



République Algérienne Démocratique et Populaire
Ministère de l'Enseignement Supérieur et de la recherche
Scientifique



Université de Bouira

Faculté : Sciences Appliquées

Département : Génie Electrique

Spécialité : Électronique des Systèmes Embarqués

Mémoire de fin d'études

Commande adaptative à modèle de référence robuste d'ordre fractionnaire d'un Moteur à courant continu

Proposé et dirigé par: Pr. Y. BENSAFIA

Réalisé par :

•AMMOUCHE Lydia

•AMEZIANE Mellissa

2025/2026



Remerciement

*On remercie dieu le tout-puissant de nous avoir donné la santé et la volonté
d'entamer et de terminer ce mémoire.*

*Tout d'abord, ce travail ne serait pas aussi riche et n'aurait pas pu avoir Le
jour sans l'aide et l'encadrement de Pr. Y. Bensafia, on le remercie pour la
qualité de son encadrement exceptionnel, pour sa patience, sa rigueur et sa
disponibilité durant notre préparation de ce mémoire.*

*Notre remerciement s'adresse également à tous nos professeurs pour leur
générosité et la grande patience dont ils ont su faire preuve malgré leur charge
professionnelle et académiques.*

*Nous exprimons également notre gratitude au nombre du jury, qui nous a
honorés en acceptant de juger ce modeste travail.*

*Enfin, nous tenons à remercier l'ensemble du corps enseignant de la filière de
ESE en génie électrique.*

Dédicace

Je dédier ce modeste travail au premier lieu

À :

- Dieu tous puissants miséricordieux
- A mes parents, à mes frères, à mes sœurs et à toute ma famille.
- A mes amis d'enfance et à tous mes amis de l'université qui m'ont soutenu durant mon cursus Universitaire.
- A mon binôme : AMEZIANE Mélissa

AMMOUCHE Lydia

Je dédier ce modeste travail au premier lieu

À :

- Dieu tous puissants miséricordieux
- A mes parents, à mes frères, à mes sœurs et à toute ma famille.
- A mes amis d'enfance et à tous mes amis de l'université qui m'ont soutenu durant mon cursus Universitaire.
- A mon binôme : AMMOUCHE Lydia

AMMEZIANE Mélissa

2026

TABLE DES MATIÈRES

Remerciement	
Dédicace	
Résumé	
Introduction générale	1
Chapitre I : Les systèmes d'ordre fractionnaires.....	3
I.1 Introduction.....	4
I.2 Rappels sur la fonction Gamma et la fonction de Mittag-Leffler.....	4
I.2.1 Fonction Gamma d'Euler.....	4
I.2.2 Fonction de Mittag-Leffler	5
I.3 Définitions des opérateurs d'ordre fractionnaire	5
I.3.1 opérateur fondamental	5
I.3.2 Définition de Riemann-Liouville.....	5
I.3.3 Définition de Caputo.....	6
I.3.4 Définition de Gründwald –Leitnikov.....	6
I.4 Les propriétés des opérateurs d'ordre fractionnaire	6
I.4.1 Linéarité :	6
I.4.2 Composition des opérateurs :.....	7
I.4.3 Non-localité et mémoire héréditaire :	7
I.4.4 Transformée de Laplace et fonction de transfert fractionnaire :.....	7
I.4.5 Réponse indicielle des systèmes fractionnaires :	7
I.5 Applications du calcul d'ordre fractionnaire	7
I.5.1 Automatique et théorie du contrôle :	8
I.5.2 Traitement du signal et des images :.....	8
I.5.3 Génie biomédical et biologie :	8
I.5.4 Physique et mécanique des milieux continus :	9
I.5. 5 Electrochimie et génie de l'énergie :	9
I.5.6 Finance et économie :	9
I.6 Conclusion :	9

Chapitre II : commande adaptative à modèle de référence d'ordre fractionnaire	10
II .1 Introduction	11
II.2 La commande adaptative	11
II.2.1 Commande adaptative directe	12
II.2.2 Commande adaptative indirecte	12
II.3: Commande Adaptative à Modèle de Référence (MRAC) :	13
II.3.1 Les types des systèmes adaptatifs à modèle de référence	14
II.3.2: Description d'un SAMR.....	14
II.3.3 Suivi du modèle	15
II.3.4 Loi de M.I.T.....	17
II.3.5 Réalisation de régulateur SAMR :	18
II.3.5.1 structure du régulateur	19
II.3.5.2 L'erreur de modèle	20
II.3.6 Commande adaptative à modèle de référence d'ordre fractionnaire (MRACF)	21
II.4 Conclusion :	22
Chapitre III : application de la commande MRACF sur un MCC	24
III .1 Introduction :	25
III.2 Moteur à courant continue (MCC) :	25
III .2.1 Définition :	25
III.2.2 Le principe de fonctionnement :	26
III.2.3 Modélisation du moteur à courant continu :	27
III.3 Commande MRAC robuste d'un MCC :	29
III.3.1 MRAC ordre entier ($\alpha=1$) :	29
III.3.2 MRAC ordre fractionnaire :	30
III.4 Comparaison les résultats entre MRAC robuste entier et MRAC robuste fractionnaire :	39
III.5 Conclusion.....	40
Conclusion générale	41

LISTE DE FIGURE

Chapitre II : commande adaptative à modèle de référence d'ordre fractionnaire

Figure II. 1 : Structure de la commande adaptative directe	12
Figure II. 2 : Structure de la commande adaptative indirecte	13
Figure II. 3 : Structure parallèle d'une commande adaptative à modelé de référence	14
Figure II. 4 : Système en boucle fermée avec un régulateur linéaire	16

Chapitre III : application de la commande MRACF sur un MCC

Figure III. 1 : Schéma de principe du moteur à courant continu.....	26
Figure III. 2 : principe de fonctionnement du moteur à courant continu	27
Figure III. 3 : Résultat de simulation d'ordre entier $\alpha=1$	29
Figure III. 4 : Résultat de simulation d'ordre fractionnaire $\alpha=0.1$	30
Figure III. 5 : Résultat de simulation d'ordre fractionnaire $\alpha=0.2$	31
Figure III. 6 : Résultat de simulation d'ordre fractionnaire $\alpha=0.3$	32
Figure III. 7 : Résultat de simulation d'ordre fractionnaire $\alpha=0.4$	33
Figure III. 8 : Résultat de simulation d'ordre fractionnaire $\alpha=0.5$	34
Figure III. 9 : Résultat de simulation d'ordre fractionnaire $\alpha=0.6$	35
Figure III. 10 : Résultat de simulation d'ordre fractionnaire $\alpha=0.7$	36
Figure III. 11 : Résultat de simulation d'ordre fractionnaire $\alpha=0.8$	37
Figure III. 12 : Résultat de simulation d'ordre fractionnaire $\alpha=0.9$	38

LISTE DES TABLEAUX

CHAPITRE III : application de la commande MRACF sur un MCC

Tableau 1 : comparaison des résultats entre MRAC robuste entier et MRAC robuste fractionnaire	39
---	----

LISTE DES ABRÉVIATIONS

Abréviation	Signification
BF	Systèmes en Boucle Fermée
CAMR	Commande Adaptative à Modèle de Référence
CRONE	Commande Robuste d'Ordre Non Entier
EFC	Expansion en Fractions Continues (techniques d'interpolation)
FOD	Fractional Order Differentiation (différentiation d'ordre fractionnaire)
GL	Grünwald-Letnikov (définition de la dérivée fractionnaire)
IP	Indice de Performance
M.I.T.	Massachusetts Institute of Technology (loi d'adaptation de M.I.T.)
MCC	Moteur à Courant Continu
MIAC	Commande Adaptative par Identification du Modèle (commande indirecte)
MRAC	Commande Adaptative à Modèle de Référence (Model Reference Adaptive Control)
MRACF	Commande Adaptative à Modèle de Référence d'ordre Fractionnaire
PID	Régulateur Proportionnel, Intégral et Dérivé d'ordre entier
$PI\lambda D\mu$	Régulateur Proportionnel-Intégral d'ordre λ et Dérivé d'ordre μ (Podlubny)
PSE	Expansion en Série Entière (Power Series Expansion)
RII	Réponse Impulsionnelle Infinie
RL	Riemann-Liouville (définition de la dérivée/intégrale fractionnaire)
SAMR	Système Adaptatif à Modèle de Référence
SISO	Single Input Single Output (système à une entrée et une sortie)

LISTE DES SYMBOLES

Symbole	Désignation
α (alpha)	Ordre de dérivation/intégration fractionnaire
β, λ, μ	Ordres fractionnaires (intégration/dérivation, régulateur $PI\lambda D\mu$)
η	temp paramètre auxiliaire
$D\alpha, D\mu, D\lambda$	Opérateur de dérivation d'ordre fractionnaire
$I\alpha, I\lambda, I\mu$	Opérateur d'intégration d'ordre fractionnaire
$RLD\alpha, RL I\alpha$	Dérivée/intégrale fractionnaire au sens de Riemann-Liouville
$cD\alpha$ (Caputo)	Dérivée fractionnaire au sens de Caputo
$GLD\alpha, GL I\alpha$	Dérivée/intégrale fractionnaire au sens de Grünwald-Letnikov
Γ (Gamma)	Fonction Gamma d'Euler
$L\{\cdot\}$	Transformée de Laplace
s	Variable de Laplace (opérateur fréquentiel)
z, z^{-1}	Variable de la transformée en Z
p	Opérateur différentiel
$F(s), G(s)$	Fonctions de transfert dans le domaine de Laplace
$G(z), G_m(z)$	Fonctions de transfert discrètes (système, modèle de référence)
C	Ensemble des nombres complexes
R	Ensemble des nombres réels ;
t, t_0	Variable temporelle ; borne inférieure d'intégration
h	Pas/période d'échantillonnage (formules de Grünwald-Letnikov)
T	Période d'échantillonnage (méthodes numériques de discrétisation)
N	Ordre / nombre de singularités (pôles-zéros) de l'approximation
p_i, z_i	Pôles et zéros de la fonction de singularité (méthode de Charef)
a, b	Constantes intermédiaires dans le calcul des pôles/zéros
$\alpha_i, \lambda_i, \delta_i, \chi_i, l_i, \sigma_i$	Coefficients des filtres RII (Euler, Tustin, Al-Alaoui)
ϵ_p (epsilon)	Erreur tolérée
θ (thêta)	Vecteur des paramètres ajustables du régulateur (MRAC)
γ (gamma)	Gain d'adaptation
ϕ (phi)	Dérivée de sensibilité
$J(\theta)$	Fonction de coût

$e(t)$	Erreur de poursuite
$u(t), u_c$	Signal de commande ; signal de consigne
$y(t), y_m(t)$	Sortie du système ; sortie du modèle de référence
$r(t)$	Signal de référence
A, B	Polynômes décrivant le système (numérateur/dénominateur)
A_m, B_m	Polynômes du modèle de référence
B_m'	Polynôme dérivé
B^+, B^-	Facteurs stables / instables du polynôme B
A_0	Polynôme de l'observateur
R, S, T	Polynômes du régulateur (loi de commande linéaire)
$GBF(s, \theta)$	Fonction de transfert du système en boucle fermée
$i(t)$	Courant d'induit
$y(t)$	Vitesse angulaire du moteur
$u(t)$	Tension de commande
$c_r(t)$	Couple résistant (perturbation/charge)
J	Moment d'inertie
f	Coefficient de frottement/amortissement (Nm/rad·s)
R	Résistance d'induit (Ω)
L	Inductance d'induit (H)
k_e	Constante de force électromotrice/couple
k	Constante d'amplification
$G_m(s)$	Fonction de transfert du modèle de référence
ω_n	Pulsation naturelle du modèle de référence (second ordre)
ξ (ξ_i)	Coefficient d'amortissement du modèle de référence (second ordre)
ω, ω_i (oméga)	Pulsation / fréquence (cas général, fréquences discrètes)
F	Force électromagnétique
B	Champ / induction magnétique

Résumé

Résumé :

L'application de la commande adaptative robuste d'ordre fractionnaire (Fractionnel Robuste MRAC) à un moteur à courant continu. Cette approche marie les atouts de la commande adaptative, de la robustesse et du calcul fractionnaire pour booster les performances des systèmes dynamiques, surtout quand ils sont confrontés à des incertitudes sur les paramètres ou à des perturbations extérieures.

L'objectif principal, c'était de voir si l'ordre fractionnaire pouvait vraiment améliorer la précision du suivi, la stabilité et la robustesse du système. Pour ça, on a développé une loi de commande adaptative robuste basée sur le calcul fractionnaire, qu'on a ensuite testée sur un moteur à courant continu. On a analysé les performances du contrôleur pour différentes valeurs de l'ordre fractionnaire, et on les a comparées à celles d'une commande classique d'ordre entier.

Les résultats obtenus montrent que l'introduction du calcul fractionnaire améliore nettement la qualité du suivi du modèle de référence, réduit l'erreur de poursuite et renforce la robustesse du système. Cette étude montre bien que la commande MRAC robuste d'ordre fractionnaire est une solution performante pour commande des moteurs à courant continu.

Mots-clés : Commande adaptative, modèle de référence, MRAC robuste, calcul fractionnaire, moteur à courant continu, stabilité, robustesse.

Abstract

This work focuses on the application of a Fractional Robust Model Reference Adaptive Control (Fractional Robust MRAC) to a DC motor. This approach combines the advantages of adaptive control, robustness, and fractional calculus in order to enhance the performance of dynamic systems, especially in the presence of parameter uncertainties and external disturbances.

The main objective is to investigate whether the fractional order can improve tracking accuracy, stability, and system robustness. To this end, a fractional-order robust adaptive control law is developed and applied to a DC motor. The controller performance is evaluated for different values of the fractional order and compared with the conventional integer-order control.

Résumé

The obtained results show that introducing fractional calculus significantly improves reference model tracking, reduces tracking error, and enhances system robustness. This study confirms that the Fractional Robust MRAC approach is an effective solution for controlling DC motors.

