



République algérienne démocratique et populaire



Ministère de l'Enseignement Supérieur et de la Recherche Scientifique

AKLI MOHAND OULHADJ UNIVERSITY -BOUIRA-

Faculté des Sciences et Sciences Appliquées

Département de Mathématiques

# Mémoire Master

En Mathématiques

*Spécialité : Recherche Opérationnelle*

## Thème

---

Application des Méthodes Statistiques et  
Techniques d' Optimisation en Logistique  
-cas Numilog Bouira-

---

Réalisé par :

— Yeddou Fouziya Maya

— Menguellati Fatma

Devant le jury composé de :

— BIROUCHE Madjid MAA U.A.M.O.BOUIRA **PRESIDENT**

— IFTISSEN El-ghani MAA U.A.M.O.BOUIRA **PROMOTEUR**

— BOUGHANI L'hadi MAA U.A.M.O.BOUIRA **EXAMINTATEUR**

— AIT YALA Nabil MAA U.A.M.O.BOUIRA **EXAMINTATEUR**

2023/2024

## ***REMERCIEMENT***

Nous tenons tout d'abord à remercier le bon DIEU tout puissant, qui nous a donné la force, le courage pour terminer ce travail.

En seconde lieu, nous souhaitons également remercier chaleureusement notre promoteur Mr IFTISSEN EL-Ghani pour ses précieuses remarques et suggestions qui ont contribué à améliorer la qualité de ce mémoire.

Nos remerciements s'étendent également à tous nos enseignants durant les années des études.

Nous tenons à exprimer nos sincères remerciements et notre gratitude à l'entreprise Numilog et à tous ses employés pour la période précieuse que nous avons passée avec eux.

Nous tenons à exprimer notre gratitude envers nos famille et nos amis pour leur soutien inconditionnel, leur compréhension et leurs encouragements tout au long de cette période exigeante.

Enfin, nous tenons à remercier tous ceux qui, de près ou de loin, ont contribué de quelque manière que ce soit à la réalisation de ce mémoire.

# Dédicaces

*Ad buday leqdic-a*

*I baḥa d yemma ezizen, i weltemma Manel,  
gmma Housseem, tamdakult-iw ezizen Maya.*

*I Xwalati yal yiwet s yisem-is.*

*I temdukal-iw merra yal yiwet s yisem-is.*

*I kra n win yumnen s tezmert-iw,  
d kra n win iyi-d-yefkan affus n talelt d tebḡest  
ama d iselmaden ama d inelmaden.*

*Fatima*

## *Dédicaces*

*To my beloved family-Dad, Mom, Faycal, Rida, and Said Ali- and my dear friend, Fatima. This study is a testament to the unwavering support and love you have showered upon me throughout my academic journey. Your encouragement has been my guiding light. I extend my heartfelt gratitude to each one of you for your endless support. Additionally, I want to express my gratitude to all those who have been a part of my journey. Your kindness and encouragement have made a significant difference in my life. Thank you.*

*Maya*

## Abstract

The objective of this thesis is to develop an integrated method for forecasting and optimizing the number of employees needed at Numilog's logistics platform. By combining time series forecasting techniques and integer linear programming, this work aims to minimize operational costs while maximizing the efficiency and productivity of logistics operations. Specifically, it involves analyzing historical data, forecasting future labor demand with an ARIMA model, and then optimizing workforce planning to effectively and economically meet the identified needs.

## Résumé

L'objectif de ce mémoire est de développer une méthode intégrée pour prévoir et optimiser le nombre d'employés nécessaires dans la plateforme logistique de Numilog. En combinant des techniques de prévision des séries temporelles et la programmation linéaire en nombres entiers, ce travail vise à minimiser les coûts opérationnels tout en maximisant l'efficacité et la productivité des opérations logistiques. Concrètement, il s'agit d'analyser les données historiques, de prévoir la demande future en main-d'œuvre avec un modèle ARIMA, puis d'optimiser la planification des effectifs pour répondre aux besoins identifiés de manière efficace et économique.

### ملخص

الهدف من هذه المذكرة هو تطوير طريقة متكاملة لتوقع وتحسين عدد الموظفين اللازمين في منصة اللوجستيات لـ نوميلوج. من خلال جمع تقنيات التنبؤ بالسلاسل الزمنية والبرمجة الخطية في الأعداد الصحيحة، يهدف هذا العمل إلى تقليل التكاليف التشغيلية مع زيادة كفاءة وإنتاجية العمليات اللوجستية. على وجه التحديد، يتعين تحليل البيانات التاريخية، وتوقع الطلب المستقبلي على العمالة باستخدام نموذج ARIMA، ثم تحسين تخطيط القوى العاملة لتلبية الاحتياجات المحددة بطريقة فعالة واقتصادية.

# Table des matières

<b>Introduction</b>	<b>1</b>
<b>1 Présentation de l'entreprise Numilog</b>	<b>3</b>
1.1 L'importance stratégique de l'organisation logistique . . . . .	3
1.2 Naissance et le développement de Numiolg . . . . .	4
1.2.1 Les activités de Numilog . . . . .	5
1.2.2 Stratégie de Numilog . . . . .	6
1.2.3 Organisation de l'entreprise Numilog . . . . .	7
1.3 La chaine logistique de Numilog . . . . .	7
1.3.1 Le réseau de distribution . . . . .	7
1.4 La plateforme logistique Bouira . . . . .	8
1.4.1 Les activités principales . . . . .	9
1.4.2 Processus des flux physiques . . . . .	10
<b>2 Prévission par les séries chronologiques</b>	<b>16</b>
2.1 Série chronologique . . . . .	16
2.1.1 Les composant d'un série chronologique . . . . .	18
2.1.2 Modèle Série Chronologique . . . . .	20
2.1.3 Choix de modèle . . . . .	21
2.1.4 Stationnarité . . . . .	22
2.1.5 Fonction d'Autocovariance . . . . .	23
2.1.6 Fonction d'Autocorrélation . . . . .	23
2.1.7 Fonction d'Autocorrélation Partielle . . . . .	24
2.1.8 Les opérateurs de chronologie . . . . .	24
2.1.9 Bruit Blanc . . . . .	24
2.1.10 Non stationnarité . . . . .	25
2.1.11 Modèle Auto-régressif . . . . .	25
2.1.12 Moving Aerge ou Moyenne Mobile . . . . .	26
2.2 Les Processus Stationnaires ARMA . . . . .	26
2.3 BOX-Jenkins . . . . .	28
2.3.1 Test de Racine Unitaire (DICKEY-FULLER) . . . . .	32

<b>3</b>	<b>Programmation Linéaire en Nombres Entiers</b>	<b>34</b>
3.1	Programme Linéaire en Nombres Entiers . . . . .	35
3.1.1	Modélisation . . . . .	35
3.1.2	Résolution de problème de PLNE . . . . .	36
<b>4</b>	<b>Prévision et Optimisation par la PLNE</b>	<b>43</b>
4.1	Modélisation statistique des données . . . . .	44
4.1.1	Introduction au Langage R . . . . .	44
4.1.2	Présentation et importation des données . . . . .	44
4.1.3	Modélisation de la série . . . . .	46
4.1.4	Étude de la stationnarité . . . . .	50
4.2	Modélisation . . . . .	54
4.2.1	Principe et but . . . . .	54
4.2.2	Hypothèses considérées . . . . .	55
4.2.3	Collecte de données . . . . .	55
4.3	Le modèle . . . . .	57
	<b>Conclusion</b>	<b>51</b>

# Table des figures

1.1	Réseau de distribution de NUMILOG . . . . .	8
1.2	Plan plateforme de Bouira . . . . .	9
1.3	Logigramme générale des flux physiques . . . . .	10
1.4	Processus de réception cv-food Numilog Bouira . . . . .	11
1.5	Processus d'expédition cv-food Numilog Bouira . . . . .	14
2.1	Exp 1 : Températures journalières à Paris - 2017 . . . . .	17
2.2	Exp 2 : Trafic aérien international . . . . .	17
2.3	Organigramme de fonctionnement de méthode de BOX-JENKINS . . . . .	29
4.1	Graphe de la série chronologique . . . . .	47
4.2	Graphe de ACF . . . . .	48
4.3	Graphe de PACF . . . . .	48
4.4	Résultat de <b>Mann-Kendall</b> sur R . . . . .	49
4.5	Graphe de Décomposition . . . . .	50
4.6	Résultat de test <b>Dickey-Fuller</b> sur R . . . . .	51
4.7	Modèle <b>Arma</b> sur R . . . . .	52
4.8	Résultat de Ljung-Box sur R . . . . .	52
4.9	Graphe des résidus . . . . .	53
4.10	Les valeurs prédire sur R . . . . .	53
4.11	Les valeurs prédire sur R . . . . .	54
4.12	Un graphique combinant les données effectives de chargements/dé- chargements avec les prédictions issues d'une méthode de prévision.	54
4.13	Solution de Modélisation sur R . . . . .	60



# Liste des abréviations

<b>CLR</b>	Centres Logistiques Régionaux
<b>PFL</b>	Plateforme Logistique
<b>WMS</b>	Warehouse Managment System
<b>DLC</b>	Date Limite Consommation
<b>RDV</b>	Rendez-vous
<b>FIFO</b>	First in First out
<b>TS</b>	Trend Stationnary
<b>AR</b>	Auto-Régressif
<b>MA</b>	Moyenne Mobile
<b>MC</b>	Moindres Carrés
<b>PLNE</b>	Programme Linéaire en Nombre Entier
<b>PR</b>	Problème Relaxé
<b>PRK</b>	Problème Relaxé à l'étape K
<b>PK</b>	Problème à l'étape K
<b>ACF</b>	Autocorrelation Function
<b>PACF</b>	Partial Autocorrelation Function
<b>AIC</b>	Akaike information criterion

# Introduction

Les premières activités formelles de la Recherche Opérationnelle (RO) ont été initiées en Angleterre pendant la seconde guerre mondiale, lorsqu' une équipe de scientifiques britanniques s'est lancée dans l'évaluation de la meilleure utilisation du matériel de guerre. Après la guerre, les idées développées dans les opérations militaires ont été adaptées pour améliorer l'efficacité et la productivité dans le secteur civil.

Aujourd'hui, la RO est devenue un outil vital pour les entreprises logistiques face aux défis de la mondialisation et des changements du marché. Les entreprises logistiques jouent un rôle crucial dans la chaîne d'approvisionnement moderne, assurant le stockage, le transport, la distribution et parfois même la gestion des retours.

Une entreprise logistique est une société spécialisée dans la gestion et l'optimisation des flux de marchandises, de l'approvisionnement à la livraison finale. Elle assure la coordination et l'exécution de diverses activités telles que le transport, le stockage, la manutention, l'emballage et la distribution des produits. Son objectif principal est de garantir l'efficacité, la rapidité et la rentabilité des opérations de la chaîne d'approvisionnement en minimisant les coûts et en maximisant la satisfaction des clients. En utilisant des technologies avancées, des systèmes de gestion d'entrepôts et des solutions de suivi en temps réel, une entreprise logistique améliore la visibilité et le contrôle sur les mouvements de marchandises, tout en s'adaptant aux besoins changeants du marché et en respectant les réglementations en vigueur.

Cependant, les entreprises logistiques sont confrontées à de grands défis pour prévoir les fluctuations quotidiennes du volume de marchandises expédiées et déchargées, l'optimisation des itinéraires, la réduction des coûts opérationnels tout en maintenant des niveaux élevés de service client.

Pour y parvenir, l'entreprise doit prévoir le volume de marchandises expédiées

et déchargées, ainsi que le nombre optimal de travailleurs en fonction de ces prévisions afin d'atteindre une efficacité opérationnelle maximale. Les séries chronologiques, qui sont des ensembles de données collectées à intervalles réguliers sur une période de temps, permettent d'analyser et de comprendre les tendances et les patterns de la demande.

Dans ce travail, nous avons mené une étude statistique avec des séries chronologiques pour obtenir des prévisions sur les quantités à expédier et à décharger quotidiennement au sein de l'entreprise logistique NUMILOG, une filiale du groupe CEVITAL. Les prévisions obtenues sont utilisées dans un modèle de programmation linéaire en nombres entiers afin de planifier le nombre optimal de travailleurs à appeler chaque jour. Ce modèle permet de déterminer le nombre de travailleurs nécessaires pour répondre à la demande prévue, tout en tenant compte des contraintes opérationnelles et des coûts. Grâce à cette approche, nous pourrions améliorer l'efficacité et la compétitivité de l'entreprise NUMILOG en réduisant les coûts et en améliorant la planification des ressources disponibles.

Ce mémoire est organisé comme suit :

- **Chapitre 01** : Dans ce chapitre, nous exposons l'entreprise *Numilog*, en décrivant ses activités, son environnement opérationnel et sa stratégie logistique.
- **Chapitre 02** : Dans ce chapitre théorique sur les séries chronologique, nous avons explorons les fondements et les concepts clés sous-jacents, elle implique l'utilisation de données temporelle passées pour estimer les tendances futures.
- **Chapitre 03** : Dans ce chapitre nous explorons les principes fondamentaux de cette méthode d'optimisation(PLNE), qui vise à résoudre des problèmes où les variables de décisions sont restreintes à des valeurs entières.
- **Chapitre 04** : Dans chapitre, nous avons appliqué notre modèle d'optimisation pour planifier efficacement les heures de travail des employés. En utilisant des données prévisionnelles sur les volumes de travail, nous avons conçu des plans de travail visant à maximiser l'efficacité opérationnelle tout en réduisant les coûts de main-d'œuvre.

# Chapitre 1

## Présentation de l'entreprise *Numilog*

### Introduction

Numilog est une entreprise algérienne de transport et de logistique appartenant au Groupe Cevital. Ce groupe s'est bâti sur une histoire riche, un parcours exemplaire et des valeurs solides qui ont contribué à sa réussite et à sa renommée. Créée par l'entrepreneur Issad Rebrab en 1998, Cevital est le premier groupe privé en agro-alimentaire en Algérie et le troisième à l'échelle africaine, avec un chiffre d'affaires de plus de 4 milliards de dollars en 2016. Le groupe détient 26 filiales opérant dans divers secteurs tels que l'agro-alimentaire, la grande distribution, l'automobile, l'industrie et la logistique, entre autres.

Cevital domine 60% du marché algérien du sucre et des huiles végétales, ce qui témoigne de son influence significative dans ces secteurs clés. Numilog, en tant que filiale logistique du groupe, joue un rôle crucial dans le soutien des opérations logistiques et de transport pour l'ensemble des activités du groupe Cevital, contribuant ainsi à son expansion et à son efficacité opérationnelle.[1]

Dans ce chapitre on présente l'étude de l'existant au sien de *Numilog* qui a permis d'aboutir à la problématique traitée.

### 1.1 L'importance stratégique de l'organisation logistique

La philosophie de développement de cevital porte une attention particulière à la logistique. En raison de l'importance de ce domaine au sein de l'entreprise, de son impact sur la réduction des coûts et l'augmentation de la compétitivité, le

groupe a mis en place un réseau logistique renforcé en interne pour gérer l'ensemble de chaîne logistique.

**En amont,** le groupe a acquis une flotte maritime, trois navires en propre et navires affrétés, représentés par la filiale nolis (créée en 2000), qui sécurise l'approvisionnement en matières premières importées, notamment d'Amérique latine.

**En aval,** l'entreprise a construit une filiale logistique spécialisée Numilog (créée en 2007) et un vaste réseau de transport routier et d'entreposage. Elle a également construit une opération logistique d'envergure représentée par sa filiale Numidis (créée en 2007). École national polytechnique 19 une chaîne de supermarché et d'hypermarchés soutenue par la faculté de génie industriel l'expertise d'une autre filiale, sierra cévital (fondée en 2011)-développement et exploitation de centres commerciaux.

## 1.2 Naissance et le développement de Numiolg



Le groupe cevital utilisait des prestataires externes pour ses besoins logistiques, ce qui engendrait des coûts élevés pour ses filiales. Après des tentatives infructueuses avec des prestataires européens en Algérie, Numilog a été créée en 2007 dans le but de réduire les coûts de transport et d'améliorer la gestion logistique. Numilog a été ensuite intégrée à l'unité stratégique des affaires pour une meilleure coordination et optimisation des opérations logistiques. Au début, la mission de

Numilog était d'accompagner le déploiement de la filiale de distribution Numidis. Elle comptait alors 30 personnes et un entrepôt qui gérait les stocks sur tableur. Mais depuis, Numilog C'est largement étoffée et travaille pour d'autres filiales du groupe.

Numilog offre une prestation complète allant de stockage jusqu'à la distribution des produits à travers le territoire nationale. Elle se place comme un acteur incontournable de la chaîne logistique qui accompagne les industriels de différents secteurs dans la consolidation de leurs flux marchandises et l'optimisation de leurs activités, offrant des solutions adaptées en matière de supply chain, grâce aux infrastructures et outils modernes (géolocalisation, traçabilité, technologies de pointe ...).

### 1.2.1 Les activités de Numilog

Numilog se concentre sur trois missions principales, soutenir la croissance des activités logistique et transport de groupe cevital. Proposer des services de transport et / ou de logistique à travers tout le territoire pour les acteurs économiques et industriels en Algérie, et offrir un accompagnement en conseils et solution logistique pour atteindre ces objectifs, Numilog s'appuie sur l'expertise d'experts français et algériens expérimentés pour garantir une excellence opérationnelle. Numilog considère que le transport et la logistique sont deux éléments essentiels intrinsèquement liés, ou la planification logistique précède l'exécution des opérations de transport.

