
Remerciements

Avant tout, je remercie Dieu de m' avoir donné la patience, le courage et la volonté de faire ce modeste travail.

J'adresse mes sincères remerciements à toutes les personnes qui ont contribué de près ou de loin à la réalisation de ce travail, particulièrement :

Mes encadreurs Mr A. MERRICHE et Mr. S. BENAICHE pour leurs encadrement, ses conseils précieux et ses direction scientifique. Tout au long de la préparation du mémoire.

Je remercie également Mme N. BOUCHEMLA pour les nombreuses discussions que nous avons eues.

Je tiens à remercier Mr B. ZAHAM de m'avoir fait l'honneur d'être président et de participer à ce jury. Je remercie vivement Mr S. BOUKHALFA et Mr H. ADNANE pour avoir pris leurs temps de lire et de juger mon travail.

J'adresse aussi mes sincères reconnaissances à tous les enseignants de département pour leurs aides, soutiens et leurs conseils, sans oublier tout le staff administratif du département et surtout le Chef de Département physique.

Table des matières

Introduction	1
1 Généralités sur la physique des plasmas	2
1.1 Caractéristiques d'un plasma	2
1.1.1 Densité des espèces	2
1.1.2 Température des espèces	3
1.2 Plasmas thermiques et plasmas hors équilibre thermodynamique	3
1.2.1 Plasmas froids	3
1.2.2 Plasmas chauds	4
1.3 Grandeurs caractéristiques	4
1.3.1 Quasi-neutralité	4
1.3.2 Longueur de Debye	4
1.3.3 Fréquence de Plasma	5
1.4 Modèle fluide de plasma (modèle hydrodynamique)	6
1.5 Ondes non linéaires dans les plasmas	7
1.5.1 Soliton	8
1.5.2 Equation de Korteweg de Vries	9
1.6 Sources et applications des plasmas	10
1.7 Introduction à la mécanique statistique non extensive	11
1.7.1 Application	12
2 Onde acoustique ionique solitaire associée à un plasma contenant des électrons non-extensifs-Piégés	13
2.1 Présentation Physique du	13
2.2 Construction de la Fonction de Distribution Tsallis-Gurevich et Dérivation de Densité Electronique	14

2.3	Modèle théorique et équations de base	21
2.4	Equation de Korteweg-de Vries modifiée (mK-dV)	21
2.5	Effet des électrons non-extensifs-piégés sur l'énergie du Soliton IA	24
2.6	Résultats numériques et Discussion	25
Conclusion Générale		29
Bibliographie		30

Introduction

L'état plasma de la matière est très répandu dans la nature et il est usuel de dire que 99 % de la matière visible de l'univers est sous forme de plasma [1]. En effet, les étoiles qui constituent la majorité de la matière visible de l'univers sont des sphères de gaz ionisé. Plus près de nous, les plasmas se rencontrent à l'état naturel par exemple dans la haute atmosphère (ionosphère) et la foudre.

Les plasmas créés artificiellement sont largement utilisés dans de nombreuses applications. Ils sont à la base de ce qui constituera certainement l'énergie de demain (la fusion thermonucléaire contrôlée). Dans l'industrie, les plasmas sont utilisés pour des applications liées à la microélectronique et aux nanotechnologies. Ils sont par exemple utilisés pour les dépôts de silicium, matériau à la base des composants électroniques.

Dans notre vie quotidienne, les plasmas ont de nombreuses applications telle qu'en microélectronique comme les écrans plats de nos téléviseurs et aussi les plus courantes sont certainement les tubes à néon.

La physique des plasmas est une science en plein essor. Elle s'est considérablement développée en raison de son intérêt (milieux naturels, applications industriels), intégrant l'essentiel des connaissances de la physique moderne, cette science implique plusieurs domaines scientifiques, y compris la chimie, la physique de la matière condensée, la biologie moléculaire, la dynamique des fluides et le calcul numérique à grande échelle. Le mot « Plasma » est un mot grec qui veut dire « ouvrage façonné ». Il a été introduit pour la première fois, par Langmuir et Tonks [1, 2] et désigne un gaz ionisé quasi-neutre composé de particules chargées et de particules neutres qui se comportent de manière collective (à cause de la nature électromagnétique de leur interaction). Langmuir et Tonks ont alors réussi à décrire la dynamique des électrons et à étudier les ondes plasma électromagnétiques en faisant appel aux équations hydrodynamiques couplées à celles de Maxwell [5].

Un plasma est un milieu non linéaire et dispersif, siège d'une variété remarquable d'ondes linéaires et non linéaires. L'analyse et l'étude de ces dernières est l'une des manières les plus

adéquates pour diagnostiquer le milieu plasma. La caractérisation de ces ondes et leurs conditions d'existence et de propagation conçoit un champ d'études à lui seul de la physique des plasmas. Dans de nombreuses situations, l'accès aux caractéristiques du milieu plasma pour en comprendre le comportement et l'évolution passe par l'étude des ondes. Ainsi, l'analyse des informations qu'on peut extraire à partir des ondes ayant traversé un plasma inclut intrinsèquement le fait que l'historique de ces ondes est connu ou suppose d'être capable de le reconstituer pour fournir une interprétation appropriée des données engrangées durant son passage au travers du plasma.

Il est admis actuellement que pour les systèmes dotés d'interactions de longue portée, tels que les plasmas et les systèmes gravitationnels, la distribution de Maxwell pourrait être insuffisante pour la description de tels systèmes. Au lieu d'une distribution maxwellienne, il est, en fait, à la fois plus général et plus commode, pour décrire la cinétique d'un plasma hors-équilibre thermodynamique d'étudier ce dernier dans le cadre de la mécanique non-extensive de Tsallis [3].

Le but du présent mémoire de Master consiste à analyser, au moyen d'une approche analytique et numérique, les structures non linéaires solitaires associées à un plasma contenant des électrons, à la fois, non-extensifs et piégés. Pour ce faire, nous allons utiliser les équations de base du modèle fluide et certains résultats de la théorie cinétique. Nous nous sommes particulièrement intéressés aux caractéristiques intrinsèques des structures solitaires qui peuvent exister dans un plasma conventionnel non magnétisé est non collisionnel où les électrons sont décrits par une distribution dite de Tsallis- Gurevich et les électrons dites, alors, non-extensifs-piégés [4]. Ces structures qui peuvent être aperçues comme les modes normaux non linéaires d'un plasma sont alors étudiées grâce à la méthode bien connue de la technique de la perturbation réductive de Washimi et Taniuti [6], qui mène aux équations différentielles non linéaires, à savoir, l'équation Korteweg-de Vries (K-dV), l'équation Korteweg-de Vries généralisée (gK-dV), l'équation Korteweg-de Vries modifiée (mK-dV), etc.

Le présent manuscrit est divisé en deux chapitres :

Dans le premier chapitre, nous définirons les concepts de base d'un plasma et introduirons les équations de base du modèle fluide standard que nous aurons à utiliser dans les prochains chapitres de ce mémoire. Nous décrirons, par la suite, les propriétés des plasmas et les phénomènes qui les caractérisent. Nous illustrons, également, l'équation différentielle non linéaire classique de Korteweg-de Vries (K-dV).

Le deuxième chapitre de ce mémoire portera sur l'étude de l'influence des électrons non-extensifs et piégés sur l'onde acoustique ionique solitaire (Ion Acoustic Solitary Waves ou IASW) relative à un plasma contenant des ions à charge unique et des électrons non Maxwelliens. Nous décrirons le système en utilisant la fonction de distribution des vitesses électronique de Tsallis-Gurevich. Nous commençons par définir une nouvelle fonction de distribution des vitesses électronique décrivant, à la fois, la population électronique non-extensifs (obéissant à la distribution de Tsallis) et ceux piégés (distribution de Gurevich [7]) dans le potentiel de l'onde qui se propage. Nous ferons l'intégrale de cette fonction de distribution dite de Tsallis-Gurevich afin d'obtenir la densité décrivant la population électronique présente dans le plasma. Pour étudier l'onde acoustique ionique [IA], nous ferons appel à la technique de la perturbation réductive de Washimi et Taniuti [6] à partir de laquelle nous définissons l'équation mK-dV appropriée au modèle plasma considéré. Nous regardons, par la suite, de près, l'effet des électrons non-extensifs- piégés sur les propriétés intrinsèques de l'onde acoustique ionique relative à un plasma ordinaire, en terme d'amplitude, de largeur et d'énergie en traduisant nos calculs numériquement.

Nous terminerons notre manuscrit par une conclusion générale et une présentation succincte des résultats obtenus et de certaines perspectives.

1

Genéralités sur la physique des plasmas

Un plasma est avant tout un gaz ionisé. Lorsqu'un solide est suffisamment chauffé que le mouvement thermique des atomes rompt la structure du réseau cristallin, généralement un liquide se forme. De même, lorsqu'un liquide est suffisamment chauffé pour que les atomes s'évaporent de la surface plus rapidement et qu'ils ne se recondensent pas, un gaz se forme. Encore, lorsqu'un gaz est suffisamment chauffé pour que les atomes entrent en collision les uns avec les autres et fassent tomber leurs électrons dans le processus, un plasma se forme : le soi-disant « quatrième état de la matière ». Le moment exact où se produit la transition entre un « gaz très faiblement ionisé » et un « plasma » est en grande partie une question de nomenclature. Le point important est qu'un gaz ionisé a des propriétés uniques. Dans la plupart des matériaux, la dynamique du mouvement est déterminée par des forces entre les régions voisines du matériau. Dans un plasma, la séparation des charges entre les ions et les électrons donne naissance à des champs électriques et des flux de particules chargées qui donnent naissance, à leur tour, à des courants et des champs magnétiques. Ces derniers donnent lieu à une gamme de phénomènes d'une complexité surprenante, d'une utilité pratique considérable et parfois d'une grande beauté [8].

1.1 Caractéristiques d'un plasma

1.1.1 Densité des espèces

La densité d'une espèce donnée représente le nombre de particules contenues en moyenne par unité de volume autour d'un point de l'espace et à un instant donné. Les densités sont

souvent exprimées en cm^{-3} ou m^{-3} . Pour un plasma électronégatif, les densités à déterminer sont la densité électronique n_e , la densité des ions positifs n_i , la densité des ions négatif n_j , la densité du gaz neutre n_n , et éventuellement la densité des grains de poussière n_d . [8]

1.1.2 Température des espèces

La température T est une grandeur qui permet de caractériser globalement l'énergie d'agitation thermique des particules d'un système. Elle est reliée à la valeur moyenne de cette énergie ($E = k_B.T$; où k_B est la constante de Boltzmann), qui est exprimée en électron-volt (eV) [9].

On peut classer les plasmas selon leur température en deux catégories : la première catégorie représente les plasmas chauds. Ils sont caractérisés par une température élevée et identique pour toutes les espèces ($T_e = T_i$). Ces plasmas sont à l'équilibre thermodynamique total (ETT). Ils se trouvent naturellement dans les cœurs des étoiles, les éclairs, ou se produisent artificiellement par exemple dans les réacteurs de fusion nucléaire pour des pressions au-dessus de 10 Torr ($mmHg$) [9].

1.2 Plasmas thermiques et plasmas hors équilibre thermodynamique

1.2.1 Plasmas froids

Un plasma froid est un plasma dans lequel le mouvement thermique des ions peut être ignoré. Par conséquent, il n'y a pas de force de pression, la force magnétique peut être ignorée et seule la force électrique est considérée. Des exemples de plasmas froids incluent l'ionosphère terrestre (environ $1000K$ par rapport à la température actuelle de l'anneau terrestre d'environ 10^8K), la décharge de flux dans un tube fluorescent. Il s'avère qu'un très faible degré d'ionisation est suffisant pour qu'un gaz présente des propriétés électromagnétiques et se comporte comme un plasma : un gaz atteint une conductivité électrique d'environ la moitié de son maximum possible à environ 0,1% d'ionisation et a une conductivité presque égale à celle d'un gaz entièrement ionisé à environ 1% d'ionisation. Dans un plasma où le degré d'ionisation est élevé, les collisions de particules chargées dominent. Dans les plasmas à faible degré d'ionisation, les collisions entre les particules chargées et les neutres dominent [10]. Le degré d'ionisation qui détermine le moment où un gaz devient un

plasma varie selon les différents types de plasma, et peut être aussi faible: « Parmi les nombreux types de plasma, ceux couramment utilisés pour le traitement au plasma sont à basse température, à faible densité, hors équilibre, environnements dominés par les collisions. Par basse température, on entend des plasmas "froids" dont la température varie normalement entre $300K$ et $600K$, par basse densité on entend des plasmas avec des densités en nombre de gaz neutres d'environ 10^{13} à 10^{16} molécules cm^{-3} (pression entre $\sim 0,1$ à $10^3 Pa$) qui sont faiblement ionisés entre 10^{-6} à 10^{-1} [5].

