cas d'un mélange Weibull est la suivante :

$$\lambda(t) = -\frac{d}{dt} \left[\ln \left(0.27 \exp \left(- (t/15.89)^{3.54} \right) + 0.73 \exp \left(- (t/42.81)^{8.59} \right) \right) \right]$$

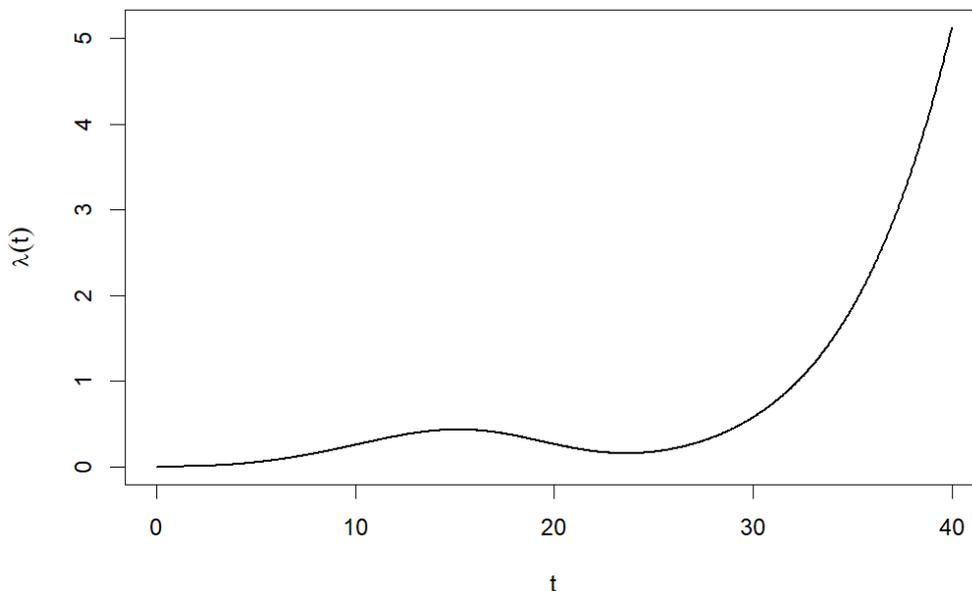


FIGURE 3.6 – La courbe de taux de défaillance

Sur la base des résultats précédents 3.6, on peut dire que les cas de défaillance précoce des lignes électriques souterraines sont rares par rapport aux cas de défaillance dans la phase de vieillissement, ce qui reflète leur bonne performance et leur qualité de fabrication. Cela reflète également l'efficacité des lignes électriques souterraines dans le réseau de distribution S.E.G, où les taux de défaillance des câbles électriques souterrains sont relativement stables dans la phase pré-vieillessement.

3.5 Les lignes électriques aériennes de distribution S.E.G

Les câbles aériens sont fréquemment préférés pour le transport de l'électricité dans les zones rurales ou éloignées, ainsi que dans les régions où la topographie ou d'autres contraintes rendent difficile l'installation de câbles souterrains. Ces câbles sont conçus pour résister aux conditions environnementales difficiles, telles que les vents forts et les intempéries.

Cependant, les câbles aériens sont exposés aux risques tels que les dommages causés par les tempêtes, les chutes d'arbres ou les interférences humaines, ainsi que d'autres facteurs imprévisibles, ce qui peut entraîner des interruptions de service et des coûts de maintenance élevés. Pour faire face à ces défis, il est essentiel de mettre en œuvre des stratégies de gestion des risques et des programmes de maintenance préventive pour assurer la fiabilité continue du réseau électrique.

3.5.1 Collecte des données

Nous avons recueilli 73 données sur l'âge des lignes aériennes de la société de distribution Sonelgaz de S.E.G, entre 2020 et 2024, qui ont été incluses en annexe telles qu'illustrées par la fonction de distribution cumulative empirique. dans la figure 3.7 au fil du temps (en années).

```
# Importer les données
> dataframe <- read_excel("lignes_aériennes.xlsx", range = "M4:M77")
> data <- pull(dataframe)

# Tracer la fonction de distribution cumulative empirique
> plot(ecdf(data), xlab = "t (années)", ylab = "Fn(t)", pch = 20 )
```

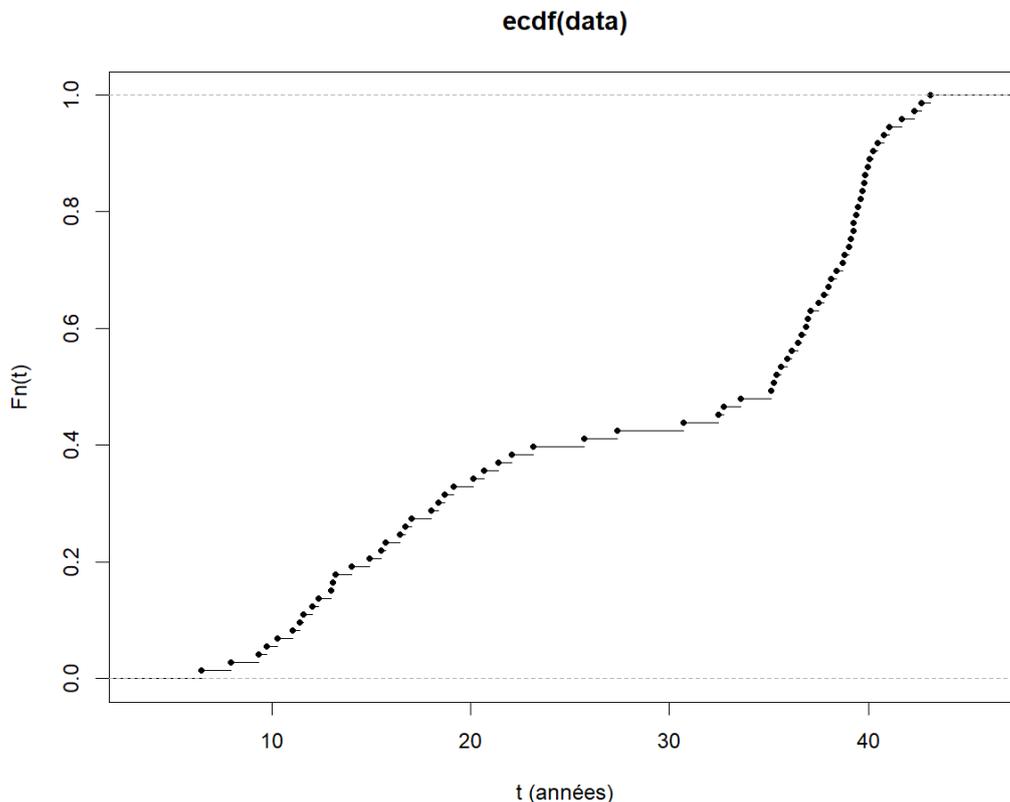


FIGURE 3.7 – ECDF des données des lignes électriques aériennes entre 2020-2024

3.5.2 Estimation paramétrique des lois de fiabilité

On suppose que les observations des états des lignes électriques aériennes sont enregistrées depuis leur mise en service jusqu'à leur panne t_1, \dots, t_n sont les réalisations des variables aléatoires T_1, \dots, T_n i.i.d. basées sur la loi mixte de Weibull à 5 paramètres.

Les estimations du maximum de vraisemblance (EMV) pour 5 paramètres, basées sur un modèle de mélange de deux lois de Weibull, sont présentées dans le tableau 3.4.

TABLE 3.4 – La taille de l'échantillon sur une base proportionnelle

Environnement	$\hat{\eta}$ (ans)	$\hat{\beta}$	Proportion (%)	La taille de l'échantillon
Sous-population 1	17.36	3.35	42%	31 défaillance
Sous-population 2	39.29	16.23	58%	42 défaillance

Nous avons comparé plusieurs modèles à l'aide du critère d'information bayésien, comme illustré dans la fig 3.8. Donc, la meilleure valeur $g = 2$, et $BIC = 509.47$ de la loi Weibull ajusté.

Par conséquent, la fonction de fiabilité est définie comme suit :

$$R(t) = 0.42 \exp\left(-\left(\frac{t}{17.36}\right)^{3.35}\right) + 0.58 \exp\left(-\left(\frac{t}{39.29}\right)^{16.23}\right) \quad (3.8)$$

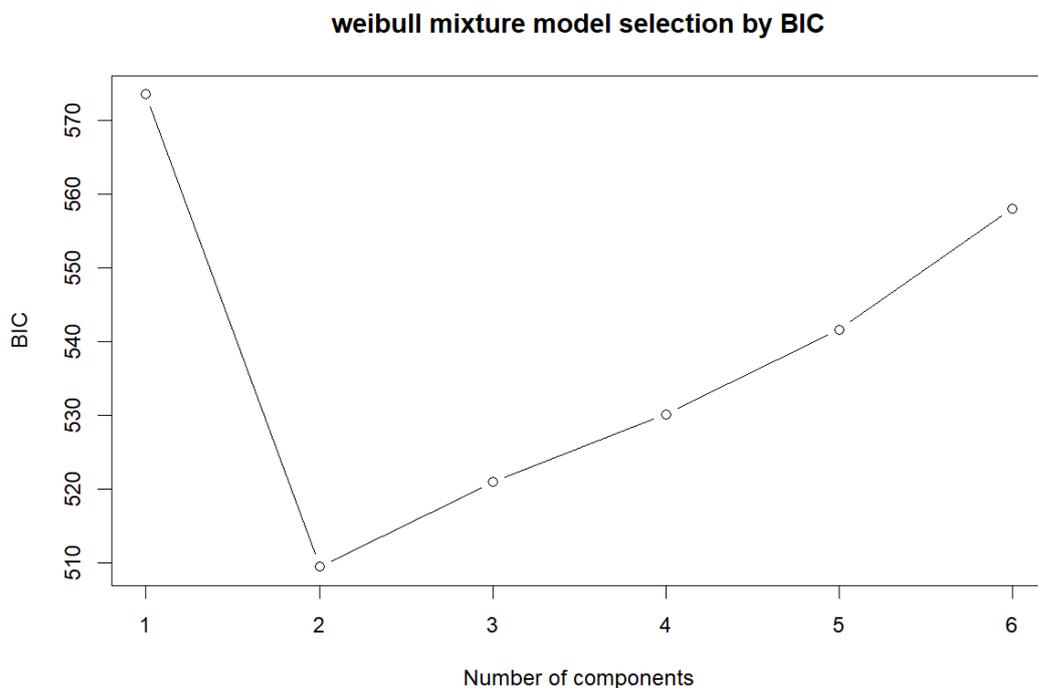


FIGURE 3.8 – La valeur du BIC pour les modèles de mélange Weibull par rapport à g

Pour les modèles de mélange de Weibull, le BIC augmente de manière monotone à mesure que g passe de deux à six. La figure 3.9 montre les modèles de mélange de Weibull ajustés et le modèle de mélange normal avec les meilleures valeurs de g .

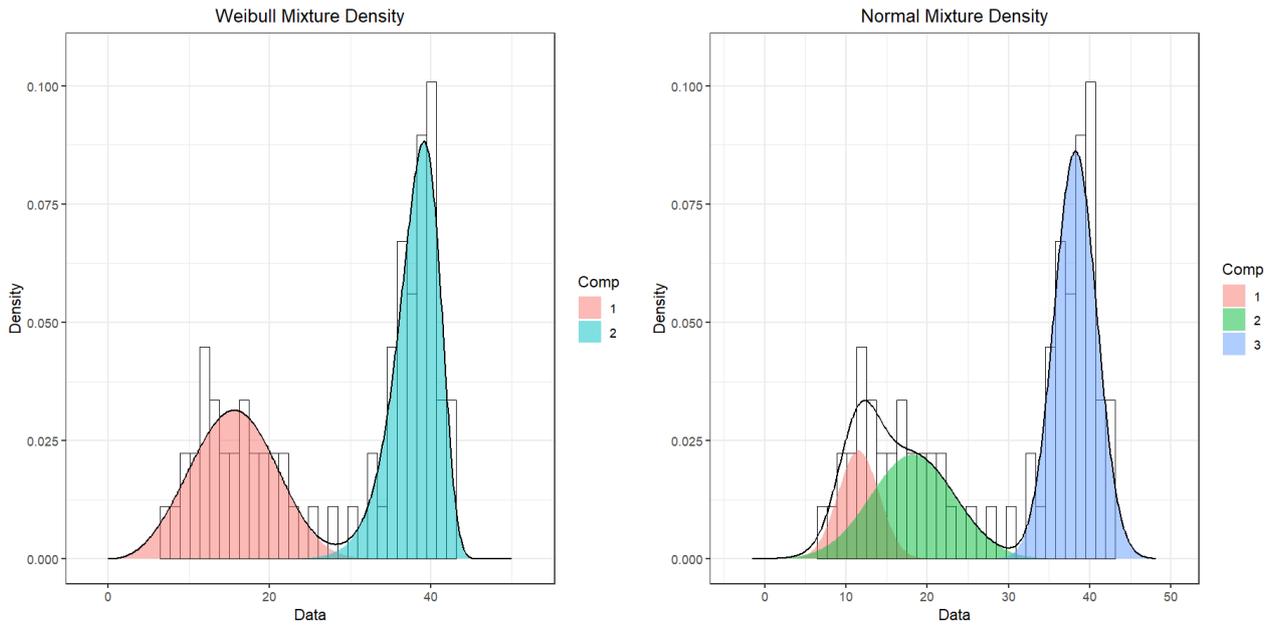


FIGURE 3.9 – Le modèle de mélange Weibull avec $g = 2$, et le modèle mélange Normal $g = 3$.