#### ✓ L'activité de logistique

Elle implique une gestion minutieuse des flux de marchandises (stockage préparation des commandes, logistique du froid) avec une traçabilité complète. son objectif principale est d'assurer une gestion optimale des stocks pour garantir la disponibilité continue des produits. De plus, elle offre un accompagnement personnalisé pour chaque secteur d'activité.

#### ✓ L'activité de transport

Elle garantit une livraison qui satisfait aux besoins et aux demandes des clients en termes de délais et de qualité de service. Elle propose des solutions efficaces pour améliorer l'organisation des transports et dispose des transports et dispose des ressources nécessaires, géo-localisées, pour gérer les fluctuations importantes d'activité. Son objectif est notamment d'assurer une distribution fluide sur l'ensemble du territoire national.

## 1.2.2 Stratégie de Numilog

Malgré la focalisation de Numilog sur ses activités internes, elle cherche constamment des opportunités pour s'étendre à l'international.

### 1) Locale

Actuellement, l'entreprise Numilog vise à atteindre un nouvel objectif qui de traduit par le soutien aux filiales du groupe cevital et la domination rapide du marché du transport et de la logistique en pleine expansion en Algérie. Pour ce faire, Numilog se concentre sur l'amélioration de ses opérations logistiques afin d'offrir une réponse rapide aux besoins des clients, une réduction signification des coûts, une amélioration notable de la qualité et du service client, ainsi qu'une meilleure performance globale. La flexibilité pour répondre aux attentes des clients, de plus exigeants en termes de délais et de coûts, et cherche à fournir un service client de qualité pour faire face à une concurrence croissante, y compris celle de SNTR logistics.

Étant donné que le marché de la logistique est peu normalisé et non standardisé, la direction de Numilog se distingue par son soutien à la fois technique et humain, en investissant dans le développement de systèmes et la formation du personnel. Numilog a fixé des objectifs visant à atteindre l'excellence opérationnelle en renforçant sa flotte et en acquérant de nouvelles plates-formes pour offrir des tarifs compétitifs. l'entreprise cherche à s'étendre vers l'est pour renforce les échanges commerciaux avec la Tunisie et étendre ses opération aux wilayas du centre l'Algérie. [2]

### 2) International

L'avantage de l'entreprise est que les décisions sont prises très rapidement, ce qui lui permet d'investir de manière très réactive. Ainsi, le groupe cevital s'ouvre à l'international pour exporter ses produits en construisant le réseau logistique nécessaire. Pour ce faire, Numilog a mis en place de nouvelles filiales de transport et de logistique dédiées à l'international : au Maroc pour le déploiement de la filiale d'électroménager brandt sur le marché marocain. En France, sous le nom CT-LOG international, afin de commercialiser des produits issus des filiales de cevital, notamment brandt et OXXO. Numilog prévoit également de s'implanter en Lombardie(Italie) ainsi qu'en Tunisie pour la distribution de produits électroménagers et agroalimentaires.

### 1.2.3 Organisation de l'entreprise Numilog

Numilog suit des changements fréquents dans son organisation fonctionnelle, en raison des transformations importantes dans son environnement organisationnel, nécessitant une restructuration constante des différents départements pour s'adapter à ces conditions changeantes et complexes des projets en cours.

## 1.3 La chaîne logistique de Numilog

Le système logistique de l'entreprise Numilog se distingue par la complexité de son réseau de distribution, que nous détaillerons dans ce qui suit :

### 1.3.1 Le réseau de distribution

Le réseau de distribution de Numilog est constitué de trois plates-formes logistiques réparties à l'est, au centre et à l'ouest du pays (Oran, Constantine et Bouira), couvrant ainsi une grande partie du territoire national avec une superficie totale de stockage d'environ 100000 m<sup>2</sup>. Il comprend également trois agences de transport (Bouira, Bejaia, Oran) opérant indépendamment des plates-formes, assurant le transport pour les différentes filiales du groupe cevital et sous-traitant le transport industriel à travers le pays. De plus, le réseau composé de 35 centres logistiques régionaux (CLR), dont 6 sont mutualisés, réparties sur le territoire les coûts de transport et d'améliorer les délais de livraison en se rapprochant davantage des clients finaux. Les CLR sont répartis dans trois principales zones (centre, Est et ouest), avec des capacités de stockage allant de 1000 à 2000 mètres cubes.





FIGURE 1.1 – Réseau de distribution de NUMILOG

## 1.4 La plateforme logistique Bouira

La plateforme logistique (PFL) de Bouira est l'une des trois plateformes exploitées par l'entreprise *Numilog* dans son activité de prestation de services logistique, et du transport. Située sur la route de Nessim, à 3 KM au sud-ouest de la ville de Bouira, avec une surface totale de  $75000 m^2$  dont  $43000 m^2$  de surface à température ambiante,  $28000 m^2$  de température dirigée et  $4000 m^2$  de surface administrative.

Elle dispose de 15 cellules offrant des solutions de stockage sec ou réfrigéré adaptées à diverses exigences. [3]

La PFL *Numilog* de Bouira dispose de 6 blocs administratifs :

- ✓ **B0** : Bloc administratif dédié à la direction et aux fonctions supports.
- ✓ **B1** : Bloc de technique et maintenance.
- ✓ **B2** : Admin cevfood, et unodis.
- ✓ **B3** : Agence de transport privée.
- ✓ **B4** : Admin de transport.

✓ B5 : Admin Danon, et Sobco.



FIGURE 1.2 – Plan plateforme de Bouira

### 1.4.1 Les activités principales

La plateforme de Bouira exerce deux activités la logistique et le transport.

#### a)- Le transport

Disposant d'une flotte exploitable de 79 camions et de 118 chauffeurs, l'agence du transport *Numilog* de Bouira réalise le transport des marchandises pour les clients internes du groupe Cevital : Cevfood, Numidis, Brandt, et les clients extérieures comme Danone. . etc. La direction de transport est indépendante de directeur de la PFL.

#### b)- La logistique

Elle consiste en une gestion rigoureuse des flux marchandises (stockage, préparation des commandes, logistique du froid) avec une traçabilité complète des flux. Elle vise notamment une gestion optimale des stocks, pour assurer la disponibilité permanente des produits. Dans la pfl de Bouira, on trouve quatre dossiers principales : le client **Sobco Palmary**, le client **Numidis**, le client **Danone** et le client **Cevfood**.

- **Le client Cevfood** : (concerné par notre étude) Il constitue d'une part l'activité la plus importante en termes des flux physiques, autrement dit le vecteur de distribution des produits de la société mère Cevital.

## 1.4.2 Processus des flux physiques

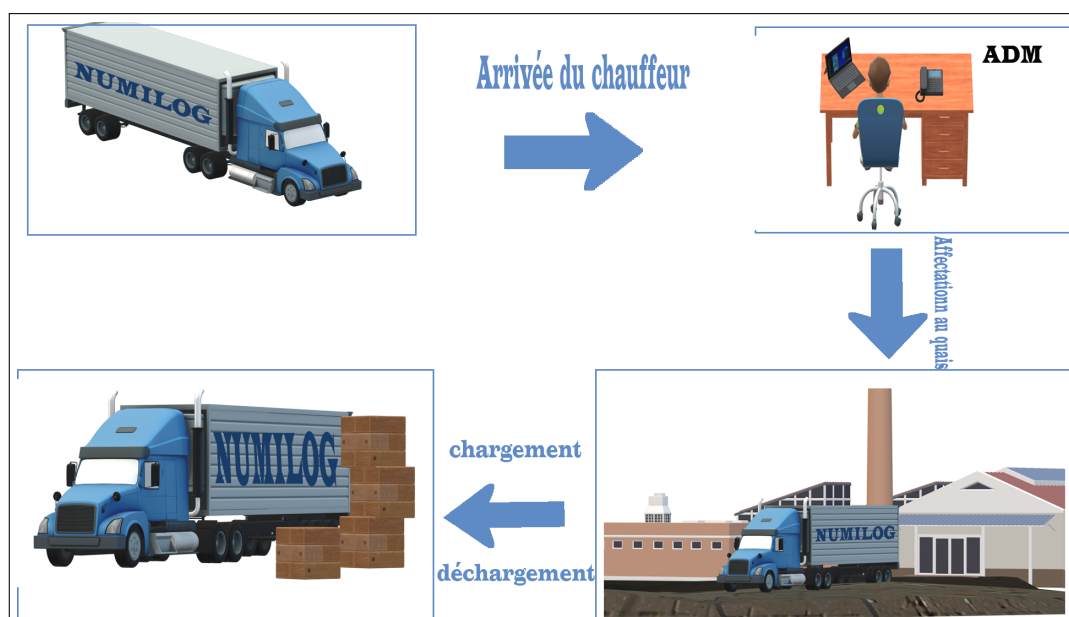


FIGURE 1.3 – Logigramme générale des flux physiques

### a) La réception

La réception des marchandises est la première étape dans la logistique :

1. Présentation de chauffeur à l'administration.
2. Contrôle des documents de livraison.
3. Orientation du chauffeur au quai de déchargement.
4. Création de réception sur le système Reflexe-WMS.
5. Mise à quai du camion en respectant les consignes de sécurité suivant :
  - Porte les EPI (Chaussure de Sécurité+gilet).
  - Remise de la clé du camion à l'exploitation.
6. Saisit l'heure de mis à quai sur WMS.
7. Déchargement de la marchandises en respectant les consignes pour sécuriser les produits.
8. Vérification de la conformité des produits en terme de quantité et qualité.
9. Insertion des quantités et DLC reçues sur le système.
10. Le chauffeur retourne à l'administration avec les documentaire et accusée, l'ADM saisit l'heure de sortie du camion.(Figure1.4)

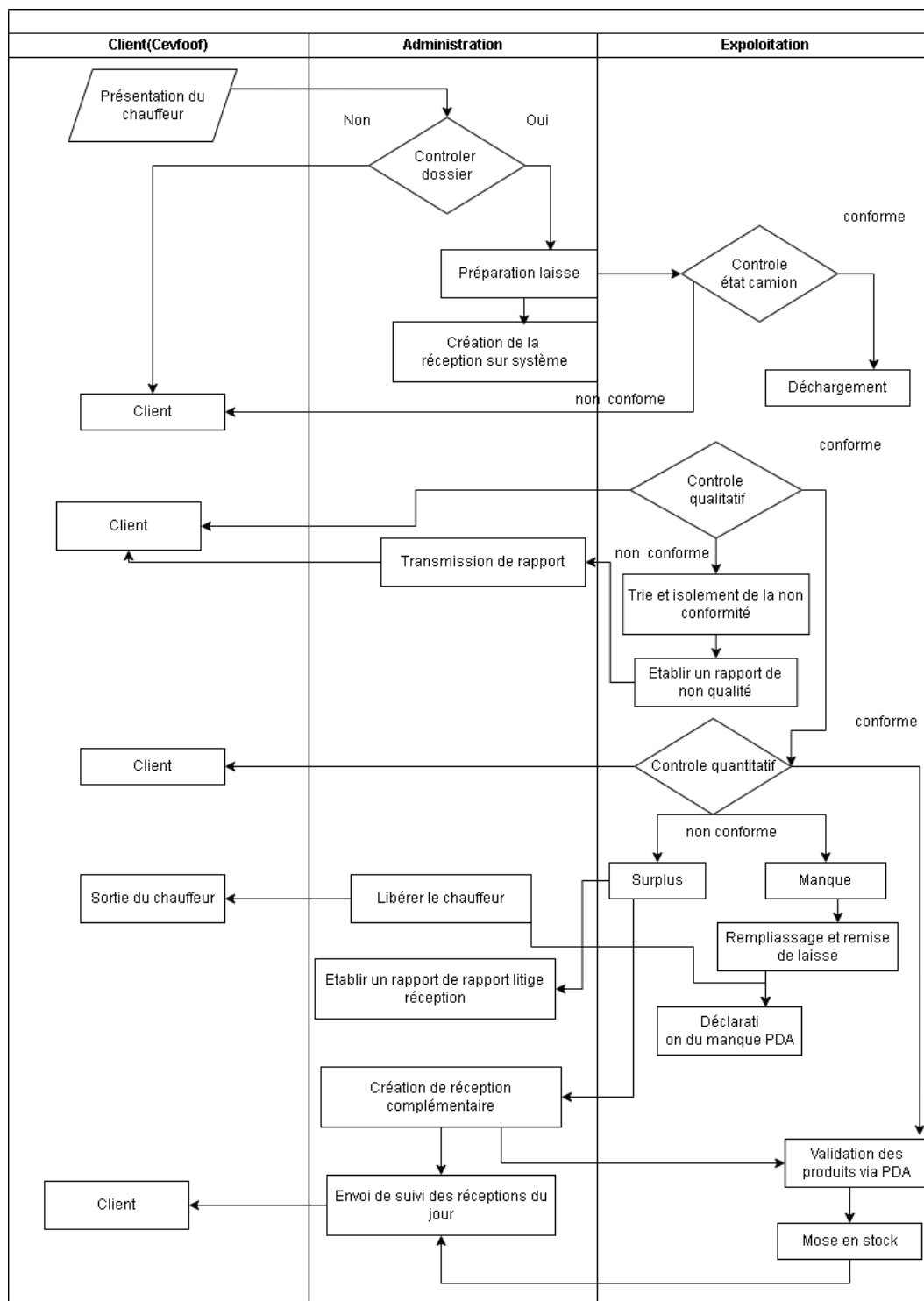


FIGURE 1.4 – Processus de réception cv-food Numilog Bouira

Voici les logiciels utilisés par l'entreprise :

- **WMS** : warehouse Management System, c'est un logiciel qui aide les entreprises à gérer et à contrôler les opérations d'entrepôt quotidiennes, de l'arrivée des marchandises et des matériaux dans un centre de distribution ou de traitement jusqu'à leur sortie.
- **Reflex** : est un système ou un programme utilisé par l'entreprise pour gérer les données et les informations sur les marchandises stockées, il facilite la gestion des stocks, le suivi des marchandises et la mise à jour des informations telles que les spécifications, les quantités et les emplacements dans l'entrepôt. Ce système permet d'améliorer l'efficacité des opérations logistiques et de fournir des informations précises et instantanées sur les marchandises stockées aux utilisateurs et employés.

## b) Le stockage

C'est la deuxième étape dans le processus, il consiste à transporter les palettes reçues vers leurs emplacements de stockage. L'agent logistique transporte les palettes vers leurs emplacements de stockage et valide ce mouvement via un terminal embarqué.

**Type de stockage** Chaque type de produit nécessite un type de stockage bien spécifique à ces caractéristiques notamment les dimensions, le poids et le taux de rotation. On distingue deux différents types d'emplacements de stockage dans les cellules du dossier Cevfood :

**Stockage masse** Consiste à remplir les marchandises directement sur le sol.

**Stockage structure** Pour les stockages des palettes sur rayonnage, ce type de stockage comporte cinq niveaux :

**Niveau 0** : Ce niveau est pour le stockage au sol, parfois destiné pour le prélèvement de détail (picking).

**Niveau 1, 2, 3, 4** : Sont destinés au prélèvement des palettes complètes.

Le stockage des produits dans les quatre niveaux se fait de plus lourd au plus léger.

## La préparation des commandes et expédition

1. Le client envoie un planning des chargements commandes du jour avec rendez-vous.
2. L'admin intègre et lance le fichier des rapports commandes sur système, ce dernier génère des missions de prélèvement par emplacement en respectant la méthode FIFO (First in, First out).

