

III. Comportement mécanique des matériaux composites

III.1. Introduction

L'usage est cependant établi d'appeler composites des matériaux comportant un très grand nombre de **fibres** disposées en **renforts** et liées sur une phase différente appelée **matrice**. Les renforts, qui sont plus ou moins orientés, confèrent au matériau ses propriétés de résistance ou de rigidité et le rendent anisotrope. La matrice, quant à elle, apporte généralement la résistance chimique, la résistance aux chocs thermiques ou mécaniques, à l'étanchéité et à la corrosion.

Le but de ce chapitre est de mettre l'accent sur le **comportement anisotrope** des matériaux composites du point de vue mécanique (relations, contraintes, déformations), tout en considérant ces milieux comme macroscopiquement homogènes. Le matériau composite est, en effet, un milieu pervers qui met souvent en défaut les approximations classiques ; la déformation de glissement (ou les contraintes de cisaillement) d'une poutre composite en flexion peut être comparable aux déformations de flexion.

III.2. Comportement élastique linéaire (Loi de Hooke)

Soit un matériau soumis à un chargement. Une fois le tenseur des contraintes défini en un point « M » de ce matériau, nous pouvons déduire le tenseur des déformations en ce même point. Ce passage se fait par le biais d'une loi de comportement. Cette dernière caractérise le comportement mécanique du milieu étudié. En élasticité linéaire le tenseur de contrainte $[\sigma]_M$ s'écrit en fonction du tenseur des déformations $[\varepsilon]_M$ comme suit [5], [6] :

$$[\sigma]_M = [C] \cdot [\varepsilon]_M \quad (3.1)$$

Cette expression est universellement connue sous le nom de la loi de Hooke généralisée. La matrice $[C]$, symétrique, est appelée matrice de rigidité. Les éléments C_{ij} sont appelés constantes de rigidité. Le comportement linéaire d'un matériau peut être décrit dans le cas général à l'aide de 21 constantes. A partir de (3.1), nous pouvons déduire le tenseur des déformations $[\varepsilon]_M$ qui peut s'écrire en fonction du tenseur des contraintes $[\sigma]_M$ comme suit :

$$[\varepsilon]_M = [C]^{-1} \cdot [\sigma]_M$$

Soit la matrice $[S] = [C]^{-1}$. Cette matrice est appelée matrice de flexibilité (ou de souplesse).

III.3. Divers degrés de symétrie matérielle des matériaux composites

Compte tenu de leur texture ou de la position des renforts, les matériaux composites possèdent divers degrés de symétrie matérielle que l'on peut ranger en cinq catégories [11], [12], [13].

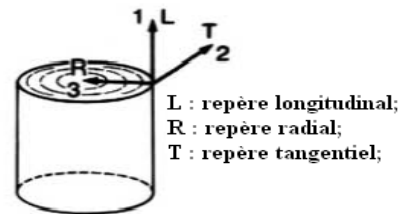
III.3.1. Matériaux orthotropes

Un matériau orthotrope comporte trois plans de symétrie orthogonaux et est caractérisé élastiquement par neuf modules indépendants. La matrice de rigidité s'écrit donc comme suit :

$$\{C\} = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} & 0 & 0 & 0 \\ & C_{22} & C_{23} & 0 & 0 & 0 \\ & & C_{33} & 0 & 0 & 0 \\ & & & C_{44} & 0 & 0 \\ & \text{Sym.} & & & C_{55} & 0 \\ & & & & & C_{66} \end{bmatrix} \quad (3.2)$$

Un des matériaux orthotropes (et composites) les plus anciens est le bois (à condition de se placer assez loin de l'axe du tronc).

$$\{C\} = \begin{bmatrix} 17000 & 2950 & 1500 & 0 & 0 & 0 \\ 2950 & 2350 & 1100 & 0 & 0 & 0 \\ 1500 & 1100 & 2800 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 250 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1100 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1550 \end{bmatrix}$$



La matrice de rigidité (en MPa) est obtenue par mesure de vitesses de propagation d'ondes ultrasonores (1 et 2 MHz).

Fig.3.1. Matrice de rigidité du pin de Douglas (d'après [11])

III.3.2. Matériaux quasi isotropes transverses (Système tétragonal)

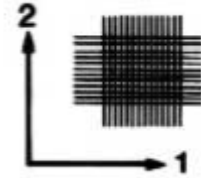
Ce sont des matériaux orthotropes invariants par rotation de 90° autour d'un axe du repère d'orthotropie. Si la rotation de 90° a lieu autour de l'axe 3, par exemple, les axes 2 et 1 sont équivalents. La matrice des rigidités donnée par la relation (3.2) se simplifie pour devenir :

$$\{C\} = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} & 0 & 0 & 0 \\ & C_{11} & C_{13} & 0 & 0 & 0 \\ & & C_{33} & 0 & 0 & 0 \\ & & & C_{44} & 0 & 0 \\ & \text{Sym.} & & & C_{44} & 0 \\ & & & & & C_{66} \end{bmatrix} \quad (3.3)$$

Un matériau quasi isotrope transverse est caractérisé par six modules d'élasticité indépendants.