Dans la figure 3.10, le mélange de deux lois de Weibull est présenté, lequel s’ajuste mieux aux données. Ce mélange montre sa capacité à prendre en compte la diversité des données de durée de vie et à refléter les changements dans les modes de défaillance en fonction de l’âge d’utilisation de l’équipement. En effet, il permet de comprendre l’évolution du système au fil du temps et fournit des informations précieuses sur les performances attendues de l’équipement.

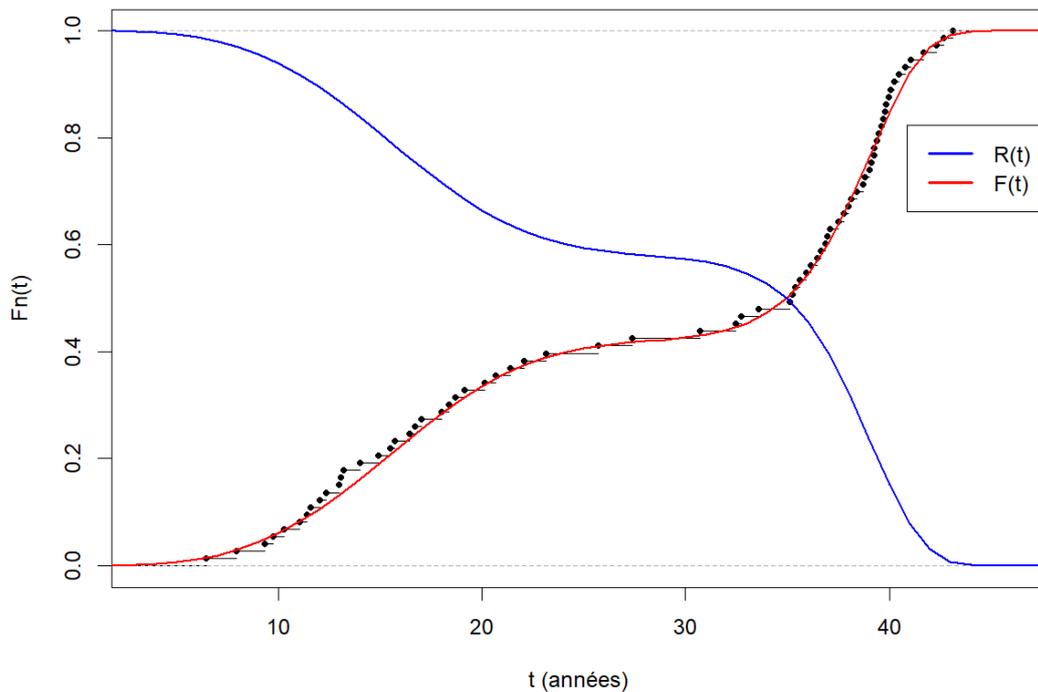


FIGURE 3.10 – La courbe de fiabilité de loi mélange de 2 lois de weibull

En utilisant la fonction 3.8 de fiabilité selon la loi de Weibull mélange, nous pouvons estimer efficacement le taux de défaillance. En analysant le taux de défaillance au fil du temps, nous pouvons comprendre le degré de stabilité ou d’instabilité du système sur la durée.

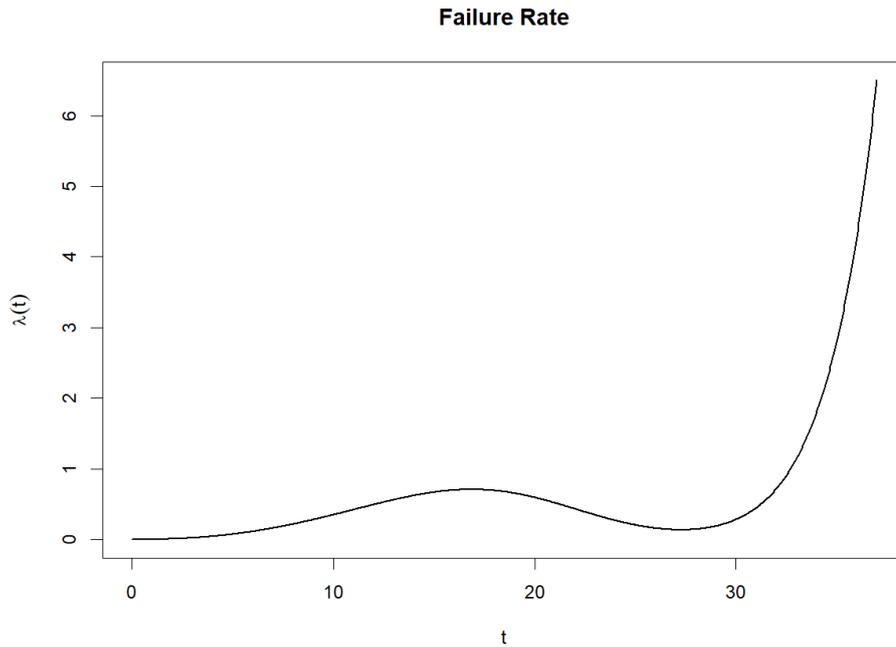


FIGURE 3.11 – La courbe de taux de défaillance

Lorsque nous examinons la courbe de taux de défaillance 3.11, nous pouvons segmenter la durée de vie des câbles aériens en deux étapes distinctes :

1. ****Phase avant le vieillissement ($t \leq 30$) :** Pendant cette phase, le taux de défaillance est relativement stable, ce qui signifie que le taux de défaillance des câbles ne augmente pas de manière significative et soudaine. L'opérateur de câble peut suivre ces taux et planifier la maintenance en conséquence.
2. ****Phase avancée de vieillissement ($t > 30$) :** Pendant cette phase, le taux de défaillance augmente progressivement avec le temps. Cela est dû à des facteurs tels que la corrosion, le vieillissement graduel des matériaux et les effets environnementaux. Pendant cette phase, l'opérateur de câble peut être amené à intensifier ses efforts de maintenance et de remplacement pour assurer la durabilité du réseau.

Cette division permet à l'opérateur de câble de prendre des mesures appropriées en fonction des variations du taux de défaillance au fil du temps.

La formule du durée moyenne de bon fonctionnement des lignes électriques aériennes et défini par :

$$\begin{aligned}
 MTTF &= \mathbb{E}[T] \\
 &= 0.42 \mathbb{E}[T_A] + 0.58 \mathbb{E}[T_B] \\
 &= 0.42 MTTF_A + 0.58 MTTF_B \\
 &\approx 0.42(15.58) + 0.58(38.03) \\
 &\approx 28.6 \text{ ans.}
 \end{aligned}$$

Où T_A la durée de vie de sous-population 1, et T_B la durée de vie de sous-population 2.

Conclusion

Sur la base des données de durée de service des lignes électriques aériennes et souterraines de la société Sonelgaz pour le réseau de distribution HTA de S.E.G, et après analyse et comparaison des résultats, nous avons conclu que le modèle le plus approprié pour modéliser ces données est la distribution mélange de loi Weibull . Ainsi, nous avons pu diviser la durée de vie de ces câbles en fonction de l'évolution du taux de défaillance, la 1^{ère} phase (pré-vieillessement) où les taux de défaillance dans cette période sont quelque peu stables, et nous appelons ces cas de défaillance dans cette période "défaillance précoce", qui se situe dans les 30 premières années de service pour les lignes aériennes ou souterraines. En revanche, la 2^{ème} est la phase de vieillissement où les équipements se dégradent.

D'autre part, pour les câbles souterrains, nous avons observé que seuls 27% des données ont connu une défaillance avant le vieillissement pour plusieurs raisons telles que (la surcharge électrique, les fuites d'eau, l'humidité ou les défauts de fabrication...), ce qui est beaucoup mieux que les câbles aériens où 42% des cas de défaillance ont été enregistrés pendant la même période, et ces cas de défaillance sont également aléatoires ou surprenants en raison (des vents, du gel, des températures élevées ou des oiseaux...). Aussi, $MTTF = 33,39 \text{ ans}$ pour les câbles de terre, tandis que $MTTF = 26,8 \text{ ans}$ uniquement pour les câbles aériens.

En conclusion générale, on peut dire que les câbles souterrains dans ce réseau sont plus efficaces que les câbles aériens, mais le problème pratique est que le coût de la maintenance et la rapidité de détection des pannes penchent en faveur des câbles aériens. Par conséquent, la situation de ces lignes nécessite une étude approfondie et une prise en compte de tous les aspects pour construire un réseau plus fiable et durable.

Chapitre 4

Étude statistique de la fiabilité du réseau de distribution S.E.G

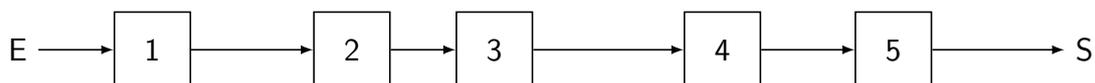
Pour calculer la fiabilité d'un système en fonction de sa structure ou de son architecture, on part du principe qu'il est constitué de composants élémentaires. La fiabilité globale du système dépend alors à la fois de la fiabilité de ces composants individuels et de la manière dont le bon fonctionnement ou la panne de chacun d'eux impacte le fonctionnement global du système.

4.1 Etude théorique de la fiabilité du système

Afin de représenter cette **logique de fonctionnement**, plusieurs méthodes de modélisation sont disponibles, telles que les diagrammes de fiabilité, les arbres de défaillance, les graphes de Markov, les réseaux de Petri, les diagrammes de décision binaires, les réseaux bayésiens, etc. Dans ce contexte, nous nous concentrons spécifiquement sur les diagrammes de fiabilité pour illustrer leur fonctionnement dans les systèmes.

Le **diagramme de fiabilité** d'un système électrique est une représentation graphique **sans circuit** qui comporte une entrée E et une sortie S. Dans ce diagramme, les nœuds, appelés blocs, représentent les différents composants du système électrique. Les connexions entre ces composants sont représentées par des arcs, qui agissent comme des câbles ou des liaisons électriques. Ainsi, le système fonctionne uniquement s'il existe un cheminement continu de l'entrée E à la sortie S, en passant exclusivement par des composants en état de marche.

FIGURE 4.1 – Diagramme de fiabilité en fonctionnement normal

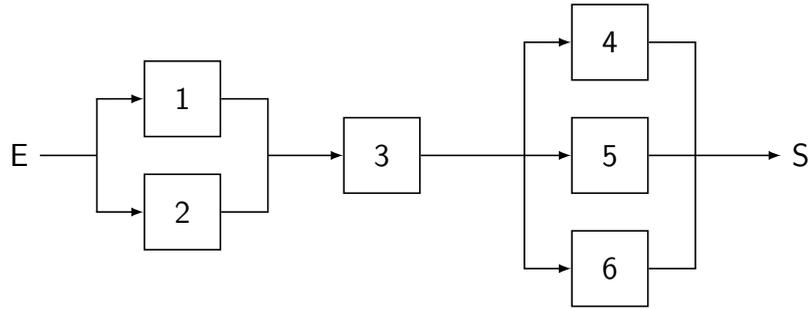


Si on note T_1, \dots, T_5 les durées de vie des 5 composants, la durée de vie de ce type de système (fig 4.1) est $T = \min(T_1, \dots, T_5)$.

Dans le deuxième cas (fig 4.2), les durées de vie T_1, \dots, T_6 des 6 composants resp, on obtient que la durée de vie du ce système est $T = \min(\max(T_1, T_2), T_3, \max(T_4, T_5, T_6))$.

Il est tout à fait vrai que lorsque le nombre de composants dans un système augmente, la structure du système peut devenir plus complexe. La fiabilité d'un système est un aspect crucial à considérer lors de la conception et de l'analyse de systèmes complexes.

FIGURE 4.2 – Diagramme de fiabilité en fonctionnement dégradé



Pour simplifier cette analyse, il est courant de commencer par étudier les structures de base les plus simples. Ces structures de base, telles que les séries, les parallèles et les combinaisons de ces deux, fournissent une base pour comprendre la fiabilité d'un système. Par exemple, dans une structure en série, la fiabilité du système dépend de la fiabilité de chaque composant individuel étant donné que la défaillance de n'importe lequel de ces composants entraîne la défaillance de l'ensemble du système. En revanche, dans une structure en parallèle, le système continue de fonctionner tant qu'au moins un des composants fonctionne.