3. L'agent administratif doit saisir les RDV de chargement du jour sur WMS selon le planning envoyer.
4. Lancement des opérations de préparation.
5. Préparation physique.
6. Clôture de la préparation.
7. Présentation de chauffeur à l'admin, puis orienté vers le quai.
8. Chargement des commandes : l'agent logistique valide le chargement, remet les document remplis au chauffeur et plombe le camion.
9. Le chauffeur se rend au bureau de ADM, ce dernier saisit l'heure de départ et édite au chauffeur le bon de transfert.
10. A la fin, l'agent ADM envoie au client par email un top départ des chargement et un suivi des expéditions du jour. (Figure 4.5)

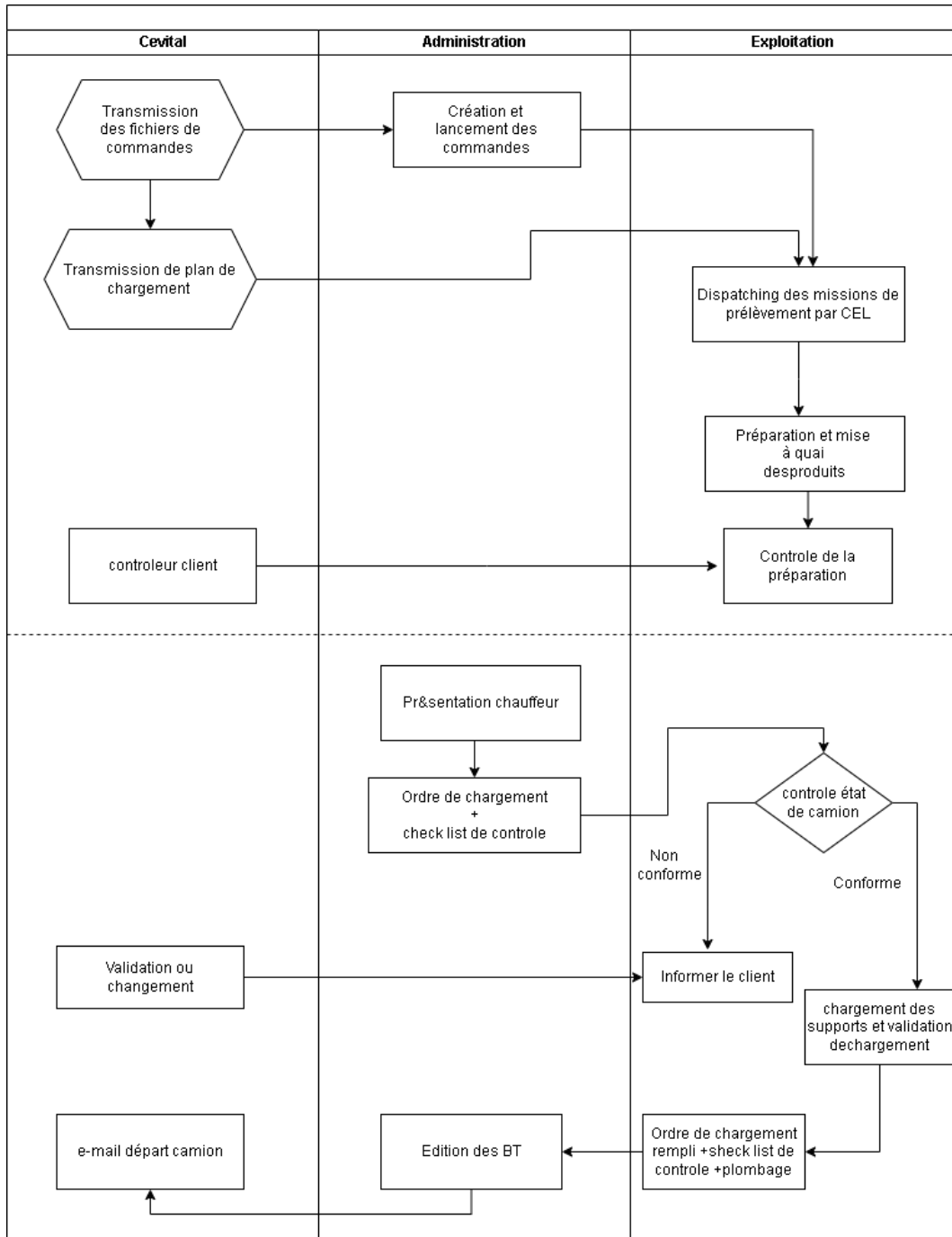


FIGURE 1.5 – Processus d'expédition cv-food Numilog Bouira

## Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons examiné l'entreprise *Numilog*, une filiale du groupe *Cevital*, et son rôle crucial dans la satisfaction des besoins logistiques du groupe. Nous avons abordé son évolution, passant de l'utilisation de prestataires externes à la création de *Numilog* pour réduire les coûts et améliorer la gestion logistique. Nous avons également exploré ses différentes activités dans les domaines du transport et de la logistique, en mettant l'accent sur la plateforme logistique de Bouira.

En résumé, *Numilog* est un acteur clé dans le domaine de la logistique en Algérie, engagé à améliorer l'efficacité opérationnelle et à fournir des services de haute qualité, tout en cherchant à s'étendre à l'international pour soutenir le succès du groupe *Cevital*.



# Chapitre 2

## Prévision par les séries chronologiques

### Introduction

Les séries chronologiques sont un outil fondamental en analyse statistique et économétrique, on les trouve dans divers domaines comme :

- ✓ finance et économétrie : évolution des données économique, des indices boursiers.
- ✓ médecine biologie : suivi des évolution des pathologies...
- ✓ traitement de signal : signaux de communications, de radars...
- ✓ Démographiques : taille moyenne des habitants, leur âge.
- ✓ traitement des données : mesures successives de position ou de direction d'un objet mobile.
- ✓ sciences de la Terre et de l'Espace .

### 2.1 Série chronologique

**Définition 2.1.** *On appelle série chronologique, série temporelle (ou bien time series) une suite finie  $(X_t)$  d'observation numériques représentant l'évolution d'une quantités spécifique au cours de temps, ce temps peut être : la seconde, la minute,*

*l'heure, le jour, le moins, l'année.*

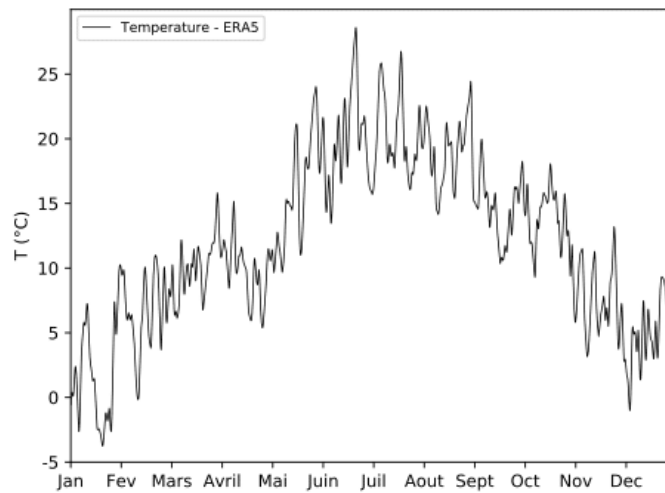


FIGURE 2.1 – Exp 1 : Températures journalières à Paris - 2017

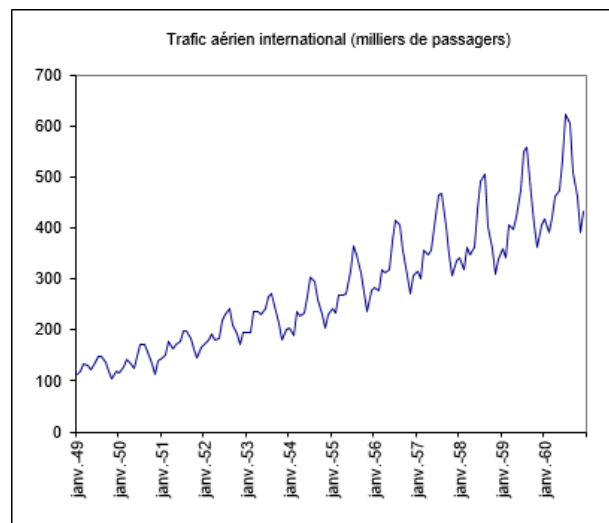


FIGURE 2.2 – Exp 2 : Trafic aérien international

L'étude d'une série chronologique nous permet d'expliquer le futur avec la connaissance de passé, l'explication des fluctuations, et décrire l'évolution globale du phénomène observé.

### 2.1.1 Les composant d'un série chronologique

Il y a trois composantes principales dans une série chronologique : tendance, les variations saisonnières, les variation accidentelle ou résiduelles l'objectif est de mieux comprendre l'évolution de série et de prévoir son évolution future en se basant sur les tendance principales et les variations saisonnières.[5]

**Définition 2.2.** (*La Tendance  $T_t$* )[5] Représente la tendance a long terme d'un phénomène, nettoyée de ses fluctuation saisonnières et aléatoires. Cette tendance, particulièrement observable dans les séries économiques, n'est pas nécessairement linéaire(elle peut être polynomiale, logarithmique, exponentielle, etc) mais subit des fluctuation en accord avec les phases du cycle économique . Ce cycle n'est pas étudié de amalgamée avec celle de la tendance.

Il existe des différentes types de tendance :

— **Tendance Linéaire**

Une tendance linéaire est une tendance qui suit un droite. Elle peut être exprimée par une équation de la forme :

$$T_t = a.t + b$$

— **Tendance Polynomiale d'ordre q**

Une tendance polynomiale est une tendance qui suit une équation polynomiale, par une équation de la forme :

$$T_{(t)} = b_0 + b_1.t + b_2.t^2 + \dots + b_q.t^q$$

— **Tendance Logistique**

Une tendance logistique est utilisée pour modéliser une croissance qui commence lentement, s'accélère, puis se stabilise à un certain niveau maximum. Elle peut être exprimée par une équation de la forme :

$$T = \frac{c}{1 + b.e^{-at}}$$

Parmi les test pour examiner la tendance on a :

**Test mann-kendall**[23] Le test de Mann-Kendall est appliqué sur toutes les chroniques non stationnaires pour détecter la présence de tendances. L'hypothèse nulle (H0) testée est l'absence de tendance. La statistique calculée est définie comme suit :

$MK = \sum_{i=1}^{T-1} \sum_{j=i+1}^T \text{sign}(X_j - X_i)$  où

$$\text{sign}(y) = \begin{cases} 1 & \text{si } Y > 0 \\ 0 & \text{si } Y = 0 \\ -1 & \text{si } Y < 0 \end{cases}$$

Avec  $(X_1, X_2, \dots, X_T)$  étant une série .

Pour normaliser la statistique, on utilise :

$$MK_{norm} = \begin{cases} \frac{MK - 1}{\sigma_{MK}} & \text{si } MK > 0 \\ 0 & \text{si } MK = 0 \\ \frac{MK + 1}{\sigma_{MK}} & \text{si } MK < 0 \end{cases}$$

Mann (1945) et Kendall (1975) ont démontré que :

$$E(MK) = 0 \quad \text{et} \quad \sigma_{MK} = \sqrt{\frac{T(T-1)(2T+5)}{18}}$$

S'il y a des ex-æquo dans la série, l'écart-type de MK est corrigé de la manière suivante :

$$\sigma_{MK} = \sqrt{\frac{T(T-1)(2T+5) - \sum_{p=1}^g t_p(p-1)(2p+5)}{18}}$$

où  $t_p$  est le nombre d'égalités impliquant p valeurs.

Ce test permet de détecter des tendances non nécessairement linéaires. Pour une taille d'échantillon suffisamment grande ( $T > 10$ ), la statistique  $MK_{norm}$  suit approximativement une loi normale standard, de sorte que l'on rejette l'hypothèse nulle si :

$$Z_{1-\frac{\alpha}{2}} < |MK_{norm}| \quad \text{où} \quad Z_{1-\frac{\alpha}{2}} \text{ est le quantile d'ordre } \frac{\alpha}{2} \text{ d'une loi normale standard.}$$

Soit T le nombre de valeurs dans la chronique et  $X_1, X_2, \dots, X_T$  les valeurs ordonnées de la plus petite à la plus grande. Le i-ème quartile est défini par interpolation entre  $X_j$  et  $X_{j+1}$ , où j est la partie entière de  $\frac{i}{4}(T-1) + 1$  et g est la partie fractionnaire de ce nombre. On a donc :

$$g = \frac{i}{4}(T-1) + 1 - j$$

**Définition 2.3.** (*Composantes Saisonnières  $S_t$* ) [5] Les variations saisonnières sont des changement périodique et réguliers qui se produisent dans les données sur

des périodes de temps spécifiques telles que les saisons, les mois ou les semaines . Ces variations sont causées par des facteurs externes qui se répètent régulièrement a des intervalles de temps spécifiques, tels que les conditions météorologiques, les coutumes sociales ou l'activité commerciale.

**Définition 2.4.** (*Variation Accidentelle ou Résiduelle  $\varepsilon_t$* ) [5] Les variations accidentelles sont variations des irrégulières et imprévisibles. Elles sont généralement supposées avoir une faible amplitude. Ces fluctuation sont le résultat de fluctuation sont le résultat de circonstances imprévues telles que les catastrophes naturelles, les crises économique et les grèves.

### 2.1.2 Modèle Série Chronologique

Un modèle de série chronologique consiste en une équation déterminant la relation entre les différentes composantes afin de former la série temporelle.

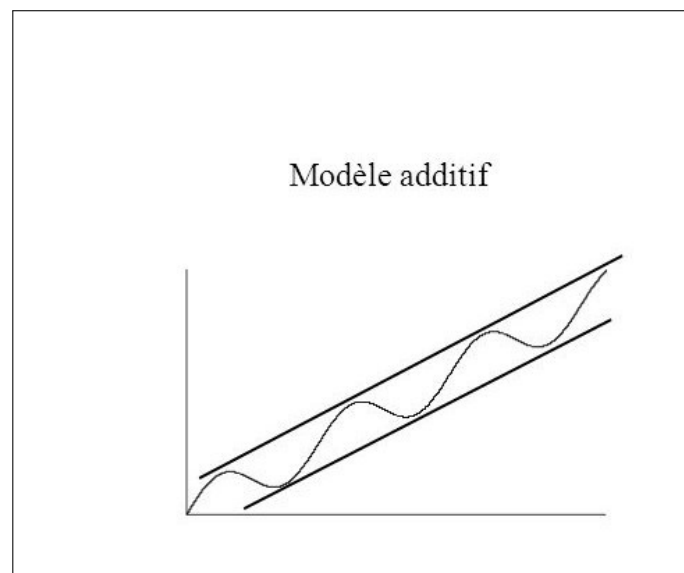
Il ya trois types de modèles :

#### a)- Modèle Additif [12]

Dans le modèle additif, on suppose que les trois composantes sont indépendantes les unes des autres.

s'écrit comme la somme de ces trois composantes :

$$Y(t) = T(t) + S(t) + \varepsilon(t)$$

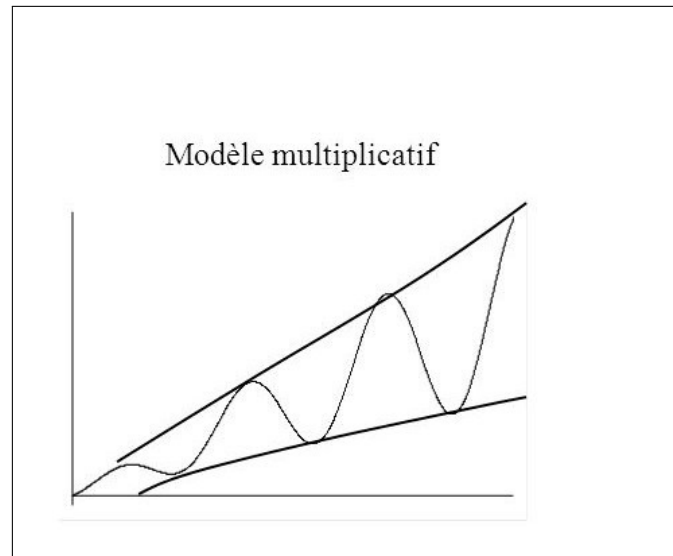


**b)- Modèle Multiplicatif[12]**

Dans le modèle multiplicatif, suppose que les variation saisonnières sont liées a la tendance.

s'écrit comme suit :

$$Y(t) = T(t).S(t).\varepsilon(t)$$

**c)- Modèle mixte[12]**

Dans le modèle mixte (utilise addition et multiplication), par exemple, suppose que la composant saisonnière agit de façon multiplicative, alors que les variation aléatoire sont additifs.

s'écrit comme suit :

$$Y(t) = T(t).S(t) + \varepsilon(t)$$

**2.1.3 Choix de modèle**

Le choix de modèle est décomposé sur deux types de méthode, une méthode graphique et analytique. On a :

**Méthode de la Bande [6]**

On utilisant le graphe de la série chronologique, tel que on trace deux droites une passant par les minima et l'autre passant par les maxima.

1. Si les deux droites sont à peu près en parallèles  $\Rightarrow$  le modèle est additif.
2. Sinon  $\Rightarrow$  le modèle est multiplicatif.

### Méthode du profil [6]

On utilise le graphique des courbes superposées.

- Si les différentes courbes sont à peu près parallèles : le modèle est additif.
- Sinon (les pics et les creux s'accroissent) : le modèle est multiplicatif.

### Méthode de Buys et Ballot[6]

Cette méthode est analytique, il consiste à calculer pour chacune des années : la moyenne et l'écart type, on trace les points d'abscisse la moyenne et ordonnée l'écart type de la même année, puis on trace la droite des moindres carrés de ces points.

On a deux cas :

- Si l'écart type est indépendant de la moyenne : le modèle est additif.  
 $\Rightarrow$  La pente (a) de la droite des moindres carrés est très proche de 0.
- Si l'écart type est en fonction de la moyenne : le modèle est multiplicatif.  
 $\Rightarrow$  La pente (a) de la droite des moindres carrés n'est pas nulle.

## 2.1.4 Stationnarité

La première étape de la modélisation d'une série temporelle consiste à vérifier la stationnarité du processus générateur de données de cette série.

On distingue deux types de stationnarité :

**Définition 2.5. Stationnarité forte[9]** Soit un processus aléatoire réel  $X_t$ ,  $t \in T$ .

Le processus  $X_t$  est dit strictement ou fortement stationnaire, si  $\forall$  n-uple du temps  $t_1 < t_2 < \dots < t_n$  tel que  $t_i \in T$ , et pour tout temps  $h \in T$  avec  $t_i + h \in T$ .

$\forall i, i=1 \dots n$ , la suite  $(x_{t_1+h}, \dots, x_{t_n+h})$  a la même loi de probabilité que la suite  $(x_{t_1}, \dots, x_{t_n})$ .

La loi de probabilité qui correspond à la suite  $(x_{t_1}, \dots, x_{t_n})$  est caractérisée par sa fonction de répartition.