Un tissu carbone/époxy, par exemple, est un matériau quasi isotrope transverse si la chaîne du tissu est équivalente à la trame (taffetas ou tissu équilibré). Si le plan de quasi-isotropie est le plan du tissé ou plan (1, 2), la matrice des rigidités est donnée à la figure suivante.

$$\{C\} = \begin{bmatrix} 60600 & 4200 & 4550 & 0 & 0 & 0 \\ & 60600 & 4550 & 0 & 0 & 0 \\ & & 59900 & 0 & 0 & 0 \\ & & & 3300 & 0 & 0 \\ Sym. & & & & 3300 & 0 \\ & & & & & 18000 \end{bmatrix}$$



La matrice de rigidité (en MPa) est obtenue par mesure de vitesses de propagation d'ondes ultrasonores (1 et 10 MHz).

Fig.3.2. Matrice de rigidité d'un tissé haute résistance, fibre de carbone / résine époxy, comportant 56 % de fibres en volume.

III.3.3. Matériaux isotropes transverses (Système hexagonal)

Ce sont des matériaux orthotropes invariants par rotation d'angle quelconque autour d'un des axes du repère d'orthotropie.

Le plan perpendiculaire à cet axe est un plan d'isotropie. Le matériau est évidemment quasi isotrope transverse et sa matrice des rigidités a la structure donnée par la relation (3.3). Si nous effectuons une rotation d'angle α , nous devons vérifier de plus la relation suivante, lorsque

$$C_{11} = C_{22} : \quad C_{66} = 2(C_{11} - C_{12} - 2C_{66}) \sin^2 \alpha \cos^2 \alpha + C_{66}$$

Cela implique donc la relation d'isotropie transverse suivante :

$$C_{66} = \frac{C_{11} - C_{12}}{2} \quad (3.4)$$

La matrice des rigidités d'un corps isotrope transverse a donc la structure suivante lorsque l'axe d'isotropie est l'axe 3 :

$$\{C\} = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} & 0 & 0 & 0 \\ & C_{11} & C_{13} & 0 & 0 & 0 \\ & & C_{33} & 0 & 0 & 0 \\ & & & C_{44} & 0 & 0 \\ Sym. & & & & C_{44} & 0 \\ & & & & & \frac{C_{11} - C_{12}}{2} = C_{66} \end{bmatrix} \quad (3.5)$$

Un matériau isotrope transverse est un matériau orthotrope qui comporte un axe ou un plan d'isotropie. Il est caractérisé par cinq modules d'élasticité indépendants.

Les matériaux isotropes transverses les plus courants sont les composites à fibres unidirectionnelles régulièrement réparties et pour lesquels l'axe d'isotropie est l'axe des fibres.

III.3.4. Matériaux quasi isotropes (Système cubique)

Ce sont des matériaux orthotropes invariants par rotation de 90° autour d'un axe quelconque du repère d'orthotropie. Les trois axes sont donc équivalents et la matrice des rigidités (3.5) se simplifie pour prendre la forme :

$$\{C\} = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{12} & 0 & 0 & 0 \\ & C_{11} & C_{12} & 0 & 0 & 0 \\ & & C_{11} & 0 & 0 & 0 \\ & & & C_{44} & 0 & 0 \\ & & & & C_{44} & 0 \\ & & & & & C_{44} \end{bmatrix} \quad (3.6)$$

Un matériau quasi isotrope est caractérisé par trois modules d'élasticité indépendants. Un composite 3D (trois directions orthogonales de renforts par exemple) à fibres de carbone et matrice de carbone est un matériau quasi isotrope.

III.3.5. Matériaux isotropes

Ce sont des matériaux invariants quel que soit le changement de repère, toutes les directions sont donc identiques. Chaque plan étant un plan d'isotropie, la matrice des rigidités a la structure donnée par l'égalité (3.6), C_{44} vérifiant, en outre, la relation d'isotropie (3.4) :

$$C_{44} = \frac{C_{11} - C_{12}}{2}$$

On écrit traditionnellement la matrice des rigidités $\{C\}$ sous la forme :

$$\{C\} = \begin{bmatrix} \lambda + 2\mu & \lambda & \lambda & 0 & 0 & 0 \\ & \lambda + 2\mu & \lambda & 0 & 0 & 0 \\ & & \lambda + 2\mu & 0 & 0 & 0 \\ & & & \mu & 0 & 0 \\ & & & & \mu & 0 \\ & & & & & \mu \end{bmatrix}$$

Dans laquelle μ et λ sont les modules de Lamé (μ est aussi le module de rigidité au cisaillement G).

La matrice des souplesses a la structure suivante :

$$\{S\} = \begin{bmatrix} \frac{1}{E} & -\frac{\nu}{E} & -\frac{\nu}{E} & 0 & 0 & 0 \\ & \frac{1}{E} & -\frac{\nu}{E} & 0 & 0 & 0 \\ & & \frac{1}{E} & 0 & 0 & 0 \\ & & & \frac{2(1+\nu)}{E} = \frac{1}{G} & 0 & 0 \\ & \text{Sym.} & & & \frac{2(1+\nu)}{E} = \frac{1}{G} & 0 \\ & & & & & \frac{2(1+\nu)}{G} = \frac{1}{G} \end{bmatrix}$$

Dans laquelle E est le module d'Young, ν le coefficient de Poisson et G le module de rigidité au cisaillement ou module de Coulomb ($G = \mu$). Bon nombre de métaux, d'alliages ou de composites constitués de renforts répartis aléatoirement (composites à fibres courtes par exemple) répondent au schéma élastique isotrope.

Tableau.3.1. Récapitule les symétries matérielles rencontrées dans les matériaux composites usuels.