Dans la suite, nous considérerons des systèmes composés de n composants. Nous supposons que les fonctionnements des n composants sont indépendants les uns des autres. Pour chaque composant i , nous noterons :

- T_i représente sa durée de vie.
- $r_i(t)$ représente sa fiabilité, c'est-à-dire $P(t < T_i)$.
- $\lambda_i(t)$ représente son taux de défaillance. $r_i(t) = \exp\left(-\int_0^t \lambda_i(u) du\right)$

Pour le système, on note T sa durée de vie, R sa fiabilité globale et λ son taux de défaillance.

4.1.1 Configuration en série

Un **système en série** est un type de système dans lequel les composants sont connectés en série les uns avec les autres (fig 4.3). Dans un système en série, la défaillance de l'un quelconque des composants entraîne la défaillance de l'ensemble du système. Autrement dit, pour qu'un système en série fonctionne, tous ses composants doivent fonctionner correctement.

FIGURE 4.3 – Diagramme de fiabilité pour un système série



Donc la durée de vie de ce système :

$$T = \min_{i=1}^n T_i$$

La fiabilité du système est alors :

$$R(t) = \mathbb{P}(t < T) = \mathbb{P}\left(t < \min_{i=1}^n T_i\right) = \mathbb{P}(\forall i, t < T_i)$$

En utilisant les composants indépendants, donc cette probabilité d'intersection d'événements indépendants, cela devient :

$$R(t) = \prod_{i=1}^n \mathbb{P}(t < T_i) = \prod_{i=1}^n r_i(t) \tag{4.1}$$

On a donc :

$$R(t) = \prod_{i=1}^n \exp\left(-\int_0^t \lambda_i(u) du\right) = \exp\left(-\int_0^t \sum_{i=1}^n \lambda_i(u) du\right)$$

Puisque $R(t) = \exp\left(-\int_0^t \lambda(u) du\right)$, on en déduit que :

$$\lambda(t) = \sum_{i=1}^n \lambda_i(t) \tag{4.2}$$

La durée de vie moyenne du système est :

$$MTTF = \int_0^{+\infty} R(t) dt = \int_0^{+\infty} \exp\left(-\int_0^t \sum_{i=1}^n \lambda_i(u) du\right) dt \tag{4.3}$$

Si tous les composants ont un taux de défaillance constant λ_i pour tout t , dans ce cas, nous pouvons simplifier davantage l'expression.

$$\lambda(t) = \sum_{i=1}^n \lambda_i \tag{4.4}$$

Alors,

$$R(t) = \exp\left(-\left(\sum_{i=1}^n \lambda_i\right) t\right) \tag{4.5}$$

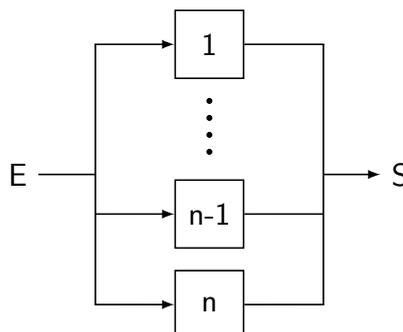
Si T_1, \dots, T_n sont i.i.d donc $T \sim \mathcal{E}(\sum_{i=1}^n \lambda_i)$, on a un résultat simple pour le MTTF :

$$MTTF = \frac{1}{\sum_{i=1}^n \lambda_i} \tag{4.6}$$

4.1.2 Configuration en parallèle

Un **système en parallèle** est un type de système dans lequel les composants sont connectés en parallèle les uns avec les autres (fig 4.4). Cela signifie que chaque composant fonctionne indépendamment les uns des autres et que le système continue de fonctionner tant qu'au moins un des composants fonctionne correctement.

FIGURE 4.4 – Diagramme de fiabilité pour un système parallèle



En effet, dans un système en parallèle, la durée de vie du système survient lorsque tous ses composants sont en panne. Donc la fiabilité du système est généralement plus élevée que dans un système en série. Par conséquent, même si un ou plusieurs composants échouent, le système peut toujours maintenir ses performances globales.

Dans les systèmes parallèles, on distingue deux cas :

- Redondance passive ou stand-by : Dans ce cas, un seul composant fonctionne à la fois, tandis que les autres composants restent en attente. Lorsque le composant en fonctionnement tombe en panne, il est immédiatement remplacé par l'un des composants en attente. Donc la durée de vie du système :

$$T = \sum_{i=1}^n T_i$$

D'après le théorème 2.7.3, si T_1, \dots, T_n *i.i.d* de même loi $\mathcal{E}(\lambda)$, alors la durée de vie du système $T \sim \mathcal{G}(n, \lambda)$

- Redondance active : Dans ce cas, tous les composants fonctionnent simultanément. Cela permet d'améliorer la fiabilité et la disponibilité du système, car même si certains composants tombent en panne, le système peut continuer à fonctionner avec les composants restants.

Donc la durée de vie de ce système :

$$T = \max_{i=1}^n T_i$$

On a donc :

$$R(t) = \mathbb{P}(t < T) = 1 - \mathbb{P}\left(t \geq \max_{i=1}^n T_i\right) = 1 - \mathbb{P}(\forall i, t \geq T_i)$$

Et puisque les composants sont indépendants, on obtient :

$$R(t) = 1 - \prod_{i=1}^n \mathbb{P}(t \geq T_i) = 1 - \prod_{i=1}^n (1 - \mathbb{P}(t < T_i))$$

La fiabilité du système est alors :

$$R(t) = 1 - \prod_{i=1}^n (1 - r_i(t)) \tag{4.7}$$

D'où finalement :

$$\lambda(t) = -\frac{R'(t)}{R(t)} = \frac{\sum_{i=1}^n [\lambda_i(t) r_i(t) \prod_{j \neq i} (1 - r_j(t))]}{1 - \prod_{i=1}^n (1 - r_i(t))} \tag{4.8}$$

Donc, le calcul du MTTF pour un système en parallèle peut également être compliqué en raison de la redondance et de la possibilité de panne simultanée ou successive de plusieurs composants.

Si tous les composants ont un taux de défaillance constant, i.e $\forall i, \lambda_i(t) = \lambda_i$, donc la fiabilité du système est donnée par :

$$R(t) = 1 - \prod_{i=1}^n (1 - \exp(-\lambda_i t)) \tag{4.9}$$

On obtient :

$$\lambda(t) = \frac{\sum_{i=1}^n \left[\lambda_i \exp(-\lambda_i t) \prod_{j \neq i} (1 - \exp(-\lambda_j t)) \right]}{1 - \prod_{i=1}^n (1 - \exp(-\lambda_i t))} \quad (4.10)$$

Donc même si tous les composants d'un système parallèle ont un taux de défaillance constant, le taux globale du système ne sera pas constant.

Si tous les composants sont identiques, i.e $\forall i, r_i(t) = r(t)$, donc la fiabilité du système est donnée par :

$$R(t) = 1 - (1 - r(t))^n \quad (4.11)$$

Comme $0 \leq 1 - r(t) \leq 1$, donc $1 - (1 - r(t))^n \leq 1 - (1 - r(t))^{n+1}$

Par conséquent, quand on augmente le nombre de composants en redondance dans un système en parallèle, on réduit le risque de défaillance du système dans son ensemble et ainsi augmente la fiabilité du système. C'est l'inverse pour les systèmes en série.

4.1.3 Configuration k/n

Les **systèmes k/n** sont une extension des systèmes en parallèle où k des n composants doivent fonctionner correctement pour que le système global soit opérationnel . Cette configuration offre une flexibilité supplémentaire par rapport aux systèmes en parallèle classiques.

Dans un système k/n , le système continue à fonctionner tant qu'au moins k des n composants fonctionnent correctement. Si le nombre de composants opérationnels tombe en dessous de k , le système global échoue.

Si on note N_t le nombre de composants qui fonctionnent à l'instant t , alors $R(t)$ peut être exprimé comme suit :

$$R(t) = \mathbb{P}(k \leq N_t)$$

Si tous les composants sont identiques et indépendants, avec une même fiabilité $r(t)$, alors le nombre de composants qui fonctionnent à l'instant t , $N_t \sim B(n, r(t))$.

La formule pour la fiabilité $R(t)$ du système à l'instant t donnée par :

$$R(t) = \sum_{j=k}^n \binom{n}{j} r^j(t) (1 - r(t))^{n-j} \quad (4.12)$$

où $\binom{n}{j}$ est le coefficient binomial.

- Pour $k = n$, alors $R(t) = r^n(t)$. C'est la fiabilité d'un système série.
- Pour $k = 1$, alors $R(t) = 1 - (1 - r(t))^n$. C'est bien la fiabilité d'un système parallèle.

4.1.4 Configurations mixtes

Les **systèmes mixtes** sont des systèmes qui combinent des éléments de systèmes en série et en parallèle. Ils sont utilisés pour répondre à des exigences de fiabilité spécifiques en tirant parti des avantages des deux configurations.

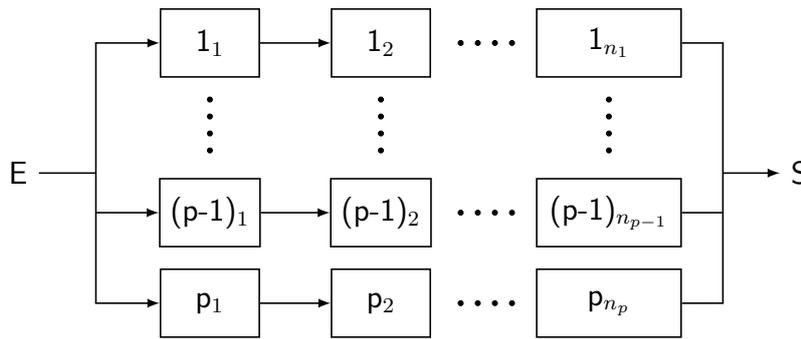
a)- **Systèmes série-parallel** : Dans ce type de configuration, plusieurs sous-systèmes ou composants sont connectés en série, tandis que plusieurs de ces groupes en série sont connectés en parallèle (fig 4.5).

Si on a p branches dans notre système série-parallel et que n_i est le nombre de composants dans la i -ème branche, alors la fiabilité globale du système R peut être calculée comme suit :

$$R(t) = 1 - \prod_{i=1}^p \left(1 - \prod_{j=1}^{n_i} r_{ij}(t) \right) \tag{4.13}$$

où $r_{ij}(t)$ représente la fiabilité du j -ème composant de la i -ème branche à l'instant t .

FIGURE 4.5 – Diagramme pour un système série-parallel

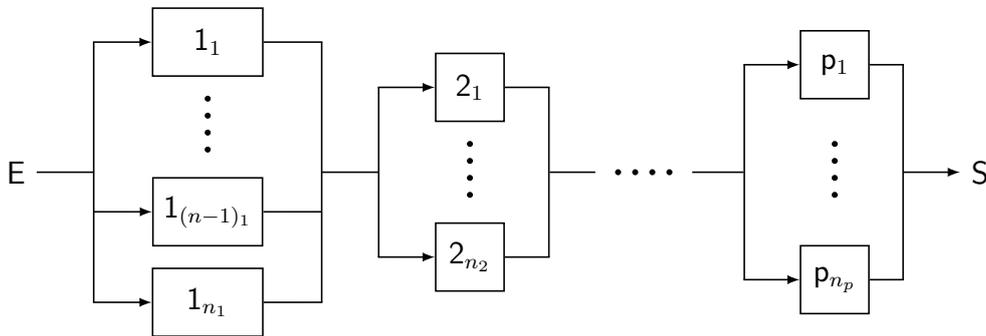


b)- **Systèmes parallel-série** : Est une configuration où des éléments de systèmes en parallel sont ensuite connectés en série (fig 4.6).

Avec les mêmes notations, on obtient :

$$R(t) = \prod_{i=1}^p \left(1 - \prod_{j=1}^{n_i} (1 - r_{ij}(t)) \right) \tag{4.14}$$

FIGURE 4.6 – Diagramme pour un système parallel-série

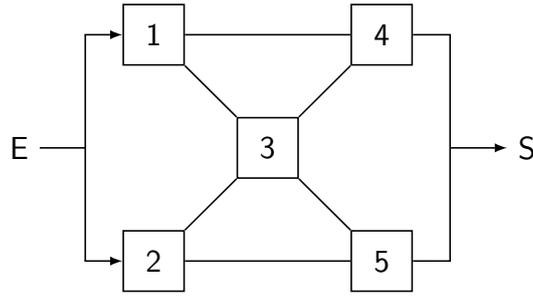


4.1.5 La méthode de factorisation

Les systèmes qui diffèrent des systèmes mentionnés précédemment sont appelés **en pont**.

Pour calculer la fiabilité de ce système, on va utiliser la **méthode de factorisation**. Cela signifie qu'on va considérer le composant 3 comme point central de la décomposition du système en pont en systèmes mixtes.

FIGURE 4.7 – Un système en pont



Le théorème des probabilités totales :

$$R(t) = \mathbb{P}(T > t) = \mathbb{P}(T > t | T_3 > t) \mathbb{P}(T_3 > t) + \mathbb{P}(T > t | T_3 \leq t) \mathbb{P}(T_3 \leq t)$$

On obtient :

$$R(t) = R_A(t) r_3(t) + R_B(t) (1 - r_3(t))$$

- R_A est la fiabilité du système lorsque l'on sait que le composant 3 fonctionne.
- R_B est la fiabilité du système lorsque l'on sait que le composant 3 ne fonctionne pas.