Pour le cas ou un processus  $X_t \in T$  est tel que  $T = \mathbb{R}, \mathbb{Z}$  ou  $\mathbb{N}$  alors si ce processus est strictement stationnaire on a :

- $E[x_t]=m, \quad \forall t \in T.$
- $v[X_t]=\sigma^2, \quad \forall t \in T.$
- $cov[X_t,]=\gamma[|t-s|], \quad \forall t \in T, \forall s \in T, t \neq s.$

**Définition 2.6.** [9] **Stationnarité faible** Les processus stationnaire d'ordre 2 sont des processus générateurs de chronique sans tendance en moyenne et sans tendance en variance mais cela ne signifie pas que les séries temporelle ont une représentation graphique stable.

On dit que un processus  $X_t$  est stationnaire au second ordre si :

- Pour tout  $t, \quad E[X_t^2] < +\infty$
- Pour tout  $t, \quad E[X_t]=\mu, \text{ constante indépendante de } t,$
- Pour tout  $t$  et pour tout  $h, \quad cov(X_t, X_{t+h})=E[(X_{t-\mu})(X_{t+h})] = \gamma(h), \quad \text{indépendant de } t.$

### 2.1.5 Fonction d'Autocovariance

**Définition 2.7.** [7] Si  $X_t$  est une série chronologique stationnaire, sa fonction d'autocovariance  $\gamma(\cdot)$  est définit comme suit :

$$\gamma(h) = \Gamma(h, 0) = cov(X_h, X_0) \quad \forall h \in Z$$

Puisque  $X_t$  est stationnaire, il est clair que pour tout  $t \in T$  :

$$cov(X_{t+h}, X_t) = \dots = cov(X_{h+1}, X_1) = cov(X_h, X_0) = \gamma(h).$$

### 2.1.6 Fonction d'Autocorrélation

**Définition 2.8.** [7] Si  $X_t$  est une série chronologique stationnaire, sa fonction d'autocorrélation est définit comme suit :

$$\rho(h) = corr(X_h, X_0) = \frac{\gamma(h)}{\gamma(0)}$$

La fonction d'autocorrélation du Bruit Blanc est caractérisée par :

$$\rho(h) \begin{cases} 1 & \text{si } h = 0 \\ 0 & \text{si } |h| \neq 0 \end{cases}$$



### 2.1.7 Fonction d'Autocorrélation Partielle

**Définition 2.9.** La fonction d'autocorrélation partielle (notée PACF) d'un processus  $x_t$ , est une fonction de  $K \in \mathbb{Z}$  prenant des valeurs dans l'intervalle  $[-1, +1]$ . Elle se comprend de manière similaire au coefficient de corrélation partielle : il s'agit de la corrélation entre  $x_t$  et  $x_{t-k}$ , une fois l'influence des variables  $x_{t-k-i}$  pour  $i < k$  éliminée. Les autocorrélations partielles empiriques, notées  $\phi_k$ , sont obtenues à partir des autocorrélations partielles théoriques  $\hat{\phi}_k$ , en remplaçant ces dernières par leurs estimations  $r_i$ . [9]

### 2.1.8 Les opérateurs de chronologie

**Définition 2.10.** [7] *L'opérateur retard* On l'appelle opérateur retard (on le note  $L$ , ou bien on dit  $B$  comme backward) l'opérateur qui permet d'écrire un processus à partir des réalisations du passé, si  $X_t$  est une série chronologique définie dans  $Z$ , on a :

$$BX_t = X_{t-1}$$

**Définition 2.11.** *L'opérateur différenciation* L'opérateur différenciation (on le note  $\Delta$ ) est un opérateur qui à une donnée chronologique associe à la valeur de son dernier incrément dans le temps.

On a, pour une série chronologique  $X_t$  définie dans  $Z$  :

$$\Delta X_t = (1 - B)X_t = X_t - X_{t-1}$$

On vérifie facilement que l'on a :

$$X_t = BX_t + \Delta X_t$$

et donc l'on a l'équation :  $\Delta = 1 - B$ . [7]

### 2.1.9 Bruit Blanc

**Définition 2.12.** [17] Un bruit blanc est un processus stochastique à accroissement non corrélés. Il est dit Bruit Blanc fort si les accroissements sont indépendants, alors il s'agit d'une suite de variables aléatoires  $X_t$  avec :

- $E[X_t] = m, \quad \forall t \in T$
- $V[X_t] = \sigma^2, \quad \forall t \in T$
- $cov[X_t, X_{t+\theta}] = \gamma_x(\theta) = 0, \quad \forall t \in T, \forall \theta \in T$

**Remarque :**

- Si  $E[X_t]=0$ , le Bruit Blanc est centré.
- Si les variables sont gaussiennes alors le Bruit Blanc est dit gaussien.

**2.1.10 Non stationnarité**

La plupart des séries économiques sont non stationnaire, c'est-à-dire que le processus décrit ne vérifie pas au moins une des conditions d'un processus stationnaire du second ordre :

- $E[X_t]=m$ , indépendant du temps .
- $V[X_t]=\gamma(0)<\infty$ ,  $\gamma(0)$ , indépendant du temps.
- $\text{cov}[X_t, X_{t-h}]=\gamma(h)$ , ne dépend pas de t. On distingue deux type de non

stationnarité :

**Définition 2.13.** [18] *Non Stationnarité Déterministe* On dit que le processus  $X_t$  est non stationnarité au sens déterministe, ou est TS (Trend stationnary) s'il peut s'écrire sous la forme :

$$X_t = f(t) + \varepsilon_t$$

Où  $f(t)$  est une fonction déterministe du temps,  $\varepsilon_t$  est un processus stationnaire .  
Ce processus TS est non stationnaire  $E[X_t]$  dépend de temps.

On le rend stationnaire par enlevant sa tendance déterministe  $\implies X_t - f(t) = \varepsilon_t$ .

**Définition 2.14.** [9] *Non stationnarité Stochastique* Le processus  $X_t$  est dit DS (difference stationnary), ou bien caractérisé par une non stationnarité stochastique si l'on peut rendre stationnaire par l'utilisation d'un filtre aux différences :  
 $(1-B)^d X_t = \beta + \varepsilon_t$ , tel que  $\varepsilon_t$  est un processus stationnaire de type ARMA ou encore un Bruit Blanc,  $\beta$  une constante réelle et d l'ordre du filtre aux différences.

Ce processus DS porte le nom de modèle de marche au hasard ou de marche aléatoire (Random Walk Model), sa veut dire que est un processus sans mémoire.

Pour stationnariser cette marche aléatoire il suffit d'appliquer au processus le filtre aux différences première :  $X_t = X_{t-1} + \varepsilon_t \Leftrightarrow (1-B)X_t = \varepsilon_t$ .

**2.1.11 Modèle Auto-régressif**

**Définition 2.15.** [20] Un modèle stochastique qui peut être extrêmement utile dans la représentation de certaines séries se produisant dans la pratique est le modèle auto-régressif.

On a le processus  $X_t$  est dit auto-régressif d'ordre  $p$ , noté  $AR(p)$  centré, s'il vérifie :

$$X_t = \varepsilon_t + \sum_{j=1}^p a_j X_{t-j}, \text{ pour tout } t \geq 0$$

### 2.1.12 Moving Avere ou Moyenne Mobile

**Définition 2.16.** Le processus  $(X_t)_{t \in \mathbb{Z}}$  satisfait une représentation d'un processus moyenne mobile d'ordre  $q$ , noté  $MA(q)$ , si et seulement si :

$$X_t = \mu + \Theta(B)\varepsilon_t \tag{2.1}$$

ou :

$$\Theta(B) = \sum_{j=0}^q \theta_j B^j$$

et  $(\varepsilon_t)_{t \in \mathbb{Z}}$  sont i.i.d.  $N(0, \sigma^2)$  Ici  $\theta_0, \theta_1, \dots, \theta_q$  sont des paramètres réels. On note  $\theta_q \neq 0$ , et par convention, on pose  $\theta_0 = 1$ . Une représentation équivalente pour le processus (2.1) est :

$$X_t = \mu + (1 - \theta_1 B - \theta_2 B^2, \dots, \theta_q B^q)\varepsilon_t$$

**Exemple :** Le processus  $X_t = \varepsilon_t + 2\varepsilon_{t-3}$  est un processus  $MA(3)$  de moyenne nulle.

## 2.2 Les Processus Stationnaires ARMA

**Définition 2.17.** [19] Le processus  $(X_t)_{t \in \mathbb{Z}}$ , est appelée moyenne mobile auto régressive d'ordre  $(p, q)$ , notée par  $ARMA(p, q)$  de moyenne nulle, il peut écrire par :

$$X_t = \sum_{i=1}^P \alpha_i \cdot X_{t-i} + \sum_{i=0}^q \beta_i \varepsilon_{t-i}$$

Avec  $\beta_0 = 1$  et  $(\varepsilon_t)_{t \in \mathbb{Z}}$  un bruit blanc **faible**, (si  $\varepsilon_t$  i.i.d,  $(\varepsilon_t)_{t \in \mathbb{Z}}$  un bruit blanc **fort**).

Une représentation équivalente du processus  $X_t(t \in \mathbb{Z})$  est donnée par :

$$\Phi(B)X_t = \Theta(B)\varepsilon_t$$

on a :

$$\Phi(z) = 1 - \sum_{i=1}^p \alpha_i z^i, \Theta(z) = 1 + \sum_{i=1}^q \beta_i z^i$$

(pour  $\Phi$  et  $\Theta$  sont des polynômes de degrés respectifs  $p$  et  $q$ )

et

$B$  est l'opérateur "**retard**" défini par :  $B^K X_t = X_{t-K}$

### Condition pour ARMA

On a trois conditions pour le modèle ARMA est supposé stationnaire, inversible et identifiable :

- \* La condition de stationnarité est la même que pour le processus AR(p), i.e c'est-à-dire que les racines de  $\sum_{i=1}^p \alpha_i B^i$ , trouvent à l'extérieur du cercle unité.
- \* La condition d'inversibilité est la même que pour processus MA(q) i.e c'est-à-dire que les racines de  $1 + \sum_{i=1}^q \beta_i B^i$ , trouvent à l'extérieur du cercle unité.
- \* La condition d'identifiabilité signifie que le modèle n'est pas redondant, c'est-à-dire que  $\Phi_p(B) = 0$  et  $\Theta_q(B) = 0$ .

### Modèle ARIMA [10]

**Définition 2.18.** *Le processus  $X_t$  avec une moyenne nulle, est appelée moyenne d'ordre auto régressive -intégrée-mobile( $p, d, q$ ), noté ARIMA( $p, d, q$ ), si les différences  $d$  de la série chronologique,  $x_t$  sont un processus ARMA( $p, q$ ), on a le processus ARIMA peut écrire comme :*

$$\Phi_p(B)(1 - B)^d X_t = c + \Theta_q(B)\epsilon_t$$

ou  $c \in R$

Pour

$\Phi_p(B) = 1 - \sum_{i=1}^p \alpha_i B^i$  polynôme de degré  $p$ .

et

$\Theta_q(B) = 1 + \sum_{i=1}^q \beta_i B^i$  polynôme de degré  $q$ .

### Des exemples

\*ARI(1, 1)=ARIMA(1, 1, 0)

$$(1 - \alpha B)(1 - B)X_t = \epsilon_t$$

\*ARIMA(1, 1, 1)

$$(1 - \alpha B)(1 - B)X_t = (1 - \beta B)\epsilon_t$$

\*ARIMA(2, 1, 1)

$$(1 - \alpha_1 B - \alpha_2 B^2)(1 - B)X_t = (1 - \beta B)\epsilon_t$$

\*ARIMA(1, 2, 2)

$$(1 - \alpha B)(1 - B^2)X_t = (1 - \beta_1 B - \beta_2 B^2)\epsilon_t$$

**Modèle SARIMA [10]**

**Définition 2.19.** Le modèle ARIMA saisonnier multiplicatif (SARIMA) notée par ARIMA  $(p, d, q) \times (P, D, Q)_s$  pour  $s$  est le nombre de saisons.

$$\Phi_p(B)\Phi_P(B^s)(1 - B)^d(1 - B^s)^d X_t = \Theta_q(B)\Theta_Q(B^s)\epsilon_t$$

- $\Phi_p(B) = 1 - \sum_{i=1}^p \alpha_i B^i$  polynome de degré  $p$ .
- $\Theta_q(B) = 1 + \sum_{i=1}^q \beta_i B^i$  polynome de degré  $q$ .
- $\Phi_P(B^s) = 1 + \sum_{i=1}^P \Phi_i B^{is}$  polynome de degré  $P$ .
- $\Theta_Q(B^s) = 1 + \sum_{i=1}^Q \Theta_i B^{is}$  polynome de degré  $Q$ .

Avec aucune racine commune entre  $\Theta_Q$  et  $\Phi_P$ ,  $p$ ,  $d$  et  $q$  sont l'ordre du modèle AR non saisonnier, le modèle MA et la différenciation ordinaire respectivement, tandis que  $P$ ,  $D$  et  $Q$  sont l'ordre du modèle auto régressif saisonnier (SAR), du modèle de moyenne mobile saisonnière (SMA) et de la différenciation saisonnière respectivement.

**Des exemples**\*ARIMA(0, 1, 0)(1, 1, 0)<sub>5</sub>

$$(1 - B)(1 - B^5)X_t = \epsilon_t$$

\*ARIMA(0, 1, 0)(0, 1, 1)<sub>4</sub>

$$(1 - B)(1 - B^4)X_t = (1 + \Theta B^4)\epsilon_t$$

\*ARIMA(1, 0, 0)(0, 1, 1)<sub>12</sub>

$$(1 - \alpha B)(1 - B^{12})X_t = (1 + \Theta B^{12})\epsilon_t$$

**2.3 BOX-Jenkins**

L'approche de BOX-Jenkins(1970) a pour l'objectif de déterminer le modèle le plus adapté à représenter le phénomène étudié. (Figure 2.3)

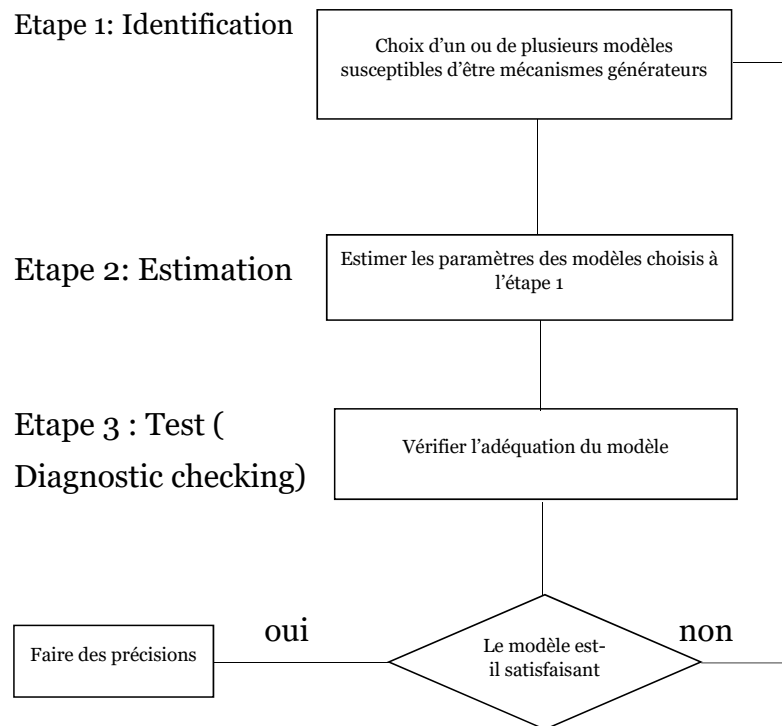


FIGURE 2.3 – Organigramme de fonctionnement de méthode de BOX-JENKINS

En général, il y a trois étapes majeures dans l'analyse de séries chronologiques :

**Identification**[22]

Par définition, l'identification consiste à reconnaître la catégorie à laquelle appartient un modèle.

Dans une série chronologique, les données sont inter-connectées, avec leur forme et leur degré d'interdépendance caractérisés par deux mesures statistiques : l'autocorrélation, abrégée en acf (fonction d'autocorrélation), et l'autocorrélation partielle, ou pacf (fonction d'autocorrélation partielle).

- Si le corrélogramme simple n'a que ses q premiers terme différents de 0 et que les termes du corrélogramme partiel diminuent lentement, cela caractérise un MA(q).
- Si le corrélogramme partiel n'a que ses p premiers terme différents de 0 et que les termes du corrélogramme simple diminuent lentement, cela caractérise AR(p).
- Si les fonctions d'AC simple et partiel ne paraissent pas tronquées, il s'agit d'un processus ARMA.

**Estimation** [22]

Dans cette étape, nous ajustons un modèle approprié afin de pouvoir l'utiliser pour prédire la valeur des observation dans un avenir proche.

Elle consiste à estimer le modèle ARIMA en utilisant des méthodes. Ces méthodes sont appliquées en utilisant les degrés p, d et q trouvés dans l'étape d'identification.