1.2.2 Plasmas chauds

Plasma chaud dans lequel on se rapproche d'un état d'équilibre thermodynamique local. Un plasma chaud est aussi appelé plasma thermique, mais dans la littérature russe, on l'appelle plasma à basse température afin de le distinguer d'un plasma de fusion thermonucléaire [11]. De tels plasmas peuvent être produits par des arcs atmosphériques, des étincelles et des flammes. Les plasmas naturels peuvent atteindre des températures allant jusqu' à $10^6 eV$ ($1eV \simeq 11600K$) dans les applications industrielles, les températures maximales se situent autour de $1eV$. Le Soleil est également un plasma chaud (matière ionisée) avec un noyau interne porté à une température supérieure à $10^7 K$, et une surface extérieure portée à une température d'environ $6000K$. A des pareilles températures, aucune substance ne reste dans une phase solide ou liquide [12].

1.3 Grandeurs caractéristiques

1.3.1 Quasi-neutralité

Un plasma est un milieu composé de particules chargées positives et négatives, et de particules neutres; c'est pourquoi le plasma, à l'échelle macroscopique, reste globalement neutre électriquement ($\sum Q_i = 0$). Lorsque nous appliquons une perturbation locale, sous forme d'un excès de charges électriques, le développement des champs de charge génère un comportement collectif, qui va tendre à restaurer cette neutralité macroscopique. Ces charges oscillent autour d'une position d'équilibre moyenne avec une fréquence bien déterminée[13].

1.3.2 Longueur de Debye

Un des paramètres fondamentaux du plasma est sa capacité à masquer toute charge électrique présente en son sein. Ce phénomène est appelé 'écranage de Debye'. Pour le

décrire, nous considérons une particule test de charge q déposée dans un plasma globalement neutre. Cette dernière attire les particules de charge opposée vers elle et celle de même signe sont repoussées. Ainsi, elle forme un écran autour d'elle. Au-delà d'une certaine distance, la charge q n'a plus d'effet sur les particules du plasma. Nous disons qu'elle est écrantée. Cette distance est appelée longueur de Debye λ_d . Pour une particule de l'espèce ' S ', nous la définissons par la relation [14]:

$$\lambda_{DS} = \left(\frac{\varepsilon_0 K_B T_e}{n_s q_s^2} \right)^{\frac{1}{2}}$$

où ε_0 est la permittivité du vide, K_B la constante de Boltzmann, T_e , q_s , n_s sont la température, la charge et la densité de l'espèce S respectivement.

1.3.3 Fréquence de Plasma

La fréquence d'un plasma représente l'échelle de temps, la plus fondamentale en physique des plasmas. Clairement, il y a une fréquence de plasma, associée à chaque espèce. Cependant, la fréquence relativement rapide des électrons fait qu'elle soit la plus importante en physique des plasmas et souvent on y fait référence comme fréquence de plasma [15]. Supposons qu'un groupe d'électrons soient déplacés de leurs positions d'équilibre. Ils laisseront un groupe d'ions de charge positive, qui tireront les électrons en arrière. En l'absence de collisions, les électrons ainsi accélérés ne pourront s'arrêter à leur position d'équilibre, continuant leur mouvement au-delà de ce point, engendrant ainsi un nouvel écart à l'équilibre électrique des charges et donc un champ électrique de sens opposé au champ initial. Ce mouvement est tellement rapide que les ions ne peuvent pas se déplacer à une telle échelle de temps caractéristique. Ainsi, ils peuvent être considérés comme étant fixes.[16]:

Si dans un plasma initialement neutre, de dimensions largement supérieures à la longueur de Debye, nous introduisons une perturbation locale électrique en déplaçant par exemple un groupe d'électrons sur une certaine distance par rapport à leur position initiale d'équilibre. Il en résulte un champ électrique appelé "champ de charge d'espace" qui rappelle les électrons vers leur position d'équilibre (position d'origine). Cependant, les électrons ayant une certaine inertie ne peuvent pas s'arrêter à leur position d'équilibre et continuent leur mouvement au-delà de cette position. Ces électrons engendrent un nouvel déséquilibre électrique des charges et par conséquent, un champ électrique de sens opposé au champ initial. Les électrons continueront ainsi leur mouvement oscillatoire autour de la position d'équilibre. La pulsation de ce mouvement est donnée par [17]:

$$\omega_{Pe} = \left(\frac{n_{e0} e^2}{\varepsilon_0 m_e} \right)^{\frac{1}{2}}$$

où n_{e0} est la densité électronique non perturbée.

Nous définissons aussi la fréquence propre des électrons du plasma par

$$f_{Pe} = \frac{\omega_{Pe}}{2\pi}$$

Au cours de ces oscillations, les ions beaucoup plus lourds que les électrons demeurent pratiquement immobiles.

1.4 Modèle fluide de plasma (modèle hydrodynamique)

Le modèle fluide du plasma est basé sur des équations aux dérivées partielles (EDP) qui décrivent les grandeurs macroscopiques telles que la densité, le flux, la vitesse moyenne, la pression, la température ou le flux de chaleur. Les EDP gouvernantes peuvent être dérivées de l'équation de Boltzmann (BE) en prenant des moments de vitesse [18] moment zéro de l'équation de Boltzmann ($\int_{-\infty}^{+\infty} (BE) d^3v$) donne une équation de continuité pour la densité de particules

$$\frac{\partial n}{\partial t} + \nabla \cdot (n \vec{u}) = \frac{Q^P}{m} \quad (1.1)$$

La densité et la vitesses sont définies comme suit

$$n = \int_{-\infty}^{+\infty} f d^3v$$

et

$$\vec{u} = \frac{1}{n} \int_{-\infty}^{+\infty} \vec{v} f d^3v$$

Le terme source du côté droit de l'équation (1.1) correspond au terme de collision de l'équation de Boltzmann et décrit la production de masse et l'annihilation. Il est défini comme [16]

$$Q^P = m \int_{-\infty}^{+\infty} \left(\frac{\partial f}{\partial t} \right)_c d^3v$$

De la même manière, l'équation de transport de quantité de mouvement (équation de mouvement) et équation de transport de chaleur (équation d'énergie) peuvent être trouvées comme premier moment de l'équation de Boltzmann [16]

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \vec{v} (BE) d^3v$$

et deuxième moment

$$\left(\frac{1}{2} m \int_{-\infty}^{+\infty} v^2 (BE) d^3v \right)$$

de l'équation de Boltzmann

$$\begin{aligned} m_{\partial t} + \nabla \vec{P} + m \nabla (n \vec{u} \cdot \vec{n}) - nq \left(\vec{E} + \vec{u} \times \vec{B} \right) &= \vec{u} Q^p + \vec{Q}^p \\ mn \frac{\partial \vec{u}}{\partial t} + mn (\vec{u} \cdot \nabla) \vec{u} + \nabla \vec{p} - nq \left(\vec{E} + \vec{u} \times \vec{B} \right) &= \vec{Q}^p \\ \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{1}{\gamma-1} p + \frac{1}{2} m n u^2 \right) + \nabla \left(\frac{1}{\gamma-1} p \vec{u} + \vec{u} \vec{p} + \frac{1}{2} m n u^2 \vec{u} + L^1 \right) \\ \frac{-nq \vec{E} \cdot \vec{u}}{2} = \frac{1}{2} u^2 Q^p + \vec{u} \cdot \vec{Q}^p + Q^E \end{aligned} \quad (1.2)$$

$$\frac{1}{\gamma-1} \left(\frac{\partial p}{\partial t} + \nabla (p \vec{u}) \right) + (\vec{p} \cdot \nabla) \vec{u} + \nabla \vec{L} = Q^E \quad (1.3)$$

Les quantités moyennes sont définies par ces équations.

Les termes sources dans les équations précédentes décrivent le transport de la quantité de mouvement et le transfert de chaleur dus aux collisions et sont définis comme

$$\begin{aligned} \vec{Q}^p &= m \int_{-\infty}^{+\infty} (\vec{v} - \vec{u}) \left(\frac{\partial f}{\partial t} \right)_c d^3v \\ Q^E &= \frac{1}{2} m \int (\vec{v} - \vec{u})^2 \left(\frac{\partial f}{\partial t} \right)_c d^3v \end{aligned}$$

1.5 Ondes non linéaires dans les plasmas

Pour définir la température, considérons d'abord un gaz composé de particules neutres ou chargées. Ces particules se heurtent constamment et se déplacent à des vitesses différentes. Ils se déplacent principalement avec des vitesses distribuées Maxwell Boltzmann (MB). La distribution MB est une distribution tridimensionnelle, mais ici la distribution MB unidimensionnelle est considérée comme:[18]

$$f(u) = A \exp \left(-\frac{1}{2} \frac{mu^2}{k_B T} \right)$$

Où u désigne la vitesse de la particule, $f(u)$ désigne le nombre de particules par unité de longueur ayant des vitesses comprises entre u et $u + du$, m désigne la masse d'une particule, K désigne la constante de Boltzmann et T est la température du gaz. La densité numérique des particules par unité de longueur est notée n , où

$$n = \int_{-\infty}^{+\infty} f(u) du$$

$$= \int_{-\infty}^{+\infty} A \exp\left(-\frac{1}{2} \frac{mu^2}{k_B t}\right) du$$

Définir $v_{th} = \frac{2k_B t}{m}$ et $y = \frac{u}{v_{th}}$ Nous avons

$$\begin{aligned} n &= A \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-y^2} v_{th} dy \\ &= A v_{th} \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-y^2} dy \end{aligned}$$

Comme l'intégrande est une fonction paire

$$n = 2A v_{th} \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-y^2} dy$$

on pose $y^2 = z$, on aura

$$\begin{aligned} n &= 2A v_{th} \int e^{-z} z^{\frac{1}{2}-1} dz \\ n &= A v_{th} \Gamma\left(\frac{1}{2}\right) \end{aligned}$$

Depuis $\Gamma_n = \int_0^\infty e^{-z} z^{n-1} dz$

$$n = A v_{th} \sqrt{\pi}$$

comme $\Gamma(\frac{1}{2}) = \sqrt{\pi}$

$$n = A \sqrt{\frac{2\pi k_B T}{m}}$$

Ici, A est considéré comme indépendant de la vitesse des particules. Ainsi,

$$f(u) = n \frac{m}{2\pi k t} e^{-\frac{1}{2} \frac{mu^2}{k_B t}}$$

1.5.1 Soliton

Un soliton est une onde solitaire qui se propage sans se déformer dans un milieu non-linéaire et dispersif. C'est l'écosais John Scott Russell qui a décrit pour la première fois ce phénomène, en voyant une vague remonter le courant sur une longue distance sans faiblir [19].

L'équilibre entre effet non linéaire et effet de dispersion entraîne l'existence de solutions que l'on appelle ondes solitaires ou solitons. Les solitons représentent l'un des aspects les plus importants des phénomènes non linéaires dans la recherche en physique des plasmas. Par définition, les solitons sont des ondes solitaires spatialement localisées, dont les propriétés de stabilité sont spectaculaires. Ces structures cohérentes sont une manifestation étonnante de la nature résultant d'un équilibre entre la non linéarité et la dispersion. Ils sont capables de se déplacer sur de très grandes distances en conservant leurs formes initiales.