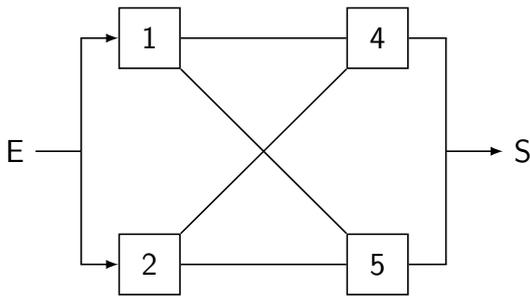


FIGURE 4.8 – Le composant 3 fonctionne

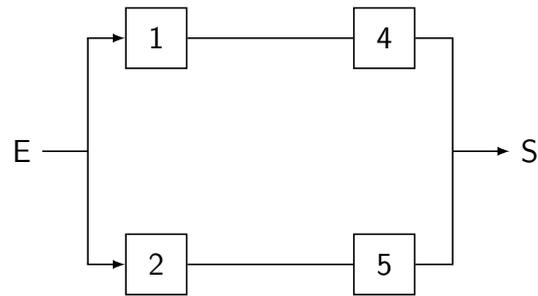


FIGURE 4.9 – Le composant 3 en panne

Le système A est équivalent à un système parallèle-série (fig 4.8). Sa fiabilité peut être calculée comme suit :

$$R_A(t) = [1 - (1 - r_1(t))(1 - r_2(t))] [1 - (1 - r_4(t))(1 - r_5(t))]$$

Le système B est équivalent à un système série-parallèle (fig 4.9). Sa fiabilité peut être calculée comme suit :

$$R_B(t) = 1 - [1 - r_1(t)r_4(t)] [1 - r_2(t)r_5(t)]$$

La fiabilité du système en pont est :

$$R(t) = r_3(t) \left([1 - (1 - r_1(t))(1 - r_2(t))] [1 - (1 - r_4(t))(1 - r_5(t))] \right) + (1 - r_3(t)) \left(1 - [1 - r_1(t)r_4(t)] [1 - r_2(t)r_5(t)] \right)$$

Si tous les composants sont identiques,

$$R(t) = r^2(t) [2r^3(t) - 5r^2(t) + 2r(t) + 2]$$

où $R(0) = 1$.

Si $r(t) = \exp(-\lambda t)$, c.a.d le taux de défaillance constant λ , alors :

$$R(t) = 2 \exp(-2\lambda t) + 2 \exp(-3\lambda t) - 5 \exp(-4\lambda t) + 2 \exp(-5\lambda t)$$

Donc la durée de vie moyenne du système :

$$MTTF = \int_0^{+\infty} R(t) dt = \frac{1}{\lambda} + \frac{2}{3\lambda} - \frac{5}{4\lambda} + \frac{2}{5\lambda} = 0.82 \frac{1}{\lambda}$$

Par conséquent, le MTTF global du système est égal à 82% du MTTF de ses composants. Le taux de défaillance du système est :

$$\lambda(t) = 2\lambda \left[\frac{2 + 3e^{-\lambda t} - 10e^{-2\lambda t} + 5e^{-3\lambda t}}{2 + 2e^{-\lambda t} - 5e^{-2\lambda t} + 2e^{-3\lambda t}} \right]$$

On montre que $\lim_{t \rightarrow +\infty} \lambda(t) = 2\lambda$. Cela signifie qu'après un certain temps, le système se stabilise à un taux de défaillance constant avant de tomber en panne définitivement.

4.2 Application à l'estimation de fiabilité du réseau SEG

Pour calculer la fiabilité d'un réseau, il est nécessaire d'obtenir des données opérationnelles historiques, qui doivent être précises pour garantir la précision des résultats. Les questions posées sont les suivantes :

Comment présenter ces données pour les rendre utilisables et exploitables dans le futur ?. Quels sont les outils de calcul utilisés pour traiter et étudier ces données ?. Quels sont les outils statistiques utilisés pour évaluer la signification statistique de ces données ?.

4.2.1 Collecte des données

Les données ont été fournies à partir des registres de rapports annuels de Sonalgaz, filiale du réseau de distribution S.E.G, de janvier 2020 à février 2024, et ont été incluses en annexe. Ces données ont été sélectionnées sur la base de :

- Les incidents annuels par départ dépassent une durée d'arrêt de plus de cinq minutes.
- Les pannes de câbles électriques souterrains et aériens ainsi que les pannes de transformateurs.
- La durée de réparation de chaque incident ou panne.

Dans notre étude, nous nous concentrons sur les 7 départs suivantes :

TABLE 4.1 – Nombre de postes électriques par départ.

Départ	SEG	Djebssa	Dirah	Hakimia	Maamoura	Draa Lahmar	Bordj Okhris
Nbr de p.	37	51	217	42	152	63	138

4.2.2 Hypothèses de départ

Les réseaux électriques, à tous les niveaux, sont interconnectés pour améliorer leur efficacité. Ainsi, les départements mentionnés précédemment ne sont pas seulement liés à la poste source

S.E.G de 30kV/60kV, mais également à d'autres sources appartenant à d'autres réseaux. Ceci est nécessaire en cas de panne ou d'interruption de la poste source S.E.G, afin de pouvoir compenser cette perte avec d'autres sources. Cependant, de telles interruptions sont généralement rares. Par conséquent, nous pouvons poser les hypothèses suivantes :

- H0 : La fiabilité de la poste source S.E.G est toujours de 100% au fil du temps.
- H1 : Les départs sont connectés à la poste source S.E.G de manière séparée et parallèle entre eux. Voir la figure (4.10).
- H2 : Le réseau de distribution électrique S.E.G est uniquement connecté au réseau global via la poste source S.E.G de 30KV/60KV.
- H3 : Le système revient à son état initial (neuf) après chaque opération de réparation.

Après avoir posé ces hypothèses, nous pouvons commencer à traiter les données.

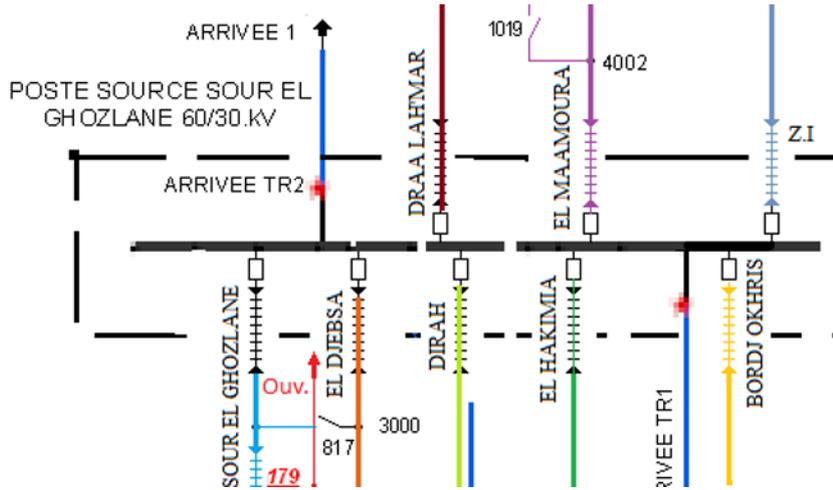


FIGURE 4.10 – Un extrait de la carte schématique d'exploitation du réseau S.E.G

4.2.3 Les modèles probabilistes

Loi de Exponentielle

On suppose que les observations t_1, \dots, t_n sont les réalisations de variables aléatoires T_1, \dots, T_n i.i.d. de loi de Exponentielle $\mathcal{E}(\lambda)$.

L'estimateur de λ par la **méthode des moments (EMM)** est en effet $\tilde{\lambda} = \frac{1}{\bar{T}_n}$,

La fonction de **vraisemblance** $\mathcal{L}(\lambda; t_1, \dots, t_n)$ est donnée par :

$$\mathcal{L}(\lambda; t_1, \dots, t_n) = \prod_{i=1}^n f(t_i; \lambda) = \prod_{i=1}^n \lambda e^{-\lambda t_i} = \lambda^n e^{-\lambda \sum_{i=1}^n t_i}$$

Prendre le logarithme naturel de $\mathcal{L}(\lambda; t_1, \dots, t_n)$ donne :

$$\ln \mathcal{L}(\lambda; t_1, \dots, t_n) = n \ln \lambda - \lambda \sum_{i=1}^n t_i$$

En dérivant $\ln \mathcal{L}(\lambda; t_1, \dots, t_n)$ par rapport à λ , on obtient :

$$\frac{\partial}{\partial \lambda} \ln \mathcal{L}(\lambda; t_1, \dots, t_n) = \frac{n}{\lambda} - \sum_{i=1}^n t_i$$

Cette dérivée s'annule pour $\lambda = \frac{n}{\sum_{i=1}^n t_i}$, et aussi $\frac{\partial^2}{\partial \lambda^2} \ln \mathcal{L} = -\frac{n}{\lambda^2} < 0$

Par conséquent, l'estimateur du maximum de vraisemblance (EMV) de λ est $\hat{\lambda} = \frac{1}{\bar{T}_n}$.

On constate donc que, pour la distribution exponentielle, les estimateurs de maximum de vraisemblance (EMV) et de la méthode des moments (EMM) pour le paramètre λ donnent le même résultat. Cependant, cette cohérence n'est pas garantie pour d'autres distributions de probabilité couramment utilisées en fiabilité.

Pour savoir si $\hat{\lambda}$ est sans biais,

$$\mathbb{E}[\hat{\lambda}] = \mathbb{E}\left[\frac{1}{\bar{T}_n}\right] = \mathbb{E}\left[\frac{n}{\sum_{i=1}^n T_i}\right]$$

D'après le théorème 1 de chapitre 2, nous savons que $\sum_{i=1}^n T_i$ suit une loi gamma $\mathcal{G}(n, \lambda)$, donc $\mathbb{E}[\hat{\lambda}] = \mathbb{E}\left[\frac{n}{\sum_{i=1}^n T_i}\right] = \mathbb{E}\left[\frac{n}{Y}\right]$, où Y suit une loi gamma $\mathcal{G}(n, \lambda)$.

Nous obtenons alors :

$$\begin{aligned} \mathbb{E}[\hat{\lambda}] &= \mathbb{E}\left[\frac{n}{Y}\right] = \int_0^\infty \frac{n}{y} \frac{\lambda^n}{(n-1)!} e^{-\lambda y} y^{n-1} dy \\ &= \frac{n\lambda^n}{(n-1)!} \int_0^\infty e^{-\lambda y} y^{n-2} dy \\ &= \frac{n\lambda}{n-1} \int_0^\infty \frac{\lambda^{n-1}}{(n-2)!} e^{-\lambda y} y^{n-2} dy \\ &= \frac{n\lambda}{n-1} \int_0^\infty f_{\mathcal{G}(n-1, \lambda)}(y) dy \\ &= \frac{n\lambda}{n-1} \end{aligned}$$

Donc, $\mathbb{E}[\hat{\lambda}] = \frac{n\lambda}{n-1}$. Cela signifie que $\hat{\lambda}$ est un estimateur biaisé de λ .

Cependant, en considérant $\hat{\lambda}' = \frac{n-1}{n} \hat{\lambda} = \frac{n-1}{n} \frac{1}{\bar{T}_n}$, nous avons :

$$\mathbb{E}[\hat{\lambda}'] = \lambda$$

Donc, $\hat{\lambda}'$ est un estimateur sans biais de λ .

Un calcul analogue au précédent de $\hat{\lambda}'$ montre que :

$$\text{Var}[\hat{\lambda}'] = \frac{\lambda^2}{n-2}$$

Cette variance tend vers zéro lorsque n tend vers l'infini, ce qui signifie que $\hat{\lambda}'$ est un estimateur convergent de λ .

D'autre part, la quantité d'information :

$$\mathcal{I}_n(\lambda) = \text{Var}\left[\frac{\partial}{\partial \lambda} \ln \mathcal{L}(\lambda; T_1, \dots, T_n)\right] = \text{Var}\left[\frac{n}{\lambda} - \sum_{i=1}^n \frac{1}{T_i}\right] = \text{Var}\left[\sum_{i=1}^n \frac{1}{T_i}\right] = n \text{Var}[T] = \frac{n}{\lambda^2}$$

On constate que $\text{Var}[\hat{\lambda}'] \geq 1/\mathcal{I}_n(\lambda)$, ce qui ne permet pas de conclure directement sur l'optimalité de $\hat{\lambda}'$. Mais en fait, on peut montrer qu'il n'existe aucun estimateur sans biais dont la variance est égale à la borne de Cramer-Rao, et que c'est $\hat{\lambda}'$ qui a la variance minimale [8].

Proposition 1. Les variables aléatoires T_1, \dots, T_n i.i.d. de loi de Exponentielle $\mathcal{E}(\lambda)$, alors l'estimateur $\frac{n-1}{\sum_{i=1}^n T_i}$ de paramètre λ est sans biais et de variance minimale [8].