Pour estimer les paramètre du modèle on distingue trois méthodes :

**La méthode des moments** Les paramètres  $\xi = (\varphi_1, \dots, \varphi_p, \theta_1, \dots, \theta_q)$  influencent les autocorrélations  $\rho_h$  et  $\tau_h$  des processus AR et MA correspondant dans le modèle donné, selon les équation théoriques connues :

$$(\rho_1, \dots, \rho_p, \tau_1, \dots, \tau_q) = F(\varphi_1, \dots, \varphi_p, \theta_1, \dots, \theta_q)$$

Estimer les paramètre est une simple affaire des équations obtenir les autocorrélations  $\rho_h$  et  $\tau_h$  dans le modèle selon cette relation

$$(\hat{\varphi}_1, \dots, \hat{\varphi}_p, \hat{\theta}_1, \dots, \hat{\theta}_q) = F^{-1}(\hat{\rho}_1, \dots, \hat{\rho}_p, \hat{\tau}_1, \dots, \hat{\tau}_q)$$

**La méthode des moindres carrés (MC)**

**AR** Un processus est dit auto-régressif lorsque la valeur de la variable aléatoire Z à un instant donné t est une combinaison linéaire des p valeurs antérieures de cette même variable aléatoire. On dit alors qu'on a un processus auto-régressif d'ordre

pet on le note AR(p). L'équation générale d'un processus auto-régressif d'ordre p s'écrit comme suit :

$$Z_t = c + \sum_{i=1}^p \phi_i Z_{t-i} + \epsilon_t$$

Cette équation indique que la valeur de la variable aléatoire Z à l'instant t est significativement liée aux p valeurs précédentes de cette même variable aléatoire.

★Exemples de processus AR(p)

$$Z_t = c + \phi_1 Z_{t-1} + \epsilon_t \dots \dots \dots \text{AR}(1)$$

$$Z_t = c + \sum_{i=1}^2 \phi_i Z_{t-i} + \epsilon_t \dots \dots \dots \text{AR}(2)$$

$$Z_t = c + \sum_{i=1}^3 \phi_i Z_{t-i} + \epsilon_t \dots \dots \dots \text{AR}(3)$$

**MA** Si la valeur de la variable aléatoire à un instant donné t dépend d'une combinaison linéaire des valeurs des erreurs de régression jusqu'à l'ordre q, alors ce processus est appelé un processus de moyenne mobile d'ordre q, noté MA(q). L'équation générale d'un processus de moyenne mobile peut alors s'écrire de la forme suivant :

$$Z_t = c - \sum_{i=1}^q \theta_i Z_{t-i} + \epsilon_t$$

★Exemples de processus MA(q)

$$Z_t = c - \theta_1 Z_{t-1} + \epsilon_t \dots \dots \dots \text{MA}(1)$$

$$Z_t = c - \sum_{i=1}^2 \theta_i Z_{t-i} + \epsilon_t \dots \dots \dots \text{MA}(2)$$

$$Z_t = c - \sum_{i=1}^3 \theta_i Z_{t-i} + \epsilon_t \dots \dots \dots \text{MA}(3)$$

**La méthode du maximum de vraisemblance**

Considérons le modèle ARMA ci-dessous

$$X_T = \delta + \sum_{j=1}^p \varphi_j X_{t-j} + \epsilon_t - \sum_{j=1}^q \theta_j \epsilon_{t-j}$$

avec  $\epsilon_t \sim BB(0, \sigma^2)$ . Soit  $\vartheta = (\delta, \varphi_1, \dots, \varphi_p, \theta_1, \dots, \theta_q, \sigma^2)$  le vecteur de paramètres.

Dans le contexte d'une série chronologique de taille  $n : x_1, \dots, x_n$ , l'approche du maximum de vraisemblance implique le calcul de la densité de probabilité.

**Vérification Diagnostique[22]**

Dans cette étapes, les tests de bonté de l'ajustement et les scores résiduels sont examinés pour vérifier l'adéquation du modèle ajusté et pour déterminer s'il existe



encore des motifs dans les données qui ne sont pas pris en compte.

### 2.3.1 Test de Racine Unitaire (DICKEY-FULLER)

**Cas1** : [10] La série ne montre pas de tendance i.e il est raisonnable de supposer que  $E[X_t]$  constant. on se place dans le modèle :

$$X_t = \beta_1 + \phi X_{t-1} + Z_t, \text{ avec } (Z_t), t \in \mathbf{Z} \text{ (BBgaussien)}$$

on souhaite différencier le cas

$$\begin{cases} H_0 : \phi = 1 (\text{non stationnaire}) \\ H_1 : \phi < 1 (\text{stationnaire en general}) \end{cases}$$

le test est similaire au test de student  $\beta=1$  contre  $\beta<1$  pour le modèle linéaire  $Y_i = \alpha + \beta X_i + \epsilon_i$ .

**Cas2** : [10] La série montre une tendance linéaire

on se place dans le modèle :

$$X_t = \beta_1 + \beta_2 X_{t-1} + Z_t, \text{ avec } (Z_t), t \in \mathbf{Z} \text{ (BBgaussien)}$$

on souhaite différencier le cas :

$$\begin{cases} H_0 : \phi = 1, \beta_2 = 0 (\text{tendance lie au } \beta_1 \neq 0) \\ H_1 : \phi < 1 (\text{tendance lie au } \beta_2 \neq 0) \end{cases}$$

### Test de DICKEY-FULLER Augmenté [10]

**Cas1** : La série ne montre pas de tendance i.e est raisonnable de supposer que  $E[X_t]$  constant. on se place dans le modèle :

$$\Delta X_t = \beta_1 + \beta_2 t + \pi X_{t-1} + \zeta_1 \Delta X_{t-1} + \dots + \zeta_{p1} \Delta X_{t-p+1} + Z_t$$

on souhaite différencier le cas

$$\begin{cases} H_0 : \beta_2 = 0, \pi = 0 (\text{non quadstationnaire}) \\ H_1 : \pi < 0 (\text{stationnaire en gnral}) \end{cases}$$

**Cas2** : La série montre une tendance

on se place dans le modèle :

$$\Delta X_t = \beta_1 + \beta_2 t + \pi X_{t-1} + \zeta_1 \Delta X_{t-1} + \dots + \zeta_{p1} \Delta X_{t-p+1} + Z_t$$

on souhaite différencier le cas :

$$\begin{cases} H_0 : \beta_2 = 0, \pi = 0 & (\text{non stationnaire}) \\ H_1 : \pi < 0 & (\text{stationnaire une tendance dterministe}) \end{cases}$$

## Conclusion

En conclusion, ce chapitre a posé les bases théoriques indispensables à notre analyse des séries chronologiques.

# Chapitre 3

## Programmation Linéaire en Nombres Entiers

### Introduction

La programmation linéaire en variables entières est extrêmement utile car de nombreux problèmes du monde réel nécessitent que certaines variables prennent des valeurs entières. Par exemple, imaginons un projet de distribution de ressources dans une entreprise où nous devons déterminer la quantité de marchandises à acheter auprès de différents fournisseurs. Il peut y avoir des exigences d'achat de quantités précises de marchandises, telles que 150,5 kg de farine. Dans ce cas, la précision complète peut être arrondie de manière pratique pour correspondre à la disponibilité des ressources, comme l'achat de 150 kg au lieu de 150,5.

En revanche, dans certains cas, l'arrondi du nombre d'employés ou d'unités à des valeurs entières peut conduire à des solutions insatisfaisantes ou peu pratiques. Par exemple, si la main-d'œuvre disponible est limitée et ne peut pas être facilement répartie, l'arrondi peut entraîner une distribution inefficace des employés ou des coûts supplémentaires pour l'entreprise. Ainsi, dans de telles situations, des solutions détaillées ou des méthodes plus précises peuvent être plus appropriées pour obtenir des résultats satisfaisants et pratiques.

Pour répondre à ce type de problème, la programmation linéaire en variables entières permet de modéliser des contraintes et des objectifs de manière plus réaliste et précise. Les solutions obtenues sont ainsi mieux adaptées aux exigences spécifiques des situations réelles, garantissant une efficacité optimale dans l'allocation des ressources et la prise de décisions.

## 3.1 Programme Linéaire en Nombres Entiers

### Définition 3.1. [21]

La *programmation linéaire en nombre entiers* ("PLNE") fait référence à des problèmes mathématiques ou à des programmes informatiques où certaines ou toutes les variables doivent être des nombres entiers. Souvent, cela implique la résolution de problèmes de programmation linéaire où les variables inconnues doivent être des nombres entiers plutôt que des fractions ou des nombres réels. Ce domaine est utilisé dans de nombreux domaines tels que la logistique, l'ingénierie, la finance, la planification, et d'autres.

Le cas particulier concerne la programmation linéaire en nombre entiers, où les variables inconnues sont définies comme binaires (0, 1). Ce type de problème est considéré comme un problème d'optimisation combinatoire, utilisé dans une variété d'applications telles que la planification des horaires, l'amélioration de la productivité et l'optimisation des processus décisionnels.

On a le Pb dans cas général est :

$$\begin{cases} \max Z(X) = C^t \cdot X \\ A \cdot X \leq B \\ X \geq 0 \\ X \text{ entier} \end{cases}$$

$Z(X)$  : La fonction objectif à maximiser ou minimiser. Elle est linéaire et est définie comme une combinaison linéaire des variables de décision ( $X$ ), pondérées par les coefficients  $C^t$ .

$X$  : La variable de décision du problème. C'est la quantité que nous cherchons à déterminer afin d'optimiser la fonction objectif. Dans ce cas, elle est des nombres entiers.

$A$  : Le coefficient de variable de décision dans les contraintes. Il représente l'importance de chaque variable dans chaque contrainte.

$B$  : La valeur constante dans la contrainte. Il définit les combinaisons linéaires des variables de décision.

### 3.1.1 Modélisation

Pour modéliser un problème avec un programme linéaire en nombre entier, vous pouvez suivre ces étapes simples :

**Identifier les variables principales** Déterminez ce que vous souhaitez contrôler ou mesurer dans le problème, tel que le nombre de produits fabriqués.

**Définir l'objectif** Décidez de ce que vous essayez d'accomplir, que ce soit augmenter quelque chose, comme les bénéfices ou le réduire comme les coûts.

**Déterminer les contraintes** Identifiez les conditions ou les restrictions auxquelles vous devez vous conformer pour résoudre le problème, comme les contraintes financières ou de production.

### 3.1.2 Résolution de problème de PLNE

#### Branch and Bound

La méthode branch and bound est une approche précise pour résoudre des problèmes mathématiques, ou elle sélectionne les solutions de manière astucieuse en utilisant les propriétés du problème pour éliminer les solutions partielles qui ne mènent pas à la solution finale. Grâce à cette méthode, il est souvent possible d'atteindre la solution recherchée dans un délai raisonnable, même si dans les pires cas, toutes les solutions non optimales doivent être explicitement éliminées. Branch and bound repose sur trois axes principaux : la séparation, l'évaluation et la stratégie de parcours.[13]

**1-La séparation** Le processus de séparation implique de diviser le problème global en sous-problèmes et en sélectionnant les meilleures solutions, nous pouvons être certains de résoudre le problème initial. Cela revient à construire un arbre qui nous aide à répertorier toutes les solutions possibles. Le groupe de nœuds dans l'arbre qui n'ont pas encore été explorés et qui peuvent contenir la solution optimale est appelé "le groupe de nœuds actifs". [13]

**Principe de séparation** Le principe de séparation implique de diviser le programme (P) en deux sous-programmes (P1) et (P2) en utilisant la variable  $X_i$  comme point de séparation, où  $X_i$  est une variable de base non entière telle que :  $[X_i] \leq X_i \leq [X_i + 1]$ , en se basant sur la solution optimale  $X_r$  du programme linéaire relaxé (Pr)<sup>1</sup>, et on a

$$(P1) = \begin{cases} (P) \\ X_i \leq [X_i] \end{cases}$$

---

1. **programme linéaire relaxé** est une technique utilisée en optimisation mathématique pour résoudre des problèmes avec des contraintes strictes en transformant le problème en un programme linéaire standard plus flexible, en supprimant la contrainte que les variables doivent être des nombres entiers. Cela simplifie souvent la résolution du problème, même si la solution obtenue peut ne pas être optimale dans le contexte initial du problème (Pr).

$$(P2) = \begin{cases} (P) \\ X_i \geq [X_i + 1] \end{cases}$$

**2-L'évaluation** L'évaluation aide à restreindre l'espace de recherche en éliminant certains sous-ensembles qui ne contiennent pas la solution optimale. L'objectif est d'évaluer l'intérêt d'explorer un sous-ensemble de l'arborescence. Branch and Bound utilise l'élimination des branches dans l'arborescence de recherche comme suit : En recherchant une solution de coût minimal, le programme mémorise la solution de coût le plus bas rencontrée pendant l'exploration et compare le coût de chaque nœud exploré à celui de la meilleure solution. Si le coût du nœud considéré est supérieur au meilleur coût, l'exploration de la branche est arrêtée et toutes les solutions de cette branche auront nécessairement un coût plus élevé que la meilleure solution déjà trouvée. [13]

Le principe d'évaluation Dans le principe d'évaluation, nous utilisons généralement des fonction d'évaluation et des bornes. A l'étape K, nous résolvons le problème relaxé (PRK) associé à (PK). Deux cas se présentent alors :

-Dans le cas où  $X_r^K$ , la solution optimale, est entière,  $Z(X_r^K)$  constitue une borne inférieure à tous les problèmes précédents au problème (Pr), et même temps, un majorant à tous les problèmes successeurs au problème (PK).

-Dans le cas où la solution optimale obtenue  $X_r^K$  n'est pas entière, nous séparons à nouveau le problème (PK).[13]

**3-La stratégie de parcours** Exploration en profondeur : cette stratégie privilégie les nœuds les plus éloignés de la racine<sup>2</sup> (c'est -à-dire ceux ayant une profondeur plus élevée) en effectuant initial. Cela permet d'atteindre rapidement la solution optimale tout en économisant la mémoire.

Meilleur d'abord , Cette stratégie consiste à explorer les sous-problèmes ayant la meilleure borne. Elle permet également d'éviter l'exploration de tous les sous-problèmes ayant une mauvaise évaluation par rapport à la valeur optimale.

Exploration en largeur, Cette stratégie favorise les nœuds les plus proches de la racine en réduisant le nombre de divisions du problème initial. Cependant, elle est moins efficace que les deux autres stratégies précédentes.

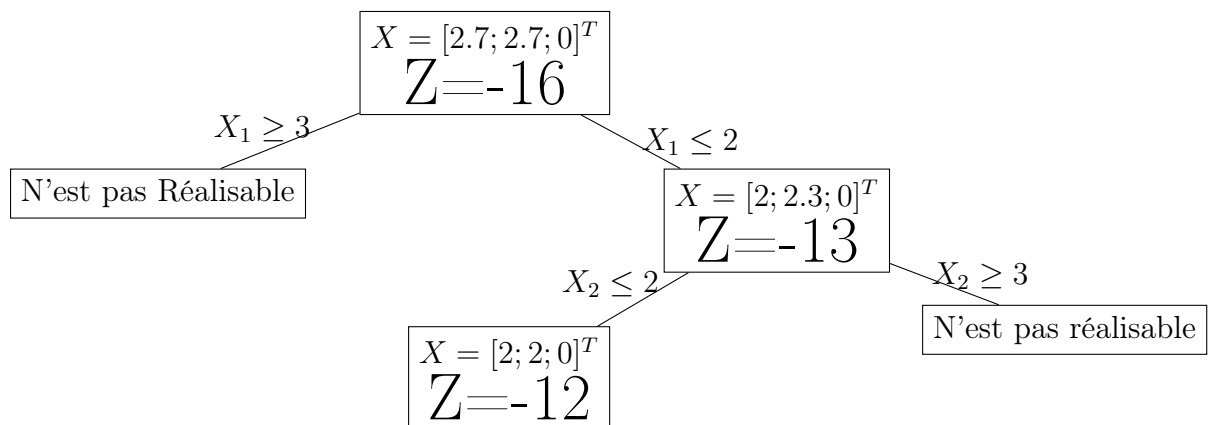
### Exemple

---

2. **La racine** est la solution de séparation d'un problème relaxé

$$\begin{cases} \max Z(X) = -3X_1 - 3X_2 - 13X_3 \\ -3X_1 + 6X_2 + 7X_3 \leq 8 \\ 6X_1 - 3X_2 + 7X_3 \leq 8 \\ X_j \geq 0 \quad \forall j \in \{1, 2, 3\} \end{cases}$$

⇒ Par la méthode du simplexe, on a  $X = [2.7; 2.7; 0]$  et  $Z = -16$



donc la solution est  $Z = -12$  pour  $[2; 2; 0]$

### La méthode des Coupes [16]

Le principe des méthodes de coupes consiste à ajouter de nouvelles contraintes linéaires au problème initial dans le but de réduire le domaine réalisable du problème relaxé, sans éliminer de points du domaine réalisable du problème avec les contraintes de nombre entier sur les variables. Cette approche implique de résoudre une suite de problèmes relaxés successifs en ajoutant à chaque fois une nouvelle contrainte linéaire, appelée coupe. Cette suite de problèmes est résolue jusqu'à ce qu'une solution optimale en nombres entiers soit obtenue, en espérant que l'ajout de coupes permettra de converger vers la solution optimale plus rapidement. Le succès des méthodes de coupes dépend de la génération de contraintes efficaces et peu coûteuses pour réduire efficacement le domaine réalisable, sans impact négatif sur la qualité de la solution. Le choix approprié du type de contraintes et du moment de leur ajout est crucial pour la performance de l'algorithme. Ainsi, l'utilisation des méthodes de coupes nécessite une compréhension approfondie de la nature du problème et de ses exigences, ainsi que des compétences en analyse

de données et en pensée créative pour générer les contraintes appropriées qui améliorent l'efficacité de l'algorithme et la qualité de la solution finale.