1.5.2 Equation de Korteweg de Vries

La modélisation mathématique de la plupart des problèmes de la vie réelle produit généralement des équations fonctionnelles, telles que des équations différentielles ordinaires (ODE), des équations aux dérivées partielles (PDE), des équations fractionnaires, des équations intégrales, etc. De nombreux phénomènes physiques réalistes non linéaires peuvent être décrits par des équations intégrodifférentielles. Ces équations surviennent dans plusieurs domaines scientifiques, tels que la dynamique des fluides, la physique des plasmas, les modèles biologiques, l'optique non linéaire, la cinétique chimique, la mécanique quantique, les systèmes écologiques, l'électricité, l'océan et la mer, et bien d'autres. Les équations aux dérivées ordinaires et partielles se sont toutes deux avérées être des outils efficaces pour modéliser les phénomènes naturels dans différentes branches de la science et de l'ingénierie. Par conséquent, il est important de se familiariser avec toutes les méthodes analytiques et numériques récentes pour modéliser tout problème naturel et physique et le résoudre. L'équation de Korteweg- De Vries (K-dV) suivante est l'une des PDE les plus célèbres qui a acquis une renommée au cours des plus de 50 années depuis sa création en raison de sa capacité à modéliser de nombreux phénomènes physiques et naturels dans divers domaines scientifiques.[20]

$$\partial_t \phi + \alpha \phi \partial_x \phi + \beta \partial_x^3 \phi = 0$$

Le système 1D Vlasov-Poisson (VP) est le modèle cinétique le plus simple pour décrire un plasma sans collision :

$$\partial_t f \pm V \partial_x f_{\pm} \pm E \partial_V f_{\pm} = 0; E_X = \int (f_{\pm} - f_{\mp}) dV$$

où $f(t; x; v)$ désignent les fonctions de distribution des ions (+) et des électrons(−) respectivement, avec leur champ électrique auto-cohérent E : Dans la littérature sur la physique des plasmas, la VP 1D pour les électrons avec un fond d'ions x_e est souvent étudiée. L'équation devient

$$\partial_t f + V \partial_x f E \partial_V f = 0; E_X = - \int_{-\infty}^{+\infty} f dV + 1$$

où 1 est la densité d'ions x_e . Il existe des phénomènes physiques importants issus de l'étude des modèles de Vlasov. Ils incluent l'amortissement de Landau et les instabilités cinétiques telles que les instabilités à deux courants. Les vagues BGK 1 ont été découvertes par Bernstein-Greene-Kruskal en 1957, en tant que solutions exactes et spatialement périodiques

de l'état stationnaire du système de Vlasov-Poisson. Considérer général Ondes BGK avec des fonctions de distribution non uniformes pour les ions (+) et les électrons (-)

$$f_{\pm}^{\beta}(x, v) = \begin{cases} u_{\pm}, + (e_{\pm}) \text{ quand } v \succ 0 \\ xu_{\pm}, + (e_{\pm}) \text{ quand } v \prec 0 \end{cases}$$

Où $e_{\pm} = \frac{v^2}{2} \pm \beta$ Le potentiel auto-cohérent β satisfait

$$\begin{aligned} -\beta_{xx} &= \int_{v \succ 0} u_{+, +} (e_{+}) dv + \int_{v \prec 0} u_{+, +} (e_{+}) dv \\ - \int_{v \succ 0} u_{-, +} (e_{-}) dv + \int_{v \prec 0} u_{-, +} (e_{-}) dv &= h(\beta) \quad \text{Dénoter l'état homogène.} \end{aligned}$$

$$f_{0, \pm}(v) = \begin{cases} u_{-, +} (\frac{1}{2}v^2) & \text{lorsque } v \succ 0 \\ u_{-, -} (\frac{1}{2}v^2) & \text{lorsque } v \prec 0 \end{cases}$$

Pour le cas avec fond ionique, soit la distribution électronique

$$f^{\beta}(x, v) = \begin{cases} u_{-, +} (e_{-}) & \text{lorsque } v \succ 0 \\ u_{-, -} (e_{-}) & \text{lorsque } v \prec 0 \end{cases}$$

et

$$-\beta_{xx} = 1 - \int_{v \succ 0} u_{-, +} (e_{-}) dv - \int_{v \prec 0} u_{-, -} (e_{-}) dv = h(\beta)$$

où 1 est la densité ionique. Dénoter

$$f_0(x, v) = \begin{cases} u_{-, +} (\frac{1}{2}v^2) & \text{lorsque } v \succ 0 \\ u_{-, -} (\frac{1}{2}v^2) & \text{lorsque } v \prec 0 \end{cases}$$

1.6 Sources et applications des plasmas

Les plasmas sont extrêmement répandus dans l'univers. Selon les astrophysiciens, ils représentent 99% de la matière visible [15]. Ils constituent les étoiles, les nébuleuses gazeuses, les quasars, les pulsars, les aurores boréales, les éclairs, l'ionosphère et le vent solaire. Sur Terre, les éclairs et les aurores polaires en sont les manifestations les plus visibles.

Les plasmas naturels aussi bien que les plasmas artificiels couvrent un extrêmement large éventail de paramètres comme la température, la densité des particules ou la force du champ magnétique. Le tableau (1) en donne un aperçu [5].

Tableau 1: Exemples de plasmas et paramètres principaux.

Type de plasma	(cm^{-3})	$T (K)$	$w_{pe} (s^{-1})$	$\lambda_D (m)$	Λ
Décharge luminescente	1019	3×10^3	2×10^{11}	10^{-6}	3×10^2
Chromosphère	1018	6×10^3	6×10^{10}	5×10^{-6}	2×10^3
Milieu interstellaire	2×10^4	10^4	10^4	50	4×10^4
Fusion magnétique	1020	10^8	6×10^{11}	7×10^{-5}	5×10^8

Les plasmas naturels sont créés par les hautes températures du milieu (Soleil et étoiles), et par le rayonnement (matière interstellaire, enveloppes atmosphériques), constituant ainsi des sources d'énergie nécessaires à l'ionisation des particules. Dans la haute atmosphère, le plasma ionosphérique est responsable de la réflexion des ondes radio. Cependant, il passe presque inaperçu dans notre environnement terrestre, étant donné que les conditions de sa formation sont très éloignées des conditions nécessaires aux besoins de notre vie. La particularité des propriétés du milieu plasma a éveillé la curiosité des scientifiques qui en ont reproduit artificiellement, soit comme objets d'études, soit en vue d'applications.

Compte tenu de leur grande versatilité, les plasmas sont actuellement largement utilisés dans diverses applications industrielles : les décharges (lampes, écrans, torche de découpe, production de rayon X), traitement de dépôt, gravure, dopage par implantation ionique, la fusion nucléaire, etc.

1.7 Introduction à la mécanique statistique non extensive

Au cours des dernières années, une grande attention a été portée à la mécanique statistique non extensive basée sur les déviations de la mesure entropique de Boltzmann-Gibbs Shannon (BGS). Une généralisation non extensive appropriée de l'entropie BGS pour l'équilibre statistique a été d'abord reconnue par Renyi et proposée bien plus tard par Tsallis. Elle prolonge convenablement l'additivité standard des entropies au cas non linéaire et non extensif un paramètre particulier, l'indice entropique q , caractérisant le degré de non extensivité du système considéré ($q = 1$ correspond à la statistique extensive standard BGS). Cette entropie non additive a été utilisée avec succès dans un large éventail de phénomènes caractérisés par la non extensivité[21].

1.7.1 Application

L'entropie est une fonction d'état qui sert à mesurer le degré de désordre d'un système. Cette fonction permet de définir le sens d'évolution d'un système. Traditionnellement, les systèmes en équilibre statistique ont été étudiés sur la base de l'entropie de Boltzmann-Gibbs suivante:

$$S_B = -k_B \sum_i p_i \ln p_i$$

où p_i est la probabilité du i ème micro état et k_B la constante de Boltzmann. Dans ce cas, on a supposé que les particules se déplacent indépendamment, c'est à dire que le système considéré est non corrélé. Cela implique l'isotropie de la direction de la vitesse et l'entropie apparaît comme une quantité additive qui donne la distribution de Maxwell- Boltzmann. En d'autres termes, les interactions microscopiques sont de petites portées et l'espace-temps est euclidien. Rappelons que la détermination de la distribution la plus probable dans le cadre de la statistique classique (BG), repose sur le fait que le système est en contact avec un thermostat, avec les contraintes suivantes [22]:

$$\sum_{i=1}^w p_i = 1$$

et

$$\sum_{i=1}^w p_i E_i = U$$

2

Onde acoustique ionique solitaire associée à un plasma contenant des électrons non-extensifs-Piégés

2.1 Présentation Physique du

L'étude de la dynamique des ondes acoustiques ioniques solitaires dans les plasmas attire de plus en plus l'attention, en raison de leurs applications pratiques dans les plasmas astrophysiques et spatiaux [23], ainsi que dans les plasmas de laboratoire [24]. Depuis les premiers travaux menés par Ikezi et al. afin d'étudier la propagation des ondes dans les plasmas [25], de nombreuses observations expérimentales ont été faites [26] et plusieurs théoriques [27, 28] et des travaux numériques [29, 30] ont été réalisées.

Les solitons acoustiques ioniques ont également été étudiés à l'aide des fonctions de distribution maxwelliennes et non maxwelliennes [31, 32, 33, 34, 35, 36]. Les propriétés de propagation de telles ondes solitaires sont considérablement modifiées, notamment lorsque les champs électromagnétiques externes sont pris en compte [44, 45] et dans les cas où les particules non-thermiques [46, 47] ou superthermiques sont considérées [44] ou bien non-extensives [33, 34, 37].

En plus des populations non thermiques, suprathermiques et non extensives, certaines particules de plasma sont piégées par l'onde dans une région finie de l'espace des phases où elles oscillent entre deux barrières de potentiel [38, 7, 39, 40]. L'impact du piégeage des particules dans le potentiel ondulatoire inhérent au plasma sans collision a été analysé pour la première fois par Bernstein et al. [38]. Ils ont découvert que les particules piégées

subissent un mouvement fini dans le puits de potentiel d'onde pour lequel des solutions d'onde progressive de forme, d'amplitude et de largeur arbitraires peuvent être obtenues. Dix ans plus tard, Gurevich a généralisé ce problème au piégeage adiabatique non stationnaire en employant une formulation cinétique [7]. Par la suite, Schamel, afin de surmonter la complexité de la méthode BGK, a développé une autre méthode de construction de solutions d'équilibre, nommée la méthode du pseudo-potentiel [40]. Depuis, plusieurs travaux ont été consacrés à l'étude des différents modes acoustiques dans les milieux plasma en présence de particules piégées [42, 7, 43]. Au cours des deux dernières décennies, la notion de piégeage de particules s'est généralisée au cas des plasmas non maxwelliens [35, 48, 36, 49, 50, 43].

Dans le présent travail, nous nous proposons de revisiter le mode acoustique ionique IA dans un plasma ordinaire (plasma électron-ion), en introduisant l'effet d'un nouveau type de distribution électronique appelé distribution non-extensive-piégé ou la distribution Tsallis-Gurevich. En particulier, nous visons à examiner l'effet des électrons non-extensifs et piégés sur les propriétés de l'onde acoustique ionique associée à un plasma conventionnel non collisionnel, composé d'ions fluides et d'électrons non-extensifs-piégés. Pour ce faire, une distribution dite de Tsallis-Gurevich qui décrit, simultanément, l'évolution des électrons non-extensifs libres et ceux piégés dans le puits de potentiel de l'onde a été proposé. Par conséquent, l'expression de la densité électronique sera calculée. Précisons que la fonction de distribution Tsallis-Gurevich présente deux concepts à la fois. Le premier concept est la déviation par rapport à l'équilibre thermodynamique maxwellien décrit par la distribution non-extensive de Tsallis et le second concept est introduit par Gurevich [7]. Ce concept reflète le piégeage adiabatique des particules dans le puits de potentiel du plasma.

Compte tenu de ce qui précède, on aperçoit dans ce chapitre de présenter notre modèle de plasma, d'illustrer la distribution de Tsallis-Gurevich, de dériver l'expression de la densité électronique, puis on établit via la technique de la perturbation réductive de Washimi et Taniuti (RPM) [6] une équation de type mK-dV à partir laquelle, on discute l'influence des électrons non-extensifs-piégés sur les différentes propriétés de l'onde acoustique ionique associée au modèle plasma considéré.

2.2 Construction de la Fonction de Distribution Tsallis-Gurevich et Dérivation de Densité Electronique

Avant d'aller plus loin, il convient de donner un aperçu des équations fondamentales qui nous ont permis de décrire la propagation des ondes acoustiques ioniques (IAW) dans un

plasma non collisionnel avec des électrons non-extensifs piégés (la vitesse caractéristique est beaucoup plus petite que la vitesse thermique des électrons) où le potentiel est supposé varier lentement (adiabatiquement). De plus, nous supposons l'existence de puits de potentiel dans notre plasma suffisamment grand pour piéger une partie des électrons non-extensifs. Dans ce cas, une partie d'électrons présents dans le plasma peut être piégée dans le puits de potentiel du plasma. A cet effet, nous avons proposé une nouvelle fonction de distribution qui décrit simultanément la non extensivité et le piégeage adiabatique des électrons appelée distribution de Tsallis-Gurevich (Non extensive-Piégée). Les électrons piégés, généralement, décrits par la distribution de Gurevich [7] ont une énergie négative ($E_e = \frac{v_e^2}{2v_{te}} - \frac{e\phi}{T_e} \leq 0$) et, par conséquent, une vitesse finie ($v_e \leq \sqrt{2e\phi/m_e}$).