L'estimateur ajusté du paramètre λ de la loi exponentielle dans **R**.

```
# Estimation de paramètre lambda de loi exponentielle
> lambda_estimate <- (n-1) / sum(data)
```

Pour un test d'adéquation, la loi exponentielle est particulièrement bien adaptée, comme le montre l'efficacité du test de Kolmogorov-Smirnov (KS).

En utilisant le langage **R**. La commande '`ks.test`' permet de faire un test d'adéquation à une loi entièrement spécifiée. Et on peut spécifier le type de test qu'on souhaite effectuer en utilisant le paramètre '`type`', qui peut être "KS" pour le test de Kolmogorov-Smirnov. Donc ce cas, le test l'adéquation de l'échantillon à la loi $\mathcal{E}(\lambda)$.

```
# Teste si les données suivent une loi exponentielle avec un taux de 0.1
> ks.test(data, "pexp", rate = 0.1)
```

Quand l'échantillon est vraiment de loi $\mathcal{E}(\lambda)$, la p-valeur est très élevée, donc on ne rejette pas l'hypothèse que les données sont de loi $\mathcal{E}(\lambda)$.

Loi Log-Normal

Pour estimer les paramètres d'une loi log-normale (μ et σ^2) à partir d'un échantillon de données, on peut utiliser plusieurs méthodes, dont les plus courantes sont les méthodes des moments et la méthode du maximum de vraisemblance.

Supposons que nous ayons un échantillon d'observations i.i.d. t_1, t_2, \dots, t_n provenant d'une distribution log-normale. La variable T_i suit une loi log-normale si $\ln(T_i)$ suit une loi normale avec des paramètres μ et σ^2 .

Pour calculer les estimateurs de la **méthode des moments** $\tilde{\mu}$ et $\tilde{\sigma}^2$ de μ et σ^2 . Nous les dérivons en utilisant l'équation de *Casella et Berger (2002)* pour les moments de la distribution log-normale trouvée :

$$\mathbb{E}[T^n] = \exp \left[n\mu + \frac{(n\sigma)^n}{2} \right] \quad (4.15)$$

Donc,

$$\begin{cases} \mathbb{E}[T] = \exp \left[\mu + \frac{\sigma^2}{2} \right] = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n t_i \\ \mathbb{E}[T^2] = \exp \left[2(\mu + \sigma^2) \right] = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n t_i^2 \end{cases}$$

Ainsi, les estimateurs par la Méthode des Moments sont :

$$\tilde{\mu} = -\frac{1}{2} \ln \left(\frac{\sum_{i=1}^n T_i^2}{n} \right) + \ln \left(\frac{\sum_{i=1}^n T_i}{n} \right) - \frac{3}{2} \ln(n)$$

$$\tilde{\sigma}^2 = \ln \left(\frac{\sum_{i=1}^n T_i^2}{n} \right) - 2 \ln \left(\frac{\sum_{i=1}^n T_i}{n} \right) + \ln(n)$$

Pour calculer les **estimateurs du maximum de vraisemblance**, nous commençons par la fonction de vraisemblance :

$$\mathcal{L}(\mu, \sigma^2 | t_1, \dots, t_n) = \prod_{i=1}^n f(t_i | \mu, \sigma^2) = \prod_{i=1}^n \frac{1}{t_i \sqrt{2\pi\sigma^2}} \exp \left\{ -\frac{(\ln(t_i) - \mu)^2}{2\sigma^2} \right\}$$

Ainsi, les estimateurs du maximum de vraisemblance sont :

$$\hat{\mu} = \frac{\sum_{i=1}^n \ln(T_i)}{n}$$

$$\hat{\sigma}^2 = \frac{\sum_{i=1}^n \left(\ln(T_i) - \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \ln(T_i) \right)^2}{n}$$

Par conséquent, le Hessien est donné par :

$$H = \begin{bmatrix} \frac{\delta^2 \mathcal{L}}{\delta \mu^2} & \frac{\delta^2 \mathcal{L}}{\delta \sigma^2 \delta \mu} \\ \frac{\delta^2 \mathcal{L}}{\delta \mu \delta \sigma^2} & \frac{\delta^2 \mathcal{L}}{\delta (\sigma^2)^2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{n}{\hat{\sigma}^2} & 0 \\ 0 & -\frac{\sum_{i=1}^n (\ln(T_i) - \hat{\mu})^2}{2(\hat{\sigma}^2)^3} \end{bmatrix}$$

qui a un déterminant supérieur à 0. Ainsi, la hessienne est définie négative, indiquant un maximum local strict (*Fitzpatrick 2006*).

Nous devons également vérifier que les vraisemblances des limites des paramètres sont inférieures aux vraisemblances des estimateurs du Maximum de Vraisemblance dérivés pour μ et σ^2 ; si tel est le cas, alors nous savons que les estimations sont des maximums globaux stricts plutôt que simplement des maximums locaux [32].

En prenant la limite lorsque μ s'approche de $\pm\infty$,

$$\lim_{\mu \rightarrow \infty} \mathcal{L} = -\infty \quad \text{et} \quad \lim_{\mu \rightarrow -\infty} \mathcal{L} = -\infty$$

La limite de \mathcal{L} lorsque σ^2 approche de $\pm\infty$,

$$\lim_{\sigma^2 \rightarrow \infty} \mathcal{L} = -\infty \quad \text{et} \quad \lim_{\sigma^2 \rightarrow -\infty} \mathcal{L} = -\infty$$

Par conséquent, les vraisemblances des limites des paramètres sont inférieures aux vraisemblances des estimateurs $\hat{\mu}$ et $\hat{\sigma}^2$ du Maximum de Vraisemblance pour μ et σ^2 .

Pour estimer les paramètres d'une loi log-normale dans **R**, nous avons à notre disposition des fonctions intégrées ainsi que des packages comme `fitdistrplus`. Nous allons utiliser ce package pour ajuster une distribution log-normale aux données par la méthode du maximum de vraisemblance :

```
# Installer le package fitdistrplus
> install.packages("fitdistrplus")

# Charger le package
> library(fitdistrplus)
```

```
# Ajuster une distribution log-normale aux données
> fit <- fitdist(data, "lnorm")

# Extraire les estimations des paramètres et afficher les résultats
> fit$estimate["meanlog"]
> (fit$estimate["sdlog"])^2
```

Pour tester l'adéquation de nos données à une loi log-normale entièrement spécifiée, nous pouvons utiliser plusieurs tests statistiques disponibles dans **R**. Ces tests nous permettent de vérifier si nos données suivent une distribution log-normale en comparant les données observées à une distribution log-normale théorique avec des paramètres spécifiques.

Le test de Shapiro-Wilk nous permet de comparer la distribution empirique de nos données avec la distribution log-normal théorique. Voici comment nous pouvons réaliser ce test dans **R** :

```
# Test de Shapiro-Wilk de loi Log-Normal
> shapiro.test(log(data))
```

Si la p-valeur est élevée, donc on ne rejette pas l'hypothèse selon laquelle les données suivent la distribution $\mathcal{LN}(\mu, \sigma^2)$ spécifiée.

4.3 L'analyse statistique des données

Pour l'analyse des données statistiques, nous diviserons le processus en deux parties. Dans la première partie, nous modéliserons les indicateurs de fiabilité et leurs mesures en nous basant sur les données de défaillance, ce qui nous permettra de comprendre les schémas de défaillance et de déterminer les facteurs qui influencent la performance du système. Dans la seconde partie, nous modéliserons les indicateurs de maintenabilité et leurs mesures en nous basant sur les données historiques de maintenance, afin d'analyser l'efficacité des opérations de maintenance et d'identifier les domaines nécessitant des améliorations

4.3.1 Modélisation des données de fiabilité

Sur la base de ce que nous avons présenté dans la première et la deuxième section de ce chapitre, nous pouvons évaluer la fiabilité de chaque départ et également calculer les moyennes des temps de bon fonctionnement (MUT) pour chacun d'eux après avoir modélisé les données fournies, comme illustré dans le tableau (4.2).

Un départ est considéré comme plus fiable si son MUT est plus long. On remarque que, dans les départs de Sour El Ghozlane et Draa Lahmar, la valeur du MUT est la plus élevée, ce qui signifie que leur fiabilité est supérieure. En revanche, pour Maamoura, la valeur du MUT est la plus basse, ce qui signifie que sa fiabilité est inférieure. Quant à la modélisation de la fiabilité selon la loi de Weibull, elle a été abordée dans le troisième chapitre.

w	Départ (w)	Nbr. de Pannes	Loi ajustée	Estimateurs	Test d'adéquation		MUT $_w$ (jrs)
					type	p-value	
1	SEG	32	Weibull	$\hat{\eta} = 42.50, \hat{\beta} = 0.96$	TS	0.69	43.1
2	El Djebsa	47	Log-Normal	$\hat{\mu} = 2.72, \hat{\sigma}^2 = 1.08$	SW	0.84	26.2
3	Dirah	65	Log-Normal	$\hat{\mu} = 2.31, \hat{\sigma}^2 = 1.67$	SW	0.34	23.2
4	El Hakimia	29	Weibull	$\hat{\eta} = 42.65, \hat{\beta} = 1.79$	TS	0.26	37.9
5	Maamoura	51	Weibull	$\hat{\eta} = 22.46, \hat{\beta} = 1.99$	TS	0.46	19.9
6	Draa Lah.	22	Weibull	$\hat{\eta} = 57.41, \hat{\beta} = 1.40$	TS	0.31	52.3
7	Bordj Okh.	38	Weibull	$\hat{\eta} = 29.29, \hat{\beta} = 1.17$	TS	0.23	27.4

TABLE 4.2 – Résultats de calcul de la MUT par départ

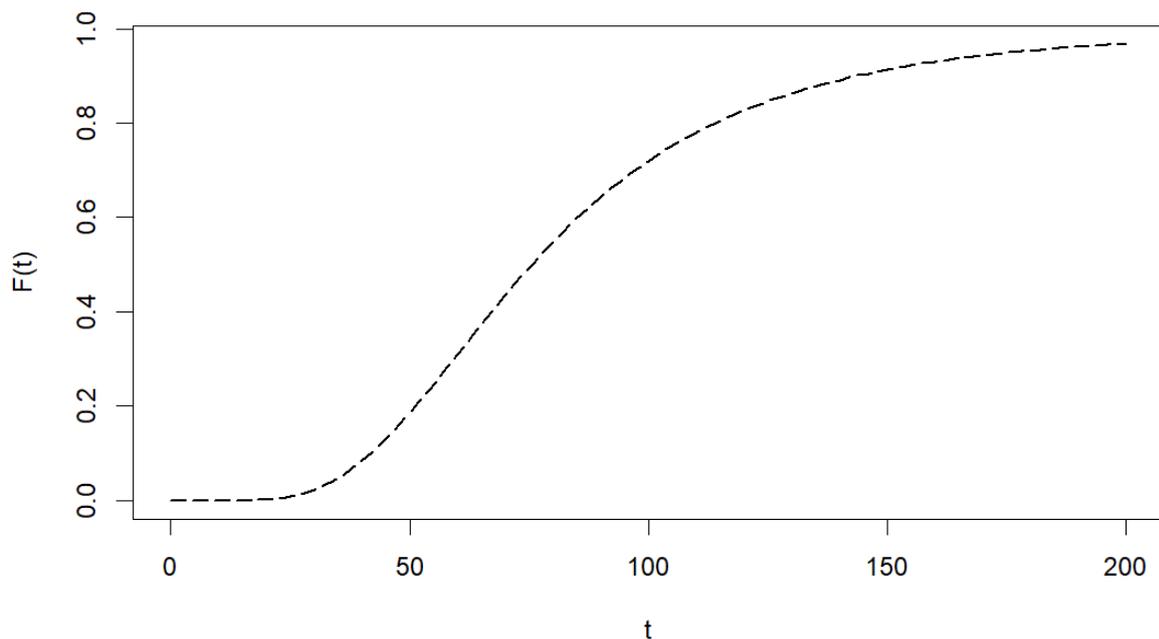
En se basant sur les résultats présentés dans le tableau précédent pour les estimateurs des lois de Weibull et log-normale, nous pouvons déduire la fonction de fiabilité du réseau de distribution électrique S.E.G. Cependant, le problème est que cette fonction de fiabilité est complexe et qu'il est difficile d'en déduire les mesures de fiabilité telles que le MUT (Mean Up Time) et la fonction de taux de défaillance. Plus le nombre de composants du système augmente, plus la fonction de fiabilité devient complexe. En raison de la diversité et des différences entre les systèmes, il est difficile d'établir des lois générales pour calculer les mesures de fiabilité.

D'après la formule de 4.7, alors la fonction de répartition F de réseau du distribution global SEG définie comme suit :

$$F(t) = 1 - R(t) = \prod_{j=1}^7 (1 - r_w(t))$$

où $r_w(t)$ la fiabilité de départ $w \in \{1, \dots, 7\}$.