### La méthode Branch and Cut [11]

Cette méthode combine l'algorithme de branch and bound et des coupes planes lors de la résolution d'un programme linéaire avec des variables entières, l'algorithme commence par relâcher le problème, puis applique l'algorithme de coupure sur la solution trouvée.

Si aucune solution entière n'est trouvée, le problème est divisé en plusieurs sous-problèmes qui sont résolus de la même manière.

### Le problème de sac à dos (PLNE (0, 1))

Le problème décrit consiste à choisir un ensemble d'objets ayant des poids et des utilités différents, tout en respectant la capacité maximale d'un sac. L'objectif est d'utiliser des objets choisis, sans dépasser la capacité du sac.[14]

$$\begin{cases} \text{Min } \sum_{j=1}^n C_j \cdot X_j \\ \sum_{j=1}^n W_j \cdot X_j \leq B \\ X_j \in \{1, 0\}, j = \{1 \dots n\} \end{cases}$$

$X_j$  : C'est la variable de décision pour l'objet(j). Elle est binaire, ce qui signifie qu'elle peut prendre soit la valeur 0 (l'objet n'est pas pris), soit la valeur 1 (l'objet est pris) . Cette variable détermine si un objet est inclus dans le sac à dos ou non.

$C_j$  : C'est la valeur de l'objet (j). Il représente la quantité de bénéfice ou d'utilité que nous obtenons en prenant cet objet dans le sac.

$W_j$  : C'est le poids de l'objet (j). Il représente la quantité de capacité utilisée dans le sac si nous prenons cet objet

$B$  : C'est la capacité maximale du sac à dos. Il représente la limite de poids que le sac peut supporter. Tous les objets pris ensemble ne doivent pas dépasser cette capacité.

**Proposition** Soit  $\frac{C_1}{W_1} \geq \frac{C_2}{W_2} \geq \dots \geq \frac{C_n}{W_n}$ , alors la solution du problème est

$$\begin{cases} X_j = 1 & \text{si } j \leq r - 1 \\ X_j = \frac{B - \sum_{j=1}^{r-1} W_j}{W_r} & \text{si } j = r \\ X_j = 0 & \text{si } j \geq r + 1 \end{cases}$$



ou  $r$  est tel que :  $\sum_{j=1}^{r-1} W_j \leq B$  et  $\sum_{j=1}^n W_j > B$

**Exemple**

$$\begin{cases} \max 10X_1 + 12X_2 + 7X_3 + 2X_4 \\ 4X_1 + 5X_2 + 3X_3 + X_4 \leq 10 \\ X_i \in \{1, 0\} \quad \forall i \in \{1, 2, 3, 4\} \end{cases}$$

Ordonner les variables suivant l'ordre décroissant de  $\frac{C_j}{W_j}$

Donc, le problème relaxé est

$$\begin{cases} \max 10X_1 + 12X_2 + 7X_3 + 2X_4 \\ 4X_1 + 5X_2 + 3X_3 + X_4 \leq 10 \\ 0 \leq X_i \leq 1 \quad \forall i \in \{1, 2, 3, 4\} \end{cases}$$

On a  $\sum_{j=1}^2 W_j = 4 + 5 = 9 \not\geq 10$

$\sum_{j=1}^3 W_j = 4 + 5 + 3 = 12 \geq 10$

Donc  $r=3$ , alors la solution est  $X_1=1, X_2=1, X_3=\frac{1}{3}, X_4=0$ .

$Z = 24, 33$  donc la borne supérieure est 24 la variable  $X_3$  n'est pas entier, donc on sépare par rapport à  $X_3$  et on écrit deux branches.

$$\begin{cases} X_3 \leq 0 \rightarrow X_3 = 0 \\ X_3 \geq 1 \rightarrow X_3 = 1 \end{cases}$$

Pour  $X_3 = 0$

on remplace  $X_3 = 0$  dans le problème

$$\begin{cases} \max 10X_1 + 12X_2 + 2X_4 \\ 4X_1 + 5X_2 + X_4 \leq 10 \\ 0 \leq X_i \leq 1 \quad \forall i \in \{1, 2, 3, 4\} \end{cases}$$

On a  $\sum_{j=1}^4 W_j = 4 + 5 + 1 = 10 \leq 10$

Donc  $r=4$ , donc la solution est  $X_1=1, X_2=1, X_3=0, X_4=1$

$Z = 24$  (la solution est entier)

Pour  $X_3 = 1$

On remplace  $X_3 = 1$  dans le problème

$$\begin{cases} \max 10X_1 + 12X_2 + 2X_4 + 7 \\ 4X_1 + 5X_2 + X_4 \leq 7 \\ 0 \leq X_i \leq 1 \quad \forall i \in \{1, 2, 3, 4\} \end{cases}$$

On a  $\sum_{j=1}^1 W_j = 4 \not\geq 7$

$$\sum_{j=1}^2 W_j = 4 + 5 = 9 \geq 7$$

Donc  $r=2$ , la solution est  $X_1=1, X_2=\frac{3}{5}, X_3=1, X_4=0$

( $X_2=\frac{3}{5}$  n'est pas entier)

On sépare par rapport à  $X_2$  on a deux branches

$$\begin{cases} X_2 \leq 0 \rightarrow X_2 = 0 \\ X_2 \geq 1 \rightarrow X_2 = 1 \end{cases}$$

Pour  $X_2 = 1$

$$\begin{cases} \max 10X_1 + 2X_4 + 19 \\ 4X_1 + X_4 \leq 2 \\ 0 \leq X_i \leq 1 \quad \forall i \in \{1, 4\} \end{cases}$$

Ce problème n'admet pas solution réalisable.

Pour  $X_2 = 0$

$$\begin{cases} \max 10X_1 + 2X_4 + 7 \\ 4X_1 + X_4 \leq 7 \\ 0 \leq X_i \leq 1 \quad \forall i \in \{1, 4\} \end{cases}$$

On a  $\sum_{j=1}^1 W_j = 4 \not\geq 7$

$$\sum_{j=1}^4 W_j = 4 + 1 = 5 \geq 7$$

Donc la solution est  $X_1=1, X_2=0, X_3=1, X_4=1$ , et  $Z = 19$  donc on coupe le sommet pour raison  $19 \leq 24$ .

Donc la solution finale est  $Z^* = 24$ , pour  $(X_1^*=1, X_2^*=1, X_3^*=0, X_4^*=1)$ .

## Conclusion

A la conclusion de ce chapitre, nous constatons que la programmation linéaire en nombre entiers représente un outil puissant pour résoudre une variété de problèmes où les variables de décision doivent être entières plutôt que continues. Cette méthodologie offre un équilibre important entre la précision de la solution et l'efficacité de résolution, permettant de trouver des solutions acceptables dans un délai raisonnable malgré les défis liés à la manipulation des contraintes entières, la programmation linéaire en nombre entiers reste extrêmement précieuse dans des domaines tels que la logistique, les technologies de l'information, l'ingénierie, et autres. Cela offre également une opportunité d'explorer et de développer de nouvelles techniques et algorithmes innovants pour améliorer la capacité de programmation linéaire en nombres entiers à traiter des problèmes plus complexes à l'avenir.

# Chapitre 4

## Prévision et Optimisation par la PLNE

Dans ce chapitre, les étapes de l'étude seront présentées, en commençant par la définition du problème et le développement du modèle approprié, jusqu'à l'analyse et l'interprétation des résultats. Le problème traité ici est de déterminer le nombre optimal d'employés nécessaires pour exécuter diverses tâches (chargement, mise en stock, et déchargement) dans la plateforme logistique Numilog. L'objectif est de minimiser les coûts associés à cette main-d'œuvre tout en assurant une efficacité opérationnelle maximale. Ce chapitre est divisé en deux parties :

- *Partie prévisionnelle* Le processus de prévision des séries temporelles avec R commence par l'importation et l'organisation des données sous forme de série temporelle. Les données sont ensuite visualisées pour comprendre les tendances et les motifs initiaux. Ensuite, nous testons la présence de tendance et de saisonnalité dans la série temporelle, puis vérifions sa stationnarité. Le meilleur modèle de prévision est sélectionné et ajusté avec précision. Après l'ajustement du modèle, nous vérifions les résidus pour nous assurer qu'il n'y a pas de motifs restants pouvant être prévus. Enfin, nous prévoyons les valeurs futures et affichons ces prévisions avec les données d'origine pour obtenir une vision claire et précise de l'avenir de la série, fournissant des prévisions fiables qui aident à prendre des décisions basées sur des données précises.
- *Partie modélisation* Cette partie fournit un aperçu général des étapes fondamentales de la planification de la main-d'œuvre dans les plateformes logistiques. Ces étapes incluent la détermination du nombre de travailleurs requis, l'établissement des objectifs financiers, ainsi que la quantification des opérations de chargement et de déchargement. Une étape cruciale consiste à modéliser le problème de la planification avec un modèle pLNE. L'objectif

de ces étapes est d'atteindre une planification optimale de la main-d'œuvre et d'améliorer l'efficacité des opérations logistiques.

## 4.1 Modélisation statistique des données

Avant de commencer la modélisation statistique, nous allons présenter un aperçu rapide sur le langage R.

### 4.1.1 Introduction au Langage R

Le langage de programmation R représente une avancée majeure dans le monde de l'analyse de données et des sciences des données. Basé sur un développement antérieur du langage S, R ajoute de nouvelles fonctionnalités telles que la portée lexicale renforcée, ce qui en fait un outil puissant pour l'analyse et l'organisation des données de manière efficace.

La langue de programmation R a été inventée dans le cadre d'un projet de recherche par les chercheurs néo-zélandis Ross Ihaka et Robert Gentleman en 1993. Depuis lors, la langue a évolué et sa première version officielle (R1. 0. 0) a été lancée en 2000. Depuis lors, la langue R est devenue l'un des outils les plus importants dans le domaine de l'analyse statistique et des sciences des données.

La véritable force de R réside dans sa capacité à manipuler de grands ensemble de données variées, à appliquer des tests statistique complexes et à créer des représentations graphique précises.

Il est largement utilisé par les statisticiens, les chercheurs et les scientifiques pour analyser les données et extraire des tendances et des modèles.[15]

### 4.1.2 Présentation et importation des données

La figure (4.1) représente les données utilisées dans cette étude, qui dépeignent le nombre de palettes chargées et déchargées par jour, et ont été gracieusement fournies par le service logistique. Cette source de données nous a permis d'analyser et de comprendre les aspects essentiels du processus de chargement et de déchargement pour les premiers mois de 2024.

Les jours \ Données	janvier	février	mars	avril
1	1640	2036	1565	2334
2	2185	1259	1992	2505
3	1435	1204	2206	2707
4	1164	1346	2772	1956
5	1220	1540	2447	1181
6	1958	2282	2611	1452
7	1774	1819	2851	1464
8	1567	1641	2319	1819
9	1853	1118	2546	1821
10	1837	1715	2405	1377
11	1617	1429	2633	1865
12	1248	2285	2628	1745
13	2218	2301	2922	1809
14	1981	2444	2414	1508
15	2018	1822	1597	1575
16	1706	1378	2087	2098
17	1835	1440	2105	1948
18	1900	1641	2212	1889
19	1350	1741	2441	2246
20	2200	2118	2561	1916
21	1961	2068	1839	1927
22	1450	2811	1656	2424
23	2808	1916	1702	4611
24	2358	1571	1476	2292
25	2371	1521	2302	1390
26	1746	2938	1928	2019
27	2407	2501	2182	2209
28	1652	3474	1727	1997
29	3150	2387	1348	1793
30	2825	\	2271	2030
31	1964	\	1499	\

TABLE 4.1 – Évolution des palettes chargé/déchargé

Les données collectées ont été organisées dans un fichier CSV<sup>1</sup> nommé "don-

---

1. **Fichier CSV** est un type de fichier texte utilisé pour stocker des données tabulaires, où chaque ligne représente une entrée distincte et les valeurs sont séparées par des virgules. Ce format est largement utilisé pour échanger des données entre différentes applications, permettant une compatibilité facile entre les systèmes et les logiciels.

nees.csv".

Les commandes R avec lesquelles on charge les données (ou les packages) dans l'environnement de travail R sont :

**library(readr)** : On utilise la bibliothèque readr de R, pour lire des données tabulaire (des fichiers CSV).

**donnees <- read.csv("donnees.csv", sep = ";")** : la commande lit les données d'un fichier CSV.

### 4.1.3 Modélisation de la série

Pour analyser une série de données sous forme de série chronologique dans R, on a plusieurs étapes à suivre, tout d'abord, les données doivent être structurées en une série chronologique à l'aide de la fonction `ts()`, en spécifiant le début et la fréquence des observations. Ensuite, un vecteur de dates est créé à l'aide de la fonction `seq()`, démarrant à une date donnée et se prolongeant jusqu'à la longueur de la série chronologique. Ces données sont ensuite regroupées dans un data frame avec deux colonnes : une pour les dates et une pour les valeurs de la série chronologique. En important la bibliothèque `ggplot2`, il est ensuite possible de créer un graphique de la série temporelle en utilisant la fonction `ggplot()` avec les données du data frame, en spécifiant les variables pour les axes x et y. Cette méthode permet une visualisation claire et une analyse approfondie des tendances temporelles des données.

Le choix d'une fréquence de 7 pour analyser les données du tableau de chargement et de déchargement a été motivé par sa correspondance avec l'agenda hebdomadaire selon lequel l'entreprise reçoit ces données chaque semaine. Cela facilite l'analyse des performances et des tendances sur une base hebdomadaire, assurant ainsi une présentation régulière et structurée des rapports.

#### a) Structuration des données comme une série chronologique

**ts\_data <- ts(donnees\$qt, start =c(2024, 1), frequency = 7)** : Cette commande sur R permet de créer une série chronologique en utilisant `'ts'` en R.

#### Représentation graphique

La figure (4.1) représente le graphe de la série chronologique d'observations sur quatre mois de la quantité de palettes (chargement/déchargement) durant l'année 2024.

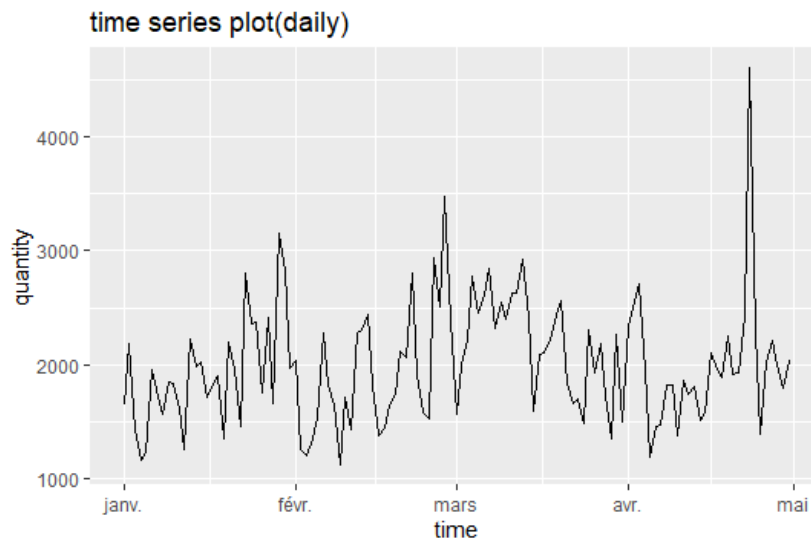


FIGURE 4.1 – Graphe de la série chronologique

**b) ACF et PACF**

Le graphe de l'ACF représenté dans la figure (4.2) montre une forte autocorrélation seulement au premier décalage, sans présenter de tendance à long terme ni de saisonnalité claire. Par contre, le graphique de la PACF représenté dans la figure (4.3) suggère qu'il existe un effet saisonnier ou une tendance dans les données. Une pattern périodique clair se répète toutes les 7 et 14 unités de temps dans les courbes ACF et PACF, indiquant clairement la présence d'une saisonnalité dans les données.