Pour modéliser le piégeage adiabatique des particules non extensives dans le puits de potentiel, nous considérons la fonction de distribution d'ions unidimensionnelle Tsallis-Gurevich suivante

$$\begin{aligned} F_e(v_e) &= f_{el}(v_e) + f_{ep}(v_e) \\ &= C_q \begin{cases} \left\{ 1 - (q-1) \left[\frac{m_e v_e^2}{2T_e} - \frac{e\phi}{T_e} \right] \right\}^{\frac{1}{q-1}}, & |v_e| > \sqrt{2e\phi/m_e} \\ 1, & |v_e| < \sqrt{2e\phi/m_e} \end{cases} \end{aligned} \quad (2.1)$$

où f_{el} et f_{ep} représentent, respectivement, les contributions des électrons non-extensifs libres (l) et piégés (p). T_e est la température des électrons, m_e leur mass, q est le paramètre entropique mesurant le degré de non extensivité des électrons et

$$C_q = \begin{cases} n_{e0} \frac{\Gamma(\frac{1}{1-q})}{\Gamma(\frac{1}{1-q} - \frac{1}{2})} \sqrt{\frac{m_e(1-q)}{2\pi T_e}}, & \text{pour } -1 < q < 1 \\ n_{e0} \frac{\Gamma(\frac{1}{q-1} + \frac{1}{2})}{\Gamma(\frac{1}{q-1})} \sqrt{\frac{m_e(q-1)}{2\pi T_e}}, & \text{pour } q > 1 \end{cases} \quad (2.2)$$

est la constante de normalisation, Γ est la fonction Gamma standard.

La densité des électrons non-extensifs piégés et non piégés (Tsallis- Gurevich) est obtenue en intégrant la fonction de distribution $F_e(v_e)$ (Eq.2.1) sur le domaine des vitesses correspondantes, à savoir

$$n_e(\phi) = \int_{-\infty}^{+\infty} F_e(v_e) dv_e \quad (2.3)$$

Alors:

a- Pour $-1 < q < 1$:

$$n_e(\phi) = C_q \left[\int_{-\infty}^{-\sqrt{\frac{2e\phi}{m_e}}} \left\{ 1 - (q-1) \left[\frac{m_e v_e^2}{2T_e} - \frac{e\phi}{T_e} \right] \right\}^{\frac{1}{q-1}} dv_e + \int_{-\sqrt{\frac{2e\phi}{m_e}}}^{\sqrt{\frac{2e\phi}{m_e}}} dv_e + \int_{\sqrt{\frac{2e\phi}{m_e}}}^{+\infty} \left\{ 1 - (q-1) \left[\frac{m_e v_e^2}{2T_e} - \frac{e\phi}{T_e} \right] \right\}^{\frac{1}{q-1}} dv_e \right] \quad (2.4)$$

En utilisant les propriétés des fonctions paires, on aura:

$$n_e(\phi) = C_q \left[2 \int_{\sqrt{\frac{2e\phi}{m_e}}}^{\infty} \left\{ 1 - (q-1) \left[\frac{m_e v_e^2}{2T_e} - \frac{e\phi}{T_e} \right] \right\}^{\frac{1}{q-1}} dv_e + \int_{-\sqrt{\frac{2e\phi}{m_e}}}^{\sqrt{\frac{2e\phi}{m_e}}} dv_e \right]$$

On pose

$$I = \int_{\sqrt{\frac{2e\phi}{m_e}}}^{\infty} \left\{ 1 - (q-1) \left[\frac{m_e v_e^2}{2T_e} - \frac{e\phi}{T_e} \right] \right\}^{\frac{1}{q-1}} dv_e$$

En effectuant le changement de variable suivant

$$\begin{aligned} x &= \frac{(1-q)m_e}{2T_e} \left[v_e^2 - \frac{2e\phi}{m_e} \right] \rightarrow v_e = \sqrt{\frac{2T_e}{(q-1)m_e} x + \frac{2e\phi}{m_e}} \\ dv_e &= \sqrt{\frac{2T_e}{(1-q)m_e}} \left(x + (1-q) \frac{e\phi}{T_e} \right)^{-\frac{1}{2}} dx \rightarrow \begin{aligned} v_e = \sqrt{\frac{2e\phi}{m_e}} &\Rightarrow x = 0 \\ v_e \rightarrow \infty &\Rightarrow x \rightarrow \infty \end{aligned} \end{aligned}$$

on obtient

$$I = \sqrt{\frac{2T_e}{(1-q)m_e}} \int_0^{\infty} (1+x)^{\frac{1}{q-1}} \left(x + (1-q) \frac{e\phi}{T_e} \right)^{-\frac{1}{2}} dx$$

d'autre part, on a la relation 3.197.9 [51] suivante

$$\begin{aligned} \int_0^{\infty} x^{\lambda-1} (1+x)^{-\mu+\nu} (x+\beta)^{-\nu} dx &= B(\mu-\lambda, \lambda) {}_2F_1(\nu, \mu-\lambda; \mu; 1-\beta) \\ \text{Re } \mu &> \text{Re } \lambda \end{aligned}$$

par correspondance:

$$\begin{aligned} \lambda &= 1, \nu = \frac{1}{2}, -\mu + \nu = -\mu + \frac{1}{2} \rightarrow \mu = \frac{3-q}{2(1-q)} \\ \text{et } \beta &= (1-q) \frac{e\phi}{T_e}, \text{Re} \left(\frac{3-q}{2(1-q)} \right) > (\text{Re } \lambda = 1) \text{ puisque } -1 < q < 1 \end{aligned}$$

où

$$\begin{aligned} I &= \frac{1}{2} \sqrt{\frac{2T_e}{(1-q)m_e}} \int_0^{\infty} (1+x)^{\frac{1}{q-1}} \left(x + (1-q) \frac{e\phi}{T_e} \right)^{-\frac{1}{2}} dx \\ &= \frac{1}{2} \sqrt{\frac{2T_e}{(1-q)m_e}} B \left(\frac{3-q}{2(1-q)} - 1, 1 \right) {}_2F_1 \left(\frac{1}{2}, \frac{3-q}{2(1-q)} - 1; \frac{3-q}{2(1-q)}; 1 - (1-q) \frac{e\phi}{T_e} \right) \\ &= \frac{1}{2} \sqrt{\frac{2T_e}{(1-q)m_e}} \frac{\Gamma \left(\frac{1+q}{2(1-q)} \right) \Gamma(1)}{\frac{1+q}{2(1-q)} \Gamma \left(\frac{1+q}{2(1-q)} \right)} {}_2F_1 \left(\frac{1}{2}, \frac{1+q}{2(1-q)}; \frac{3-q}{2(1-q)}; 1 - (1-q) \frac{e\phi}{T_e} \right) \\ &= \frac{1}{2} \sqrt{\frac{2T_e}{(1-q)m_e}} \frac{2(1-q)}{1+q} {}_2F_1 \left(\frac{1}{2}, \frac{1+q}{2(1-q)}; \frac{3-q}{2(1-q)}; 1 - (1-q) \frac{e\phi}{T_e} \right) \end{aligned}$$

En utilisant ce qui précède, on aboutit à l'expression de la densité

$$\begin{aligned}
 n_e(\phi) &= \frac{n_{e0} \Gamma\left(\frac{1}{1-q}\right)}{\Gamma\left(\frac{1}{q-1} - \frac{1}{2}\right)} \sqrt{\frac{m_e(1-q)}{2\pi T_e}} \times \\
 &\quad \left[\sqrt{\frac{2T_e}{(1-q)m_e}} \frac{2(1-q)}{1+q} {}_2F_1\left(\frac{1}{2}, \frac{1+q}{2(1-q)}; \frac{3-q}{2(1-q)}; 1 - (1-q) \frac{e\phi}{T_e}\right) \right. \\
 &\quad \left. + 2\sqrt{\frac{2e\phi}{m_e}} \right] \\
 &= \frac{n_{e0} \Gamma\left(\frac{1}{1-q}\right)}{\sqrt{\pi} \Gamma\left(\frac{1}{1-q} - \frac{1}{2}\right)} \times \\
 &\quad \left[\frac{2(1-q)}{1+q} {}_2F_1\left(\frac{1}{2}, \frac{1+q}{2(1-q)}; \frac{3-q}{2(1-q)}; 1 - (1-q) \frac{e\phi}{T_e}\right) \right. \\
 &\quad \left. + 2\sqrt{(1-q)} \sqrt{\frac{e\phi}{T_e}} \right] \tag{2.5}
 \end{aligned}$$

En utilisant la relation de transformation de la fonction hypergéométrique ([51], relation 9.131.2), cette dernière expression peut être réécrite sous la forme série

$$\begin{aligned}
 {}_2F_1(\alpha, \beta; \gamma; z) &= \left[\frac{\Gamma(\gamma)\Gamma(\gamma-\alpha-\beta)}{\Gamma(\gamma-\alpha)\Gamma(\gamma-\beta)} {}_2F_1(\alpha, \beta; \alpha + \beta - \gamma + 1; z) \right. \\
 &\quad \left. + (1-z)^{\gamma-\alpha-\beta} \frac{\Gamma(\gamma)\Gamma(\alpha+\beta-\gamma)}{\Gamma(\alpha)\Gamma(\beta)} {}_2F_1(\gamma-\alpha, \gamma-\beta; \gamma-\alpha-\beta; z) \right] \\
 {}_2F_1\left(\frac{1}{2}, \frac{1+q}{2(1-q)}; \frac{3-q}{2(1-q)}; 1 - (1-q) \frac{e\phi}{T_e}\right) &= \left[\frac{\Gamma\left(\frac{3-q}{2(1-q)}\right)\Gamma\left(\frac{1}{2}\right)}{\Gamma\left(\frac{1}{1-q}\right)\Gamma(1)} {}_2F_1\left(\frac{1}{2}, \frac{1+q}{2(1-q)}; \frac{1}{2}; (1-q) \frac{e\phi}{T_e}\right) \right. \\
 &\quad \left. + (1-z)^{\frac{1}{2}} \frac{\Gamma\left(\frac{3-q}{2(1-q)}\right)\Gamma\left(-\frac{1}{2}\right)}{\Gamma\left(\frac{1}{2}\right)\Gamma\left(\frac{1+q}{2(1-q)}\right)} {}_2F_1\left(\frac{1}{1-q}, 1; \frac{1}{2}; (1-q) \frac{e\phi}{T_e}\right) \right]
 \end{aligned}$$

avec

$$\begin{aligned}
 \Gamma\left(\frac{1}{2}\right) &= \sqrt{\pi}, \quad \Gamma\left(-\frac{1}{2}\right) = -2\sqrt{\pi}, \quad \Gamma(1) = 1 \\
 \Gamma\left(\frac{3-q}{2(1-q)}\right) &= \frac{1+q}{2(1-q)} \Gamma\left(\frac{1+q}{2(1-q)}\right)
 \end{aligned}$$

donc

$$n_e(\phi) = n_{e0} \left[\begin{aligned} &{}_2F_1\left(\frac{1}{2}, \frac{1+q}{2(1-q)}; \frac{1}{2}; (1-q) \frac{e\phi}{T_e}\right) \\ &- \frac{2(1-q)\Gamma\left(\frac{1}{1-q}\right)}{\sqrt{\pi}\Gamma\left(\frac{1+q}{2(1-q)}\right)} \left[(1-q) \frac{e\phi}{T_e}\right]^{\frac{1}{2}} {}_2F_1\left(\frac{1}{1-q}, 1; \frac{1}{2}; (1-q) \frac{e\phi}{T_e}\right) \\ &+ 2\frac{\Gamma\left(\frac{1}{1-q}\right)}{\sqrt{\pi}\Gamma\left(\frac{1+q}{2(1-q)}\right)} \sqrt{(1-q)} \sqrt{\frac{e\phi}{T_e}} \end{aligned} \right]$$