Matériaux	Matrice des rigidités	Modules d'élasticité techniques.	Nombre de modules indépendants.
Orthotrope.	$\begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} & 0 & 0 & 0 \\ & C_{22} & C_{23} & 0 & 0 & 0 \\ & & C_{33} & 0 & 0 & 0 \\ & & & C_{44} & 0 & 0 \\ & Sym. & & & C_{55} & 0 \\ & & & & & C_{66} \end{bmatrix}$	$E_1, E_2, E_3;$ $\nu_{12}, \nu_{13}, \nu_{23};$ $G_{23} = C_{44}, G_{13} = C_{55};$ $G_{12} = C_{66}.$	9
Quasi isotrope transverse (axe 1 et 2 équivalent).	$\begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} & 0 & 0 & 0 \\ & C_{11} & C_{13} & 0 & 0 & 0 \\ & & C_{33} & 0 & 0 & 0 \\ & & & C_{44} & 0 & 0 \\ & Sym. & & & C_{44} & 0 \\ & & & & & C_{66} \end{bmatrix}$	$E_1 = E_2, E_3;$ $\nu_{12} = \nu_{21}, \nu_{13} = \nu_{23};$ $G_{13} = G_{23} = C_{44};$ $G_{12} = C_{66}.$	6
Isotrope transverse (axe d'isotropie : 3)	$\begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} & 0 & 0 & 0 \\ & C_{11} & C_{13} & 0 & 0 & 0 \\ & & C_{33} & 0 & 0 & 0 \\ & & & C_{44} & 0 & 0 \\ & Sym. & & & C_{44} & 0 \\ & & & & & \frac{C_{11} - C_{12}}{2} = C_{66} \end{bmatrix}$	$E_1 = E_2, E_3;$ $\nu_{12} = \nu_{21}, \nu_{13} = \nu_{23};$ $G_{13} = G_{23} = C_{44};$ $G_{12} = C_{66} = E_1/2(1 + \nu_{12}).$	5
Quasi isotrope.	$\begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{12} & 0 & 0 & 0 \\ & C_{11} & C_{12} & 0 & 0 & 0 \\ & & C_{11} & 0 & 0 & 0 \\ & & & C_{44} & 0 & 0 \\ & Sym. & & & C_{44} & 0 \\ & & & & & C_{44} \end{bmatrix}$	$E_1 = E_2 = E_3 = E;$ $\nu_{12} = \nu_{13} = \nu_{23} = \nu;$ $G_{12} = G_{13} = G_{23} = G.$	3
Isotrope	$\begin{bmatrix} \lambda + 2\mu & \lambda & \lambda & 0 & 0 & 0 \\ & \lambda + 2\mu & \lambda & 0 & 0 & 0 \\ & & \lambda + 2\mu & 0 & 0 & 0 \\ & & & \mu & 0 & 0 \\ & Sym. & & & \mu & 0 \\ & & & & & \mu \end{bmatrix}$	$E ;$ $\nu ;$ $G = \mu = E/2(1 + \nu).$	2

III.4. Comportement mécanique d'un matériau unidirectionnel

Si l'on considère une cellule élémentaire du composite unidirectionnel, constituée d'une fibre entourée d'un cylindre de matrice. On obtient un matériau orthotrope possédant de plus un axe de révolution. C'est pourquoi ce type de matériau est appelé matériau orthotrope de révolution ou isotrope transverse. Cette propriété conduit à la forme suivante des matrices de rigidité et de flexibilité [5]:

$$[C] = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{12} & 0 & 0 \\ C_{12} & C_{22} & C_{23} & 0 & 0 \\ C_{12} & C_{23} & C_{22} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{C_{22}-C_{23}}{2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & C_{66} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & C_{66} \end{bmatrix} \quad [S] = \begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} & S_{12} & 0 & 0 \\ S_{12} & S_{22} & S_{23} & 0 & 0 \\ S_{12} & S_{23} & S_{22} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2 \cdot (S_{22} - S_{23}) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & S_{66} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & S_{66} \end{bmatrix}$$

Les propriétés du matériau unidirectionnel sont déterminées par 5 constantes indépendantes.

III.4.1. Loi de Hooke pour un composite unidirectionnel

Tableau.3.2. expressions des modules de l'Ingénieur en fonction des coefficients de rigidité et de souplesse [5] :

Désignation	Notation	Expression	Expression
Module de Young longitudinale	E_L	$C_{11} - 2 \frac{C_{12}^2}{C_{22} + C_{23}}$	$\frac{1}{S_{11}}$
Coefficient de poisson	ν_{LT}	$\frac{C_{12}}{C_{22} + C_{23}}$	$-\frac{S_{12}}{S_{11}}$
Module de Young transversal	E_T	$C_{22} + \frac{C_{12}^2(C_{22} - 2C_{23}) + C_{11}C_{23}^2}{C_{12}^2 - C_{11}C_{22}}$	$\frac{1}{S_{22}}$
Coefficient de Poisson	ν_{TL}	$\frac{C_{12}(C_{23} - C_{22})}{C_{12}^2 - C_{11}C_{22}}$	$-\frac{S_{12}}{S_{22}}$
Coefficient de Poisson	$\nu_{TT'}$	$-\frac{C_{12}^2 - C_{11}C_{23}}{C_{12}^2 - C_{11}C_{22}}$	$-\frac{S_{23}}{S_{22}}$
Module de cisaillement longitudinal	G_{LT}	C_{66}	$\frac{1}{S_{66}}$
Module de cisaillement transversal	$G_{TT'}$	$\frac{C_{22} - C_{23}}{2}$	$\frac{1}{2(S_{22} - S_{23})}$
Module de compression latérale	K_L	$\frac{C_{22} + C_{23}}{2}$	$\frac{1}{2 \left(S_{22} + S_{23} - 2 \frac{S_{12}^2}{S_{11}} \right)}$

III.4.1.1. Le module d'Young longitudinal (E_{Lcomp})

Il est déterminé dans un essai de traction longitudinal. L'hypothèse simplificatrice est de supposer une déformation uniforme et identique dans la fibre et dans la matrice.