Donc, la courbe de la fonction de répartition F de réseau globale SEG est illustrée dans la figure suivante :


 FIGURE 4.11 – La courbe de la fonction de répartition F globale

Rappelons que F_n est la fonction de distribution cumulative empirique définie par :

$$F_n(t) = \frac{1}{n+1} \sum_{i=1}^n I_{(t_i \leq t)}$$

Pour un échantillon de taille n , et $I_{(t_i \leq t)}$ est une fonction indicatrice qui vaut 1 si $t_i \leq t$ et 0 sinon. L'idée ici est de recourir aux méthodes numériques pour extraire un échantillon, puis d'étudier cet échantillon afin d'en déduire une fonction de fiabilité plus simple.

Puisque on a déjà connu la formule de F , et puisque F est strictement croissante sur \mathbb{R}^+ (voir la figure 4.11), l'échantillon $X = (t_1, \dots, t_n)$ est donc la solution de l'équation suivante :

$$F_n(t) = F(t)$$

Pour cela, nous suivons les étapes suivantes :

- **Premièrement** : Diviser l'intervalle $[0;1]$ en petits pas égaux ayant pour valeur p , avec $\sum_{i=1}^{n+1} p = 1$.
- **Deuxièmement** : Résoudre le problème,

$$F(t_k) = \sum_{i=1}^k p \quad \forall k \leq n$$

Ensuite, inférer l'échantillon à étudier.

- **Troisièmement** : Étudier l'échantillon et inférer la distribution appropriée.

Remarque : L'échantillon obtenu à la deuxième étape est toujours plus précis que celui obtenu lors des études expérimentales ou réelles, car sa marge d'erreur est uniquement liée aux méthodes numériques de résolution, qui sont souvent très petites contrairement aux données observées, lesquelles sont influencées par plusieurs facteurs externes. Ainsi, la taille de l'échantillon n'a pas nécessairement besoin d'être grande.

Après avoir expliqué comment développer une fonction de fiabilité d'une expression complexe à une expression plus simple pour faciliter l'inférence des mesures de fiabilité, nous allons appliquer les étapes sur le langage **R** pour $p = 0.01$, où nous obtiendrons un échantillon de taille $n = \frac{1}{p} - 1 = 99$.

```
> f <- fonction(t,Fk) {
  Fk - (1 - exp(-(t / 42.5)^ 0.96) ) *
  (0.5 + 0.5 * erf((log(t) - 2.72) / sqrt(2 * 1.08))) *
  (0.5 + 0.5 * erf((log(t) - 2.31) / sqrt(2 * 1.67))) *
  (1 - exp( - (t / 42.65)^ 1.79)) *
  (1 - exp( - (t / 22.46)^ 1.99)) *
  (1 - exp( - (t / 57.41)^ 1.4)) *
  (1 - exp( - (t / 29.29)^ 1.17)) }

> X <- vector("numeric", length = 99)
> for (k in 1:99) {
  Fk=k/100
  X[k] <- uniroot(f, Fk, interval = c(0 , 1e04))$root
}

> print(X)
```

Comme indiqué dans le tableau ci-dessous, l'échantillon X obtenu :

k	$F(t_k)$	t_k												
1	0.01	25.9	21	0.21	52.0	41	0.41	67.9	61	0.61	86.2	81	0.81	116.1
2	0.02	29.4	22	0.22	52.8	42	0.42	68.8	62	0.62	87.3	82	0.82	118.3
3	0.03	31.8	23	0.23	53.6	43	0.43	69.6	63	0.63	88.4	83	0.83	120.8
4	0.04	33.7	24	0.24	54.5	44	0.44	70.4	64	0.64	89.6	84	0.84	123.3
5	0.05	35.4	25	0.25	55.3	45	0.45	71.2	65	0.65	90.8	85	0.85	126.1
6	0.06	36.9	26	0.26	56.1	46	0.46	72.1	66	0.66	92.0	86	0.86	129.0
7	0.07	38.2	27	0.27	56.9	47	0.47	72.9	67	0.67	93.2	87	0.87	132.2
8	0.08	39.5	28	0.28	57.6	48	0.48	73.8	68	0.68	94.5	88	0.88	135.7
9	0.09	40.7	29	0.29	58.4	49	0.49	74.7	69	0.69	95.8	89	0.89	139.5
10	0.10	41.8	30	0.30	59.2	50	0.50	75.6	70	0.70	97.1	90	0.90	143.7
11	0.11	42.9	31	0.31	60.0	51	0.51	76.4	71	0.71	98.5	91	0.91	148.4
12	0.12	43.9	32	0.32	60.8	52	0.52	77.4	72	0.72	100.0	92	0.92	153.8
13	0.13	44.9	33	0.33	61.6	53	0.53	78.3	73	0.73	101.5	93	0.93	159.9
14	0.14	45.8	34	0.34	62.4	54	0.54	79.2	74	0.74	103.1	94	0.94	167.3
15	0.15	46.8	35	0.35	63.2	55	0.55	80.2	75	0.75	104.7	95	0.95	176.2
16	0.16	47.7	36	0.36	63.9	56	0.56	81.1	76	0.76	106.4	96	0.96	187.6
17	0.17	48.6	37	0.37	64.7	57	0.57	82.1	77	0.77	108.1	97	0.97	203.4
18	0.18	49.4	38	0.38	65.5	58	0.58	83.1	78	0.78	110.0	98	0.98	227.9
19	0.19	50.3	39	0.39	66.3	59	0.59	84.1	79	0.79	111.9	99	0.99	278.8
20	0.20	51.2	40	0.40	67.1	60	0.60	85.2	80	0.80	113.9	100	1	$+\infty$

TABLE 4.3 – Les résultats de l'échantillon obtenu

À partir de l'échantillon obtenu, nous pouvons modéliser en ajustant une distribution Log-Normal et en estimant les paramètres celui-ci comme suit en utilisant le langage **R** :

```
> fitdist(X, "lnorm")

Fitting of the distribution 'lnorm' by maximum likelihood
Parameters:
      estimate Std. Error
meanlog 4.3402206 0.04708001
sdlog    0.4684401 0.03328991
```

Ensuite, nous appliquons le test d'adéquation comme suit,

```
> shapiro.test(log(X))

Shapiro-Wilk normality test

data:  log(X)
W = 0.99678,  p-value = 0.9984
```

La p-valeur est très élevée, donc l'échantillon est vraiment de loi $\mathcal{LN}(\mu; \sigma^2)$,

Donc, l'expression simplifiée de la fonction de répartition globale peut être exprimée en termes de fonction d'erreur (erf) comme suit :

$$F(t) = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \operatorname{erf} \left(\frac{\ln(t) - 4.34}{0.66} \right)$$

La figure 4.12 illustre le niveau de concordance entre la courbe de la fonction de répartition avant l'utilisation des méthodes numériques et la courbe de la fonction de répartition simplifiée après l'utilisation des méthodes numériques.

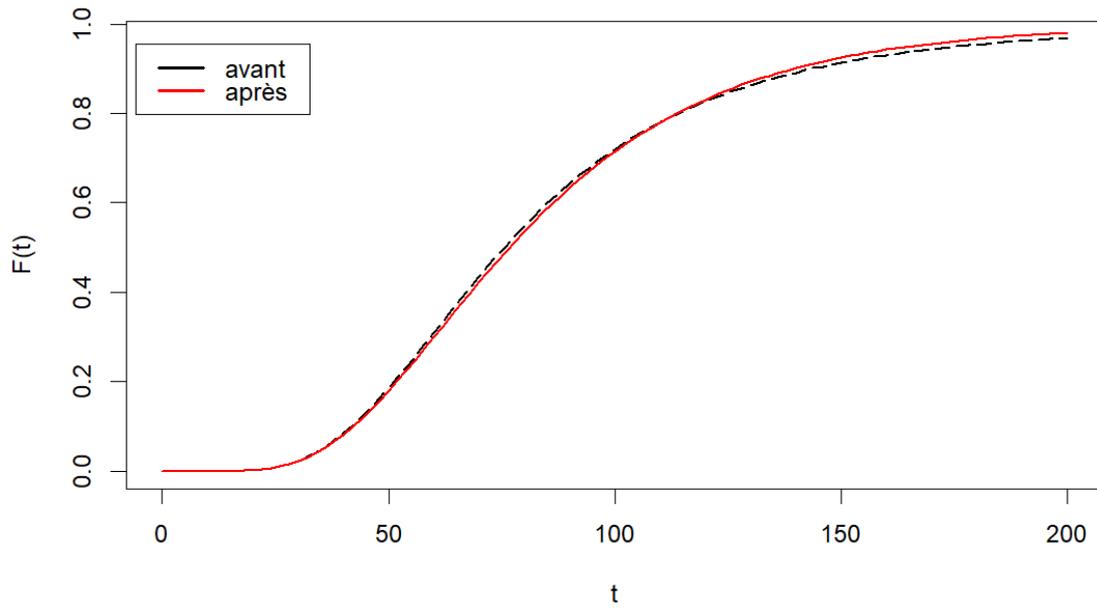


FIGURE 4.12 – La courbe de la fonction de répartition F globale avant/après

Par conséquent, la fonction de fiabilité s'écrit comme suit :

$$R(t) = \frac{1}{2} - \frac{1}{2} \operatorname{erf} \left(\frac{\ln(t) - 4.34}{0.66} \right)$$

Donc, la durée moyenne de bon fonctionnement juste après la remise en service (MUT) :

$$MUT = \mathbb{E}[T] = \exp \left[\mu + \frac{\sigma^2}{2} \right] \approx 85.60 \text{ j}$$

La courbe de la fonction de fiabilité est illustrée dans la figure 4.13

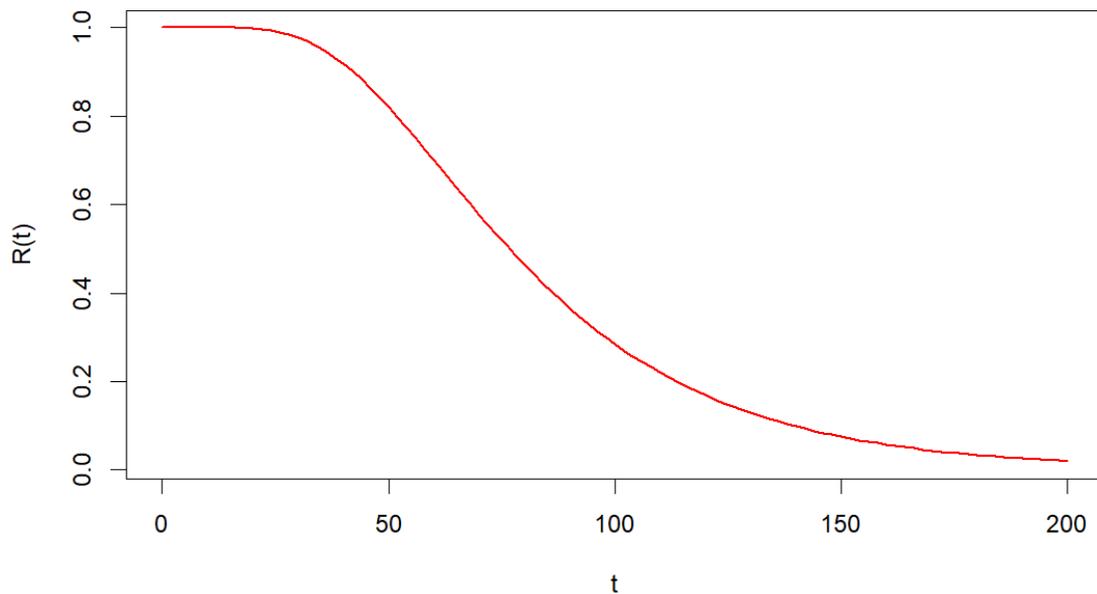


FIGURE 4.13 – L'évolution de la courbe de la fonction de fiabilité avec le temps

4.3.2 Modélisation des données de maintenabilité

De la même manière que précédemment pour calculer la fiabilité, nous calculons d'abord la maintenabilité pour chaque départ séparément. Pour cela, nous analysons les données de maintenance spécifiques à chaque départ, Une fois les indicateurs de maintenabilité de chaque départ obtenus, nous pouvons les combiner pour déduire la maintenabilité globale du réseau de distribution SEG.