Finalement, la densité des électrons non-extensifs piégés peut être écrite sous la forme suivante

$$n_e(\phi) = n_{e0} \left[\begin{aligned} &{}_2F_1\left(\frac{1}{2}, \frac{1+q}{2(1-q)}; \frac{1}{2}; (1-q) \frac{e\phi}{T_e}\right) \\ &- \frac{2\sqrt{(1-q)}\Gamma\left(\frac{1}{1-q}\right)}{\sqrt{\pi}\Gamma\left(\frac{1+q}{2(1-q)}\right)} \sqrt{\frac{e\phi}{T_e}} {}_2F_1\left(\frac{1}{1-q}, 1; \frac{1}{2}; (1-q) \frac{e\phi}{T_e}\right) \\ &+ 2\frac{\Gamma\left(\frac{1}{1-q}\right)}{\sqrt{\pi}\Gamma\left(\frac{1+q}{2(1-q)}\right)} \sqrt{(1-q)} \sqrt{\frac{e\phi}{T_e}} \end{aligned} \right] \tag{2.7}$$

b- Pour $q > 1$:

$$n_e(\phi) = C_q \left[\int_{-v_{\max}}^{-\sqrt{\frac{2e\phi}{m_e}}} \left\{ 1 - (q-1) \left[\frac{m_e v_e^2}{2T_e} - \frac{e\phi}{T_e} \right] \right\}^{\frac{1}{q-1}} dv_e + \int_{-\sqrt{\frac{2e\phi}{m_e}}}^{\sqrt{\frac{2e\phi}{m_e}}} dv_e + \int_{\sqrt{\frac{2e\phi}{m_e}}}^{v_{\max}} \left\{ 1 - (q-1) \left[\frac{m_e v_e^2}{2T_e} - \frac{e\phi}{T_e} \right] \right\}^{\frac{1}{q-1}} dv_e \right] \quad (2.8)$$

avec $v_{\max} = \sqrt{\frac{2T_e}{m_e(q-1)} + \frac{2e\phi}{m_e}}$ est une coupure thermique sur la valeur maximale autorisée pour la vitesse des électrons [33]. En utilisant les propriétés des fonctions paires, on aura:

$$n_e(\phi) = C_q \left[2 \int_{\sqrt{\frac{2e\phi}{m_e}}}^{v_{\max}} \left\{ 1 - (q-1) \left[\frac{m_e v_e^2}{2T_e} - \frac{e\phi}{T_e} \right] \right\}^{\frac{1}{q-1}} dv_e + \int_{-\sqrt{\frac{2e\phi}{m_e}}}^{\sqrt{\frac{2e\phi}{m_e}}} dv_e \right]$$

Avec

$$I = 2 \int_{\sqrt{\frac{2e\phi}{m_e}}}^{v_{\max}} \left\{ 1 - (q-1) \left[\frac{m_e v_e^2}{2T_e} - \frac{e\phi}{T_e} \right] \right\}^{\frac{1}{q-1}} dv_e$$

On pose

$$\begin{aligned} z &= (q-1) \left[\frac{m_e v_e^2}{2T_e} - \frac{e\phi}{T_e} \right] \rightarrow v_e = \sqrt{\frac{2T_e}{(q-1)m_e}} \sqrt{\left(z + (q-1) \frac{2e\phi}{T_e} \right)} \\ dv_e &= \frac{1}{2} \sqrt{\frac{2T_e}{(q-1)m_e}} \left(z + (q-1) \frac{2e\phi}{T_e} \right)^{-\frac{1}{2}} dz, \quad \begin{array}{ll} v_e = \sqrt{\frac{2e\phi}{m_e}} & \rightarrow z = 0 \\ v_e = v_{\max} & \rightarrow z = 1 \end{array} \end{aligned}$$

Donc

$$I = \sqrt{\frac{2T_e}{(q-1)m_e}} \int_0^1 \left(z + (q-1) \frac{2e\phi}{T_e} \right)^{-\frac{1}{2}} (1-z)^{\frac{1}{q-1}} dz$$

Quand on compare avec l'intégrale 3. 196.1 [51]

$$\begin{aligned} \int_0^u (x+\beta)^\nu (u-x)^{\mu-1} dx &= \frac{\beta^\nu u^\mu}{\mu} {}_2F_1 \left(1, -\nu; 1+\mu; -\frac{u}{\beta} \right) \\ \left| \arg \frac{u}{\beta} \right| &< \pi \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} u &= 1, \beta = (q-1) \frac{2e\phi}{T_e}; \nu = -\frac{1}{2}, \mu = \frac{q}{(q-1)} \\ I &= \frac{(q-1)}{q} \left((q-1) \frac{2e\phi}{T_e} \right)^{-\frac{1}{2}} {}_2F_1 \left(1, \frac{1}{2}; \frac{2q-1}{(q-1)}; -\frac{1}{(q-1) \frac{2e\phi}{T_e}} \right) \end{aligned}$$

Finalement, on obtient

$$n_e(\phi) = n_{e0} \frac{\Gamma\left(\frac{1}{q-1} + \frac{1}{2}\right)}{\sqrt{\pi}\Gamma\left(\frac{1}{q-1}\right)} \sqrt{\frac{m_e(q-1)}{2T_e}} \left\{ \sqrt{\frac{2T_e}{(q-1)m_e}} \frac{(-(q-1)\frac{e\phi}{T_e})^{-\frac{1}{2}}}{\frac{q}{q-1}} {}_2F_1\left(1, \frac{1}{2}; \frac{2q-1}{q-1}; -\frac{1}{(q-1)\frac{e\phi}{T_e}}\right) + 2\sqrt{\frac{2e\phi}{m_e}} \right\}$$

$$n_e(\phi) = n_{e0} \left\{ \frac{\Gamma\left(\frac{1}{q-1} + \frac{1}{2}\right)}{\sqrt{\pi}\Gamma\left(\frac{1}{q-1}\right)} \frac{(-(q-1)\frac{e\phi}{T_e})^{-\frac{1}{2}}}{\frac{q}{q-1}} {}_2F_1\left(1, \frac{1}{2}; \frac{2q-1}{q-1}; -\frac{1}{(q-1)\frac{e\phi}{T_e}}\right) + 2\frac{\Gamma\left(\frac{1}{q-1} + \frac{1}{2}\right)}{\sqrt{\pi}\Gamma\left(\frac{1}{q-1}\right)} \sqrt{\frac{m_e(q-1)}{2T_e}} \sqrt{\frac{2e\phi}{m_e}} \right\}$$

D'après les propriétés de la fonction hypergéométrique données par la relation 9.132.2 [51]

$${}_2F_1(\alpha, \beta; \gamma; z) = \left[\begin{array}{l} \frac{\Gamma(\gamma)\Gamma(\beta-\alpha)}{\Gamma(\beta)\Gamma(\gamma-\alpha)} (-z)^{-\alpha} {}_2F_1\left(\alpha, \alpha+1-\gamma; \alpha-\beta+1; \frac{1}{z}\right) \\ + \frac{\Gamma(\gamma)\Gamma(\alpha-\beta)}{\Gamma(\alpha)\Gamma(\gamma-\beta)} (-z)^{-\beta} {}_2F_1\left(\beta, \beta-\gamma+1; \beta-\alpha+1; \frac{1}{z}\right) \end{array} \right]$$

Par conséquent

$${}_2F_1\left(1, \frac{1}{2}; \frac{2q-1}{q-1}; \frac{1}{(q-1)\frac{e\phi}{T_e}}\right) = \left[\begin{array}{l} \frac{\Gamma\left(\frac{2q-1}{q-1}\right)\Gamma\left(-\frac{1}{2}\right)}{\Gamma\left(\frac{1}{2}\right)\Gamma\left(\frac{2q-1}{q-1}-1\right)} \left((q-1)\frac{e\phi}{T_e}\right) {}_2F_1\left(1, -\frac{1}{q-1}; \frac{3}{2}; -(q-1)\frac{e\phi}{T_e}\right) \\ + \frac{\Gamma\left(\frac{2q-1}{q-1}\right)\Gamma\left(\frac{1}{2}\right)}{\Gamma(1)\Gamma\left(\frac{3q-1}{2q-2}\right)} \left((q-1)\frac{e\phi}{T_e}\right)^{\frac{1}{2}} {}_2F_1\left(\frac{1}{2}, \frac{-1-q}{2(q-1)}; \frac{1}{2}; -(q-1)\frac{e\phi}{T_e}\right) \end{array} \right]$$

$$= \left[\begin{array}{l} -2\frac{(q-1)}{q} \left((q-1)\frac{e\phi}{T_e}\right) {}_2F_1\left(1, -\frac{1}{q-1}; \frac{3}{2}; -(q-1)\frac{e\phi}{T_e}\right) \\ + \frac{\Gamma\left(\frac{2q-1}{q-1}\right)\sqrt{\pi}}{\Gamma\left(\frac{3q-1}{2q-2}\right)} \left((q-1)\frac{e\phi}{T_e}\right)^{\frac{1}{2}} {}_2F_1\left(\frac{1}{2}, \frac{-1-q}{2(q-1)}; \frac{1}{2}; -(q-1)\frac{e\phi}{T_e}\right) \end{array} \right]$$

Enfin, la densité des électrons non-extensifs piégés peut prendre la forme suivante

$$n_e(\phi) = n_{e0} \left[\begin{array}{l} -\frac{2}{\sqrt{\pi}} \frac{\Gamma\left(\frac{3q-1}{2q-2}\right)}{\Gamma\left(\frac{q}{q-1}\right)} \left((q-1)\frac{-e\phi}{T_e}\right)^{\frac{1}{2}} {}_2F_1\left(1, -\frac{1}{q-1}; \frac{3}{2}; -(q-1)\frac{e\phi}{T_e}\right) \\ + \frac{\Gamma\left(\frac{2q-1}{q-1}\right)(q-1)}{\Gamma\left(\frac{q}{q-1}\right)q} {}_2F_1\left(\frac{1}{2}, \frac{-1-q}{2(q-1)}; \frac{1}{2}; -(q-1)\frac{e\phi}{T_e}\right) \\ + \frac{2}{\sqrt{\pi}} \frac{\Gamma\left(\frac{3q-1}{2q-2}\right)}{\Gamma\left(\frac{q}{q-1}\right)} \sqrt{(q-1)\frac{e\phi}{T_e}} \end{array} \right]$$

$$= n_{e0} \left[\begin{array}{l} {}_2F_1\left(\frac{1}{2}, \frac{-1-q}{2(q-1)}; \frac{1}{2}; (q-1)\frac{e\phi}{T_e}\right) \\ -\frac{2}{\sqrt{\pi}} \frac{\Gamma\left(\frac{3q-1}{2q-2}\right)}{\Gamma\left(\frac{q}{q-1}\right)} \left((q-1)\frac{e\phi}{T_e}\right)^{\frac{1}{2}} {}_2F_1\left(1, -\frac{1}{q-1}; \frac{3}{2}; (q-1)\frac{e\phi}{T_e}\right) \\ + \frac{2}{\sqrt{\pi}} \frac{\Gamma\left(\frac{3q-1}{2q-2}\right)}{\Gamma\left(\frac{q}{q-1}\right)} \sqrt{(q-1)\frac{e\phi}{T_e}} \end{array} \right] \quad (2.9)$$

- Dans la limite des faibles amplitudes ($\Phi = \frac{e\phi}{T_e} \ll 1$), la densité électronique normalisée de Tsallis-Gurevich peut être développée en série de Taylor comme suit

a. Pour $-1 < q < 1$ (Eq.2.7)

$$\begin{aligned}
 N_e = \frac{n_e}{n_{e0}} = & 1 + \frac{q+1}{2}\Phi - \frac{4\sqrt{(1-q)}\Gamma\left(\frac{1}{1-q}\right)}{3\sqrt{\pi}\Gamma\left(\frac{1+q}{2(1-q)}\right)}\Phi^{3/2} + \frac{(1+q)(3-q)}{8}\Phi^2 \\
 & - \frac{8(2-q)\sqrt{(1-q)}\Gamma\left(\frac{1}{1-q}\right)}{3\sqrt{\pi}\Gamma\left(\frac{q+1}{2(1-q)}\right)}\Phi^{5/2} + O(\Phi^3)
 \end{aligned} \tag{2.10}$$

b. Pour $q > 1$ (Eq.2.9)

$$\begin{aligned}
 N_e = \frac{n_e}{n_{e0}} = & 1 + \frac{q+1}{2}\Phi - \frac{4\sqrt{q-1}\Gamma\left(\frac{3q-1}{2q-2}\right)}{3\sqrt{\pi}\Gamma\left(\frac{q}{q-1}\right)}\Phi^{\frac{3}{2}} + \frac{(q+1)(3-q)}{8}\Phi^2 \\
 & - \frac{8(2-q)\sqrt{(q-1)}\Gamma\left(\frac{3q-1}{2q-2}\right)}{15\sqrt{\pi}\Gamma\left(\frac{q}{q-1}\right)}\Phi^{5/2} + O(\Phi^3)
 \end{aligned} \tag{2.11}$$