La déformation longitudinale imposée à la cellule est :

Où :

$$\varepsilon_1 = \frac{\Delta L}{L}$$

L : est la longueur de cellule considérée.

La combinaison des relations conduit à :

$$E_{Lcomp} = E_{fib} \cdot V_{fib} + E_{mat} \cdot (1 - V_{fib})$$

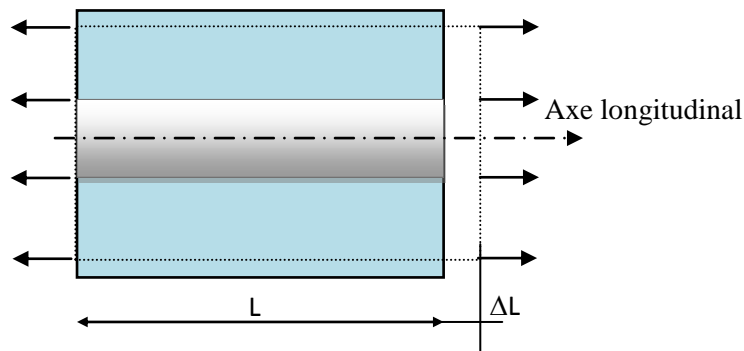


Fig.3.3. Traction longitudinal.

Cette expression est connue sous le nom de loi des mélanges pour le module de Young dans la direction des fibres.

III.4.1.2. Le module de Young transversal (E_{Tcomp})

Il est déterminé dans un essai de traction transversal où le composite est chargé suivant la direction perpendiculaire aux fibres.

La charge F_T est transmise intégralement dans la fibre et dans la matrice.

Soit : $\sigma_T = \sigma_{mat} = \sigma_{fib}$ $\frac{1}{E_T} = \frac{V_f}{E_f} + \frac{1 - V_f}{E_m}$

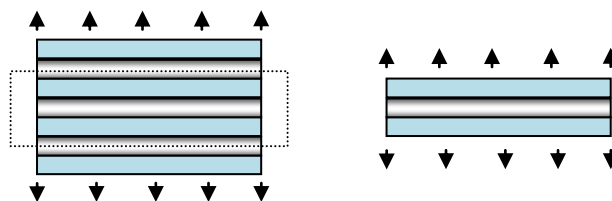


Fig.3.4. Traction transversal.

III.4.1.3. Le coefficient (ν_{LT}) est déterminé dans un essai de traction longitudinal. La loi des mélanges pour le coefficient de Poisson longitudinal peut s'écrire comme suit :

$$\nu_{LT} = \nu_{\text{fib}} V_{\text{fib}} + \nu_{\text{mat}} (1 - V_{\text{fib}})$$

III.4.1.4. Le module de cisaillement longitudinal est déterminé dans un essai de cisaillement longitudinal. Les contraintes en cisaillement dans la fibre et dans la matrice sont égales.

III.5. Élasticité plane dans un matériau orthotrope

Un nombre important de structures composites, pour des raisons de fabrication ou d'utilisation, se présentent sous forme de plaques ou de coques, c'est-à-dire de structures dont l'une des dimensions, que nous appellerons épaisseur (et dirigée suivant l'axe 3), est très inférieure aux deux autres.

La pièce composite structurale ou semistrutturale type (c'est-à-dire une pièce dimensionnée pour travailler en résistance ou en rigidité) possède une épaisseur de l'ordre de 0,5 à 1 cm (voire 4 cm pour les composites sandwichs) pour des longueurs et des largeurs de l'ordre de 1 à 3 m ; on peut citer, par exemple, les ailerons de l'empennage vertical de l'Airbus A 310, les réflecteurs d'antenne de satellites, certaines suspensions d'automobile, le garnissage, les pare-chocs et le capot des moteurs d'automobile, etc.

Dans ces structures planes, l'état des contraintes est assez bien représenté par un **tenseur des contraintes planes**, c'est-à-dire :

$$[\rho] = \begin{bmatrix} \rho_{11} & \rho_{12} & 0 \\ \rho_{12} & \rho_{22} & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad \text{Ou encore } \{\sigma\} = \{\sigma_{11}, \sigma_{22}, 0, 0, 0, \sigma_{12}\} \quad (3.7)$$

Un tenseur des contraintes planes (3.7) traduit le fait que le **vecteur contrainte** (ou effort par unité de surface) s'exerçant sur une facette quelconque de la plaque sont situés dans le plan (1, 2) de la plaque. Pour un matériau orthotrope, la loi de comportement (7) s'écrit alors dans le repère d'orthotropie :

$$\begin{Bmatrix} \varepsilon_{11} \\ \varepsilon_{22} \\ 2\varepsilon_{12} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} S_{11} & S_{12} & 0 \\ S_{12} & S_{22} & 0 \\ 0 & 0 & S_{66} \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} \rho_{11} \\ \rho_{22} \\ \rho_{12} \end{Bmatrix}$$