Keywords : Adaptive control, reference model, robust MRAC, fractional calculus, DC motor, stability, robustness.

الملخص

يركز هذا العمل على تطبيق التحكم التكيفي القوي ذو الرتبة الكسرية (Fractionnel Robuste MRAC) على محرك تيار مستمر. تجمع هذه الطريقة بين مزايا التحكم التكيفي، والمتانة، والحساب التفاضلي الكسري من أجل تحسين أداء الأنظمة الديناميكية، خاصة عند وجود عدم يقين في المعلومات أو اضطرابات خارجية.

الهدف الرئيسي هو دراسة ما إذا كانت الرتبة الكسرية يمكن أن تحسن دقة التتبع، والاستقرار، ومتانة النظام. ولتحقيق ذلك، تم تطوير قانون تحكم تكيفي قوي يعتمد على الحساب الكسري، ثم تطبيقه على محرك تيار مستمر. كما تم تقييم أداء المتحكم لقيم مختلفة للرتبة الكسرية ومقارنته بالتحكم التقليدي ذي الرتبة الصحيحة.

أظهرت النتائج أن إدخال الحساب الكسري يحسن بشكل ملحوظ دقة تتبع النموذج المرجعي، ويقلل خطأ التتبع، ويزيد من متانة النظام. تؤكد هذه الدراسة أن منهج MRAC القوي ذو الرتبة الكسرية يعد حلاً فعالاً للتحكم في محركات التيار المستمر.

الكلمات المفتاحية: التحكم التكيفي، النموذج المرجعي، MRAC القوي، الحساب الكسري، محرك تيار مستمر، الاستقرار، المتانة.

Introduction

générale

Introduction générale

Introduction générale :

La commande des systèmes dynamiques représente un défi majeur en automatique, notamment lorsque les paramètres du processus sont mal connus ou variables dans le temps. Parmi les solutions proposées, la commande adaptative à modèle de référence (MRAC) permet d'ajuster en temps réel les paramètres du régulateur afin que le système bouclé se comporte comme un modèle de référence choisi par l'utilisateur. La loi d'adaptation de M.I.T. constitue l'approche la plus simple et la plus répandue pour mettre en œuvre cette stratégie [1.2].

En parallèle, le calcul fractionnaire, qui étend les opérateurs de dérivation et d'intégration à des ordres non entiers, a connu un développement notable ces dernières décennies. Il apporte de nouveaux degrés de liberté pour modéliser et commander des systèmes physiques. En intégrant ce formalisme dans la structure MRAC, on obtient la commande adaptative à modèle de référence d'ordre fractionnaire (MRACF), qui permet d'améliorer à la fois les performances dynamiques et la robustesse des asservissements [3-7].

L'objectif de ce mémoire est de concevoir une commande MRAC robuste d'ordre fractionnaire, appliquée à un moteur à courant continu (MCC), un composant très utilisé dans l'industrie pour sa simplicité et ses bonnes performances. Pour y parvenir, on commence par modéliser le MCC. Ensuite, plusieurs méthodes d'approximation des opérateurs fractionnaires, dont la méthode de Charef (basée sur la fonction de singularité) [8-10], sont employées pour permettre une implémentation numérique de la commande [11].

Une étude paramétrique est menée pour analyser l'impact du paramètre fractionnaire α sur le comportement du système en boucle fermée : précision du suivi, rapidité de réponse, amortissement des oscillations et allure du signal de commande. Enfin, une comparaison chiffrée entre la commande MRAC classique d'ordre entier ($\alpha = 1$) et la version fractionnaire ($\alpha < 1$) met en lumière les bénéfices de cette dernière [12.13].

Ce mémoire s'articule en trois chapitres :

Le premier chapitre présente les bases du calcul fractionnaire : définitions (Riemann-Liouville, Caputo, Grünwald-Leitnikov), propriétés, transformée de Laplace, ainsi que les méthodes d'approximation fréquentielles et numériques des opérateurs d'ordre non entier.

Le deuxième chapitre est consacré à la commande adaptative à modèle de référence, avec un focus sur les structures directe et indirecte, le principe du suivi de modèle et la loi d'adaptation de M.I.T.

Introduction générale

Le troisième chapitre traite de l'application de la commande MRACF au moteur à courant continu : il présente les résultats de simulation pour différentes valeurs de α et propose une analyse comparative avec la commande classique. Une conclusion générale résume l'ensemble du travail et dégage des pistes pour de futures recherches.

Chapitre I : Les systèmes d'ordre fractionnaires

I.1 Introduction

Le système d'ordre fractionnaire est un modèle mathématique qui utilise des équations différentielles d'ordre fractionnaire pour décrire son comportement dynamique. La caractéristique principale de ce modèle est que l'ordre des opérateurs de différentiation et d'intégration peut être n'importe quel nombre réel, et pas seulement des nombres entiers. Cela signifie que le système a une mémoire interne unique et des propriétés d'hérédité, ce qui veut dire que l'état actuel du système dépend non seulement des entrées du moment présent, mais aussi de l'accumulation pondérée de son historique complet. Cette non-localité temporelle et cette dépendance à long terme font du système d'ordre fractionnaire un outil naturel pour décrire de nombreux phénomènes physiques complexes. Par exemple, dans le domaine de l'ingénierie de contrôle, les contrôleurs à ordre fractionnaire offrent des capacités plus flexibles en matière de configuration du gain et de la phase par rapport au système PID traditionnel. Cela améliore considérablement la robustesse du système face aux variations de paramètres et aux perturbations. Les modèles à ordre fractionnaire permettent généralement de modéliser de manière plus précise et plus complète les systèmes réels, en tenant compte des effets de mémoire, de l'asymétrie spatiale et de la scalaire [14]. Ils constituent un cadre solide pour traiter les dynamiques complexes [15], car ils peuvent décrire ces processus complexes de manière plus concise et plus en accord avec l'essence physique. Les systèmes d'ordre fractionnaire sont donc très utiles pour comprendre et analyser les systèmes réels.

I.2 Rappels sur la fonction Gamma et la fonction de Mittag-Leffler

Avant d'introduire l'opérateur fractionnaire, il convient de rappeler deux fonctions spéciales qui jouent un rôle central dans le calcul fractionnaire.

I.2.1 Fonction Gamma d'Euler

La fonction Gamma est la généralisation de la factorielle aux nombres réels et complexes elle est définie par l'intégrale convergente :

$$\Gamma(z) = \int_0^{+\infty} t^{z-1} e^{-t} dt, \quad \text{Re}(z) = [\text{CES}_G T]0 \quad (\text{I.1})$$

Ses propriétés fondamentales sont :

$$\Gamma(z+1) = z\Gamma(z), \quad \Gamma(n+1) = n! \quad (n \in \mathbb{N}) \quad (\text{I.2})$$

$$\Gamma(z+1) = 1, \quad \Gamma\left(\frac{1}{2}\right) = \sqrt{\pi} \quad (\text{I.3})$$

La fonction Gamma apparait dans toutes les définitions des opérateurs fractionnaires et joue pour le calcul fractionnaire le rôle que joue la factorielle dans le calcul entier.

I.2.2 Fonction de Mittag-Leffler

La fonction de Mittag-Leffler est la fonction propre des systèmes d'ordre fractionnaire, au même titre que l'exponentielle pour les systèmes entiers. Sa forme biparamétrique est définie par la série entière :

$$E_{\alpha,\beta}(z) = \sum_{k=0}^{+\infty} \frac{z^k}{\Gamma(\alpha k + \beta)}, \quad \alpha \in \mathbb{C}, \beta \in \mathbb{C}, z \in \mathbb{C} \quad (I.4)$$

Parmi ses cas particuliers remarquables :

$$E_{1,1}(z) = e^z, \quad E_{2,1}(z^2) = \cosh(z), \quad E_{1,2}(z) = \frac{e^z - 1}{z} \quad (I.5)$$

Pour les grands $|t|$, la fonction de Mittag-Leffler présente une décroissance en loi de puissance :

$$E_{\alpha,1}(-t^\alpha) \sim \frac{t^\alpha}{\Gamma(1-\alpha)} \quad (I.6)$$

Cette décroissance plus lente que l'exponentielle traduit la mémoire longue des systèmes fractionnaires.

I.3 Définitions des opérateurs d'ordre fractionnaire

Plusieurs définitions équivalentes ou complémentaires ont été proposées pour les opérateurs différentiels et intégraux d'ordre non entier. Nous présentons ici les trois définitions les plus utilisées en ingénierie.

I.3.1 opérateur fondamental

On note ${}^\alpha D_t^\alpha$ l'opérateur fractionnaire général d'ordre $\alpha \in \mathbb{R}$, défini selon le signe de α :

$${}^\alpha D_t^\alpha = \begin{cases} \frac{d^\alpha}{dt^\alpha} & \text{Si } \alpha \in \mathbb{N} \text{ (dérivation)} \\ 1 & \text{Si } \alpha = 0 \\ \int_c^t (t-\tau)^{-\alpha} d\tau & \text{Si } \alpha \notin \mathbb{N} \text{ (intégration)} \end{cases} \quad (I.7)$$

Où α est la borne inférieure (généralement $\alpha=0$ pour les systèmes causaux).

I.3.2 Définition de Riemann-Liouville

L'intégrale fractionnaire de Riemann-Liouville d'ordre $\alpha \in \mathbb{R}$ est définie par :

$$RLI_t^\alpha f(t) = \frac{1}{\Gamma(\alpha)} \int_0^t \frac{f(\tau)}{(t-\tau)^{1-\alpha}} d\tau \quad (I.8)$$

La dérivée fractionnaire de Riemann-Liouville d'ordre $\alpha \in \mathbb{R}$, avec $n-1 < \alpha \leq n$, est obtenue par :

$$RLD_t^\alpha f(t) = \frac{1}{\Gamma(n-\alpha)} \frac{d^n}{dt^n} \int_0^t \frac{f(\tau)}{(t-\tau)^{\alpha-n+1}} d\tau \quad (I.9)$$

Transformée de Laplace de la dérivée RL :

$$\mathcal{L}\{RLD_t^\alpha f(t)\} = s^\alpha F(s) - \sum_{k=0}^{n-1} s^k [RLD_t^{\alpha-k-1} f(t)]_{t=0} \quad (I.10)$$

Cette définition présente l'inconvénient que les conditions initiales font intervenir des dérivées fractionnaires de la fonction, difficiles à interpréter physiquement.

I.3.3 Définition de Caputo

Caputo (1967) a proposé une définition alternative qui résout le problème des conditions Initiales. La dérivée fractionnaire de Caputo d'ordre α , avec $n - 1 \leq \alpha \leq n$, est :

$$CD_t^\alpha f(t) = \frac{1}{\Gamma(n-\alpha)} \int_0^t \frac{f^{(n)}(\tau)}{(t-\tau)^{\alpha-n+1}} d\tau \quad (I.11)$$

Transformée de Laplace de la dérivée de Caputo :

$$\mathcal{L}\{CD_t^\alpha f(t)\} = cF(s) - \sum_{k=0}^{n-1} s^{k-\alpha-1} f^{(k)}(0)^+ \quad (I.12)$$

Cette expression est particulièrement avantageuse : les conditions initiales font intervenir les dérivées entières classiques $f^{(k)}(0^+)$, directement mesurables. C'est la définition la plus utilisée en automatique et en ingénierie.

I.3.4 Définition de Grünwald –Leitnikov

Grünwald (1867) et Letnikov (1868) ont introduit une définition discrète, obtenue par Passage à la limite d'une différence finie généralisée :

$$CLD_t^\alpha f(t) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{1}{h^\alpha} \sum_{k=0}^{[t/h]} (-1)^k \binom{\alpha}{k} f(t - kh) \quad (I.13)$$

Où les coefficients binomiaux généralisés sont :

$$\binom{\alpha}{k} = \frac{\Gamma(\alpha+1)}{\Gamma(k+1)\Gamma(\alpha-k+1)} = \frac{\alpha(\alpha-1)\dots(\alpha-k+1)}{k!} \quad (I.14)$$

Pour l'implémentation numérique discrète avec un pas h , on utilise l'approximation de Courte mémoire (short-memory principale) :

$$D^\alpha f(t_n) \approx \frac{1}{h^\alpha} \sum_{k=0}^N (-1)^k \binom{\alpha}{k} f(t - kh) \quad (I.15)$$

Où N est la longueur de la fenêtre mémoire. C'est cette définition qui est utilisée pour la Simulation numérique et l'implémentation sur systèmes embarqués [14.16] Propriétés du calcul d'ordre fractionnaire.

Les opérateurs fractionnaires partagent plusieurs propriétés fondamentales avec leurs homologues entiers, tout en présentant des particularités qui leur sont propres.

I.4 Les propriétés des opérateurs d'ordre fractionnaire

I.4.1 Linéarité :

L'opérateur D^α est linéaire :

$$D^\alpha[\lambda f(t) + \mu g(t)] = \lambda D^\alpha f(t) + \mu D^\alpha g(t), \lambda, \mu \in \mathbb{R} \quad (\text{I.16})$$

I.4.2 Composition des opérateurs :

Pour $\alpha, \beta \geq 0$ et des fonctions suffisamment régulières :

$$D^\alpha(D^\beta f) = D^{\alpha+\beta} f \quad (\text{I.17})$$

I.4.3 Non-localité et mémoire héréditaire :

La propriété la plus fondamentale et la plus distinctive des opérateurs fractionnaires est leur Non-localité temporelle : la valeur de $D^\alpha f(t)$ dépend de toute l'histoire passée de f depuis $t=0$. Cela se traduit par le noyau de convolution $(t - \tau)^{\alpha-1}$ dans les intégrales définissant RL et Caputo. Cette propriété modélise fidèlement les systèmes à mémoire héréditaire tels que les matériaux viscoélastiques, les membranes biologiques et les électrodes poreuses.