Limites de la densité électronique Tsallis-Gurevich (Eqs. 2.10 et 2.11):

- Lorsque $q \rightarrow 1$ (piégeage Maxwellien), les équation (2.10) et (2.11) se réduisent à la l'expression bien connue de Gurevich [7]

$$N_e = 1 + \Phi - \frac{4}{3\sqrt{\pi}}\Phi^{\frac{3}{2}} + \frac{1}{2}\Phi^2 + \dots \tag{2.12}$$

où les limites suivantes sont utilisées

$$\lim_{q \rightarrow 1^+} \frac{\sqrt{q-1}\Gamma\left(\frac{3q-1}{2q-2}\right)}{\Gamma\left(\frac{q}{q-1}\right)} = 1 \text{ et } \lim_{q \rightarrow 1^-} \frac{\sqrt{1-q}\Gamma\left(\frac{1}{1-q}\right)}{\Gamma\left(\frac{q+1}{2-2q}\right)} = 1$$

- Lorsque le piégeage est négligeable (électrons non-extensifs de Tsallis), les équation 2.10 et 2.11 se réduisent à l'expression usuele de Tsallis [33]

$$N_e = 1 + \frac{q+1}{2}\Phi + \frac{(q+1)(3-q)}{8}\Phi^2 + \dots \tag{2.13}$$

Egalement, une expression similaire à Eq.(2.10) ($q < 1$) a été établie par Djebarni et *al.* [34] et Shan [36] (notre cas correspond à $\beta = 0$)

$$\begin{aligned}
 N_e = & 1 + \frac{q+1}{2}\Phi + \frac{4(\beta-1)\sqrt{(1-q)}\Gamma\left(\frac{1}{1-q}\right)}{3\sqrt{\pi}\Gamma\left(\frac{1+q}{2(1-q)}\right)}\Phi^{\frac{3}{2}} + \frac{(q+1)(3-q)}{8}\Phi^2 \\
 & + \frac{8(\beta^2-1)(q+1)(2-q)\sqrt{(1-q)}}{15\sqrt{\pi}} \frac{\Gamma\left(\frac{1}{1-q}\right)}{\Gamma\left(\frac{q+1}{2(1-q)}\right)}\Phi^{\frac{5}{2}} + \dots
 \end{aligned} \tag{2.14}$$

2.3 Modèle théorique et équations de base

Dans le but de présenter une étude sur les caractéristiques de base des ondes acoustiques ioniques solitaires "IA" faiblement non linéaires qui peuvent se propager dans un plasma conventionnel (plasma à deux composants ions-électrons) en présence d'électrons non-extensifs-piégés, nous considérons un plasma non collisionnel et non magnétisé composé de deux espèces, des ions fluides de densité n et des électrons de densité n_e , supposés non-extensifs-piégés (obéissent à la nouvelle distribution Tsallis-Gurevich). Ainsi, à l'équilibre, nous avons $n_{i0} = n_{e0} = n_0$, où n_{i0} (n_{e0}) sont les densités d'ions (des électrons) non perturbées.

Le modèle fluide, qui décrit la dynamique des ondes acoustiques ioniques, dont la vitesse de phase " v_p " est beaucoup plus petite que les vitesses thermiques des électrons " v_{the} " et beaucoup plus grande que les vitesses thermiques des ions " v_{thi} " ($v_{thi} = \sqrt{T_i/m_i} \ll v_p \ll v_{the} = \sqrt{T_e/m_e}$), est régie par les équations de base suivantes [33]

$$\frac{\partial n}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}(nv) = 0 \quad (2.15)$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} + v \frac{\partial v}{\partial x} = -\frac{e}{m_i} \frac{\partial \phi}{\partial x} \quad (2.16)$$

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} = 4\pi e(n_e - n) \quad (2.17)$$

Les équations (2.15)-(2.17) précédentes, rendues adimensionnelles, s'écrivent sous la forme

$$\frac{\partial N}{\partial T} + \frac{\partial}{\partial X}(NV) = 0 \quad (2.18)$$

$$\frac{\partial V}{\partial T} + V \frac{\partial V}{\partial X} = -\frac{\partial \Phi}{\partial X} \quad (2.19)$$

$$\frac{\partial^2 \Phi}{\partial X^2} = N_e - N \quad (2.20)$$

La densité des ions (électrons) N (N_e) est normalisée par la densité à l'équilibre n_0 , V la vitesse fluide des ions normalisée par la vitesse acoustique ionique $C_s = (T_e/m_i)^{1/2}$ et Φ le potentiel électrostatique normalisé par T_e/e . Le temps T et la variable d'espace X sont normalisées, respectivement, par la fréquence plasma ionique $\omega_{pi}^{-1} = (m_i/4\pi n_{e0}e^2)^{1/2}$ et la longueur de Debye $\lambda_{De} = (T_e/4\pi n_{e0}e^2)^{1/2}$.

2.4 Equation de Korteweg-de Vries modifiée (mK-dV)

Pour étudier l'onde acoustique ionique faiblement non linéaire, nous utilisons, dans le but d'établir l'équation de type mK-dV, la technique de la perturbation réductive de

Washimi et Taniuti [6]. Généralement, cette technique est utilisée dans le cas de petits amplitudes mais finies. La théorie de cette technique est basée sur un développement initial en série de puissance des variables (potentiel, vitesse, densité,...) du plasma puis l'intégration des équations de base pour chaque ordre donné dans l'ordre qui le suit. A cet effet, nous construisons une théorie faiblement non linéaire pour les ondes acoustiques ioniques avec une amplitude petite mais finie, ce qui conduit à une mise à l'échelle des variables indépendantes à travers les changements de variables suivants [40]

$$\xi = \varepsilon^{1/4}(X - \lambda T) \quad \text{et} \quad \tau = \varepsilon^{3/4}T$$

où ε est un paramètre qui mesure le caractère infiniment petit de l'amplitude ou de la dispersion de l'onde et λ est la vitesse de phase linéaire normalisée que nous déterminerons ultérieurement. Les opérateurs différentiels du premier et du second ordre s'écrivent en fonction des nouvelles variables comme suit

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial X} &= \varepsilon^{1/4} \frac{\partial}{\partial \xi} \\ \frac{\partial^2}{\partial X^2} &= \varepsilon^{1/2} \frac{\partial^2}{\partial \xi^2} \\ \frac{\partial}{\partial T} &= \varepsilon^{3/4} \frac{\partial}{\partial \tau} - \lambda \varepsilon^{1/4} \frac{\partial}{\partial \xi} \end{aligned}$$

En introduisant ces derniers dans les équations (2.18)-(2.19) et (2.20), on obtient donc

$$\varepsilon^{3/4} \frac{\partial N}{\partial \tau} - \varepsilon^{1/4} \lambda \frac{\partial N}{\partial \xi} + \varepsilon^{1/4} \frac{\partial}{\partial \xi} (NV) = 0 \quad (2.22)$$

$$\varepsilon^{3/4} \frac{\partial V}{\partial \tau} - \varepsilon^{1/4} \lambda \frac{\partial V}{\partial \xi} + V \varepsilon^{1/4} \frac{\partial V}{\partial \xi} = \varepsilon^{1/4} \frac{\partial \Phi}{\partial \xi} \quad (2.23)$$

$$\varepsilon^{1/2} \frac{\partial^2 \Phi}{\partial \xi^2} = N - N_i \quad (2.24)$$

où la densité électronique N_e est donnée par les expressions (Eqs. 2.10 et 2.11).

Ainsi, les variables physiques Φ , V et N sont développées en série de puissance de ε autour de leurs valeurs d'équilibre

$$\Psi = \Psi^{(0)} + \varepsilon \Psi^{(1)} + \sum_{n=2}^{\infty} \varepsilon^{(n-1/2)} \Psi^{(n)} \quad (2.25)$$

où

$$\Psi = [N, V, \Phi] \quad \text{and} \quad \Psi^{(0)} = [1, 0, 0] \quad (2.26)$$

Ces developpements sont alors substitués dans les équations (2.22)-(2.24). À l'ordre le plus petit en ε , nous obtenons les égalités suivantes

$$\begin{aligned} V^{(1)} &= \frac{1}{\lambda} \Phi^{(1)} \\ N^{(1)} &= \frac{1}{\lambda^2} \Phi^{(1)} \end{aligned} \quad (2.27)$$

à partir lesquelles nous déduisons l'expression de la vitesse de phase, propre à notre modèle de plasma, suivante

$$\lambda = \sqrt{\frac{2}{q+1}} \quad (2.28)$$

A l'ordre suivant de ε , nous aboutissons aux équations suivantes

$$\frac{\partial N^{(1)}}{\partial \tau} - \lambda \frac{\partial N^{(2)}}{\partial \xi} + \frac{\partial V^{(2)}}{\partial \xi} = 0 \quad (2.29)$$

$$\frac{\partial V^{(1)}}{\partial \tau} - \lambda \frac{\partial V^{(2)}}{\partial \xi} + \frac{\partial \Phi^{(2)}}{\partial \xi} = 0 \quad (2.30)$$

$$\left\{ \begin{aligned} \frac{\partial^2 \Phi^{(1)}}{\partial \xi^2} + N^{(2)} - \frac{q+1}{2} \Phi^{(2)} + \frac{4\sqrt{1-q}\Gamma\left(\frac{1}{1-q}\right)}{3\sqrt{\pi}\Gamma\left(\frac{q+1}{2-2q}\right)} [\Phi^{(1)}]^{\frac{3}{2}} &= 0, & \text{pour } -1 < q < 1 \\ \frac{\partial^2 \Phi^{(1)}}{\partial \xi^2} + N^{(2)} - \frac{q+1}{2} \Phi^{(2)} + \frac{q+1}{2} \Phi + \frac{4\sqrt{q-1}\Gamma\left(\frac{3q-1}{2q-2}\right)}{3\sqrt{\pi}\Gamma\left(\frac{q}{q-1}\right)} [\Phi^{(1)}]^{\frac{3}{2}} &= 0, & \text{pour } q > 1 \end{aligned} \right. \quad (2.31)$$

Après avoir éliminé toutes les quantités de l'ordre 2, nous obtenons l'équation de type Korteweg-de Vries modifiée (mK-dV)

$$\frac{\partial \Phi}{\partial \tau} + A\sqrt{\Phi} \frac{\partial \Phi}{\partial \xi} + B \frac{\partial^3 \Phi}{\partial \xi^3} = 0 \quad (2.32)$$

où $\Phi \equiv \Phi^{(1)}$ et les coefficients non linéaire et dispersif de cette équation mK-dV sont donné par

$$A = \begin{cases} -\frac{\lambda^3 \sqrt{(1-q)\Gamma\left(\frac{1}{1-q}\right)}}{\sqrt{\pi}\Gamma\left(\frac{q+1}{2-2q}\right)}, & \text{pour } -1 < q < 1 \\ -\frac{\lambda^3 \sqrt{q-1}\Gamma\left(\frac{3q-1}{2q-2}\right)}{\sqrt{\pi}\Gamma\left(\frac{q}{q-1}\right)}, & \text{pour } q > 1 \end{cases} \quad (2.33)$$

$$B = \frac{\lambda^3}{2} \quad (2.34)$$

La solution en onde solitaire stationnaire de l'Eq. (2.32) peut être obtenue en utilisant la transformation $\eta = \xi - U\tau$, où U est la vitesse de l'onde solitaire, et en imposant les conditions aux limites appropriées aux solutions localisées, à savoir, $\Phi \rightarrow 0$, $d\Phi/d\eta \rightarrow 0$ et $d^2\Phi/d^2\eta \rightarrow \pm\infty$. Par conséquent, la solution stationnaire de l'équation mK-dV (2.32) est

$$\Phi = \Phi_m \operatorname{sech}^4 \left(\frac{\eta}{\Delta} \right) \quad (2.35)$$

où l'amplitude (Φ_m) et la largeur (Δ) de l'onde acoustique ionique solitaire sont données par [40]

$$\Phi_m = \left[\frac{15U}{8A} \right]^2 \quad (2.36)$$

$$\Delta = \left[\frac{16B}{U} \right]^{\frac{1}{2}} \quad (2.37)$$

l'équation (2.35) révèle l'existence des solitons acoustiques ioniques d'amplitude petite mais finie, dont les propriétés de l'onde IA (vitesse de phase, amplitude et la largeur) dépendent explicitement du paramètre q dont décrivant les électrons non-extensifs-piégés. L'amplitude étant strictement positive ($\Phi > 0$), le modèle de plasma considéré ne peut supporter, donc, que des ondes solitaires IA de nature compressive (à potentiel positif).