Cette relation s'inverse pour donner :

$$\begin{Bmatrix} \rho_{11} \\ \rho_{22} \\ \rho_{12} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} Q_{11} & S_{12} & 0 \\ S_{12} & Q_{22} & 0 \\ 0 & 0 & Q_{66} \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_{11} \\ \varepsilon_{22} \\ 2\varepsilon_{12} \end{Bmatrix} \quad (3.8)$$

$$\left. \begin{aligned} Q_{11} &= \frac{S_{22}}{S_{11}S_{22} - S_{12}^2} = \frac{E_1}{1 - \nu_{12}\nu_{21}} \\ Q_{22} &= \frac{S_{11}}{S_{11}S_{22} - S_{12}^2} = \frac{E_2}{1 - \nu_{12}\nu_{21}} \\ Q_{12} &= \frac{S_{12}}{S_{11}S_{22} - S_{12}^2} = \frac{\nu_{12}E_2}{1 - \nu_{12}\nu_{21}} = \frac{\nu_{21}E_1}{1 - \nu_{12}\nu_{21}} \\ Q_{66} &= \frac{1}{S_{66}} = C_{66} = G_{12} \end{aligned} \right\} \quad (3.9)$$

En contraintes planes, les rigidités Q_{ij} sont différentes des rigidités C_{ij} figurant dans la loi de comportement tridimensionnelle. En effet, en écrivant dans la loi de comportement (3.1) la nullité de la contrainte σ_{33} , on montre que :

$$\varepsilon_{33} = -\frac{C_{13}\varepsilon_{11} + C_{23}\varepsilon_{22}}{C_{33}}$$

En substituant dans σ_{11} et σ_{12} , de la relation : $\sigma_{ij} = c_{ijkl} \varepsilon_{kl}$, avec : $i, j = 1, 2, 3$, la valeur de ε_{33} précédente, il vient, par analogie avec la relation (3.8) :

$$Q_{11} = C_{11} - \frac{C_{13}^2}{C_{33}} \quad ; \quad Q_{22} = C_{22} - \frac{C_{23}^2}{C_{33}} \quad ; \quad Q_{12} = C_{12} - \frac{C_{23}C_{13}}{C_{33}}$$

Et, d'une manière générale, les **rigidités d'élasticité plane** Q_{ij} (appelées aussi **modules de plaque**) d'un matériau orthotrope sont liées aux rigidités tridimensionnelles, lorsque l'épaisseur est dirigée suivant l'axe 3, par les relations :

$$Q_{ij} = C_{ij} - \frac{C_{j3}C_{i3}}{C_{33}} \quad i, j = 1, 2 \quad (3.10)$$

On remarquera que, en contraintes planes, une structure composite est caractérisée élastiquement par quatre modules indépendants Q_{ij} (3.10) qui sont inférieurs aux modules tridimensionnels :

$$Q_{ij} \leq C_{ij}$$

En déformations planes, on obtient des résultats analogues à ceux obtenus avec les relations (3.9) et (3.10) en substituant le symbole S au symbole C . Dans ce cas, on ne confondra pas les modules techniques plans ($\bar{E}_1, \bar{\nu}_{ij}$, etc) avec les modules tridimensionnels (E_i, ν_{ij} , etc.), par exemple :

$$\bar{E}_1 = \frac{C_{11}C_{22} - C_{12}^2}{C_{22}}, \quad \bar{\nu}_{12} = -\frac{C_{12}}{C_{22}}$$

III.6. Rupture des Matériaux Composites

III.6.1. Introduction

Un matériau composite est par définition constitué d'une matrice et d'un renfort (fibres). C'est pour cette raison que la rupture finale d'un matériau composite unidirectionnel est définie comme étant le résultat de l'accumulation de divers mécanismes élémentaires isolés ou qui peuvent se produire au même moment. L'existence de tel ou tel mécanisme élémentaire est conditionnée par la nature des constituants du composite et par le type de sollicitation mécanique appliquée.

III.6.2. Mode de rupture d'un matériau composite unidirectionnel

Lorsqu'un composite unidirectionnel est soumis à une sollicitation mécanique et que la contrainte de traction résultant dans une fibre donnée σ_{fib} atteint la contrainte à la rupture de la fibre σ_{fibu} de la fibre, il y a alors rupture de notre matériau composite [13] [14], [15], [16], [5].

Cette rupture engendre dans son voisinage une concentration de contraintes

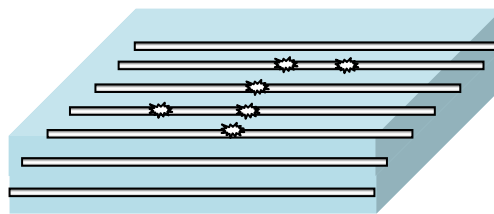


Fig.3.5. Rupture des fibres dans un composite unidirectionnel.

Lorsqu'un composite unidirectionnel est soumis à une sollicitation mécanique, La rupture de la matrice se manifeste soit, par une rupture transverse qui correspond au cas où la contrainte en traction σ_m dans la matrice atteint la contrainte ultime à la rupture σ_{mu} de la matrice, soit par une rupture longitudinale, généralement au voisinage de la fibre, qui correspond au cas où la

contrainte de cisaillement τ_m dans la matrice atteint la contrainte ultime en cisaillement à la rupture τ_{mu} .