I.4.4 Transformée de Laplace et fonction de transfert fractionnaire :

Pour un système décrit par l'équation différentielle fractionnaire :

$$\sum_{k=0}^n \alpha_k D^{\alpha_k} y(t) = \sum_{j=0}^m \beta_j D^{\beta_j} \mu(t) \quad (\text{I.18})$$

Avec conditions initiales nulles, la transformée de Laplace donne la fonction de transfert fractionnaire :

$$G(s) = \frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{\sum_{j=0}^m \beta_j s^{\beta_j}}{\sum_{k=0}^n \alpha_k s^{\alpha_k}} \quad (\text{I.19})$$

Pour un système comme surate d'ordre α (tous les exposants sont des multiples entiers de α):

$$G(s) = \frac{\sum_{j=0}^m \beta_j s^{j\alpha}}{\sum_{k=0}^n \alpha_k s^{k\alpha}} \quad (\text{I.20})$$

I.4.5 Réponse indicielle des systèmes fractionnaires :

La réponse indicielle d'un système du premier ordre fractionnaire $G(s) = \frac{1}{1+\tau s^\alpha}$ est donnée par la fonction de Mittag-Leffler :

Pour $\alpha=1$, on retrouve la réponse exponentielle classique $y(t) = 1 - e^{-t/\tau}$.

I.5 Applications du calcul d'ordre fractionnaire

Le calcul d'ordre fractionnaire est longtemps resté dans le domaine des mathématiques pures. Cependant, depuis les années 1990, il a connu un essor applicatif considérable. En effet, il est capable de modéliser la mémoire héréditaire, les phénomènes de diffusion anormale et les comportements viscoélastiques. C'est pourquoi il est un outil particulièrement adapté à de nombreux domaines scientifiques et technologiques. Il offre une approche

innovante pour comprendre et décrire des phénomènes complexes. Grâce à sa flexibilité et sa précision, il est désormais utilisé dans divers domaines.

I.5.1 Automatique et théorie du contrôle :

L'application la plus directement liée à nos travaux concerne le contrôle automatique des systèmes dynamiques. En 1999, Podlubny a proposé le contrôleur $PI\lambda D^\mu$, qui est une généralisation du régulateur PID classique. Celui-ci introduit deux paramètres supplémentaires : l'ordre d'intégration λ et l'ordre de dérivation μ , qui sont tous deux des nombres réels positifs. La loi de commande peut s'écrire de la manière suivante :

$$u(t) = k_p e(t) + k_i D^{-\lambda} e(t) + k_d D^\mu e(t) \quad (I.21)$$

Cette généralisation donne au système en boucle fermée une propriété spéciale appelée iso-amortissement. Cela signifie que la marge de phase reste constante, même si les paramètres du procédé changent. La commande CRONE, développée par Oustaloup, utilise un intégrateur fractionnaire bande-limitée. Elle offre une robustesse optimale en termes de marge de module.

I.5.2 Traitement du signal et des images :

Le bruit en $1/f^\alpha$ (bruit rose), omniprésent dans les systèmes électroniques et biologiques, est caractérisé par une densité spectrale $s(f)=c/f^\alpha$ qui ne peut être fidèlement modélisé que par des outils fractionnaires. Le mouvement brownien fractionnaire (fBm), paramétré par l'exposant de Hurst $H \in (0,1)$, est le modèle universel des séries temporelles à longue mémoire. En traitement d'images, les opérateurs différentiels fractionnaires permettent une détection de contours avec une pente contrôlable de -20α dB/décade.

I.5.3 Génie biomédical et biologie :

Les tissus biologiques présentent un comportement viscoélastique modélisé de façon compacte par l'équation constitutive fractionnaire $\sigma(t) = ED^\alpha \varepsilon(t)$, $0 \leq \alpha \leq 1$. Un seul paramètre α remplace ainsi des chaînes complexes de modèles de Maxwell. En pharmacocinétique, la diffusion des médicaments dans les tissus hétérogènes suit une cinétique en loi de puissance, modélisée par des équations différentielles fractionnaires. L'impédance bioélectrique est décrite par le modèle de Cole-Cole :

$$Z(j\omega) = R_\infty + \frac{R_0 R_\infty}{1 + (j\omega\tau)^\alpha} \quad (I.22)$$

I.5.4 Physique et mécanique des milieux continus :

La diffusion anormale dans les milieux poreux ou fractals obéit à $\langle x^2(t) \rangle \propto t^\alpha, \alpha \neq 1$.

Décrite par l'équation aux dérivées partielles fractionnaire $\frac{\delta^\alpha u}{\delta t^\alpha} = D \delta^\alpha u / \delta x^2$. Pour

$\alpha \in [0, 1]$ (Sous-diffusion) : milieux très désordonnés, gels biologiques. Pour $\alpha \in [1, 2]$ (super-diffusion) : turbulence, vol de Lévy.

I.5.5 Électrochimie et génie de l'énergie :

L'impédance de Warburg $Z_W(s) = \delta / \sqrt{s}$ (ordre $\alpha=0.5$) traduit la diffusion des ions dans les électrodes poreuses des batteries lithium-ion et des super condensateurs. Les modèles fractionnaires permettent une estimation précise de l'état de charge (SOC) et de l'état de santé (SOH) avec une précision bien supérieure aux modèles RC classiques. Des algorithmes MPPT fractionnaires ont également été appliqués aux systèmes solaires et éoliens.

I.5.6 Finance et économie :

Les marchés financiers exhibent une mémoire longue modélisée par le processus FIGARCH, $\Phi(L)(1-L)^d \varepsilon_t = \theta(L)u_t, d \in (0,1)$. L'extension de Black-Scholes avec un mouvement brownien fractionnaire reproduit naturellement la smile de volatilité observée sur les marchés d'options.

I.6 Conclusion :

Ce chapitre a posé les bases théoriques pour comprendre et concevoir un contrôle d'ordre fractionnaire. Nous avons commencé par explorer l'histoire du calcul fractionnaire, depuis les premières questions de Leibniz jusqu'à son application dans l'industrie aujourd'hui. Ensuite, nous avons présenté les trois définitions principales des opérateurs fractionnaires - Riemann-Liouville, Caputo et Grünwald-Letnikov - et leurs domaines d'application spécifiques. Nous avons discuté des caractéristiques clés telles que la non-localité et la mémoire héréditaire, puis illustré l'état et la fonction de transfert des systèmes d'ordre fractionnaire. La diversité des comportements dynamiques offerts par le paramètre d'ordre a été soulignée grâce au théorème de Matignon, qui guide l'analyse de stabilité.

Chapitre II : commande adaptative à modèle de référence d'ordre fractionnaire

II.1 Introduction

Au cours des dernières décennies, la commande adaptative a connu un développement considérable, motivé par la nécessité de contrôler des systèmes dont les paramètres sont incertains ou variables dans le temps. Parmi les différentes approches proposées, la commande adaptative à modèle de référence (MRAC) occupe une place centrale grâce à sa capacité à ajuster automatiquement les paramètres du régulateur afin que le comportement du système en boucle fermée corresponde à celui d'un modèle de référence prédéfini [17].

Plus récemment, l'intégration du calcul d'ordre fractionnaire dans cette structure a ouvert de nouvelles perspectives. En effet, les opérateurs d'ordre non entier introduisent un effet de mémoire dans la loi d'adaptation, ce qui permet d'améliorer significativement les performances dynamiques et la robustesse des systèmes commandés face aux perturbations et aux incertitudes paramétriques [18]. Dans ce chapitre, nous présentons les fondements de la commande adaptative, les structures MRAC classiques, ainsi que leur extension à l'ordre fractionnaire (MRACF).

II.2 La commande adaptative

La commande adaptative est une méthode qui permet au régulateur de s'adapter automatiquement aux changements du processus. L'objectif principal de la commande adaptative est de maintenir un niveau de performance optimal, même lorsque les paramètres du processus varient au fil du temps.

Un système adaptatif est composé de deux boucles : une boucle principale qui gère les signaux d'entrée et de sortie, et une boucle secondaire qui ajuste les paramètres du régulateur en fonction des variations du processus. Cette deuxième boucle est ce qui rend le système adaptatif. Il existe différentes méthodes de commande adaptative, qui se distinguent principalement par la façon dont elles mettent à jour les paramètres du régulateur en temps réel pour tenir compte des changements du processus[2].

II.2.1 Commande adaptative directe

La commande adaptative directe basée sur un modèle de référence (CAMR) constitue aujourd'hui la méthode adaptative directe la plus utilisée. Elle s'applique notamment aux systèmes de navigation maritime, aux moteurs électriques, aux équipements aéronautiques et à divers servomécanismes non linéaires présentant des paramètres variables dans le temps. Cette approche se base sur le choix d'un modèle de référence qui reflète les performances souhaitées en boucle fermée, en tenant compte des capacités intrinsèques du système. L'architecture correspondante est représentée à la figure (II.2), où le régulateur adaptatif ajuste ses paramètres directement pour que la sortie du processus converge vers celle du modèle de référence[19].

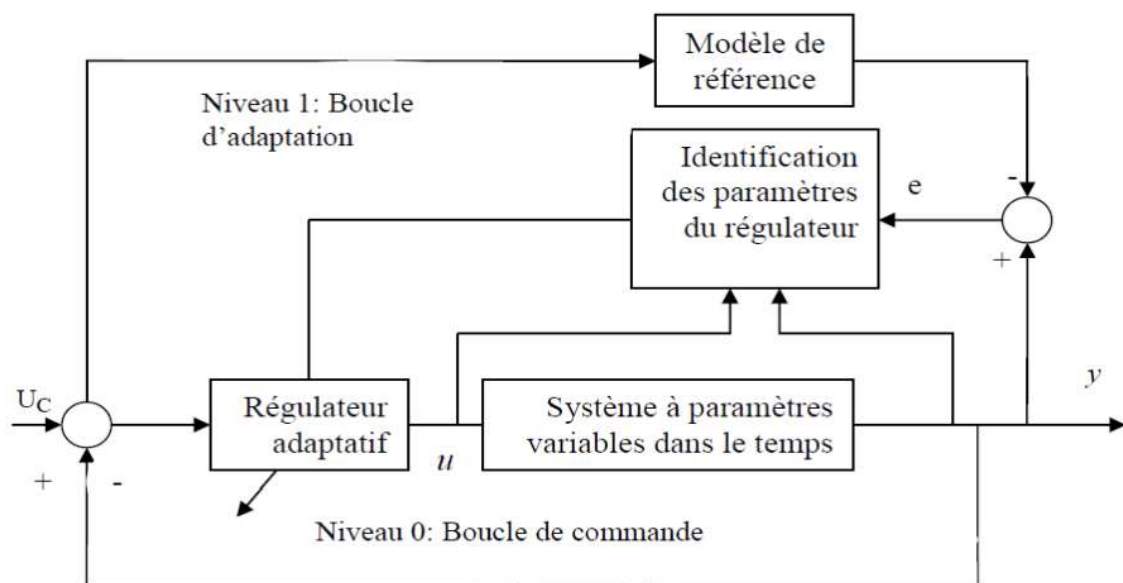


Figure II. 1 : Structure de la commande adaptative directe

II.2.2 Commande adaptative indirecte

La commande adaptative indirecte est une méthode dans laquelle les paramètres du contrôleur sont déterminés à partir d'un modèle estimé du procédé. Son principe consiste à identifier en permanence les caractéristiques du système afin d'obtenir une représentation aussi fidèle que possible de son comportement. Les paramètres du régulateur sont ensuite calculés à partir des informations fournies par cette étape d'identification. Dans cette

Chapitre II commande adaptative à modèle de référence d'ordre fractionnaire

structure, l'identification du procédé et la conception de la loi de commande sont réalisées de manière distincte. Les paramètres estimés du système sont utilisés pour mettre à jour le régulateur et adapter son comportement aux variations éventuelles du procédé. Ainsi, le mécanisme d'adaptation n'agit pas directement sur les paramètres du contrôleur, mais passe par l'intermédiaire d'un modèle identifié en temps réel.

Cette approche est particulièrement adaptée aux systèmes dont les paramètres évoluent au cours du temps ou présentent des incertitudes importantes. Toutefois, la qualité de la commande dépend directement de la précision du modèle estimé, puisque les paramètres du régulateur sont calculés à partir de celui-ci. La structure générale de la commande adaptative indirecte est illustrée par la figure (II.3) [19].

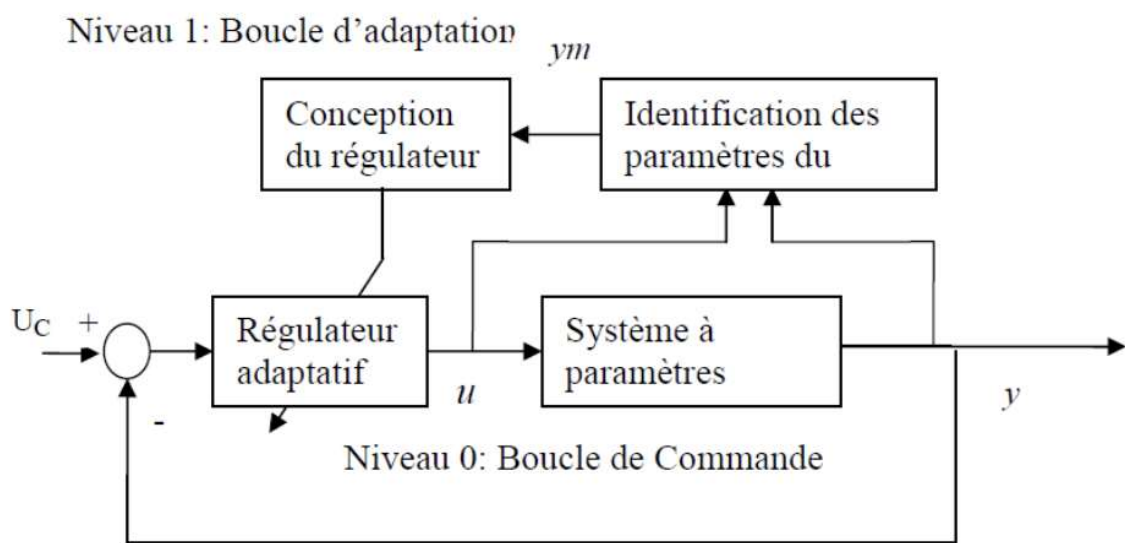


Figure II. 2 : Structure de la commande adaptative indirecte

II.3: Commande Adaptative à Modèle de Référence (MRAC) :

Cette section vise à démontrer qu'il est possible d'optimiser les performances du système de commande auto-ajustable en intégrant une dynamique fractionnaire dans l'algorithme d'adaptation.