Il est important de noter que l'équation mK-dV établi (2.32) ressemble à celle obtenue par Djebarni et *al.* [34] (quand $\beta = 0$) pour le cas super-extensif ($q < 1$).

$$\frac{\partial \Phi}{\partial \tau} + \frac{\lambda^3(\beta - 1)\sqrt{1-q}\Gamma\left(\frac{1}{1-q}\right)}{\sqrt{\pi}\Gamma\left(\frac{q+1}{2-2q}\right)}\sqrt{\Phi}\frac{\partial \Phi}{\partial \xi} + \frac{\lambda^3}{2}\frac{\partial^3 \Phi}{\partial \xi^3} = 0 \quad (2.38)$$

2.5 Effet des électrons non-extensifs-piégés sur l'énergie du Soliton IA

Par souci d'exhaustivité, nous avons réalisé, dans cette section, l'effet des électrons Tsallis-Gurevich sur l'énergie transmise par l'onde acoustique ionique. Pour ce faire, nous déterminons tout d'abord l'équation d'énergie de soliton associée à notre modèle de plasma. Nous nous rappelons que les solitons acoustiques ioniques en interaction (IA) peuvent unir, diviser et échanger les énergies pendant leur collision. L'expression analytique de l'énergie du soliton peut être établie en fonction du calcul de l'intégrale suivante [35]

$$E = \int_{-\infty}^{+\infty} V^{(1)2}(\eta) d\eta \quad (2.39)$$

avec

$$\begin{aligned} V^{(1)} &= -\frac{1}{\lambda}\Phi^{(1)} \\ &= \frac{\Phi_m}{\lambda} \sec h^4\left(\frac{\eta}{\Delta}\right) \end{aligned} \quad (2.40)$$

Maintenant, en effectuant l'intégrale dans (2.39), l'expression finale de l'énergie des solitons IA peut être écrite comme suit

$$E = \frac{32\Delta}{35V_0^2}\Phi_m^2 \quad (2.41)$$

Pour évaluer quantitativement le rôle des électrons non-extensifs-piégés sur l'énergie transportée par le soliton IA, nous avons réalisé une courte investigation numérique. En fait, sur la figure 5, nous avons tracé les variations de l'énergie du soliton en fonction du paramètre non-extensif q .

2.6 Résultats numériques et Discussion

Maintenant, nous illustrons notre investigation numérique dans laquelle nous examinerons l'effet des électrons non-extensifs-piégés sur les principales propriétés (vitesse de phase λ , amplitude Φ_m et largeur Δ) des solitons acoustiques ionique associés à un plasma ordinaire électrons-ions. Dans un premier temps, nous avons analysé la variation de la vitesse de phase λ en fonction du paramètre non-extensif q . La figure 1 montre que lorsque la nonextensivité électronique augmente (c'est-à-dire lorsque le paramètre non-extensif q diminue), la vitesse de phase du soliton IA augmente, en d'autres termes, la vitesse de λ phase diminue à mesure que le paramètre non-extensif q augmente. La figure 2 présente la variation de la largeur Δ de l'onde solitaire, il est clair que la largeur de l'onde solitaire diminue suivant l'augmentation du paramètre non-extensif q . En parallèle nous voyons clairement dans le tracé de la figure 3, que l'amplitude Φ_m de l'onde solitaire augmente quand le paramètre non-extensif q augmente dans le cas super-extensif ($q < 1$) (figure 3. a) comme dans le cas sub-extensif ($q > 1$)(figure 3. b).

En résumé, dans la mesure où le paramètre non-extensif q devient important la vitesse et la largeur de l'onde solitaire diminuent tandis que son amplitude augmente. Dans la figure 4, nous avons illustré le profil du potentiel électrostatique solitaire associé à l'onde IA (la solution en onde solitaire Eq. 2.35 de l'équation mK-dV 2.32) pour différentes valeurs du paramètre non-extensif q . Le tracé montre, qu'en effet, l'amplitude augmente et la largeur diminue (le profil du soliton devient plus pointue) lorsque le paramètre non-extensif q augmente et c'est pareil dans les deux cas ($q < 1$ et $q > 1$).

Il est important de noter que le même comportement a été rapporté dans des travaux récents traitant de la propagation des ondes acoustiques ioniques solitaires (IA) dans le même modèle plasma (plasma électrons-ions) où les électrons sont supposés non-extensifs (obéissent à la distribution de Tsallis) [33], également dans un plasma conventionnel et un autre électronégatif où les électrons sont supposés non-extensifs et piégés (obéissent à la distribution de Tsallis-Schamel) [35],[36]. En plus, l'influence du paramètre non-extensif q

est plus remarquable dans notre cas par rapport à celle dans la référence [33] où la non-linéarité es moins forte.

Concernant l'énergie transmise par le soliton acoustique ionique, la figure 5 indique que l'énergie du soliton IA (E) augmente au fur et à mesure que le paramètre non-extensif q augmente. Par conséquent, l'énergie du soliton IA diminue (augmente) lorsque les électrons évoluent loin de leur piégeage maxwellien dans le cas $q < 1$ ($q > 1$).

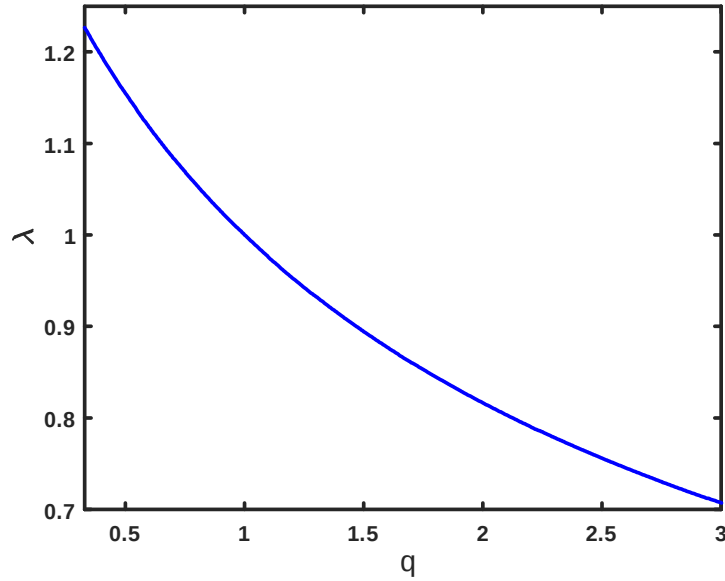


Fig. 1 : Variation de la vitesse de l'onde acoustique ionique solitaire IA (λ) en fonction du paramètre non extensif q , avec $U = 0.1$.

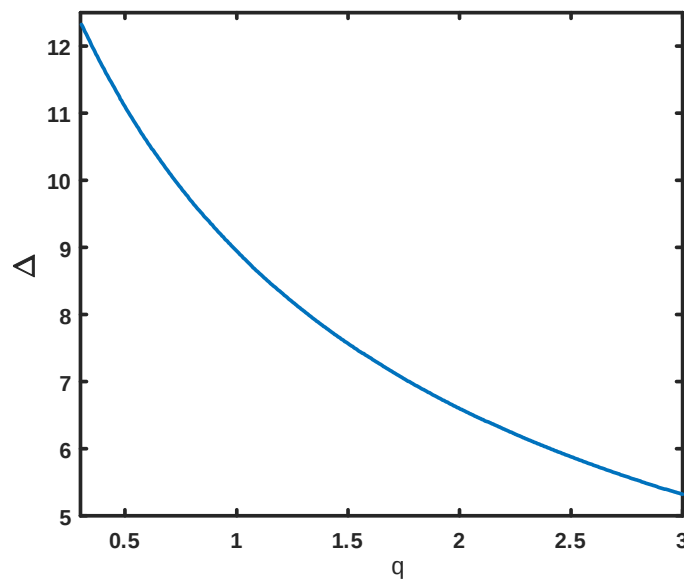


Fig. 2 : Variation de la largeur de l'onde acoustique ionique solitaire IA (Δ) en fonction du paramètre non extensif q , avec $U = 0.1$.

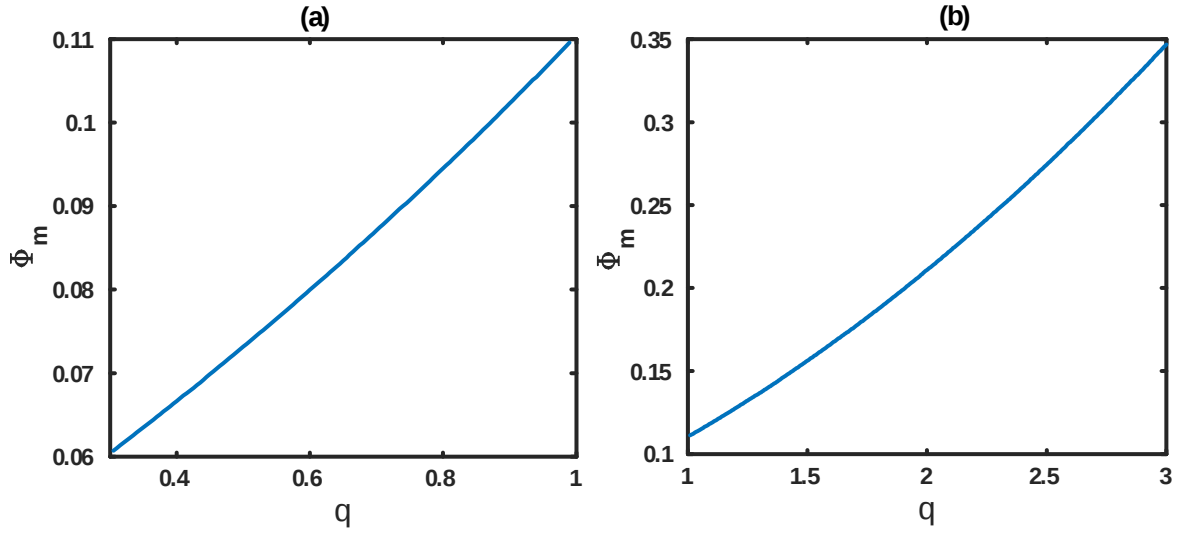


Fig. 3 : Variation de l'amplitude de l'onde acoustique ionique solitaire IA (Φ_m) en fonction du paramètre non extensif q , avec $U = 0.1$. (a) pour $q < 1$; (b) pour $q > 1$.