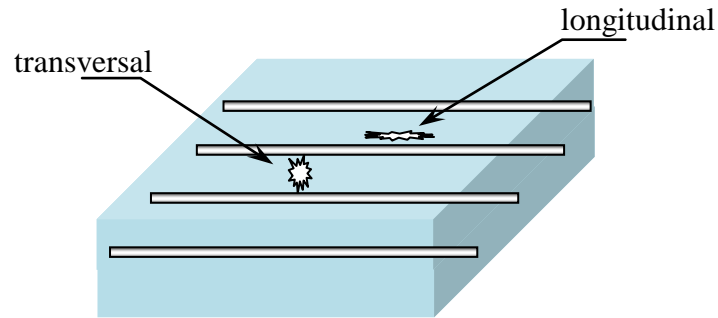


Fig.3.6.Rupture de la matrice dans un composite unidirectionnel.

On définit par τ_d la contrainte de décohésion caractérisant la qualité de l'interface fibre-matrice (adhérence).

La rupture de l'interface fibre-matrice se produit lorsque la contrainte de décohésion τ_d est inférieure à la contrainte en cisaillement à la rupture de la matrice τ_{mu} ($\tau_d < \tau_{mu}$.) Si dans le cas contraire c.-à-d. $\tau_d > \tau_{mu}$, il y aura rupture longitudinale de la matrice.

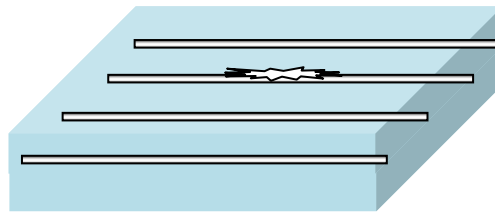


Fig.3.7.Rupture de l'interface fibre-matrice dans un composite unidirectionnel.

III.6.3.Rupture des stratifiés

Un stratifié est obtenu par empilement de couches successives. Ces couches peuvent être unidirectionnelles ou constitué de tissu. Les mécanismes élémentaires de ruptures développés dans le cas des matériaux composites unidirectionnels restent ici valables.

Ajouter à cela un autre mécanisme de rupture appelé **rupture par délaminage**. Ce nouveau mode de rupture se traduit par une rupture entre deux couches successives.

Comme pour le cas des composite unidirectionnels, les mécanismes de rupture d'un stratifié dépendent de la nature des constituants (fibre - matrice), du type de sollicitation mécanique appliquée et de l'architecture des différentes couches.

III.6.4. Critères de rupture des matériaux composites

III.6.4.1. Introduction

Il existe trois types de critères de rupture appliqués aux matériaux composites, à savoir : Critère de la contrainte maximale, critère de la déformation maximale et enfin les critères interactifs. Tous ces critères sont appliqués au cas d'une couche.

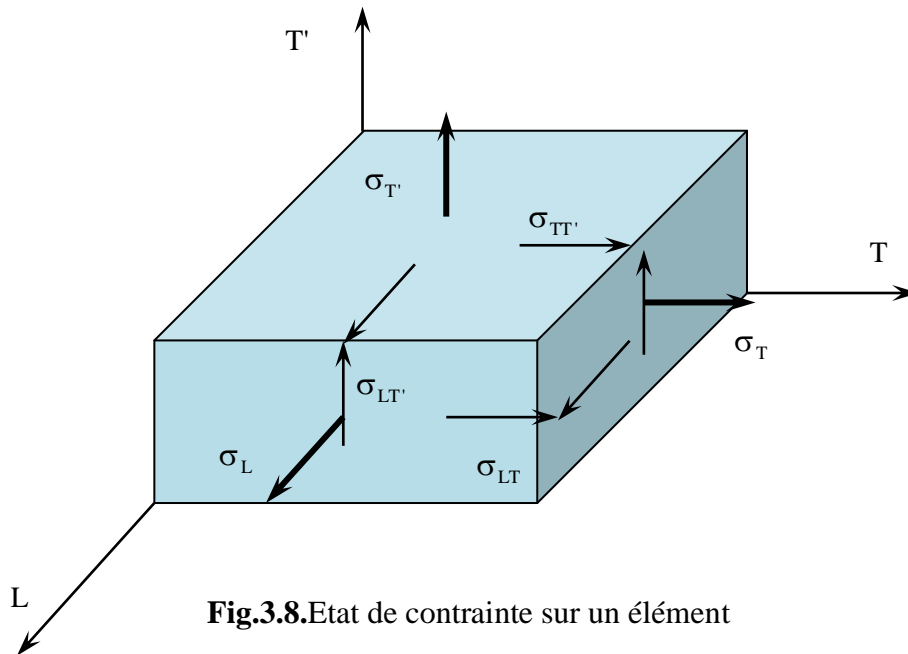


Fig.3.8.Etat de contrainte sur un élément

III.6.4.2. Critère de la contrainte maximale

Le critère de la contrainte maximale s'écrit sous la forme :

$$\begin{aligned}
 -X_c &< \sigma_L < X_t \\
 -Y_c &< \sigma_T < Y_t \\
 -S &< \sigma_{LT} < S
 \end{aligned}
 \tag{3.11}$$

Avec :

X_t X_c : contraintes à la rupture suivant l'axe longitudinal respectivement en traction et en compression.

Y_t Y_c : contraintes à la rupture suivant l'axe transversal respectivement en traction et en compression.

S : contrainte à la rupture en cisaillement dans le plan de la couche.