Plusieurs auteurs ont déjà entrepris d'intégrer les systèmes fractionnaires en tant que modèle dans la commande adaptative à modèle de référence, et nous avons cherché à étendre cette généralisation aux autres méthodes de commande adaptative. En effet, de nombreuses recherches antérieures ont démontré que les systèmes d'ordre fractionnaire possédaient des propriétés supérieures en termes de temps de réponse et de stabilité de la dynamique transitoire [19].

II.3.1 Les types des systèmes adaptatifs à modèle de référence

Il existe plusieurs types des systèmes adaptatifs à modèle de référence [20, 12], on peut les classer suivant la structure comme suit : SAMR parallèle, SAMR série, SAMR série parallèle. La structure parallèle (figure. II.4) est la structure la plus connue, nommée la méthode de l'erreur de sortie dans le cas de l'identification [2].

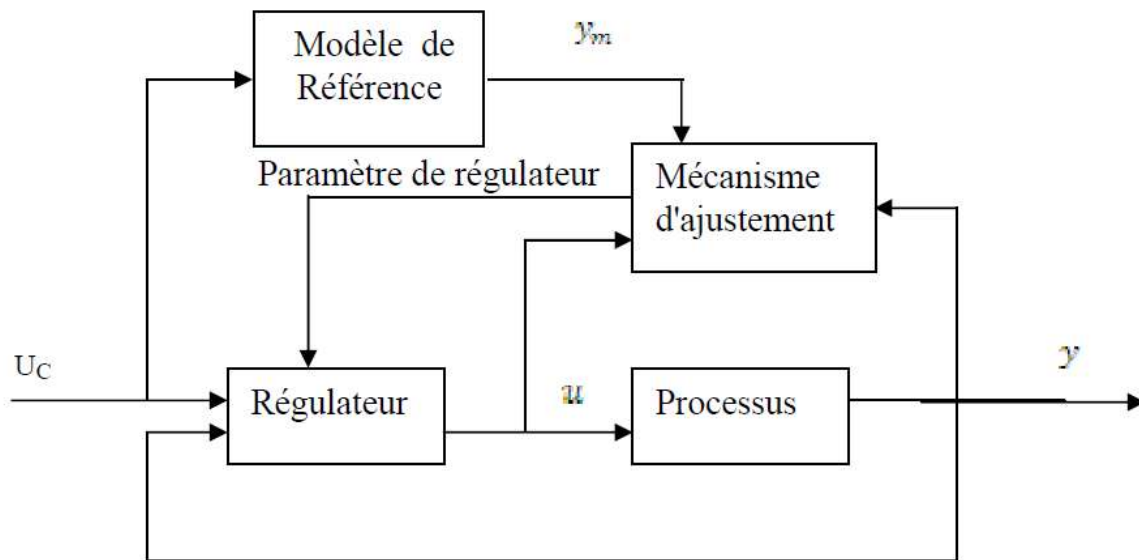


Figure II. 3 : Structure parallèle d'une commande adaptative à modèle de référence

La Commande adaptative directe est une approche moins intuitive, l'idée consiste à recalculer les paramètres du régulateur, mais sans identifier explicitement les paramètres du système.

II.3.2: Description d'un SAMR

Avant d'établir les différentes lois d'adaptation, certaines hypothèses sont généralement adoptées afin de garantir la validité de l'analyse et la convergence du mécanisme adaptatif.

- Le modèle de référence est supposé linéaire et invariant dans le temps.
- Le système à commander et le modèle de référence doivent être compatibles du point de vue de leur ordre et de leur structure dynamique.

Chapitre II commande adaptative à modèle de référence d'ordre fractionnaire

- Les paramètres du système susceptibles d'être ajustés sont considérés comme accessibles au mécanisme d'adaptation.
- L'évolution des paramètres adaptatifs est exclusivement déterminée par la loi d'adaptation mise en œuvre.
- Le système est étudié en l'absence de perturbations externes ou de signaux additionnels autres que l'entrée de commande.
- Les valeurs initiales des paramètres ainsi que leur écart par rapport aux valeurs idéales sont supposées connus ou estimables.
- L'erreur de suivi, obtenue à partir de la différence entre la sortie du système et celle du modèle de référence, est disponible pour le calcul de l'adaptation [17]

II.3.3 Suivi du modèle

Le problème du suivi de modèle peut être résolu par la technique de placement de pôles [31].

Le principe de base consiste en une spécification indirecte de la performance via la fourniture d'un modèle mathématique de la réponse désirée. Le modèle choisi peut être linéaire ou non linéaire, et ses paramètres sont sélectionnés de façon que la sortie y tende vers y_m pour une classe donnée de signaux d'entrée.

Soit $u(t)$ le signal d'entrée et $y(t)$ le signal de sortie, l'équation du système est donnée par :

$$y(t) = \frac{B}{A} u(t) \quad (\text{II. 1})$$

Où A et B représentent des polynômes de l'opérateur différentiel p .
ont supposé que le degré de $A \geq$ degré B (système propre ou causal) et que le polynôme A est Monique.

On recherche un régulateur pour lequel la relation entre la consigne u_c et le signal de sortie souhaité y_m est définie par [13] :

$$y_m(t) = \frac{B_m}{A_m} u_c(t) \quad (\text{II. 2})$$

La loi de commande linéaire générale s'écrit :

$$Ru(t) = Tu_c(t) - Sy(t) \quad (\text{II. 3})$$

Chapitre II commande adaptative à modèle de référence d'ordre fractionnaire

R, S et T sont des polynômes. Cette loi de commande représente une contre-réaction négative avec l'opérateur de transfert $[S/R]$ et une réaction directe avec l'opérateur de transfert $[T/R]$

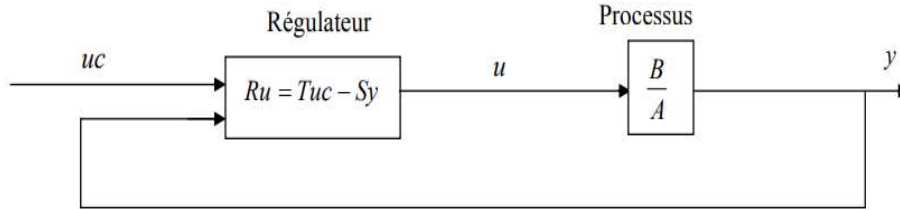


Figure II. 4 : Système en boucle fermée avec un régulateur linéaire

En transférant u de l'équation (II.1) et l'équation (II.3), on obtient l'équation de système en boucle fermée [20] [21] :

$$(AR+BS) y = BTu_c$$

Pour obtenir la réponse souhaitée en boucle fermée, A_m on doit diviser le polynôme par $AR+BS$.

Les zéros du processus notés $B=0$, deviendront également des zéros en boucle fermée. On ne peut simplifier les zéros instables ou non amortis ; le polynôme B s'écrit sous la forme factorisée suivante :

$$B = B^+ B^- \text{ (II.4)}$$

Le polynôme caractéristique du système en boucle fermée doit avoir $A_m \cdot B^+$ comme facteur. Donc on obtient l'équation de Bezout :

$$AR + BS = B^+ A_0 A_m \text{ (II.5)}$$

On appelle cette équation l'équation de diophantien.

De cette équation on déduit que B^+ divise R, donc :

$$R = B^+ R_1 \text{ (II.6)}$$

En divisant l'équation (II.6) par B^+ on obtient :

$$AR_1 + B^- S = A_0 A_m \text{ (II.7)}$$

La relation donnée par l'équation (II.4) entre le signal de commande u_c et la sortie du processus y doit être égale à la réponse en boucle fermée désirée donnée par l'équation (II.2).

Les spécifications doivent être telles que B^- divise B_m . Il s'ensuit :

$$B_m = B^- B'_m \text{ (II.8)}$$

Chapitre II commande adaptative à modèle de référence d'ordre fractionnaire

$$T = A_0 B_m' \text{ (II.9)}$$

Pour résoudre le problème, il faut donc donner une condition qui garantisse l'existence des solutions de l'équation (II.8) qui fournissent un modèle en temps contenu approprié aux lois de commande [20],[21].

$$\text{Deg} A_0 \geq 2 \text{Deg} \text{deg} A_m \text{deg} B^+ + 1 \quad (\text{II.10})$$

$$\text{Deg} A_m \text{deg} B_m \geq \text{deg} A \text{deg} B \text{ (II.11)}$$

II.3.4 Loi de M.I.T

La loi de M.I.T. (Massachusetts Institute of Technology Rule) constitue l'une des premières méthodes utilisées dans les systèmes adaptatifs à modèle de référence (SAMR). Elle a été développée au sein du MIT Instrumentation Laboratory, actuellement connu sous le nom de Draper Laboratory, dans le cadre des travaux pionniers sur la commande adaptative [1,2].

Considérons un système en boucle fermée dont le régulateur possède un vecteur de paramètres ajustables θ . Le comportement désiré du système est spécifié par un modèle de référence dont la sortie est notée $y_m(t)$. L'erreur de poursuite est définie comme la différence entre la sortie du système réel $y(t)$ et celle du modèle de référence :

$$e = y - y_m \text{ (II.12)}$$

L'objectif du mécanisme d'adaptation est de minimiser cette erreur en ajustant les paramètres du régulateur. Pour cela, on définit la fonction de coût quadratique suivante

$$J(\theta) = \frac{1}{2} e^2 \quad (\text{II.13})$$

La minimisation de cette fonction est réalisée en modifiant les paramètres dans la direction opposée au gradient de $J(\theta)$. La loi d'adaptation obtenue est donnée par :

$$\frac{d(\theta)}{dt} = -\gamma \frac{\delta J}{\delta \theta} \quad (\text{II.14})$$

En appliquant la règle de dérivation en chaîne, l'équation précédente devient :

$$\frac{d\theta}{dt} = -\gamma \frac{\delta e}{\delta \theta} \quad (\text{II.15})$$

Chapitre II commande adaptative à modèle de référence d'ordre fractionnaire

Où $\gamma > 0$ représente le gain d'adaptation et. $\frac{\partial e}{\partial \theta}$ Désigne la dérivée de sensibilité, qui mesure l'influence des paramètres ajustables sur l'erreur de poursuite.

La loi de M.I.T. peut être interprétée comme une méthode de descente de gradient visant à réduire progressivement l'erreur entre la réponse du système réel et celle du modèle de référence. Toutefois, les performances du système dépendent fortement du choix du gain d'adaptation γ . Une valeur faible conduit à une adaptation lente mais généralement stable, tandis qu'une valeur élevée permet une convergence plus rapide au prix d'un risque accru d'oscillations ou d'instabilité [2].

Afin de pallier la sensibilité de cet algorithme aux niveaux des signaux, une version normalisée de la loi de M.I.T. a été proposée :

$$\frac{d\theta}{dt} = -\gamma \frac{e \frac{\partial e}{\partial \theta}}{\alpha + (\frac{\partial e}{\partial \theta})^T r \frac{\partial e}{\partial \theta}} \quad (\text{II.16})$$

Où α est une constante de normalisation qui permet de rendre l'algorithme moins sensible aux variations d'amplitude des signaux [2].

II.3.5 Réalisation de régulateur SAMR :

La conception d'un Système Adaptatif à Modèle de Référence (SAMR) repose sur le principe d'ajustement automatique des paramètres du régulateur afin que la sortie du système réel suive celle du modèle de référence. On se place dans le cadre d'un système à une entrée et une sortie (SISO), en supposant que toutes les dynamiques mises en jeu sont linéaires [22].

La condition fondamentale pour la mise en œuvre de ce type de régulateur est que l'erreur de poursuite soit directement liée aux paramètres ajustables du régulateur, ce qui permet d'appliquer efficacement le mécanisme d'adaptation.

La démarche de conception du régulateur SAMR peut être résumée en trois étapes principales :

- Définir la structure du régulateur qui garantit une poursuite parfaite de la sortie du modèle de référence en régime permanent.

Chapitre II commande adaptative à modèle de référence d'ordre fractionnaire

- Calculer l'erreur de modèle $e(t) = y(t) - y_m(t)$, qui représente l'écart entre la sortie réelle du système et celle du modèle de référence.
- Appliquer la loi d'ajustement des paramètres, soit la loi de M.I.T. standard, soit sa version normalisée, afin de faire converger l'erreur vers zéro [17].

II.3.5.1 structure du régulateur

On considère que le modèle continu décrit le processus [22].

$$Ay(t) = b_0 B u(t) \quad (\text{II.17})$$

Où A et B sont des polynômes en l'opérateur de dérivation. On suppose que les polynômes A et B sont premiers entre eux, que B est un polynôme monique et que tous ses zéros sont situés dans le demi-plan gauche du plan complexe. Le coefficient b_0 représente le gain à haute fréquence du procédé.

Régulateur écrit sous forme :

$$Ru(t) = Tu(t) - Sy(t) \quad (\text{II.18})$$

Où u_r désigne le signal de référence, tandis que R , S et T sont des polynômes à déterminer.