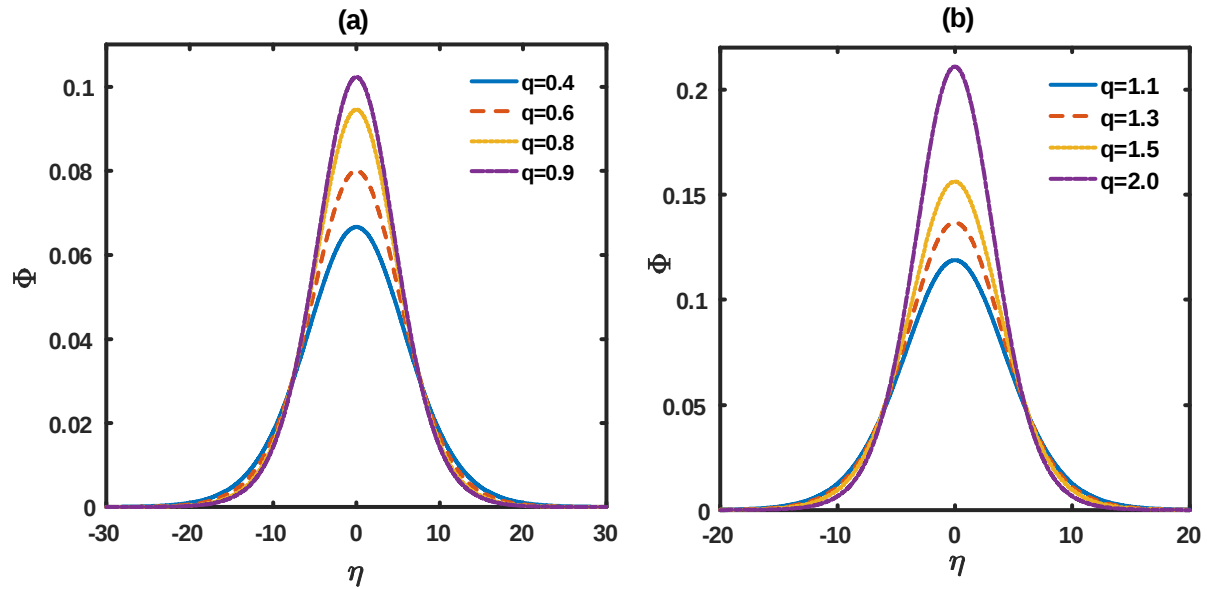


Fig. 4: Profil du potentiel électrostatique Φ associé à l'onde acoustique ionique solitaire IA pour différentes valeurs du paramètre non extensif q , avec $U = 0.1$. (a) pour $q < 1$; (b) pour $q > 1$

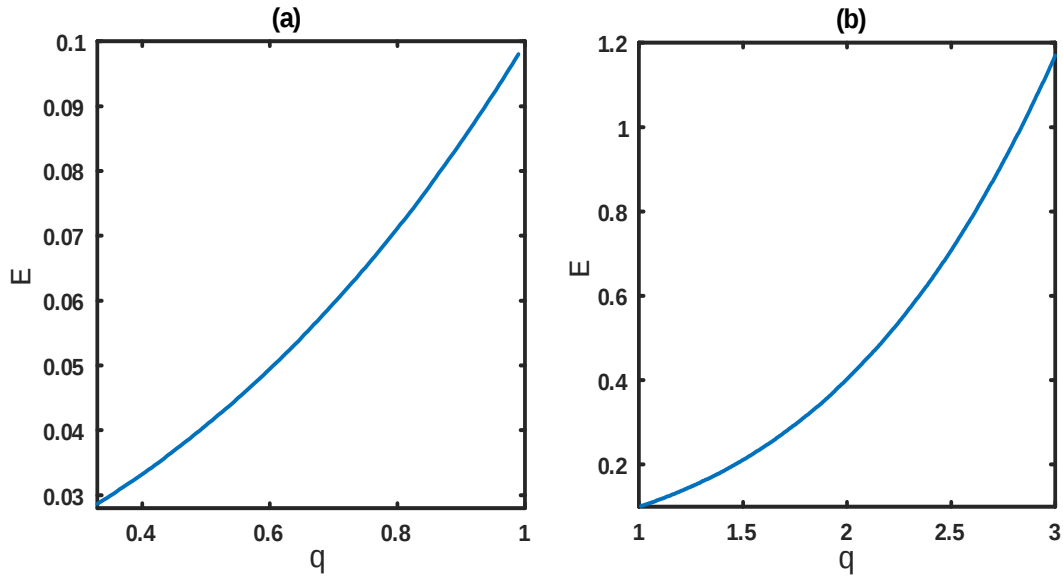


Fig. 5 : Tracé de l'énergie du soliton IA en fonction du paramètre non extensif q , avec $U = 0.1$. (a) pour $q < 1$; (b) pour $q > 1$

Conclusion Générale

Le travail présenté dans ce mémoire a porté sur une étude analytique et numérique de l'influence des électrons non-extensifs et piégés sur l'onde acoustique ionique solitaire relatif à un plasma conventionnel contenant des ions froids fluides et des électrons qui obéissent à la distribution hybride dite de Tsallis-Gurevich.

Le premier chapitre de ce mémoire a d'abord porté sur des notions générales et des concepts fondamentaux des plasmas. Nous avons décrit brièvement les propriétés intrinsèques relatives aux plasmas, également illustré, à la fin de ce chapitre. L'équation différentielle non linéaire classique de Korteweg-de Vries (K-dV) a été introduite pour décrire la structure de l'onde solitaire relative au type de mode acoustique IA. Nous avons donc utilisé les équations de base du modèle fluide, aussi, fait appel à la théorie cinétique des plasma et adopté des approches analytiques et numériques.

Le deuxième chapitre a été consacré à l'étude de l'influence des électrons non-extensifs-piégés sur l'onde acoustique ionique solitaire au cas d'un plasma à deux espèces ions-électrons. Une partie de ces derniers peut être piéger dans le potentiel de l'onde et par conséquent, ces particules piégées subissent un mouvement fini dans le canal de potentiel d'onde pour lequel des solutions d'onde progressive peuvent se propager. Pour modéliser les électrons piégés dans le cadre de la statistique non-extensive de Tsallis, nous avons adopté la distribution des vitesses de Tsallis-Gurevich qui décrit, simultanément, la non-extensivité du système et le phénomène de piégeage des particules.

Nous avons montré analytiquement que les propriétés de la structure potentiel électrostatique associé à l'onde acoustique ionique (sa vitesse, son amplitude et sa largeur) dans ce cas, dépendent considérablement, du paramètre non-extensif q , et nous avons présenté nos résultats par des tracés numériques relatifs aux propriétés intrinsèques de l'onde.

Notre investigation nous a mené à conclure que la présence des électrons non-extensifs et piégés dans le plasma a une influence remarquable sur la vitesse de phase, la largeur et l'amplitude du soliton acoustique ionique. Ces résultats sont bien résumés au niveau du

profil du potentiel électrostatique de l'onde acoustique ionique qui montre clairement cette variation pour différentes valeurs du paramètre non-extensif q .

En outre, l'énergie transmise par le soliton est affectée considérablement lorsqu'on fait varier le paramètre non-extensif q . En particulier, l'augmentation du paramètre non-extensif q (dans les deux cas $q < 1$ et $q > 1$) entraîne une augmentation importante de l'énergie transmise par l'onde.

Enfin, nous espérons que les résultats obtenus dans notre travail, vont assister de base à la bonne compréhension de certains phénomènes non linéaires associées aux plasmas et à fournir un bon ajustement entre les résultats théoriques et expérimentaux.

Bibliographie

- [1] J.M.Rax, Physique des Plasmas (cours et applications), Paris,(2005).
- [2] I. Langmuir, *Proc. Nat. Acad. Sci. U.S.A* **14**, 627(1928).
- [3] C. Tsallis, *J. Stat. Phys.* **52**, 479 (1988).
- [4] S. Benaïche et al (travail en cour de publication).
- [5] N. A. Krall and A. W. Trivelpiece, Principles of Plasma Physics (McGraw-Hill, New York, 1973).
- [6] H. Washimi et T. Taniuti, *Phys. Rev. Lett.* **17**, 996(1966).
- [7] A. V. Gurevich, *Sov. Phys. JETP* **26**, 575 (1968).
- [8] B. Held, Cold plasma Physics (Masson, Paris, 1994).
- [9] G. Schmidt, Physics of High Temperature Plasmas (Academic, New York, 1979).
- [10] F. F. Chen, Introduction to Plasma Physics (Plenum Press, New York, 1974), Chap. 8.
- [11] L. Spitzer Jr., Physics of Fully Ionized Gases (Wiley, New York, 1962).
- [12] P. K. Shukla et A. A. Mamun, Introduction to Dusty Plasma Physics (Institute of Physics, Bristol 2002).
- [13] N. N. Rao, P. K. Shukla et M. Y. Yu, *Planet. Space. Sci.* **38**, 543 (1990)
- [14] A. Barkan, R. L. Merlino et N. DiAngelo, *Phys. Plasmas* **2**, 3563 (1995).
- [15] P.M. Bellan, Fundamentals of Plasma Physics (Pasadena, California, 2004).
- [16] F.F. Chen, Lecture Notes On Principal Of Plasma Processing (Los Angeles, Plenum, 2002).

- [17] S. et E. Eliezer, The Fourth State of Matter, An Introduction To Plasma Science : 2nd edit.(Institute Of Physics Publishing Bristol And Philadelphia 2001).
- [18] R. Fitzpatrick, Introduction to Plasma Physics (Austin, Spring 1998).
- [19] D. J. Kortweg et G. D. Vries, Phil.Mag. 39, 422 (1895).
- [20] C. S. Gardner et G. M.Morikawa, Comm. Pure Appl. Math. 18, 35 (1965).
- [21] R. C. Davidson, Methods in Nonlinear plasma Theory (Academic press, New York, 1972), p. 15.
- [22] H. Washimi et T. Taniuti, Phys. Rev. Lett. 17, 996 (1966).
- [23] A. Mukherjee, S. P. Acharya, & M. S Janaki.(2021).
- [24] N. T Willington, A. Varghese, A. C. Saritha, N. Sajeeth Philip &C. Venugopal, (2021).
- [25] H. Ikezi, R. J. Taylor & D. R. Baker, *Physical Review Letters* **25 (1)**, 11 (1970).
- [26] D. Vech, D. M. Malaspina, C.Cattell, S. J Schwartz, R. E. Ergun, K. G. Klein, , L. Kromyda, , & A. Chasapis (2021).
- [27] M. G. Shah, M. M. Rahman, M. R.Hossen & A. A. Mamun, *Plasma Physics Reports*, **42(2)**, 168, (2016).
- [28] F. Verheest, & M. A. Hellberg, *Physics of Plasmas* 27(10), (2020).
- [29] Y. Hao, Q. Lu, D. Wu, S. Lu, L. Xiang & Y. Ke, The Astrophysical Journal, 915 (1), 64 (2021).
- [30] M. Hoppe, O. Embreus & T. Fülöp, (2021). Computer Physics Communications, 268(108098), (2021).
- [31] T. Demaerel, W. De Roeck & C. Maes, (2020). Physica A, 552(122179)(2019).
- [32] J. Ou & Z. Men. Physics of Plasmas, 27(8), 083517(2020).
- [33] M. Tribeche, L. Djebarni et R. Amour, Phys. Plasmas **17**, 042114 (2010).
- [34] M. Tribeche, L. Djebarni, and H. Schamel, *Physics Letters A* **376**, 3164 (2012).
- [35] L. Djebarni,L. Ait Gougam, et M. Tribeche, *Astrophys. Space Sci.* **350**, 541 (2014).

- [36] S. A Shan, *Physics of Plasmas* **25**, 032123 (2018).
- [37] M. Tribeche et A. Merriche, *Phys. Plasmas* **18**, 34502 (2011).
- [38] I. B. Bernstein, J. M. Greene, and M. D. Kruskal, *The Physical Review*, **108**, 546(1957).
- [39] H. Schamel, *Plasma Phys.* **14**, 905 (1972).
- [40] H. Schamel, *J. Plasma Phys.* **9**, 377 (1973).
- [41] A. V. Gurevich , *Zh. Eksp. Teor. Fiz* 53, 953 (1967).
- [42] Gurevich A V (1968) Distribution of captured particles in a potential well in the absence of collisions *Sov. Phys. JETP* 26 575 – 80. Gurevich A V (1967) . (in Russian)
- [43] H. Demiraya and A. Abdikian, *Chaos, Solitons & Fractals* **121**, 50 (2019).
- [44] X. Cao, B. Ni, D. Summers, X. Ma, Y. Lou, Y. Zhang, X. Gu & S. Fu . *The Astrophysical Journal*, 899(1), 43(2020).
- [45] S. Hussain & N. Akhtar. *Communications in Theoretical Physics*, 72(8), 085503 (2020).
- [46] S. Fellah, S. Kerrouchi & R. Amour . *Contributions to Plasma Physics*, 62(1)(2022).
- [47] N. Bouchemla, A. Merriche & R. Amour, *IEEE Transactions on Plasma Science. IEEE Nuclear and Plasma Sciences Society*, 49(12), 3951–3957. (2021).
- [48] S. A. Shan & N. Imtiaz, *Physics of Plasmas*, 24(6), 062101.(2017).
- [49] G. Williams, F. Verheest, M. A. Hellberg, M. G. M. Anwar & I. Kourakis, *Physics of Plasmas*, 21(9), 092103(2014).
- [50] S. Sultana, A. Mannan & R. Schlickeiser. *The European Physical Journal D*, 73(10) (2019).
- [51] I. S. Gradshteyn and I.M. Ryzhik, *Table of Integrals, Series and Products*, Seventh Edition, Academic Press, Elsevier 2007.