III.6.4.3. Critère de la déformation maximale

Le critère de la déformation maximale s'écrit sous la forme :

$$\begin{aligned} -\varepsilon_{Lc} < \sigma_L < \varepsilon_{Lt} \\ -\varepsilon_{Tc} < \sigma_T < \varepsilon_{Tt} \\ -\gamma < \sigma_{LT} < \gamma \end{aligned} \quad (3.12)$$

III.6.4.4. Critère de VON MISES

Le critère de VON MISES appliqué dans le cas des matériaux isotrope stipule qu'il n'y a pas rupture (le matériau reste dans le domaine élastique) si l'inégalité suivante est vérifiée.

$$\frac{1}{2 \cdot \sigma_e^2} \left[(\sigma_{11} - \sigma_{22})^2 + (\sigma_{22} - \sigma_{33})^2 + (\sigma_{33} - \sigma_{11})^2 + 6(\sigma_{12}^2 + \sigma_{13}^2 + \sigma_{23}^2) \right] < 1 \quad (3.13)$$

Avec σ_e : la contrainte limite élastique obtenu lors d'un essai de traction ou de compression.

III.6.4.5. Critère de Hill

Le critère introduit par HILL, appliqué aux matériaux anisotropes, stipule qu'il y a rupture du matériau si l'égalité suivante est vérifiée. Le critère de HILL s'écrit comme suit, dans le repère des axes principaux du matériau (L, T, T').

$$\begin{aligned} & \left(\frac{\sigma_L}{\sigma_{Rup.L}} \right)^2 + \left(\frac{\sigma_T}{\sigma_{Rup.T}} \right)^2 + \left(\frac{\sigma_{T'}}{\sigma_{Rup.T'}} \right)^2 - \sigma_L \sigma_T \left(\frac{1}{(\sigma_{Rup.L})^2} + \frac{1}{(\sigma_{Rup.T})^2} - \frac{1}{(\sigma_{Rup.T'})^2} \right) - \\ & \sigma_L \sigma_{T'} \left(\frac{1}{(\sigma_{Rup.L})^2} - \frac{1}{(\sigma_{Rup.T})^2} + \frac{1}{(\sigma_{Rup.T'})^2} \right) - \sigma_T \sigma_{T'} \left(-\frac{1}{(\sigma_{Rup.L})^2} + \frac{1}{(\sigma_{Rup.T})^2} + \frac{1}{(\sigma_{Rup.T'})^2} \right) \\ & + \left(\frac{\sigma_{LT}}{\sigma_{Rup.LT}} \right)^2 + \left(\frac{\sigma_{LT'}}{\sigma_{Rup.LT'}} \right)^2 + \left(\frac{\sigma_{TT'}}{\sigma_{Rup.TT'}} \right)^2 = 1 \rightarrow (3.14) \end{aligned}$$

Avec :

σ_{RupL} : Contrainte à la rupture en traction dans la direction longitudinale L (compression) ;

σ_{RupT} : Contrainte à la rupture en traction dans la direction transversale T (compression) ;

$\sigma_{RupT'}$: Contrainte à la rupture en traction dans la direction T' (compression) ;

σ_{RupLT} : Contrainte à la rupture en cisaillement dans le plan (L, T) ;

$\sigma_{RupLT'}$: Contrainte à la rupture en cisaillement dans le plan (L, T') ;

$\sigma_{Rup,TT'}$: Contrainte à la rupture en cisaillement dans le plan (T, T').

Notons que le critère de Hill ne tient pas en compte du fait que le matériau possède un comportement différent en traction et en compression.

Si l'on considère le cas particulier d'un état de contraintes planes. (exemple : le plan (L,T) de la couche),

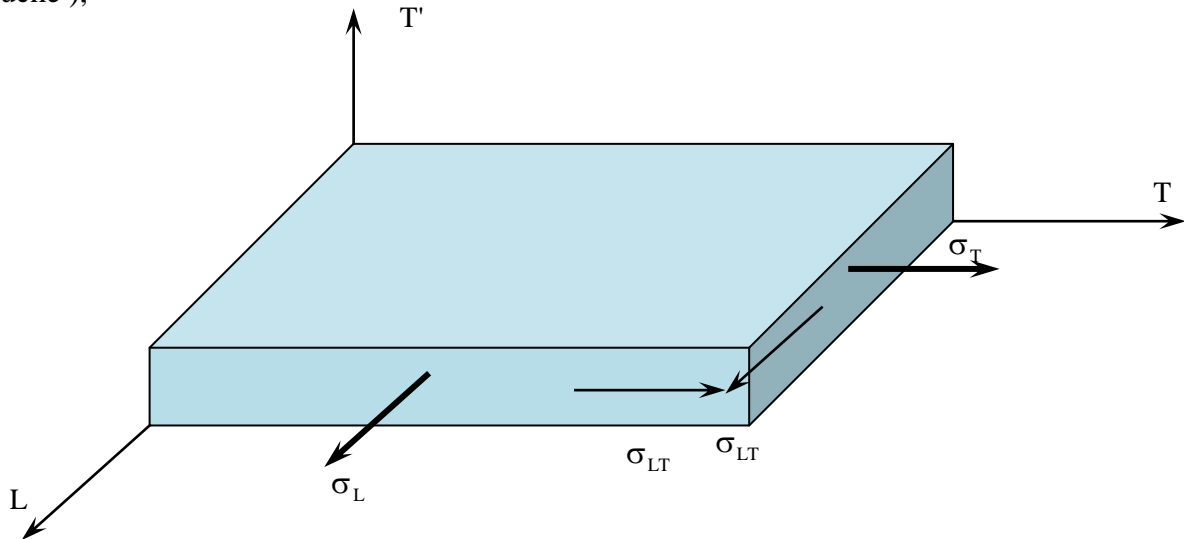


Fig.3.9.Etat de contrainte planes dans le plan (L, T)