Cette approche nous permet de mieux comprendre les variations de maintenabilité entre les différents départs et d'identifier les zones nécessitant des améliorations spécifiques.

w	Départ (w)	Nbr. des interventions	Loi ajustée	Estimateurs	Test d'adéquation		MDT $_w$ (hrs)
					type	p-value	
1	SEG	32	Exp.	$\hat{\lambda} = 0.13$	KS	0.31	7.6
2	El Djebsa	47	Exp.	$\hat{\lambda} = 0.1$	KS	0.29	10
3	Dirah	65	Exp.	$\hat{\lambda} = 0.05$	KS	0.39	20
4	El Hakimia	29	Exp.	$\hat{\lambda} = 0.11$	KS	0.62	9.09
5	Maamoura	51	Exp.	$\hat{\lambda} = 0.08$	KS	0.32	12.5
6	Draa Lahmar	22	Exp.	$\hat{\lambda} = 0.07$	KS	0.14	14.2
7	Bordj Okhris	38	Exp.	$\hat{\lambda} = 0.13$	KS	0.63	7.65

TABLE 4.4 – Résultats de calcul de la MDT par départ

À partir des résultats des estimateurs des paramètres des distributions exponentielles pour chaque départ indiquée dans le tableau 4.4, la courbe de la fonction de maintenabilité de réseau de distribution SEG est illustrée dans la figure suivante :

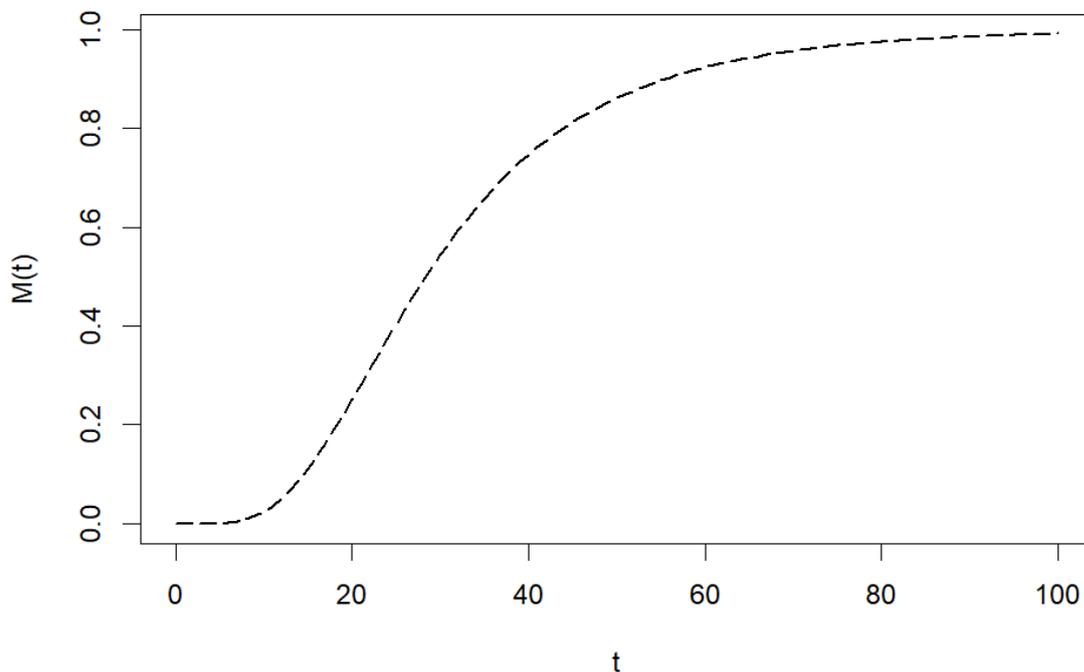


FIGURE 4.14 – L'évolution de la courbe de la fonction de maintenabilité avec le temps

La courbe de la fonction de maintenabilité augmente avec le temps, comme le montre la fig. 4.14, ce qui est logique, car plus le temps passe, plus la probabilité de réparer les dommages augmente.

Pour obtenir une fonction de maintenabilité simplifiée nous permettant de calculer les mesures correspondantes, nous commençons par extraire un échantillon que nous souhaitons étudier afin d'inférer la fonction de maintenabilité. En utilisant des méthodes numériques, nous appliquons la fonction inverse de la maintenabilité sur des valeurs prédéterminées de manière cumulative.

```
> f <- fonction(t,Fk) {
  Fk - (1- exp(- 0.13 * t)) * (1- exp(- 0.10 * t)) *
    (1- exp(- 0.05 * t)) * (1- exp(- 0.11 * t)) *
    (1- exp(- 0.08 * t)) * (1- exp(- 0.07 * t)) *
    (1- exp(- 0.13 * t))
}

> Z <- vector("numeric", length = 99)
> for (k in 1:99) {
  Fk=k/100
  Z[k] <- uniroot(f, Fk, interval = c(0 , 1e04))$root
}

> print(Z)
```

Les résultats sont présentés dans le tableau suivant pour $p = 0,01$;

k	$F(t_k)$	t_k												
1	0.01	8.2	21	0.21	18.7	41	0.41	25.2	61	0.61	32.7	81	0.81	44.7
2	0.02	9.6	22	0.22	19.0	42	0.42	25.5	62	0.62	33.2	82	0.82	45.6
3	0.03	10.5	23	0.23	19.3	43	0.43	25.9	63	0.63	33.6	83	0.83	46.6
4	0.04	11.3	24	0.24	19.7	44	0.44	26.2	64	0.64	34.1	84	0.84	47.6
5	0.05	12.0	25	0.25	20.0	45	0.45	26.5	65	0.65	34.6	85	0.85	48.6
6	0.06	12.6	26	0.26	20.3	46	0.46	26.9	66	0.66	35.1	86	0.86	49.8
7	0.07	13.1	27	0.27	20.6	47	0.47	27.2	67	0.67	35.6	87	0.87	51.0
8	0.08	13.6	28	0.28	21.0	48	0.48	27.6	68	0.68	36.1	88	0.88	52.3
9	0.09	14.1	29	0.29	21.3	49	0.49	27.9	69	0.69	36.6	89	0.89	53.8
10	0.10	14.5	30	0.30	21.6	50	0.50	28.3	70	0.70	37.2	90	0.90	55.4
11	0.11	15.0	31	0.31	21.9	51	0.51	28.7	71	0.71	37.7	91	0.91	57.2
12	0.12	15.4	32	0.32	22.2	52	0.52	29.1	72	0.72	38.3	92	0.92	59.1
13	0.13	15.8	33	0.33	22.6	53	0.53	29.4	73	0.73	38.9	93	0.92	61.4
14	0.14	16.2	34	0.34	22.9	54	0.54	29.8	74	0.74	39.5	94	0.93	64.0
15	0.15	16.5	35	0.35	23.2	55	0.55	30.2	75	0.75	40.2	95	0.94	67.2
16	0.16	16.9	36	0.36	23.5	56	0.56	30.6	76	0.76	40.9	96	0.95	71.1
17	0.17	17.3	37	0.37	23.9	57	0.57	31.0	77	0.77	41.6	97	0.96	76.1
18	0.18	17.6	38	0.38	24.2	58	0.58	31.4	78	0.78	42.3	98	0.97	83.3
19	0.19	18.0	39	0.39	24.5	59	0.59	31.8	79	0.79	43.1	99	0.99	96.0
20	0.20	18.3	40	0.40	24.8	60	0.60	32.3	80	0.80	43.9	100	1	$+\infty$

TABLE 4.5 – Les résultats de l'échantillon obtenu

Nous pouvons modéliser ces données en ajustant une distribution log-normal et en estimant les paramètres de celle-ci comme suit en langage **R**.

```
> fitdist(Z, "lnorm")

Fitting of the distribution 'lnorm' by maximum likelihood
Parameters:
      estimate Std. Error
meanlog 3.3439854 0.05050151
sdlog   0.5024837 0.03570932
```

Ensuite, nous appliquons le test d'adéquation comme suit,

```
> shapiro.test(log(Z))

Shapiro-Wilk normality test

data:  log(Z)
W = 0.99816,  p-value = 1
```

Par conséquent, la fonction de maintenabilité

$$M(t) = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \operatorname{erf} \left(\frac{\ln(t) - 3.34}{0.71} \right)$$

La durée moyenne d'immobilisation (MDT) définie comme suit :

$$MDT \approx 32.15 \text{ h} \approx 1.34 \text{ j}$$

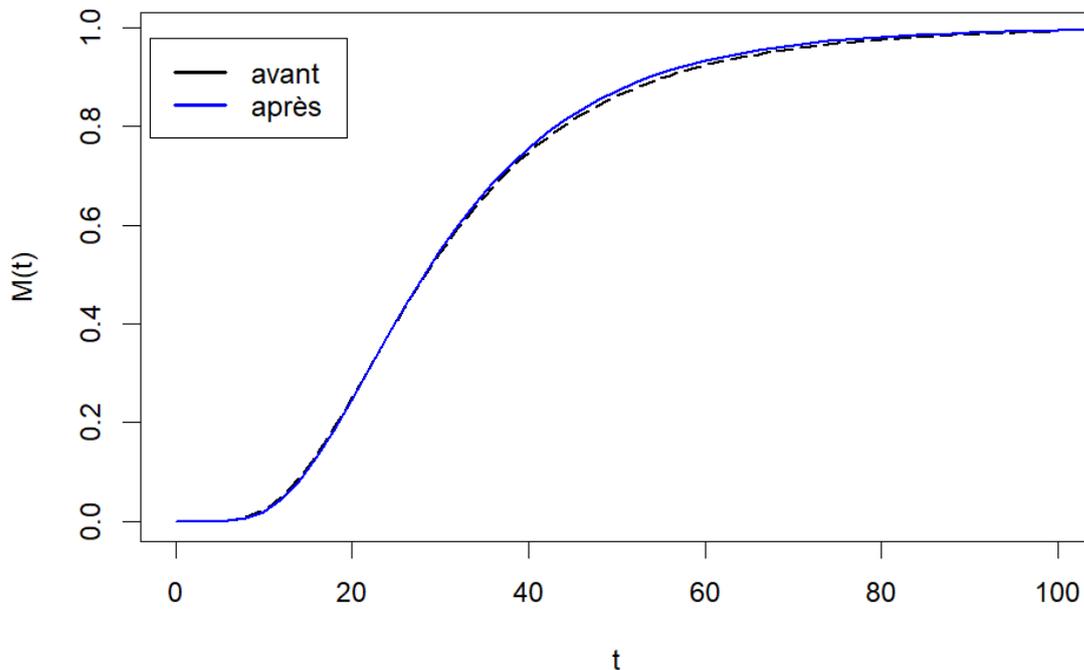


FIGURE 4.15 – La courbe de la fonction de maintenabilité M globale avant/après

La figure 4.15 indique que la courbe de la maintenabilité avant et après l'application des méthodes numériques donne des résultats très similaires au fil du temps, avec des différences très minimales qui n'ont pas eu d'impact significatif sur le comportement global et peuvent être considérées comme négligeables d'un point de vue pratique.

4.3.3 Calcul de la disponibilité asymptotique de réseau de SEG

Les mesures de disponibilité désignent la durée pendant laquelle un système est opérationnel et utilisable de manière efficace. Ces mesures sont calculées en fonction de facteurs tels que les temps d'arrêt planifiés, les temps d'intervention en cas de maintenance d'urgence, et toute autre période susceptible d'entraîner l'arrêt du système. Pour déterminer l'impact des temps d'arrêt sur les performances du système, nous devons d'abord calculer le niveau de disponibilité pour chaque départ séparément. Ensuite, nous calculons le niveau de disponibilité du système global en comparant les résultats obtenus pour chaque départ. Cette comparaison peut mettre en évidence les départs où les temps d'arrêt ont le plus d'impact sur les performances et sur les performances globales du système.

Départ (w)	MUT $_w$ (jrs)	MTBF $_w$ (jrs)	$A_\infty(w)$
SEG	43.1	43.41	0.99
El Djebssa	26.2	26.61	0.98
Dirah	23.2	24.03	0.96
El Hakimia	37.9	38.28	0.99
Maamoura	19.9	20.42	0.97
Draa Lahmar	52.3	52.89	0.99
Bordj Okhris	27.4	27.71	0.99

TABLE 4.6 – Résultats de calcul de la disponibilité asymptotique par départ

La disponibilité asymptotique de réseau de distribution est :

$$A_\infty \approx 0.98 \quad (4.16)$$

À partir des résultats obtenus dans le tableau 4.6 et la disponibilité asymptotique 4.16, nous remarquons que la valeur du A_∞ est proche de un, ce qui signifie que les valeurs du MDT (temps moyen de réparation) sont faibles comparées aux valeurs du MUT (temps moyen de fonctionnement). Cela indique l'efficacité et la réussite des interventions de maintenance dans l'amélioration de la performance du système et la réduction du temps d'arrêt dans chaque départ.

Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons mené une étude pour tester la fiabilité du réseau de distribution SEG. Pour cela, nous avons mesuré la fiabilité de chaque départ de ce réseau individuellement, puis déduit la fiabilité globale de ces réseaux en utilisant les données historiques fournies par la société Sonelgaz.

En suivant la même méthodologie, nous avons étudié la maintenabilité. Sur la base des résultats obtenus, nous avons pu mesurer la disponibilité du réseau.

Grâce à tous ces résultats, il est possible de construire une connaissance approfondie de la grille de ce réseau et de ce qui doit être changé pour améliorer le système.

Conclusion générale

Ce mémoire a entrepris une analyse approfondie de la fiabilité d'un réseau de distribution électrique reliant plusieurs régions de la ville de SEG. En utilisant des méthodes d'ajustement aux lois usuelles de probabilité et des tests paramétriques sur des données réelles recueillies auprès de la société gérante, nous avons pu estimer de manière rigoureuse la fiabilité du réseau et calculer plusieurs paramètres de performance essentiels.

L'approche statistique adoptée nous a permis d'identifier les lois de probabilité les plus appropriées pour modéliser les données de fiabilité du réseau. Les analyses ont révélé que certaines lois, telles que la loi exponentielle, la loi normale et la loi de Weibull, fournissent des ajustements pertinents pour différentes variables de performance. Grâce à ces ajustements, nous avons pu estimer des paramètres critiques comme le taux de défaillance, la durée moyenne entre les pannes (MTBF), et les intervalles de confiance associés à ces estimations.