Puisque le polynôme B est stable, ses zéros peuvent être compensés dans la conception du régulateur. On pose alors :

$$R = R_1 B. \quad (\text{II.19})$$

Le système à boucle fermée résultant de l'application du régulateur au processus (II.19) est décrit par :

$$(AR_1 + b_0 S)y = b_0 T u_r \quad (\text{II.20})$$

Afin d'imposer les performances souhaitées, on introduit un modèle de référence caractérisé par le polynôme stable A_m . Le polynôme T est choisi sous la forme :

$$T = t_0 A_0 \quad (\text{II.21})$$

Où A_0 est un polynôme monique stable, et R_1 et S sont alors déterminés de manière à satisfaire l'équation diophantienne :

$$AR_1 + b_0 S = A_0 A_m \quad (\text{II.22})$$

On peut effectuer une poursuite parfaite du modèle avec le modèle :

Chapitre II commande adaptative à modèle de référence d'ordre fractionnaire

$$A_m y_m(t) = b_0 t_0 u_r(t) \quad (\text{II.23})$$

II.3.5.2 L'erreur de modèle

En combinant les équations (II.19) et (II.20), on obtient [22] :

$$A_0 A_m y = A R_1 y + b_0 S y = R_1 b_0 B u + b_0 S y \quad (\text{II.24})$$

Définissons l'erreur $e = y - y_m$, on a alors à partir des équations (II.22) et (II.23) que :

$$A_0 A_m e = A_0 A_m (y - y_m) = b_0 (R u + S y + T u_r) \quad (\text{II.25})$$

Ou bien :

$$e = \frac{b_0}{A_0 A_m} (R u + S y + T u_r) \quad (\text{II.26})$$

Cette expression met en évidence la dépendance de l'erreur vis-à-vis des paramètres du régulateur. Afin de faciliter la formulation de la loi d'adaptation, on introduit le vecteur des paramètres idéaux du contrôleur [23] :

$$\theta^0 = [r_1 \dots r_k s_0 \dots s_l t_0 \dots t_m]^T$$

Par ailleurs, on définit un vecteur de régression φ varphi, construit à partir des signaux mesurés du système et de leurs dérivées filtrées. Ce vecteur représente la sensibilité de l'erreur par rapport aux paramètres du régulateur :

$$\begin{aligned} \varphi^T &= - \left[\frac{\delta e}{\delta r_1} \frac{\delta e}{\delta r_2} \dots \frac{\delta e}{\delta r_k} \frac{\delta e}{\delta s_0} \frac{\delta e}{\delta s_1} \dots \frac{\delta e}{\delta s_l} \frac{\delta e}{\delta t_1} \frac{\delta e}{\delta t_0} \dots \frac{\delta e}{\delta t_m} \right] \\ &= \frac{b_0}{A_0 A_m} [p^{k-1} u \dots u \ p^l y \dots y \ - p^m u_r \dots - u_r] \end{aligned} \quad (\text{II.27})$$

L'erreur de modèle peut alors être représentée sous une forme paramétrique compacte :

$$e = \varphi^T \theta^0 \quad (\text{II.28})$$

Cette écriture est particulièrement importante dans le développement des lois adaptatives, puisqu'elle permet de relier directement l'erreur aux paramètres du régulateur.

Les polynômes R, S et T sont choisis de manière à satisfaire les contraintes de stabilité et de causalité du système. Leurs expressions générales sont données respectivement par les équations (II.28), (II.29) et (II.30). Les degrés de ces polynômes sont déterminés à partir des

Chapitre II commande adaptative à modèle de référence d'ordre fractionnaire

caractéristiques du procédé et du modèle de référence, tout en respectant les conditions de réalisation physique du contrôleur.

Dans la pratique, le choix $\deg S = \deg R - 1$ est généralement privilégié afin de garantir la causalité du filtre S/R . Et de faciliter son implémentation numérique.

II.3.6 Commande adaptative à modèle de référence d'ordre fractionnaire (MRACF)

L'intégration du calcul d'ordre fractionnaire, présenté au chapitre précédent, dans la structure de la commande adaptative à modèle de référence permet d'introduire un degré de liberté supplémentaire dans la loi d'adaptation. L'idée fondamentale de la commande adaptative à modèle de référence d'ordre fractionnaire (MRACF) consiste à remplacer l'opérateur de dérivation d'ordre entier intervenant dans la loi de M.I.T. par un opérateur de dérivation d'ordre fractionnaire α [18] [24].

En généralisant la loi de M.I.T. classique, donnée par l'équation (II.17), à l'aide de l'opérateur de dérivation d'ordre fractionnaire défini au chapitre I, la loi d'adaptation fractionnaire s'écrit :

$$D^\alpha \theta(t) = \gamma \varphi e(t), 0 < \alpha \leq 1 \quad (\text{II.29})$$

Où D^α désigne la dérivée d'ordre fractionnaire α (au sens de Caputo ou de Grünwald-Letnikov, selon la définition retenue au chapitre I), φ le vecteur de sensibilité du système, $e(t)$ l'erreur de poursuite entre la sortie du système et celle du modèle de référence, et γ le gain d'adaptation défini précédemment.

Lorsque $\alpha = 1$, l'opérateur D^α se réduit à la dérivée d'ordre entier $d\theta/dt$, et l'équation (II.29) redonne exactement la loi de M.I.T. classique (II.17). La commande adaptative à modèle de référence d'ordre entier (MRAC) apparaît donc comme un cas particulier de la commande MRACF, correspondant au cas $\alpha = 1$ [24].

Le paramètre α constitue ainsi un degré de liberté supplémentaire qui permet d'agir sur la dynamique du mécanisme d'adaptation. En effet, pour $0 < \alpha < 1$, l'opérateur de dérivation fractionnaire introduit un effet de mémoire dans la loi d'adaptation : la variation des paramètres $\theta(t)$ dépend non seulement de l'erreur instantanée, mais également de l'historique du signal φe . Ce comportement permet, selon la valeur choisie pour α , de modifier la vitesse

Chapitre II commande adaptative à modèle de référence d'ordre fractionnaire

de convergence, l'amortissement des oscillations et la robustesse de la commande face aux incertitudes paramétriques et aux perturbations externes [18].

La loi d'adaptation (II.29) peut également être exprimée sous sa forme intégrale, en appliquant aux deux membres l'opérateur d'intégration d'ordre fractionnaire $I^\alpha = D^{-\alpha}$:

$$\theta(t) = I^\alpha[\gamma\varphi e(t)] = \gamma I^\alpha[\varphi(t)e(t)] \quad (\text{II.30})$$

Cette formulation montre que les paramètres ajustables $\theta(t)$ sont obtenus par intégration d'ordre fractionnaire α du produit φ_e , ce qui généralise l'intégration classique d'ordre entier (cas $\alpha = 1$) utilisée dans la loi de M.I.T.

Sur le plan de la mise en œuvre, l'opérateur D^α (ou son inverse I^α) ne peut être implémenté directement, en raison de son caractère irrationnel dans le domaine fréquentiel. Sa réalisation numérique fait appel aux méthodes d'approximation présentées au chapitre I, notamment la méthode de la fonction de singularité de Charef, qui permet d'obtenir une fonction de transfert rationnelle approchant le comportement de l'opérateur fractionnaire sur une bande de fréquences donnée.

La structure générale de la commande MRACF reste identique à celle du système adaptatif à modèle de référence (SAMR) décrite précédemment (figure II.4) ; seul le mécanisme d'adaptation est modifié, l'intégrateur d'ordre entier classique étant remplacé par un intégrateur d'ordre fractionnaire α . Cette commande MRACF est mise en œuvre et évaluée au chapitre III, où l'influence du paramètre fractionnaire α sur les performances dynamiques (précision de poursuite, temps de réponse, amortissement) et sur la robustesse du système est étudiée en détail à travers le cas d'un moteur à courant continu [8] [9].

II.4 Conclusion :

L'essentiel du chapitre est consacré à la commande adaptative à modèle de référence (CAMR) d'ordre fractionnaire basée sur la loi de commande M.I.T. Cette méthode a l'avantage d'être simple à mettre en œuvre.

Nous avons exposé les bases de la commande adaptative, en soulignant ses principales structures, notamment la commande adaptative directe et indirecte, qui permettent d'adapter en temps réel les paramètres du régulateur aux incertitudes.

On a porté une attention particulière à la CAMR et aux systèmes adaptatifs à modèle de

Chapitre II commande adaptative à modèle de référence d'ordre fractionnaire

référence (SAMR), ainsi qu'à la loi d'adaptation du M.I.T. qui intervient de façon centrale dans l'ajustement des paramètres par minimisation de l'erreur.

Ces approches offrent donc un cadre efficace pour la commande des systèmes dynamiques incertains.

Chapitre III : application de la commande MRACF sur un MCC

III .1 Introduction :

Dans ce chapitre, nous allons utiliser la commande adaptative à modèle de référence robuste d'ordre fractionnaire pour voir comment elle fonctionne avec un moteur à courant continu. Pour évaluer ses performances en matière de suivi la trajectoire et si elle est robuste. Le moteur à courant continu est très utilisé dans l'industrie parce que c'est facile à commander, il répond vite et il est facile à modéliser.

L'objectif principal de cette étude est de voir si le calcul fractionnaire peut améliorer les performances de la commande adaptative. Pour cela, nous allons faire des simulations avec différents ordres fractionnaires α pour voir son influence sur le comportement dynamique du système. Nous allons évaluer les performances en regardant la précision de poursuite, le temps de réponse, l'erreur de suivi et la stabilité du système.

Nous allons également comparer la commande adaptative classique avec la commande adaptative d'ordre fractionnaire pour voir les avantages de l'approche fractionnaire. Les résultats de simulation nous permettront de trouver la valeur de l'ordre fractionnaire qui donne les meilleures performances et de montrer que la stratégie de commande que nous proposons peut vraiment améliorer le comportement du moteur à courant continu.

III.2 Moteur à courant continue (MCC) :

III .2.1 Définition :

Le moteur à courant continu joue un rôle crucial en convertissant l'énergie électrique en énergie mécanique. Il se compose essentiellement de deux parties principales :

- Un induit bobiné, qu'on appelle le rotor.
- Un inducteur bobiné ou équipé d'aimants permanents, qu'on appelle le stator.

Lorsque le rotor tourne, il développe une certaine inertie (J). De plus, le montage du rotor sur des paliers génère des frottements mécaniques (f_r). Ces éléments sont fondamentaux pour comprendre le comportement dynamique du moteur à courant continu. Le schéma fonctionnel de mouture à courant continue est donne par la figure (III .1).

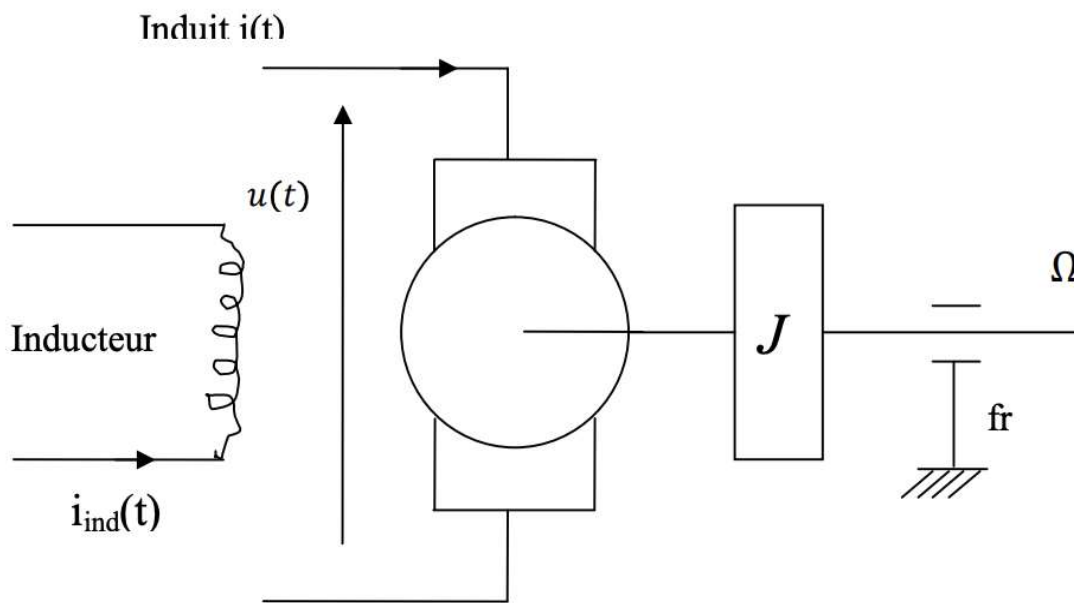


Figure III. 1 : Schéma de principe du moteur à courant continu

III.2.2 Le principe de fonctionnement :

Lorsque le bobinage de l'inducteur est parcouru par un courant, il génère un champ magnétique (flux d'excitation) orienté selon l'axe nord-sud, à l'instar d'un aimant permanent. Une spire, montée rotative autour de l'axe de rotation, est placée au sein de ce champ. Ses deux conducteurs sont reliés électriquement à un demi-collecteur chacun, et alimentés en courant continu par l'intermédiaire de deux balais. En vertu de la loi de Laplace, tout conducteur traversé par un courant et soumis à un champ magnétique est le siège d'une force électromagnétique. Les conducteurs de l'induit, disposés de part et d'autre de l'axe des balais (ligne neutre), sont ainsi soumis à des forces F égales et de sens opposés, engendrant un couple moteur qui provoque la mise en rotation de l'induit [11].