Nous avons : $\sigma_{T'} = \sigma_{LT'} = \sigma_{TT'} = 0$,

En substituant dans la relation (3) le critère de HILL s'écrit donc dans le cas d'un état de contraintes planes comme suit :

$$\left(\frac{\sigma_L}{\sigma_{Rup.L}}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_T}{\sigma_{Rup.T}}\right)^2 - \sigma_L \sigma_T \left(\frac{1}{(\sigma_{Rup.L})^2} + \frac{1}{(\sigma_{Rup.T})^2} - \frac{1}{(\sigma_{Rup.T'})^2}\right) + \left(\frac{\sigma_{LT}}{\sigma_{Rup.LT}}\right)^2 = 1 \quad (3.15)$$

III.6.4.6.Critère de TSAI-HILL

V.D. AZZI et S.W. TSAI, ont simplifié Le critère de rupture de HILL en contraintes planes et ce dans le cas des matériaux composites unidirectionnels.

Dans ce cas nous avons $\overline{\sigma_T} = \overline{\sigma_{T'}}$.

En substituant dans la relation (4) on obtient :

$$\left(\frac{\sigma_L}{\sigma_{Rup.L}}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_T}{\sigma_{Rup.T}}\right)^2 - \frac{\sigma_L \sigma_T}{(\sigma_{Rup.L})^2} + \left(\frac{\sigma_{LT}}{\sigma_{Rup.LT}}\right)^2 = 1 \quad (3.16)$$

Ce critère est connu sous le nom de TSAI -HILL.

III.6.4.7.Critère de TSAI-WU

S.W TSAI et E.M. WU considèrent que la rupture d'un matériau anisotrope est atteinte lorsque l'égalité suivante est vérifiée (écriture condensée):

$$F_i \sigma_i + F_{ij} \sigma_i \sigma_j = 1 \quad (3.17)$$

$i, j = 1 \dots 6$

Avec : F_i et F_{ij} sont les composantes de deux tenseurs respectivement de rang 2 et de rang 4.

Le critère est représenté sous forme tensorielle.

Ils considèrent aussi que le fait d'augmenter le nombre de coefficients des équations théoriques permettra d'améliorer la corrélation entre résultats expérimentaux et théoriques.

Considérons un matériau composite orthotrope, soumis à un état de contraintes planes dans le plan (L,T). Dans ce cas le critère de rupture de TSAI-WU s'écrit comme suit :

Si l'on considère que le matériau se comporte de la même manière en traction et en compression, autrement dit $\sigma_{RupTL} = \sigma_{RupcL}$ et $\sigma_{RupLT} = \sigma_{RupcT}$, la relation (7) s'écrit de la manière simplifiée suivante :

$$\left(\frac{\sigma_L}{\sigma_{RupL}}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_T}{\sigma_{RupT}}\right)^2 - \frac{\sigma_L \sigma_T}{(\sigma_{RupL})^2} + \left(\frac{\sigma_{LT}}{\sigma_{RupLT}}\right)^2 = 1 \quad (3.18)$$

Cette expression n'est autre que le critère de TSAI-HILL présenté précédemment

Avec :

- σ_{RupL} : Contrainte à la rupture en traction dans la direction longitudinale L ;
- σ_{RupcL} : Contrainte à la rupture en compression dans la direction longitudinale ;
- σ_{RupT} : Contrainte à la rupture en traction dans la direction transversale T ;
- σ_{RupcT} : Contrainte à la rupture en compression dans la direction transversale T ;
- $\sigma_{RupT'}$: Contrainte à la rupture en traction dans la direction T' (compression) ;
- σ_{RupLT} : Contrainte à la rupture en cisaillement dans le plan (L, T) ;
- $\sigma_{RupLT'}$: Contrainte à la rupture en cisaillement dans le plan (L, T') ;
- $\sigma_{RupTT'}$: Contrainte à la rupture en cisaillement dans le plan (T, T').

III.7. Conclusion

Un matériau composite est engendré par de multiples opérations influant chacune sur le résultat final ; la fabrication d'un matériau composite dépend d'un nombre important de paramètres qu'il faut maintenir constants. On ne peut donc parler de matériau composite proprement dit mais de structure composite. Cela explique également la grande dispersion régnant au sein des caractéristiques élastiques (ou autres) de ces matériaux et l'information figurant dans la littérature ne correspond pas forcément au matériau que l'on étudie.

Le matériau composite n'est également pas identique en tout point parce que, par exemple, la technique de réalisation ne le permet pas (les angles de croisement des fils bobinés varient obligatoirement le long d'une évolution) et les différents concepts que nous avons présentés dans cet article (modules d'élasticité, contrainte à la rupture, etc.) ont donc un caractère moyen qui ne permet que de déterminer l'évolution globale de la structure.

Enfin, si le modèle linéaire a été développé à cause de sa simplicité, dans le domaine des composites, il faut toujours penser :

- Que la plage de validité de la linéarité dépend de la direction envisagée ;
- Que, pour deux constituants donnés, la linéarité dépend de la nature du renfort : le comportement mécanique d'un composite à renfort unidirectionnel est bien plus linéaire que celui d'un tissu.

Dans le dernier chapitre nous allons faire une étude expérimentale sur un matériau composite à base de fibres de verre et de résine polyester, cette étude expérimentale consiste à caractériser le comportement mécanique en traction, flexion 3 points, compression et la résistance au choc Charpy des différentes variantes élaborées.