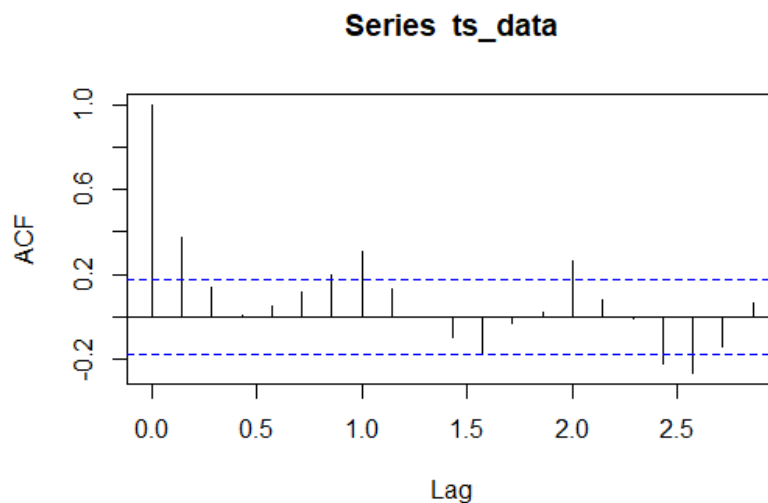


FIGURE 4.2 – Graphe de ACF

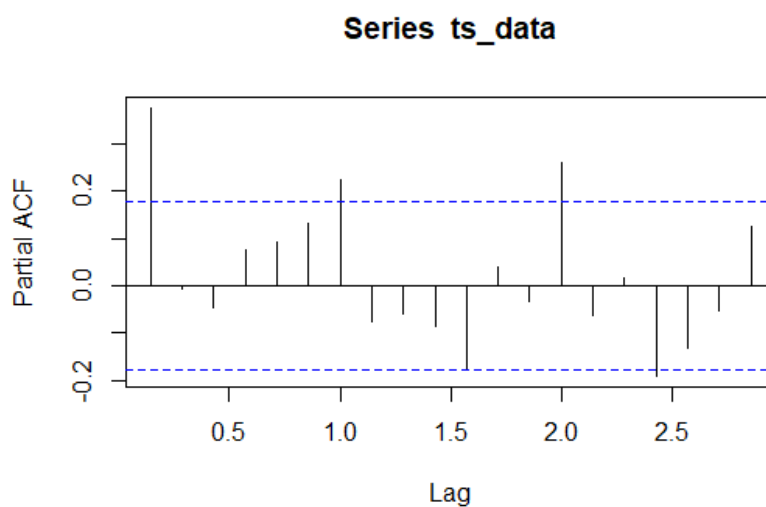


FIGURE 4.3 – Graphe de PACF

### c) Étude de la Tendence

Pour effectuer une étude de tendance sur une série temporelle en R, on va appliquée le test de Mann-Kendall, On a choisi le car il est non paramétrique, ce qui signifie qu'il ne nécessite pas que les données suivent une distribution spécifique, et il est particulièrement robuste pour détecter les tendances monotones dans des

séries chronologiques avec des valeurs manquantes ou des données non normalement distribuées.

on commence par définir les hypothèses de Mann-Kendall. On a deux hypothèse :

✓ **H0** : absence de la tendance.

✓ **H1** : l'existence d'une tendance.

**library(trend)** : cette bibliothèque dans R permet de fournir des fonctions spécifiquement conçues pour effectuer des tests de tendance statistique.

**mk.test(ts-data)** : La fonction 'mk.test' du package 'trend' en R est utilisée pour effectuer le test de **Mann -Kendall** sur une série temporelle.

Le résultat de la commande est dans la figure (4.4) ci-dessus :

```

Mann-Kendall trend test

data:  ts_data
z = 1.5503, n = 121, p-value = 0.1211
alternative hypothesis: true S is not equal to 0
sample estimates:
      S      varS      tau
6.930000e+02 1.992437e+05 9.547427e-02

```

FIGURE 4.4 – Résultat de **Mann-Kendall** sur R

Dans la figure (4.4) on a,  $p\text{-value}=0.1211 > 0.05$ , ce qui implique que, on va accepter l'hypothèse nulle, notre série n'a pas une tendance.

#### d) Étude de la saisonnalité

Premièrement, on va choisir le modèle approprié pour l'analyse, il est généralement préférable de choisir celui qui obtient la valeur AIC<sup>2</sup> la plus bas. Dans notre cas, nous avons trouvé que la valeur AIC du modèle multiplicatif était beaucoup plus bas (12.0570) par rapport au modèle additif (1863.0674). Cela suggère que le modèle multiplicatif pourrait être meilleur pour interpréter les données séquentielles. On applique la décomposition pour vérifier la saisonnalité.

2. **AIC**(Critère d'Information Akaike) est une mesure statistique utilisée pour comparer les modèles. Il équilibre la qualité de l'ajustement et la complexité du modèle. Le modèle avec la plus petite valeur d'AIC est préféré.

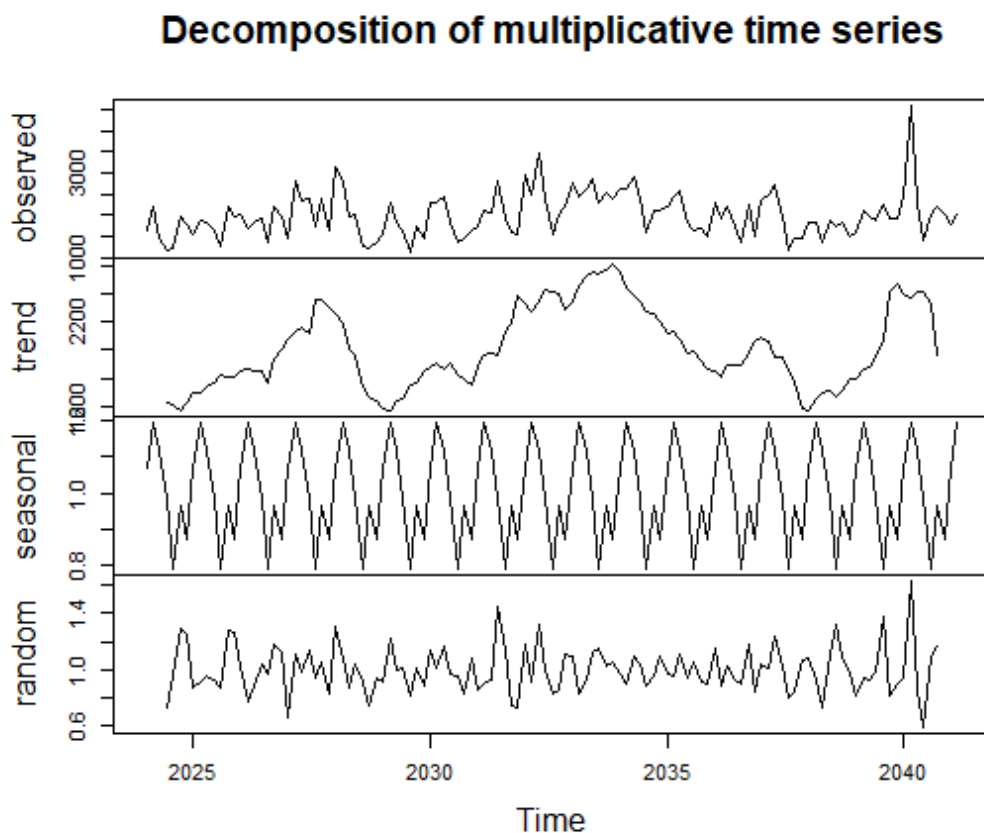


FIGURE 4.5 – Graphe de Décomposition

La figure (4.5) représente le graphe de la décomposition mettant en évidence une saisonnalité hebdomadaire, se manifestant tous les 7 jours.

#### 4.1.4 Étude de la stationnarité

Dans un modèle ARIMA, la stationnarité est cruciale car elle suppose que la série temporelle possède des propriétés statistiques constantes au fil du temps. Si une série n'est pas stationnaire, elle peut nécessiter une différenciation pour éliminer les tendances ou les saisons. Le graphe de l'ACF montre une absence de tendance, ce qui peut impliquer une stationnarité. Pour confirmer cela, on applique le test de Dickey-Fuller.

##### a) Test de stationnarité de dickey-Fuller augmenté pou la série

Dans cette série, on examinons les deux hypothèses suivantes :

✓ **H0** : La série temporelle possède une racine unitaire.

✓ **H1** : La série temporelle ne possède pas une racine unitaire.

`adf.test(ts_data)` : avec cette commande dans R on effectue le test de l'existence ou l'absence d'une racine unitaire dans notre série.

Pour examiner les deux hypothèses, nous allons appliquer le test de Dickey-Fuller :

#### Augmented Dickey-Fuller Test

```
data: ts_data
Dickey-Fuller = -3.9294, Lag order = 4, p-value = 0.01505
alternative hypothesis: stationary
```

FIGURE 4.6 – Résultat de test **Dickey-Fuller** sur R

On a  $p\text{-value}=0.01505 < 0.05$ , on rejette l'hypothèse nulle selon laquelle la série temporelle possède une racine unitaire, donc notre série est stationnaire.

#### b) Ajustement d'un modèle ARMA à la série temporelle

Pour déterminer le modèle de ARMA on a besoin des résultats précédents. En se basant sur l'analyse des graphes de la PACF et de l'ACF, ainsi que sur le graphe de décomposition de notre série temporelle, nous pouvons déterminer les paramètres du modèle ARMA de manière appropriée. Le premier pic significatif dans le graphe de la PACF apparaît au retard 1, suggérant une corrélation partielle forte entre les observations successives. Cela nous conduit à choisir  $p=1$ . De même, les pics significatifs dans le graphe de l'ACF aux retards 1 et 2 impliquent  $q=2$ . Quant à la composante de différenciation, notre série étant déjà stationnaire,  $d=0$ . D'après le graphe de décomposition, qui met en évidence une saisonnalité de 7 jours dans notre série temporelle, il est clair que des composants saisonniers doivent être pris en compte dans notre modèle ARMA. Confirmée par les pics observés dans le graphe de la PACF aux retards 7 et 14, suggérant ainsi une composante saisonnière auto-régressive d'ordre 2 ( $P=2$ ). Comme notre série est également stationnaire en termes de saisonnalité, nous fixons  $D=0$ . Enfin, puisque le graphe de l'ACF ne présente pas de pics remarquables aux périodes saisonnières, nous choisissons  $Q=0$ . Ces paramètres fournissent un cadre robuste pour modéliser efficacement notre série temporelle.

Pour confirmer ce résultat on utilise la fonction `auto.arima` dans R.

La figure (4.7) représente le résultat de la fonction `auto.arima`.

```

Series: ts_data
ARIMA(1,0,2)(2,0,0)[7] with non-zero mean

Coefficients:
      ar1      ma1      ma2      sar1      sar2      mean
 0.8226 -0.4303 -0.1635  0.1661  0.3786 1971.5854
s.e.  0.1165  0.1490  0.1022  0.0849  0.0965  177.3878

sigma^2 = 201905:  log likelihood = -909.18
AIC=1832.35  AICc=1833.34  BIC=1851.92

```

FIGURE 4.7 – Modèle **Arma** sur R**b) Vérification des résidus du modèle :**

L'analyse des résidus dans les modèles statistiques est cruciale pour évaluer leur fiabilité. En s'assurant que les résidus suivent la propriété du bruit blanc (indépendance et identiquement distribués), on peut détecter les valeurs aberrantes et les structures non aléatoires qui pourraient influencer les résultats du modèle. Cela garantit que le modèle capture correctement la variabilité des données et assure la robustesse des conclusions statistiques tirées. Ainsi, l'analyse des résidus est indispensable pour valider et améliorer la précision des prévisions dans l'analyse statistique.

Parmi les testes sur les résidus on a le test de 'Ljung-Box'.

La figure (4.8) représente notre test.

```

Ljung-Box test

data:  Residuals from ARIMA(1,0,2)(2,0,0)[7] with non-zero mean
Q* = 6.9523, df = 9, p-value = 0.6421

Model df: 5.    Total lags used: 14

```

FIGURE 4.8 – Résultat de Ljung-Box sur R

**Interprétation :**

**Valeur de Q\*** : 6.9523, qui est la valeur statistique calculée pour le test.

**Degrés de liberté (df)** : 9, ce qui représente le nombre de périodes de temps utilisées pour le test.

**Valeur p** : 0.6421, qui est bien supérieure à 0.05 (le niveau de signification statistique couramment utilisé).

Étant donné que la valeur p est de 0.6421 (supérieure à 0.05), nous ne rejetons pas l'hypothèse nulle du test.

L'hypothèse nulle indique qu'il n'y a pas d'autocorrélation dans les résidus. Par

conséquent, nous pouvons conclure qu'il n'y a pas de preuve statistique d'autocorrelation dans les résidus du modèle SARMA appliqué.

**Le graphe**

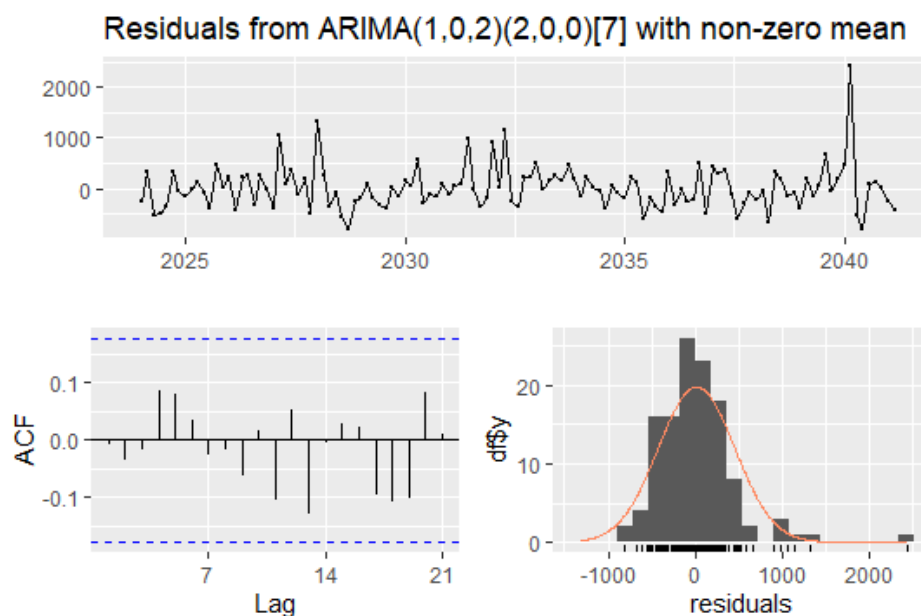


FIGURE 4.9 – Graphe des résidus

La figure (4.9) illustre le graphe des résidus qui se situent dans l'intervalle de confiance d'un bruit blanc.

**c)Prédiction des valeurs futures**

On va afficher les valeurs prédire de modèle SARMA choisi :

	Point Forecast	Lo 80	Hi 80	Lo 95	Hi 95
2041.286	1892.720	1316.870	2468.571	1012.0331	2773.407
2041.429	1814.477	1195.918	2433.035	868.4728	2760.480
2041.571	2059.339	1434.033	2684.644	1103.0159	3015.661
2041.714	1970.214	1340.384	2600.044	1006.9725	2933.456
2041.857	1942.666	1309.793	2575.539	974.7708	2910.561
2042.000	2099.848	1464.925	2734.771	1128.8172	3070.879
2042.143	2969.703	2333.396	3606.009	1996.5559	3942.850
2042.286	2070.759	1421.275	2720.243	1077.4590	3064.059
2042.429	1717.823	1065.005	2370.642	719.4237	2716.223
2042.571	1997.995	1344.039	2651.952	997.8556	2998.135
2042.714	2056.218	1401.493	2710.943	1054.9029	3057.534
2042.857	1972.262	1317.017	2627.506	970.1514	2974.372

FIGURE 4.10 – Les valeurs prédire sur R

Dans notre cas, les nombres des palettes doivent être des nombres entiers, donc nous devons les convertir en nombres entiers.

voici le résultat :

```
Frequency = 7
[1] 1893 1814 2059 1970 1943 2100 2970 2071 1718 1998 2056 1972
```

FIGURE 4.11 – Les valeurs prédire sur R

La figure (4.12) représente l'ajustement et la prévision du modèle ARIMA. Le graphique en bleu représente la série chronologique observée. Le graphique en rouge correspond à la série ajustée, tandis que le graphique en vert représente les prévisions.

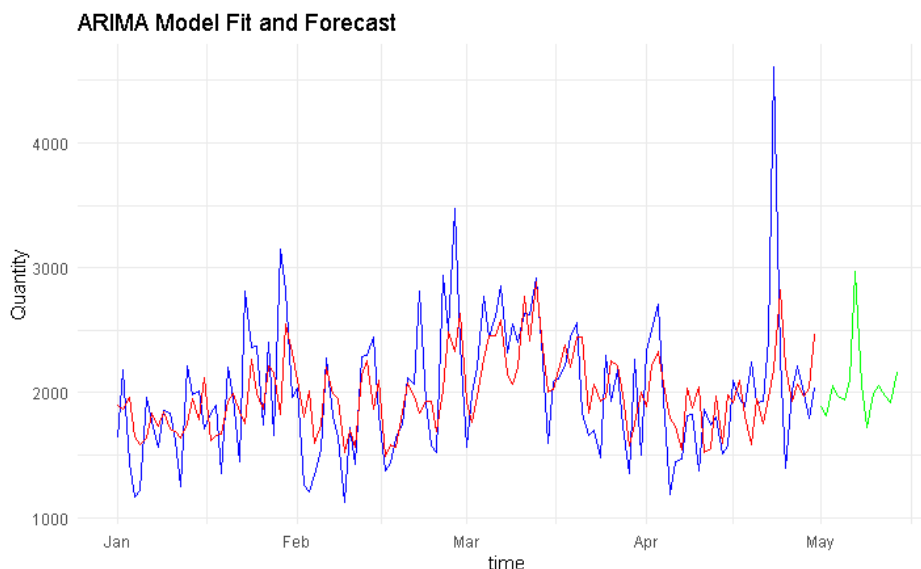


FIGURE 4.12 – Un graphique combinant les données effectives de chargements/-déchargements avec les prédictions issues d'une méthode de prévision.

## 4.2 Modélisation

### 4.2.1 Principe et but

Notre modèle mathématique cherche à planifier le nombre d'employés dont nous avons besoin pour chaque journée de manière optimale. Le but est de minimiser les coûts liés aux employés tout en garantissant une performance opérationnelle optimale.