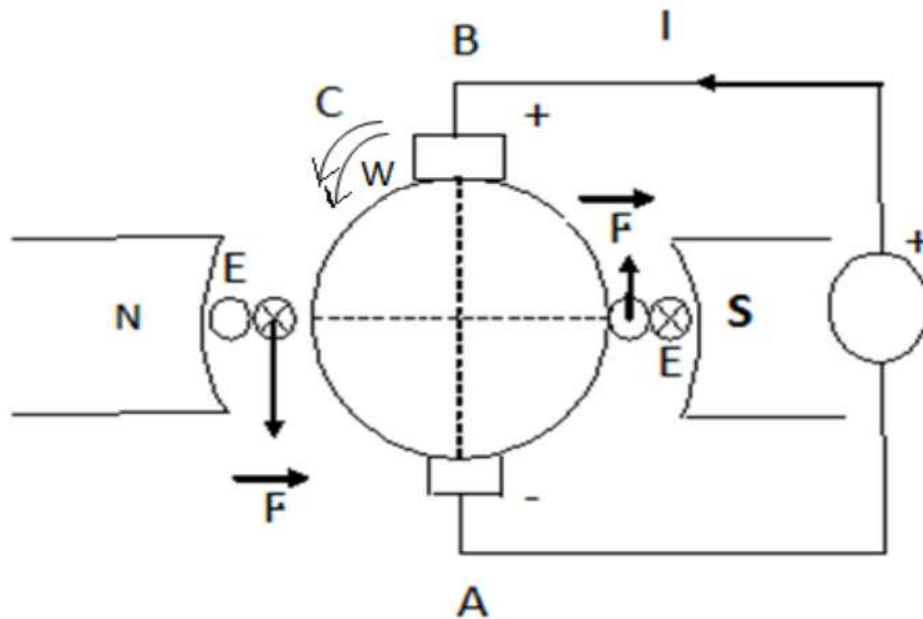


Figure III. 2 : principe de fonctionnement du moteur à courant continu

III.2.3 Modélisation du moteur à courant continu :

La modélisation constitue une étape préliminaire indispensable à la conduite des processus industriels. Elle s'avère fondamentale aussi bien pour l'élaboration de lois de commande que pour le développement de procédures de diagnostic [19]. La modélisation d'un processus vise à établir les relations liant ses variables caractéristiques entre elles, et à représenter de manière rigoureuse son comportement au sein d'un domaine de fonctionnement déterminé.

Dans cette étude, nous allons examiner un moteur à courant continu qui est alimenté par un convertisseur de type hacheur [19]. Le comportement dynamique de l'ensemble convertisseur et moteur peut être décrit par certaines équations différentielles. Ces équations différentielles sont les suivantes :

$$\frac{di(t)}{dt} = -\frac{R}{L}i(t) - \frac{k_e}{L}u(t) \quad (\text{III.1})$$

$$\frac{dy(t)}{dt} = -\frac{k_e}{L}i(t) - \frac{f}{j}y(t) + \frac{1}{j}c_r(t) \quad (\text{III.2})$$

Où $i(t)$: le courant d'induit

$Y(t)$ la vitesse angulaire du moteur

$U(t)$ la tension de commande

$c_r(t)$ Le couple résistant (perturbation).

Ce moteur est à faible puissance, ses caractéristiques sont :

- Moment d'inertie $j=0.018\text{kg.m}^2$
- Coefficient d'amortissement $f=0.0055\text{nm/rad.s}$
- Constante du couple moteur $k_e = 1$
- Résistance du moteur $R=6.25\Omega$
- Inductance du moteur $L=0.024\text{ H}$
- Constante d'amplification $k=35$

En introduisant l'opérateur de différentiation, le système d'équation (III.1) devient :

$$i(s) = \frac{-k_e y + k u}{Ls + R} \quad (\text{III.3.a})$$

$$y(s) = \frac{k_e i(s) - c_r(s)}{js + f} \quad (\text{III.3.b})$$

En substituant l'équation (III.3.a) dans (III.3.b) :

$$y(s) = \frac{b_0}{s^2 + a_1 s + a_2} u(s) - \frac{br_0 + br_1}{s^2 + a_1 s + a_2} C_r(s) \quad (\text{III.4})$$

Avec :

$$b_0 = \frac{k_e k}{j.L'} \quad -br_0 = \frac{1}{j'} \quad -br_1 = \frac{R}{j.L'} \quad -a_1 = \frac{j.L + L.f}{j.L'} \quad -a_2 = \frac{f.R + k_e^2}{j.L}$$

Et le système devient après remplacement des valeurs numériques des paramètres précédents :

$$Y(s) = \frac{81018}{s^2 + 26.7s + 2394} U(s) - \frac{55.55s + 14460}{s^2 + 260.7s + 2394} C_r(s) \quad (\text{III.5})$$

On suppose que le couple de perturbation est nul, alors on obtient :

$$Y(s) = \frac{81018}{s^2 + 260.7s + 23} U(s) \quad (\text{III.6})$$

Le modèle de référence est un système de second ordre donné par l'équation (III.6) suivante :

$$\begin{aligned} G_m(s) &= \frac{B_m(s)}{A_m(s)} \\ &= \frac{W_n^2}{s^2 + 2\xi W_n s + W_n^2} \end{aligned} \quad (\text{III.7})$$

Avec $W_n = 10$, $\xi=0.95$ l'équation (III.6) devient :

$$G_m(s) = \frac{0.25}{s^2 + 19s + 100} \quad (\text{III.8})$$

La fonction de transfert du moteur décrit avec une période d'échantillonnage $T=0.04\text{ s}$ est donnée comme suit :

$$G(z) = \frac{9.816z + 0.9112}{z^2 - 0.683z - .959 \cdot 10^{-00}} \quad (\text{III.9})$$

La fonction de transfert de modèle de référence est :

$$G_m(z) = \frac{0.06227z + 0.04832}{z^2 - 1.357z + 0.4677} \quad (\text{III.10})$$

III.3 Commande MRAC robuste d'un MCC :

Le modèle simplifié de moteur à courant continu [25], est donné par l'équation suivante :

$$G(s) = \frac{0.25}{1.45s + 1} \quad (\text{III.11})$$

III.3.1 MRAC ordre entier ($\alpha=1$) :

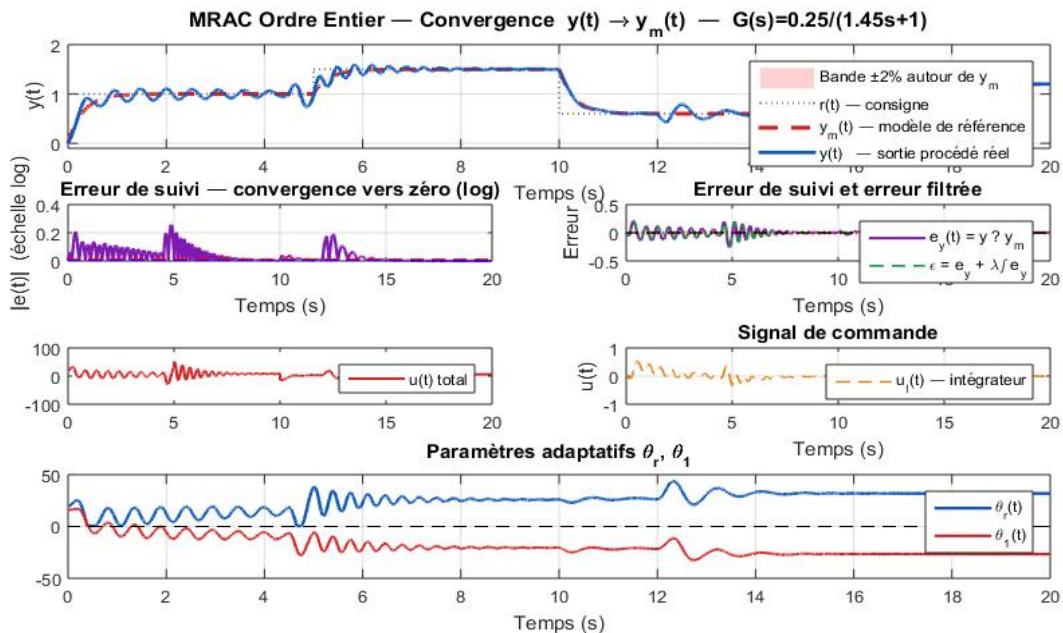


Figure III. 3: Résultat de simulation d'ordre entier $\alpha=1$

Commentaires :

- La sortie du système correspond bien au modèle de référence attendu.
- Le système reste stable pendant toute la simulation.
- On observe des oscillations importantes lors du régime transitoire.
- Le signal de commande montre des variations plus marquées.
- L'erreur de poursuite se stabilise à une faible valeur en régime permanent.
- Les performances obtenues sont moins bonnes que celles du contrôleur fractionnaire.

- La robustesse et la précision du suivi sont un peu moins bonnes pour des faibles valeurs de α .

III.3.2 MRAC ordre fractionnaire :

On change la variable α avec ces valeurs (0.1 ; 0.2 ; 0.3 ; 0.4 ; 0.5 ; 0.6 ; 0.7 ; 0.8 ; 0.9)

❖ ($\alpha=0.1$)

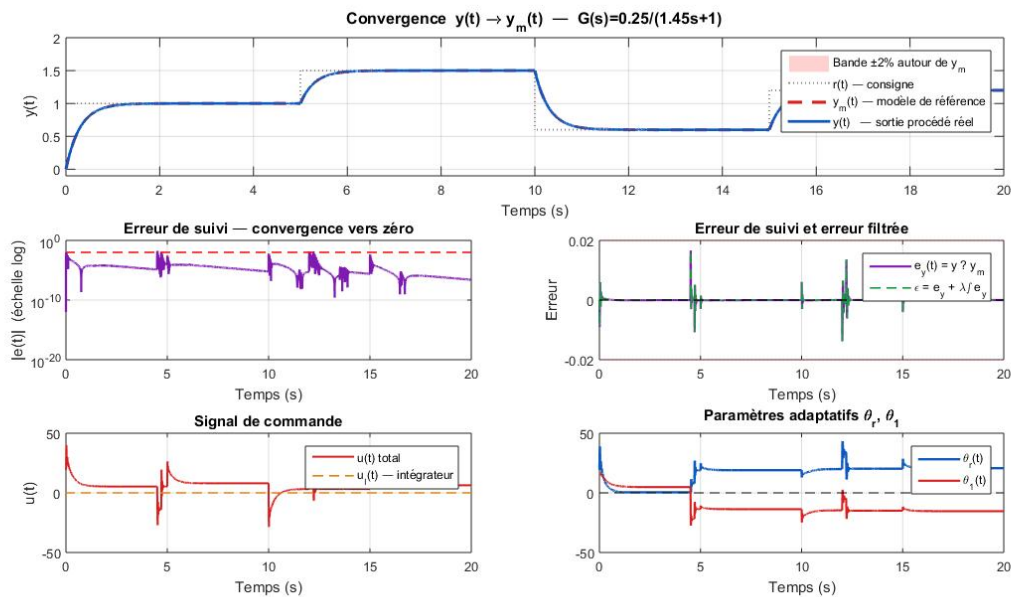


Figure III. 4 :Résultat de simulation d'ordre fractionnaire $\alpha=0.1$

Commentaires :

- Le modèle de référence est bien suivi.
- L'erreur lors du suivi est presque inexistante.
- La réponse est bien contrôlée, sans aucun dépassement important.
- Les oscillations sont rapidement calmées.
- Le signal utilisé pour la commande est constant et stable.
- Les paramètres qui s'adaptent le font très rapidement.
- La valeur de α choisie permet d'obtenir le meilleur équilibre entre précision et robustesse.

❖ ($\alpha=0.2$)

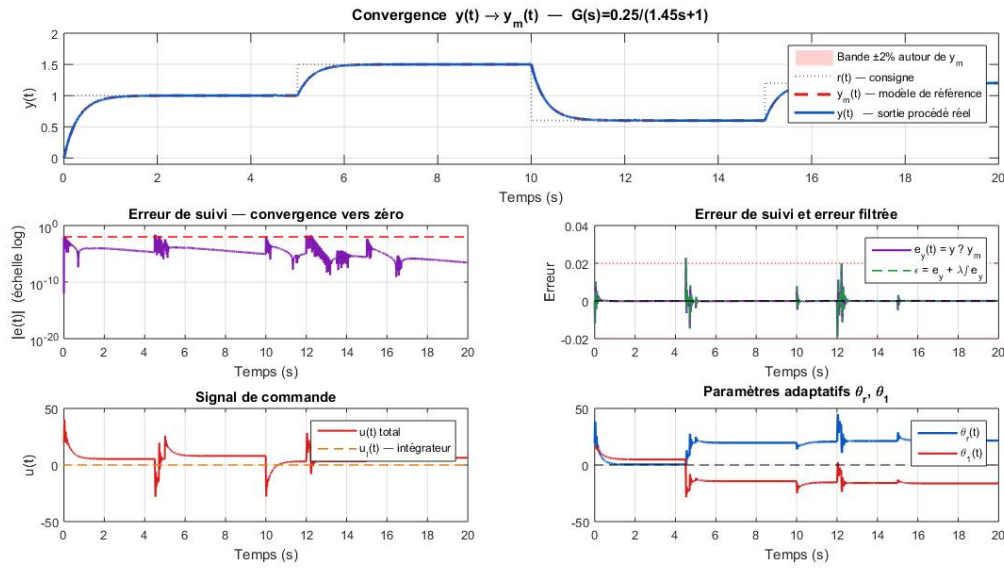


Figure III. 5: Résultat de simulation d'ordre fractionnaire $\alpha=0.2$

Commentaires :

- La sortie $y(t)$ suit fidèlement le modèle de référence $y_m(t)$ sur l'ensemble des paliers de consigne, sans dépassement notable, en demeurant bien à l'intérieur de la bande $\pm 2\%$.
- L'erreur de suivi en échelle logarithmique présente une décroissance progressive et régulière, atteignant des valeurs de l'ordre de 10^{-10} , ce qui confirme une bonne convergence de l'algorithme adaptatif. L'erreur filtrée ϵ reste confinée dans un intervalle étroit (± 0.02 à ± 0.04) lors des transitions, puis revient rapidement à zéro en régime permanent.
- Le signal de commande $u(t)$ présente des pics d'amplitude modérée (± 50) aux instants de changement de consigne, suivis d'une stabilisation rapide vers une valeur nulle. L'effort de commande global reste bien maîtrisé et comparable à celui obtenu pour $\alpha = 0.1$.
- Les paramètres adaptatifs $\theta_r(t)$ et $\theta_1(t)$ convergent vers des valeurs stables après chaque transition, avec des oscillations transitoires brèves et amorties, traduisant une bonne robustesse du mécanisme d'adaptation pour cette valeur d'ordre fractionnaire.