Les résultats de notre étude ont mis en lumière les facteurs influençant la fiabilité du réseau, notamment les conditions météorologiques, les caractéristiques techniques des équipements et les pratiques de maintenance. L'analyse des données a également permis de distinguer des différences significatives entre les performances des différents segments du réseau, révélant des zones particulièrement vulnérables nécessitant des interventions ciblées.

En comparant les résultats, nous avons constaté des variations dans les paramètres de performance, reflétant des disparités dans les conditions d'exploitation et les stratégies de gestion. Ces observations sont utiles pour conduire à des recommandations spécifiques pour chaque réseau, visant à améliorer leur fiabilité et à optimiser leur fonctionnement. Parmi les suggestions formulées, on trouve des stratégies de maintenance préventive, des améliorations technologiques et une gestion plus efficace des ressources. En conclusion, l'ajustement statistique des données de fiabilité apporte une contribution significative à la compréhension et à l'amélioration de la fiabilité des réseaux urbains. Les méthodes statistiques utilisées ont permis de quantifier les performances du réseau et de proposer des solutions concrètes pour renforcer sa résilience. Les résultats obtenus peuvent servir de base pour des études futures et pour la mise en œuvre de pratiques de gestion améliorées dans le domaine des infrastructures de transport aérien.

Perspectives de Travail :

1. Études Longitudinales : Il serait bénéfique de mener des études longitudinales pour observer l'évolution de la fiabilité des réseaux aériens sur une période plus longue. Cela permettrait de mieux comprendre les tendances à long terme et d'identifier les facteurs de dégradation ou d'amélioration de la performance.
2. Intégration de Nouvelles Technologies : L'exploration de l'impact des nouvelles technologies, telles que les capteurs IoT (Internet des objets) pour la surveillance en temps réel et les systèmes d'intelligence artificielle pour la prédiction des pannes, pourrait offrir des moyens innovants pour améliorer la fiabilité des réseaux.
3. Analyse Multirégionale : Étendre l'analyse à d'autres villes ou régions permettrait de comparer les réseaux aériens dans des contextes variés. Cela pourrait aider à identifier les

meilleures pratiques et les stratégies de gestion les plus efficaces.

4. Simulation et Modélisation Avancée : Utiliser des outils de simulation et des modèles mathématiques avancés pour prédire les comportements futurs du réseau sous différents scénarios. Cela inclurait des simulations de pannes multiples et des analyses de résilience face à des événements extrêmes.
5. Études de Cas de Réparation et Maintenance : Effectuer des études de cas détaillées sur les interventions de maintenance et de réparation pour évaluer leur efficacité et leur impact sur la fiabilité globale du réseau.
6. Participation et Retour d'Expérience : Encourager la participation des opérateurs de réseau et des techniciens dans le processus de collecte de données et d'analyse pour obtenir des retours d'expérience pratiques et améliorer les modèles théoriques basés sur des observations du terrain.

Ces perspectives de travail offrent des directions prometteuses pour approfondir les recherches sur la fiabilité des réseaux électriques et continuer à améliorer leur performance et leur résilience, contribuant ainsi à une meilleure connectivité et à un développement urbain durable.

Bibliographie

- [1] Karima, ABASSI. *Protection des réseaux électriques HTA au niveau de poste source PS 30/10kV For Turk+ cabine mobile CM 220/30kV Tolga Biskra.*
- [2] Mouy, Mounia. (2009, novembre). *Estimation de la fiabilité d'un système et de ses composants.* Mémoire de fin d'étude, Université Mentouri, Constantine.
- [3] CHIKHOUNE THINHINANE, TIGRINE ZAKIA. (2022). *Etude de la Stabilité de tension dans les réseaux Électriques.* Mémoire de Fin de Cycle de master en Electrotechnique, Université A. MIRA-BEJAIA.
- [4] Société Algérienne de l'Electricité et de Gaz. (2022). *La Société Algérienne de l'Electricité et de Gaz- Production de l'Electricité.* <https://www.spe.dz/page/17>
- [5] Manel, AIT-MEKIDECHE. (2010, août). *Newsletter Presse.* Éditions électronique, août (9). https://www.sonelgaz.dz/media/file/703/31082010_5cdd436b50e468.99242448.pdf
- [6] BOUAZZA, Abdelkader. (2022). *Planification des réseaux électriques Cours et exercices résolus.* <http://dSPACE.univ-tiaret.dz:80/handle/123456789/9335>
- [7] Spring, Eckhard. (2006). *Elektrische Maschinen.* Springer, Berlin, Heidelberg, New York.
- [8] Olivier Gaudoin. *Fiabilité des Systèmes.* olivier.gaudoin@univ-grenoble-alpes.fr
- [9] Fayoux, P. *Fondations des pylônes des lignes électriques à très haute tension.* Bulletin de la Société française des électriciens, 1952, 2.
- [10] Ramelot, C. and Vandeperre, L. *Les fondations de pylônes électriques : leur résistance au renversement, leur stabilité, leur calcul-étude expérimentale.* Comptes rendus de recherches, 1950. Institut pour l'encouragement de la recherche scientifique dans l'industrie et l'agriculture.
- [11] Bhargava, N. N. and Kulshreshtha, D. C. *Basic Electronics & Linear Circuits.* Tata McGraw-Hill Education, 1983, p. 90. ISBN : 978-0-07-451965-3.
- [12] National Electric Light Association. *Electrical Meterman's Handbook.* Trow Press, 1915, pp. 81.
- [13] Kundur, P. S., Balu, N. J., Lauby, M. G. *Power System Dynamics and Stability.* Volume 3, Series : Power System Stability and Control, 2017, pp. 700–701.
- [14] Panteli, M., Mancarella, P. *Modeling and evaluating the resilience of critical electrical power infrastructure to extreme weather events.* IEEE Systems Journal, Volume 11, Number 3, 2015, pp. 1733–1742.
- [15] Amini, Farzad, Ghassemzadeh, Saeed, Rostami, Navid, Tabar, Vahid Sadeghi. *Electrical energy systems resilience : A comprehensive review on definitions, challenges, enhancements and future proceedings.* IET Renewable Power Generation, Volume 17, Number 7, 2023, pp. 1835–1858.
- [16] Le Digabel, S. *P13. Introduction à la fiabilité.* Diapositives de présentation Beamer, Ecole Polytechnique de Montréal, 2017.
- [17] Hoyland, Arnljot, Rausand, Marvin. *System Reliability Theory - Models and Statistical Methods.* John Wiley & Sons, Nantes Cedex 3 France.

-
- [18] Benouareth, A. *Contribution à l'étude de la fiabilité des postes de distribution électrique (application des processus semi-markoviens)*. Thèse de Magister, Université M'Hamed Bougara de Boumerdes, 2005.
- [19] Feghoul, M., Farradj, M. *Calcule FMD d'un compresseur à vis*. Thèse de doctorat, Université Ibn Khaldoun-Tiaret, 2020.
- [20] Monchy, F. *Maintenance Méthodes et Organisations*. 2ème édition, Dunod, Paris, 2003.
- [21] Benaïcha, H. *Analyse des stratégies de maintenance des systèmes de production industrielle*. Thèse de doctorat, Université des sciences et de la technologie d'Oran, 2015.
- [22] Zille, V. *Modélisation et évaluation des stratégies de maintenance complexes sur des systèmes multi-composants*. Thèse de Doctorat, Université de Technologie de Troyes, 2009.
- [23] El-Bachir Yallaoui. *Initiation aux Processus Stochastiques*. UFAS, 2019. Pages 91–92.
- [24] Tebbi, O. (2005). *Estimation des lois de fiabilité en mécanique par les essais accélérés*. Thèse de doctorat, École Doctorale d'Angers.
- [25] Charles Miller G. and James Laurie S. *Introduction to Probability*. AMS, 2ed, 1997, p. 330.
- [26] Kotz, S., Nadarajah, S. (2000). *Extreme value distributions : theory and applications*. World Scientific.
- [27] John A. Rice. *Mathematical Statistics and Data Analysis, Second Edition*. Duxbury Press, 1994. ISBN 0534209343, 9780534209346.
- [28] D. N. Prabhakar Murthy, Min Xie, Renyan Jiang, *Weibull Models*, J. Wiley, 1st edition, 2004, Wiley series in probability and statistics, ISBN : 9780471360926,
- [29] McLachlan, G. J., & Krishnan, T. (2007). *The EM algorithm and extensions*. John Wiley & Sons.
- [30] Yu, Y., & Harvill, J. L. (2019). Bootstrap likelihood ratio test for Weibull mixture models fitted to grouped data. *Communications in Statistics-Theory and Methods*, 48(18), 4550-4568.
- [31] Steele, Russell J, and Adrian E Raftery. 2010. "Performance of Bayesian Model Selection Criteria for Gaussian Mixture Models." *Frontiers of Statistical Decision Making and Bayesian Analysis 2* : 113–30.
- [32] Ginos, B. F. (2009). *Parameter estimation for the lognormal distribution*. Brigham Young University.

Annexe



سونلغاز
sonelgaz

Les lignes souterrains

Date d'avarie	Départ	N° POSTE	Mise en service	Motif	Durée de panne	Durée de réparation
16.01.2020	DIRAH	P562	Nov-91	-	11h 35min	05h 50min
20.01.2020	SEG	P68-P572	Oct-08	-	13h 45min	18h 30min
15.02.2020	EL DJEBSA	P528	Jan-85	-	19h 20min	22h 25min
06.03.2020	MAAMOURA	P395	Nov-95	-	14h 10min	15h 25min
11.03.2020	EL DJEBSA	P150-P125	Mar-07	-	08h 15min	11h 45min
22.03.2020	DRAA LAHMAR	P148-P533	Feb-13	-	13h 40min	14h 40min
02.05.2020	BORDJ OKHRIS	P350	Jun-82	-	21h 05min	23h 00min
05.05.2020	EL DJEBSA	P150-P140	May-12	-	12h 25min	15h 05min
12.06.2020	BORDJ OKHRIS	P681-P591	Jul-09	-	10h 55min	19h 05min
13.07.2020	EL DJEBSA	P314-P39	Jun-04	-	08h 00min	12h 25min
20.07.2020	EL DJEBSA	P578-P687	Jun-64	-	11h 15min	11h 40min
04.08.2020	EL DJEBSA	P242	Aug-89	-	16h 05min	22h 50min
09.08.2020	BORDJ OKHRIS	P574	Dec-99	-	09h 10min	15h 30min
11.08.2020	EL DJEBSA	P242	Jan-01	-	10h 15min	13h 0min



سونلغاز
sonelgaz

Les lignes aériennes

Date d'avarie	Départ	N° POSTE	Mise en service	Motif	Durée de panne	Durée de réparation
10.01.2020	DIRAH	P510	Feb-01	-	15h 05min	15h 55min
14.02.2020	EL DJEBSA	-	Aug-93	-	09h 15min	13h 00min
02.03.2020	MAAMOURA	J837 / E5362	May-03	-	08h 50min	11h 35min
22.03.2020	EL HAKIMIA	-	Aug-89	-	14h 00min	17h 35min
29.03.2020	SEG	-	Dec-09	-	09h 10min	21h 20min
18.04.2020	DIRAH	P617	Jun-00	-	04h 05min	09h 15min
01.05.2020	MAAMOURA	-	Feb-84	-	07h 25min	12h 00min
05.05.2020	EL DJEBSA	-	Feb-00	-	11h 30min	14h 45min
11.05.2020	SEG	-	Apr-98	-	10h 35min	11h 10min
12.05.2020	BORDJ OKHRIS	-	Sep-05	-	09h 45min	10h 20min
14.05.2020	BORDJ OKHRIS	E1083	Feb-98	-	08h 25min	12h 15min
29.05.2020	EL HAKIMIA	-	Nov-10	-	02h 20min	08h 50min
31.05.2020	DIRAH	-	Nov-06	-	12h 40min	19h 05min
16.06.2020	MAAMOURA	H1022	Jun-05	-	09h 10min	11h 10min



سونلغاز
sonelgaz

Départ DIRAH

Date d'avarie	Départ	N° POSTE	Mise en service	Panne	Durée de panne	Durée de réparation
10.01.2020	DIRAH	P510-P509	-	Cable aériennes		
16.01.2020	DIRAH	P562	-	Cable souterrains		
17.02.2020	DIRAH	-	-	Transformateur		
18.04.2020	DIRAH	P586	-	Cable aériennes		
23.04.2020	DIRAH	P562	-	-		
02.05.2020	DIRAH	P230	-	Transformateur		
12.05.2020	DIRAH	P562	-	Surcharge		
31.05.2020	DIRAH	-	-	Cable aériennes		
07.6.2020	DIRAH	P617	-	Fusibles		
14.08.2020	DIRAH	-	-	Surcharge		
23.08.2020	DIRAH	P230	-	Disjoncteurs		
19.09.2020	DIRAH	P681-P591	-	Cable aériennes		