### 4.2.2 Hypothèses considérées

1. Le planning des employées est préparé pour une semaine.
2. Chaque processus (réception, expédition) nécessite la participation de deux employées pour garantir un fonctionnement fluide est efficace.
3. Chaque quai est désigné soit pour chargement, soit pour déchargement.
4. Le nombres des palettes à chargé ou déchargé est connue à l'avance (.....) permettent ainsi une organisation efficace.
5. La plateforme est opérationnelle 24h/24, qui garantissent une flexibilité maximale pour les opérations.
6. Une fois qu'un employé à commencé un processus, il est tendue le terminer.
7. Un employé ne peut pas effectuer deux processus simultanément.

### 4.2.3 Collecte de données

1. Le dossier cevfood<sup>3</sup> Il constitue d'une part l'activité la plus important en termes des flux physiques, autrement dit le vecteur de distribution des produits de la société mère Cevital. dispose de 26 employées (3 de niveau 02, et 23 de niveau 01), ils sont appelés selon le volume de travail.
2. L'objectif totale pour un shift (le jour est divise sur trois shift : 06 : 00h à 14 : 00h, 14 : 00h à 22 : 00, 22 : 00 à 06 : 00h) est de charger ou déchargé 25 palettes/h, tandis que pour un employé, l'objectif de manipuler 188 palettes sur une période de travail de 7.5 heures.
3. La plateforme dépose de 15 cellules, (9 cellules pour le dossier cevfood).
4. La plateforme est équipée de 92 quais dédiés au chargement et au déchargement, garantissant ainsi une fluidité optimale de opérations.
5. Le temps de chargement/déchargement est varie généralement entre 40 minutes et 1 heure.

### Données et Paramètres

$X_1$  : Nombre d'employés de niveau 1 affectés uniquement au déchargement \chargement dans la journée.

$X_2$  : Nombre d'employés de niveau 2 affectés au déchargement \chargement dans la journée .

$X_3$  : Nombre d'employée de niveau 1 affecté uniquement au stockage dans la journée.

---

3. **cevfood**



$Z_1$  : Nombre d'employée de niveau 1 affectés à la fois au déchargement \ charge-ment et au stockage dans la journée.

$Y$  :Quantité déchargée par les employés de niveau 1 affectés à la fois au décharge-ment\chargement et au stockage dans la journée .

$Q$  : La quantité chargé, déchargé et stocker par jour.

$R_1$  : objectif pour chaque employée niveau 1 dans la journée.

$R_2$  : objectif pour chaque employée niveau 2 dans la journée.

$C_1$  : le coût d'employée niveau 1 pour un jour.

$C_2$  : le coût d'employée niveau 2 pour un jour.

Niveau {1} : Représenter les employés capables d'utiliser 5 type de machines dif-férents.

Niveau {2} : Représenter les employés capables d'utiliser seulement 3 type de ma-chines.

### Les contraintes

Les contraintes sont les conditions qui doivent être respectées pour garantir une solution pratique et réaliste :

★Première contrainte

$$X_1 + X_3 + Z_1 \leq 23$$

Cela signifie que le nombre de travailleurs de niveau 1 ne peut pas dépasser 23 par jour.

★Deuxième contrainte

$$X_2 \leq 3$$

Cela signifie que le nombre de travailleurs de niveau 2 ne peut pas dépasser 3 par jour.

★Troisième contrainte

$$R_1X_1 + R_2X_2 + Y \geq Q$$

La quantité totale de travail effectuée par les employées de niveau 1 affectés au

chargement \ déchargement ( $R_1X_1$ ), les employée de niveau 2( $R_2X_2$ ), et la quantité  $Y$  chargé \ déchargée par les employée de niveau 1 affectés aux deux tâches, doit être au moins égale à la quantité totale de travail  $Q$ .

★Quatrième contrainte

$$R_1X_3 + R_1Z_1 - Y \geq Q$$

La quantité totale de travail effectuée par les employée de niveau 1 affectés uniquement au stockages  $R_1X_3$  et les employées de niveau 1 affectés aux deux tâches  $R_1Z_1$ , moins la quantité  $Y$  chargée \ déchargée par ces derniers, doit être au moins égale à la quantité totale de travail  $Q$ .

★Cinquième contrainte

$$R_1Z_1 - Y \geq 0$$

La quantité de travail effectuée par les employées de niveau 1 affectés deux tâches  $R_1Z_1$  doit être au moins égale à la quantité  $Y$  qu'ils chargement \ déchargement. Cela garantit que les employés polyvalents effectuent au moins autant de travail qu'ils ne chargent \ déchargent.

### Objectif

L'objectif est de minimiser le coût total de main-d'œuvre, en considérant les coût des employés de niveau 1 ( $X_1, X_3, Z_1$ ) et de niveau 2( $X_2$ ). La variable  $Y$  n'a pas de cot associé dans l'objectif car elle représente une quantité de travail, pas une ressource humaine. La fonction objectif est :

$$C_1X_1 + C_2X_2 + C_1X_3 + C_1Z_1 + 0 \times Y$$

## 4.3 Le modèle

$$\left\{ \begin{array}{l} \min F = C_1X_1 + C_2X_2 + C_1X_3 + C_1Z_1 + 0 \times Y \\ \text{subject to :} \\ X_1 + X_3 + Z_1 \leq 23 \\ X_2 \leq 3 \\ R_1X_1 + R_2X_2 + Y \geq Q \\ R_1X_3 + R_1Z_1 - Y \geq Q \\ R_1Z_1 - Y \geq 0 \\ X_1, X_2, X_3, Z_1 \geq 0 \\ X_1, X_2, X_3, Z_1 \in \mathbb{Z} \end{array} \right.$$

**EXEMPLE**

Pour l'année 2024, on a  $C_1=1000$  DA pour un jour,  $C_2=900$  DA pour un jour et  $R_1=R_2 =188$  palette pour un jour.

Pour le jour 01\01\2024 on a  $Q=1640$ .

$$\left\{ \begin{array}{l} \min F = 1000X_1 + 900X_2 + 1000X_3 + 1000Z_1 + 0 \times Y \\ \text{subject to :} \\ X_1 + X_3 + Z_1 \leq 23 \\ X_2 \leq 3 \\ 188X_1 + 188X_2 + Y \geq 1640 \\ 188X_3 + 188Z_1 - Y \geq 1640 \\ 188Z_1 - Y \geq 0 \\ X_1, X_2, X_3, Z_1 \geq 0 \\ X_1, X_2, X_3, Z_1 \in \mathbb{Z} \end{array} \right.$$

**Application du modèle**

On utilise Le langage de programmation R pour résoudre le modèle **library(lpSolve)** permet de charger la bibliothèque lpsolve de R est utilise Pour résoudre un problème de programmation linéaire en nombre entiers .

◦**ÉTAPE 01** : Définir les coefficient de la fonction objectif

$$(1000, 900, 1000, 1000, 0)$$

**Commande**

```
obj <- c(1000, 900, 1000, 1000, 0)}
```

◊**Explication**

'obj' est un vecteur qui contient les coefficients de coût des travailleurs de niveau 1 et 2 respectivement(1000  $X_1$ , 900  $X_2$ , 1000  $X_3$ , 1000 $Z_1$  et 0  $\times Y$ ).

◦**ÉTAPE 02** : Définir la matrice des contraintes

$$\begin{array}{c} [X_1 \quad X_2 \quad X_3 \quad Z_1 \quad Y] \\ \left[ \begin{array}{ccccc} 1 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ -188 & -188 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & -188 & -188 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & -188 & 1 \end{array} \right] \end{array}$$

**Commande**

```
mat <- matrix(c(1, 0,1,1,0,
               0,1, 0,0,0,
               -188,-188,0,0,-1,
               0,0,-188,-188,1,
               0,0,0, -188,1),
              nrow = 5, byrow = TRUE)
```

#### ◊Explication

'mat' est une matrice ou chaque ligne correspond à une contrainte.

'byrow=TRUE' signifie que les éléments sont ajoutés ligne par ligne .

'nrow' est nombre de contraintes

◦ÉTAPE 03 : Définir la direction des inégalités

( $\leq, \leq, \leq$ )

#### Commande

```
dir <- c("<=", "<=", "<=", "<=", "<=" )
```

#### ◊Explication

'dir' est un vecteur qui contient les directions des inégalités.

◦ÉTAPE 04 : Définir les valeurs constante dans contrainte

(23, 3, -1640, -1640, 0)

#### Commande

```
rhs <- c(23,3, -1640,-1640,0)
```

#### ◊Explication

'rhs' est un vecteur qui contient les valeurs du coté droit des contraintes.

◦ÉTAPE 05 : L'objectif de cette étape est de résoudre le problème de programmation linéaire en nombres entiers afin de déterminer les valeurs optimales des variables de décision, qui incluent le nombre des employés à utiliser.

#### Commande

```
lp_solution <- lp(direction = "min",
                 objective.in = obj,
                 const.mat = mat,
                 const.dir = dir,
                 const.rhs = rhs,
                 all.int = TRUE)
print(lp_solution)
```

◊ **Explication**

'direction="min"' indique que nous voulons minimiser la fonction objectif.

'objective.in=obj' passe les coefficients de la fonction objectif.

'const.dir= dir' passe la direction des inégalités.

'const.rhs= rhs' passe les valeurs du coté droit des contraintes.

'all.int= TRUE' impose que toutes les variables de décision soient des nombre entiers.

'lp\_solution' contient la valeur minimale de la fonction objectif, qui est ensuite imprimée.

◦ **ÉTAPE 06** : L'objectif de cette étape est de déterminer les valeurs des variables de décision qui minimisent le coût total des employés.

Voici la **Commande** qui nous a permis de les déterminer.

```
optimal\_values <- lp\_solution\$solution
print(optimal\_values)
```

◊ **Explication :**

'lp-solution \$ solution' contient valeurs optimales des variables de décision qui sont ensuite imprimées.

Après avoir suivi ces étapes, nous obtenons la solution suivant :

```
Success: the objective function is 17700
> # Extract the optimal values of decision variables
> optimal_values <- lp_solution$solution
> print(optimal_values)
[1] 6 3 9 0 0
```

FIGURE 4.13 – Solution de Modélisation sur R

### Résultats et interprétation

Donc la solution est :

$X_1 = 6$  : 6 employés de niveau 1 sont affectés uniquement au déchargement \chargement dans la journée.

$X_2 = 3$  : 3 employés de niveau 2 sont affectés au déchargement \chargement dans la journée.

$X_3 = 9$  : 9 employés de niveau 1 sont affectés uniquement au stockage dans la journée.

$Z_1 = 0$  : Aucun employé de niveau 1 n'est affecté à la fois au déchargement \chargement et au stockage dans la journée.

$Y = 0$  : La quantité déchargée par les employés de niveau 1 affectés à la fois au déchargement \chargement et au stockage dans la journée est nulle.

En combinant ces affectations et en prenant en compte les coûts des employés de chaque niveau, nous obtenons un coût total de  $F=17700$  pour la journée.

Après cela, nous pouvons dire que nous avons résolu le problème de programmation linéaire en nombre entiers pour déterminer le plan d'action optimal pour les cinq variables( $X_1, X_2, X_3, Z_1, Y$ ) a fin de réduire les coûts.

## Conclusion

Dans notre analyse, nous avons examiné la résolution des séries chronologiques en appliquant la méthode ARIMA. Toutefois, il convient de noter qu'il existe d'autres approches tout aussi efficaces, telles que le lissage exponentiel et les techniques d'apprentissage automatique.

# Conclusion

Ce mémoire a exploré la prévision et la modélisation dans le contexte de la planification de la main-d'œuvre. Nous avons développé un modèle SARIMA pour obtenir des prévisions et un modèle de Programmation Linéaire en Nombres Entiers (PLNE) pour optimiser l'allocation des ressources humaines.

Nous avons constaté que le modèle SARIMA était efficace pour capter les tendances et les cycles dans les séries temporelles étudiées, offrant ainsi des projections précieuses pour l'avenir. Le modèle de PLNE a permis d'optimiser l'allocation des ressources humaines, en tenant compte des contraintes et des objectifs spécifiques de l'organisation.

Nous avons également mis en évidence les défis inhérents à ces processus, tels que la collecte de données de qualité et la gestion de l'incertitude. Cependant, nous avons montré que ces défis pouvaient être surmontés grâce à l'utilisation de techniques appropriées.

Enfin, nous soulignons l'importance de l'intégration de l'expertise humaine avec les méthodes quantitatives pour interpréter les résultats des modèles.

Ce travail peut être amélioré en intégrant des techniques d'apprentissage automatique pour affiner les modèles existants.

# Bibliographie

- [1] HOUNAS Mokrane et REZGUI Souhila : *Les leviers de l'optimisation de la chaîne logistique internationale dans le cadre du transport routier. Cas de l'entreprise NUMILOG*. Mémoire de Master en Sciences Commerciales, spécialité : Finance et Commerce International, Université de Bejaia, 2018.
- [2] SAADI Lamine et SEKKOUR Yanis : *Optimisation de processus de préparation des commandes chez NUMILOG (client DANONE)*, Université de Bejaia, Promotion 2017/2018.
- [3] KHIREDINE Hanafi et BOUCHIKH Billal : *Gestion des risques routiers pour une entreprise de transport de marchandise Cas NUMILOG*. Mémoire de Master en Sciences Commerciales, option : Logistique et Distribution, Université de Bejaia, 2018.
- [4] BOUROUBA Yasmina : *Le Role Du Système D'information Dans L'optimisation De La Chaîne Logistique, cas de Cevital-Agro*. Mémoire de Master en Science gestion, option : Management des Organisations, Université de Bejaia, 2013.
- [5] Rouba, Saliha. (2019). *Modélisation statistique d'une série chronologique*. Mémoire de master en mathématiques, Université Mohamed Khider, Biskra.
- [6] Hanane Idrissi. *Prévisions par l'utilisation de série chronologique et la régression linéaire simple*. Présenté par : Hanane Idrissi, 2014.
- [7] Jérémie Bigot. *Séries chronologiques*. Polycopié rédigé à partir des notes de cours de Frédéric Proia, Année 2016-2017, Licence 3 MIASHS - Université de Bordeaux, 2016-2017.
- [8] H. Mann and D. R. Whitney, "On a Test of Whether one of Two Random Variables is Stochastically Larger than the Other," *The Annals of Mathematical Statistics*, vol. 18, no. 1, pp. consulter 05-06, 1947.
- [9] Régis Bourbonnais and Michel Terraza. *Analyse des séries temporelles : Application à l'économie et à la gestion*, 3<sup>e</sup> édition. Dunod, 2018.
- [10] Angelina Roche. *Modèles ARIMA et SARIMA, prédiction et choix de modèle*. Executive Master Statistique et Big Data, 2018-2019, 2019.



- [11] Mohamed Ekbal Bouzgarrou. *Parallélisation de la méthode du "Branch and Cut" pour résoudre le problème du voyageur de commerce*, December 14, 1998.
- [12] Fatiha Mokhtari. *Time Series : Coursework and Exercisese-mail* : fatiha.mokhtari@univ-saida.dz.
- [13] Sidi Mohamed Douri, Souad Elbernoussi, and Halima Lakhbab. *Cours des Méthodes de Résolution Exactes, Heuristiques et Métaheuristiques*. Master Codes, Cryptographie et Sécurité de l'Information, Université Mohammed V, Faculté des Sciences de Rabat.
- [14] R. Mostepha. *Résolution de Problèmes d'optimisation Combinatoire par Systèmes Artificiels Auto-organisés*. Thèse de Magister, Université Mentouri de Constantine, 2008.
- [15] Journal du Net. Définition, utilisation et dernière version en cours. Available at : <https://www.journaldunet.fr/web-tech/dictionnaire-du-webmastering/1445192-r-definition-utilisation-et-derniere-version-en-cours/> consulter le 01/05/2024.
- [16] Dihya Aissaoui, Souad Benhama. *Mémoire de fin d'étude, option : modélisation mathématique et techniques de décision, méthode hybride pour la résolution des problèmes de programmation linéaire en nombres entiers*. université de Béjaia, Lieu, consulter 05/04/2024.
- [17] Fateh Merahi. *Méthode chronologique et prévision, cours TP*. Nom de l'École ou Université, université Mustapha Ben Boulaid, BATNA, 2021-2022.
- [18] Arthur Charpentier. *Cours de séries temporelles : Théorie et applications, Volume 1, Introduction à la théorie des processus en temps discret, Modèles ARIMA et méthode Box & Jenkins*. DESS Actuariat & DESS Mathématiques de la Décision, arthur.charpentier@ensae.fr. consulter le 03/04/2024
- [19] Sylvain Rubenthaler. *Séries chronologiques (avec R) (Cours et exercices)*. Master's thesis, France, 2019. Available at : <https://cel.hal.science/hal-02429148>. fihal-02429148 ; HAL Id : hal-02429148, Submitted on 6 Jan 2020.
- [20] Sylvain Rubenthaler, Athanasios Vasilieiadis. *Séries chronologiques (avec R) (Cours et exercices)*. M1 IM, 2023-2024.
- [21] Catherine Mancel. *Modélisation et résolution de problèmes d'optimisation combinatoire issus d'application spatiales*. <https://theses.hal.science/tel-00009238>, submitted on 11 mai 2005.
- [22] Kesraoui Mahrez, Nzisabira Cléophas. *Mémoire de fin d'étude, étude et modélisation d'une évolution d'une pathologie*. université de Mouloud Mammeri, Tizi-Ouzou, 2016-2017.

- [23] Ghattout, Hadjer. *Détection de rupture dans les séries temporelles*. Mémoire de fin d'études, Université Mohammed Seddik Ben Yahia - Jijel, 2022.