❖ ($\alpha=0.3$)

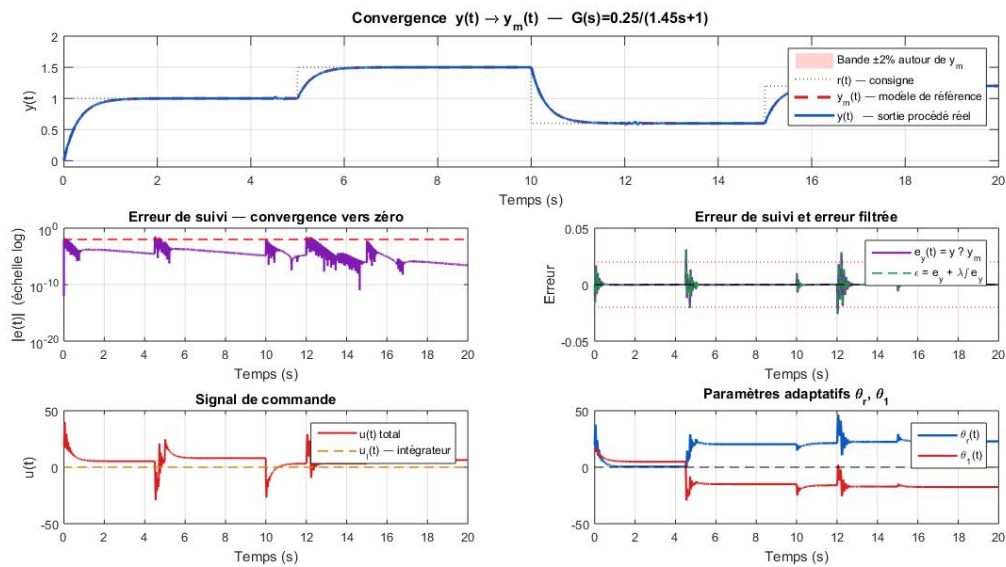


Figure III. 6: Résultat de simulation d'ordre fractionnaire $\alpha=0.3$

Commentaires :

- Le système permet de suivre la consigne avec précision.
- L'erreur de poursuite est très faible.
- Le temps de réponse est meilleur lorsque α est égal à 0.1.
- Les oscillations sont faibles et disparaissent rapidement.
- Les paramètres adaptatifs convergent de manière satisfaisante.
- Le système offre un bon équilibre entre rapidité et stabilité.

❖ ($\alpha = 0.4$)

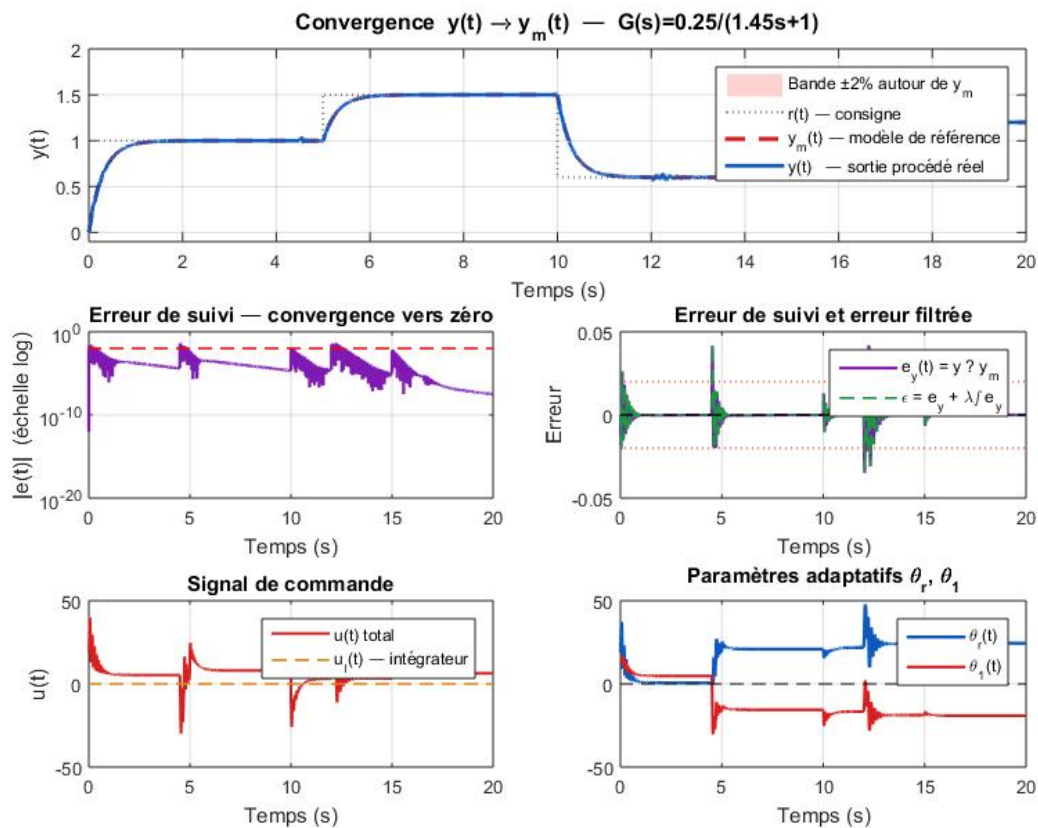


Figure III. 7 : Résultat de simulation d'ordre fractionnaire $\alpha=0.4$

Commentaires :

- Le suivi est optimal : $y(t)$ épouse fidèlement $y_m(t)$ sur tous les paliers, sans oscillations ni dépassement.
- L'erreur décroît de manière régulière et monotone, atteignant des niveaux inférieurs à 10^{-10} en régime établi.
- Les pics aux instants de commutation sont brefs et l'amplitude globale est la plus faible parmi toutes les valeurs testées.
- Les paramètres $\theta_r(t)$ et $\theta_1(t)$ convergent de façon stable et rapide, confirmant $\alpha = 0.4$ comme valeur optimale.

❖ ($\alpha=0.5$)

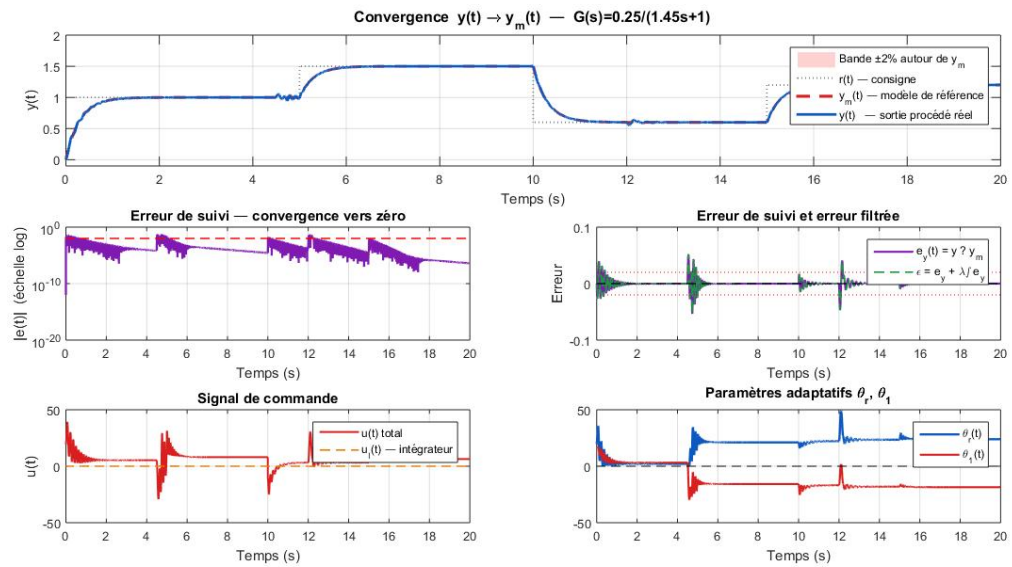


Figure III. 8 :Résultat de simulation d'ordre fractionnaire $\alpha=0.5$

Commentaires :

- La sortie rejoint rapidement la référence souhaitée.
- Le système demeure stable.
- Les oscillations sont contenues pendant la phase transitoire.
- L'écart de suivi se rapproche de zéro une fois stabiliser.
- Le signal de contrôle garde un comportement raisonnable.
- Cette valeur offre un bon équilibre entre performance dynamique et solidité.

❖ ($\alpha=0.6$) :

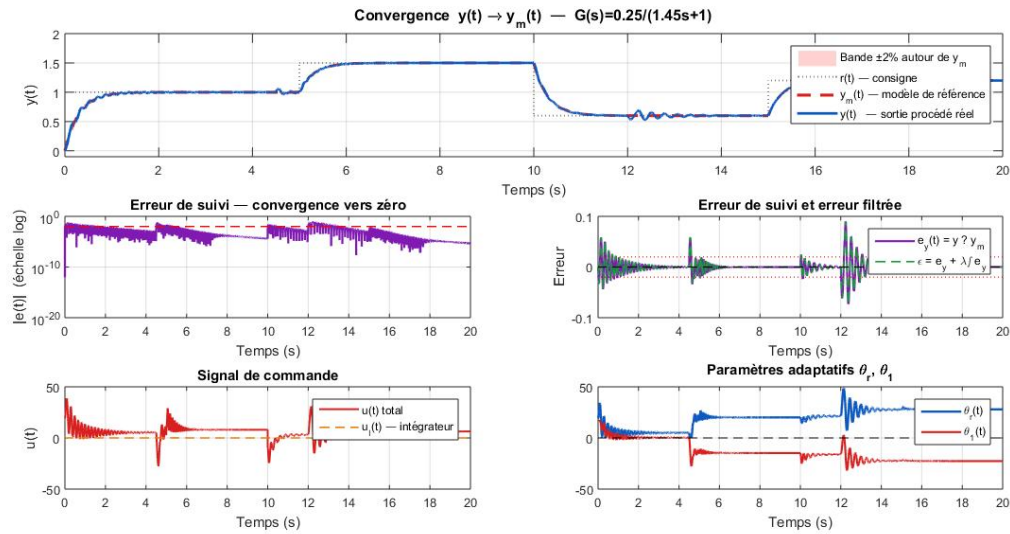


Figure III. 9 : Résultat de simulation d'ordre fractionnaire $\alpha=0.6$

Commentaires :

- Le suivi reste globalement acceptable, mais de légères oscillations transitoires apparaissent aux changements de consigne, indiquant une convergence plus lente.
- La décroissance de l'erreur est plus lente et moins régulière, avec des fluctuations plus marquées. L'erreur filtrée ϵ atteint ± 0.1 lors des transitions.
- Le signal $u(t)$ présente des oscillations d'amplitude plus importante lors des phases transitoires, avec une stabilisation progressive.
- Les paramètres $\theta_r(t)$ et $\theta_1(t)$ convergent mais avec des oscillations transitoires plus prononcées, révélant une dynamique d'adaptation plus sollicitée.

❖ ($\alpha=0.7$)

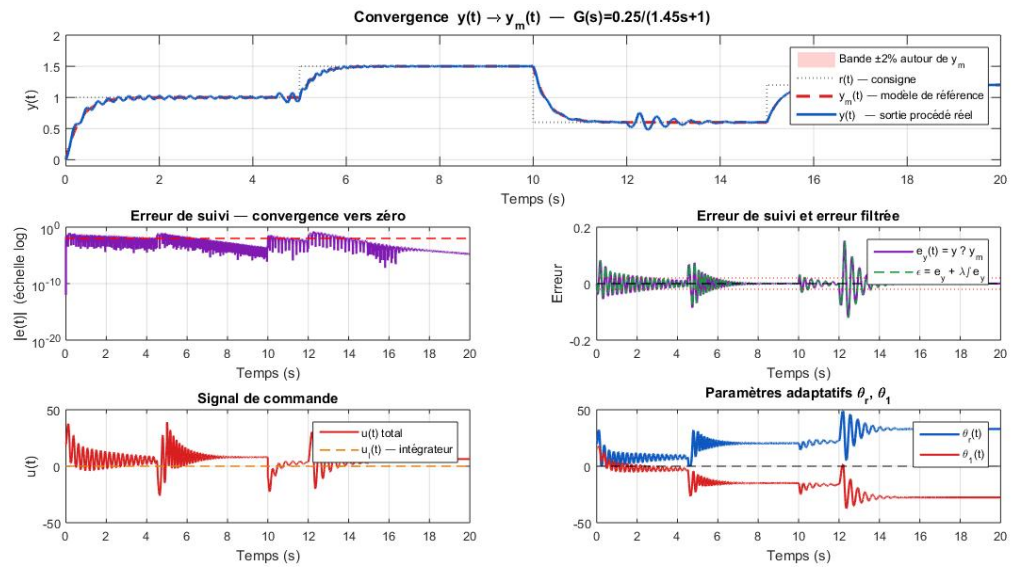


Figure III. 10 : Résultat de simulation d'ordre fractionnaire $\alpha=0.7$

Commentaires :

- Le système répond plus rapidement.
- On observe de plus fortes oscillations lors des transitions.
- L'erreur de poursuite est plus importante pendant la phase transitoire.
- Le signal de commande varie de manière plus élevée.
- Le système reste stable.
- Les performances restent satisfaisantes même si l'amortissement diminue

❖ ($\alpha=0.8$)

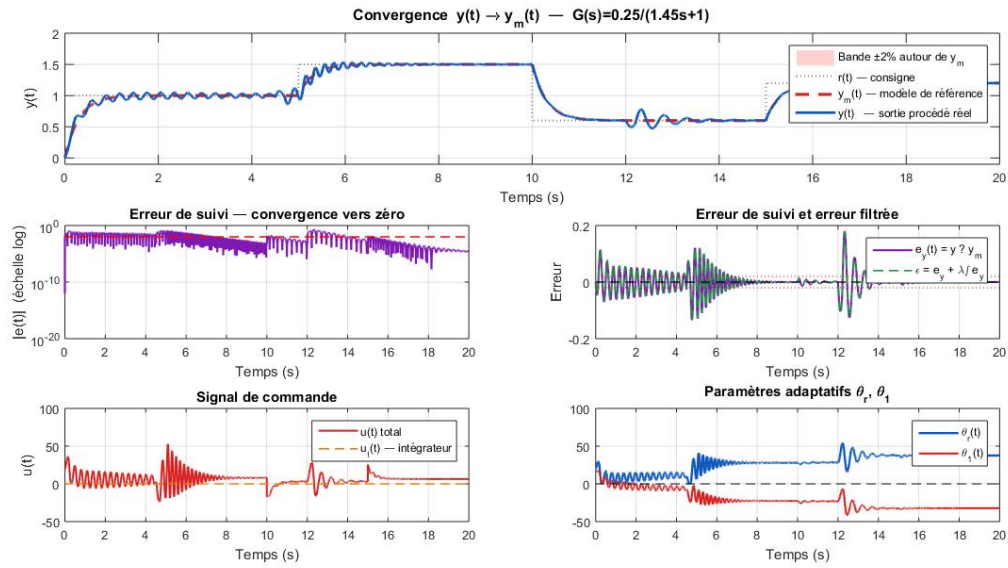


Figure III. 11 : Résultat de simulation d'ordre fractionnaire $\alpha=0.8$

Commentaires :

- Des oscillations persistantes apparaissent autour de (y) et $y_m(t)$, avec des dépassements visibles lors des phases transitoires, traduisant une convergence moins précise.
- L'erreur reste élevée sur une grande partie de la simulation (10^{-5} à 10^{-7}), avec une convergence lente et irrégulière. L'erreur filtrée ϵ dépasse ± 0.2 .
- Le signal $u(t)$ est fortement oscillatoire avec des amplitudes pouvant atteindre ± 100 , représentant un effort de commande excessif.
- Les paramètres $\theta_r(t)$ et $\theta_1(t)$ présentent des oscillations prononcées et une convergence lente, signe d'une instabilité relative du mécanisme d'adaptation.

❖ ($\alpha=0.9$)

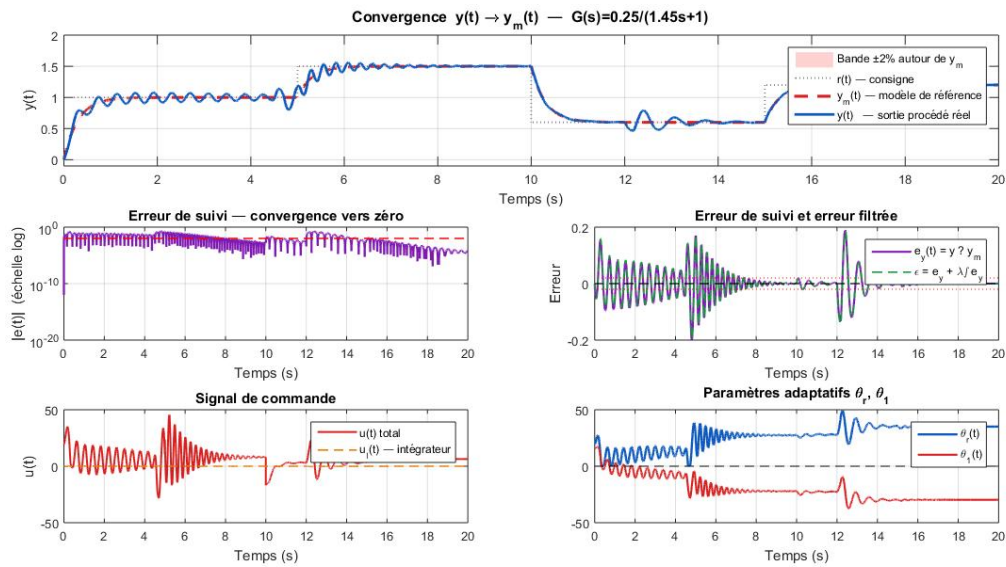


Figure III. 12 : Résultat de simulation d'ordre fractionnaire $\alpha=0.9$

Commentaires :

- Le comportement du système se rapproche de celui du MRAC classique.
- La réponse est rapide mais moins amortie.
- Les oscillations deviennent plus visibles.
- Le signal de commande est davantage sollicité.
- L'erreur de poursuite augmente légèrement par rapport aux faibles valeurs de α .
- La stabilité est conservée, mais la robustesse est légèrement réduite.

III.4 Comparaison les résultats entre MRAC robuste entier et MRAC robuste fractionnaire :

Le tableau 1 présente la comparaison des résultats entre MRAC robuste entier et MRAC robuste d'ordre fractionnaire.

Tableau 1 : comparaison des résultats entre MRAC robuste entier et MRAC robuste fractionnaire

A	T=E
0.1	3.7932e-07
0.2	4.2482e-07
0.3	3.8797e-07
0.4	-4.5916e-08
0.5	5.9405e-07
0.6	-6.9874e-06
0.7	-2.5767e-05
0.8	-3.6966e-05
0.9	-5.6755e-05
1	-7.7622e-05

Commentaires:

Le tableau 1 regroupe les valeurs de l'erreur résiduelle finale obtenues à l'issue des simulations de la commande adaptative à modèle de référence d'ordre fractionnaire (FO-MRAC), appliquée au moteur à courant continu, pour différentes valeurs de l'ordre fractionnaire α variant de 0.1 à 1.

L'analyse des résultats obtenus permet de dégager plusieurs constats :

En premier lieu, il est observé que pour les valeurs faibles de l'ordre fractionnaire, notamment $\alpha \in \{0.1, 0.2, 0.3, 0.4, 0.5\}$, les erreurs résiduelles demeurent extrêmement faibles, de l'ordre de 10^{-7} à 10^{-8} , ce qui témoigne d'une convergence satisfaisante du système vers le comportement du modèle de référence. La valeur $\alpha = 0.4$ se distingue particulièrement en présentant l'erreur absolue la plus faible (-4.5916×10^{-8}), suggérant une précision de suivi

optimale. En second lieu, une dégradation progressive des performances est constatée à mesure que l'ordre fractionnaire α augmente au-delà de 0.5. En effet, l'erreur résiduelle croît en valeur absolue, passant de -6.9874×10^{-6} pour $\alpha = 0.6$ à -7.7622×10^{-5} pour $\alpha = 1$, correspondant au cas de la commande adaptative classique d'ordre entier. Ces résultats confirment la **supériorité de la commande d'ordre fractionnaire** sur la commande classique en termes de précision de suivi, et mettent en évidence l'importance du choix de l'ordre fractionnaire α dans les performances globales du système de commande. La valeur $\alpha = 0.4$ est ainsi retenue comme l'ordre fractionnaire optimal pour le système étudié.

III.5 Conclusion

Dans ce chapitre, on a testé la commande MRAC robuste d'ordre fractionnaire sur un moteur à courant continu, histoire de voir comment elle se comporte en suivi de consigne et en robustesse. Les simulations montrent que le système reste stable, quelle que soit la valeur de l'ordre fractionnaire α , et qu'il suit plutôt bien la référence. La comparaison des résultats a permis de voir à quel point α influence les performances du système, que ce soit au niveau de la précision, de la rapidité ou de l'amortissement. On a aussi constaté que la commande MRAC fractionnaire surpasse la version classique, surtout quand α est faible. Bref, cette approche semble être une bonne piste pour améliorer la qualité de commande des moteurs à courant continu.

Conclusion générale

Dans ce mémoire, nous avons étudié la commande adaptative à modèle de référence (MRAC) appliquée à un moteur à courant continu. L'objectif principal était d'améliorer les performances du système en exploitant le calcul d'ordre fractionnaire.

On a d'abord posé les bases du calcul fractionnaire, en présentant ses définitions clés et les méthodes d'approximation nécessaires pour l'implémenter numériquement.

Ensuite, on s'est intéressé à la commande adaptative à modèle de référence (MRAC), en détaillant ses différentes architectures et la loi d'adaptation de M.I.T., qui permet d'ajuster les paramètres du régulateur en temps réel pour garantir un bon suivi du modèle de référence.

Dans la dernière partie, on a appliqué cette approche à un moteur à courant continu, en analysant les performances pour différentes valeurs de l'ordre fractionnaire. Les simulations montrent que l'utilisation du calcul fractionnaire permet :

- D'améliorer la précision du suivi.
- Réduire l'erreur de poursuite.
- Renforcer la robustesse face aux perturbations.
- D'obtenir une meilleure dynamique du système.

La comparaison avec la commande classique d'ordre entier montre clairement que la version fractionnaire est plus performante sur tous ces aspects.

En fin, la commande MRAC robuste d'ordre fractionnaire est une approche prometteuse pour piloter des systèmes dynamiques, notamment les moteurs électriques. Elle offre davantage de flexibilité et permet de mieux équilibrer rapidité, précision et robustesse.

Référence Bibliographiques

- [1] I.D Landau, R. Lozano, M. M'Saad, A. karimi. « Adaptive control Algorithmes, Analysis and applications » Edition Springer London 2011.
- [2] Åström K.J., Wittenmark. B. « Adaptive control. » New York: Addison-Wesley publishing company, 1995.
- [3] I. Podlubny, Fractional Differential Equations, Academic Press, San Diego, 1999.
- [4] Monje A., Chen Y.-Q. Fractional-order Systems and Controls, Fundamentals and Applications', pp. 193-194, Springer, 2010.
- [5] S. LADACI. 'CONTRIBUTION A LA COMMANDE ADAPTATIVE D'ORDRE FRACTIONNAIRE'. Thèse Doctorat, Département d'électronique, université Mentouri de Constantine, 2007.
- [6] A. REZGUI.R. HAMERLAINE ' Commande adaptative à modèle de Référence d'ordre fractionnaire de systèmes linéaires'. Mémoire de fin d'Etudes, Département de génie électrique, Université de Brouira, 2016.
- [7] Shi B., Yuan J., Dong C. "On Fractional Model Reference Adaptive Control," The Scientific World Journal; Article ID 521625:18, 2014.
- [8] Charef A., Sun. H.H., Tsao.Y.Y. Onaral. B. 'Fractal system as represented by singularity function', IEEE Trans. On Automatic Control, Vol.37, No. 9, pp.1465-1470,1992.
- [9] Charef A. "Analogue realisation of fractional-order integrator, differentiator and Fractional PI λ D μ controller," IEE Proc. -Control Theory Appl., Vol. 153, pp. 714-720, 2006.
- [10] Charef A., 'Modeling and Analog Realization of the Fundamental Linear Fractional Order Differential Equation, Nonlinear Dynamics', Vol. 46, pp. 195-210, 2006.
- [11] A.HAMITUCHE, M.SELMANI, M.ZAMOUM 'Identification par Algorithmes Génétiques des Pertes dans un Moteur à Courant Continu à Excitation Séparée' Mémoire fin d'étude, Département d'Electrotechnique, Université Mouloud Mammeri De Tizi-Ouzou, 2013.
- [12] Bensafia Y., Khettab K ; Ladaci S. "Robustness test of the Fractional Adaptive Control," 3ème Conférence Nationale sur les Systèmes d'Ordre Fractionnaire et leurs Applications, SOFA 2012, Université 08 Mai 1945, Guelma, Algérie, 25-27 Novembre 2012.
- [13] Aguila-Camacho N., Duarte-Mermoud M.A. "Fractional adaptive control for an automatic voltage regulator," ISA Transactions, Vol. 52, pp. 807-815, 2013.

Référence Bibliographiques

- [14] M. Nakagawa and K. Sorimachi, "Basic characteristics of a fractance device," IEICE Transactions on Fundamentals of Electronics, Communications and Computer Sciences, vol. 75, no. 12, pp. 1814–1819, 1992.
- [15] I. Podlubny, Fractional Differential Equations: An Introduction to Fractional Derivatives, Fractional Differential Equations, to Methods of Their Solution and Some of Their Applications, San Diego: Academic Press, 1999.
- [16] A. Oustaloup, La Commande CRONE : Commande Robuste d'Ordre Non Entier, Collection : Traité des nouvelles technologies, Série Automatique, Paris : Hermès, 1991, 495 p. ISBN : 2-86601-289-5.
- [17] I.D Landau, R. Lozano, M. M'Saad, A. karimi. « Adaptive control Algorithmes, Analysis and applications » Edition Springer London 2011.
- [18] Ladaci S., Charef A. "On Fractional Adaptive Control", Nonlinear Dynamics, Vol. 43, pp. 365-378, 2006.
- [19] Y. BENSALIA ' Utilisation des filtres fractionnaires pour la conception De régulateurs adaptatifs robustes'. Thèse Doctorat, Département de Génie Electrique, Université du 20 Août 1955 Skikda, 2016.
- [20] Abedini M., Nojournian M.A., Salarieh H., Meghdari A. "Model reference adaptive control in fractional order systems using discrete-time approximation methods," Commun. Nonlinear Sci. Numer. Simulat, Vol. 25, pp. 27–40, 2015.
- [21] Fergani N., Charef A. Process step response based fractional PI λ D μ controller parameters tuning for desired closed loop response. International Journal of Systems Science, 2014.
- [22] Ioannou P.A., Sun J. "Robust Adaptive Control", Prentice Hall, New Jersey, 1996.
- [23] Slotine J.J.E., Li W. "Applied Nonlinear Control", Prentice Hall, New Jersey, 1991.
- [24] Monje C.A., Chen Y.Q., Vinagre B.M., Xue D., Feliu V. "Fractional-order Systems and Controls : Fundamentals and Applications", Springer, London, 2010.
- [25] Dib.R, Bensafia.Y , Khettab.K, " Fractionalization: A new approach for comparing different approximation methods of fractional order systems and disturbances Rejection in PID Control", PRZEGLĄD ELEKTROTECHNICZNY, ISSN 0033-2097, R. 99 NR 7, 2023.