

MÉMOIER MASTER 2

Spécialité

Physique Théorique Des Hautes Energies

Présentée par

Yalla Mustapha

Pour obtenir le Diplôme de Master 2

Sujet du memoire :

Approche par l'équation de Dyson du calcul de la densité d'état pour un fil quantique en interaction.

Date de soutenance : 25/09/2016

devant le jury composé de :

M. ZAMOUM Redouane	Responsable de mémoire
Mme. BACHI Halima	Examinatrice
M. BENAICHE Salim	Examineur
M. ZERIRGUI Djamel	Président du jury

Remerciements

Je tiens tout d'abord à remercier Zamoum Redouane pour avoir dirigé cette thèse durant toutes ces trois mois, son enthousiasme, sa compétence scientifique et sa bonne humeur ont largement contribué à la réalisation de ce travail. Je lui suis également très reconnaissant pour m'avoir témoigné sa confiance. Je remercie l'ensemble des professeurs d'institut de physique de m'avoir accueilli et me permettre de m'inscrire dans l'institut de physique de l'université de Bouira. L'ambiance du groupe de physique théorique a par ailleurs contribué à rendre ces deux années très agréables. Mes remerciements s'adressent ensuite à Fargani Mustapha, qui m'a poussé vers la physique. En 2013, il m'a proposé de continuer les études en Master, alors, je remercie Fargani pour deux choses, d'une part m'avoir fait découvrir la physique théorique et d'autre part, de m'avoir soutenu pendant ces années difficiles. Je remercie les membres du jury, qui ont accepté de participer au jury de thèse et d'avoir lu avec attention mon manuscrit et de m'avoir questionné et conseillé sur son fond et sur sa forme. Pour terminer, un petit bonjour aux compagnons et aux invitées, mes autres remerciements ne regardent que moi et ma famille.

Table des matières

Introduction	1
1 Approche théorique des systèmes unidimensionnels (Les fils quantiques)	3
1.1 Réalisation des fils quantiques	4
1.1.1 Réalisation des fils quantiques par lithographie d'électrons ou rayons X	4
1.1.2 Nanotubes de carbone ou Les fils quantiques de carbone	5
1.1.3 Généralités sur le liquide de Fermi	5
1.2 échec du liquide de Fermi en une dimension	5
1.3 Linéarisation du spectre et l'hamiltonien	8
1.3.1 Linéarisation du spectre et l'hamiltonien cinétique	8
1.3.2 Hamiltonien d'interaction	10
1.4 Bosonisation	11
1.4.1 l'hamiltonien de bosonisation	11
1.4.2 Expression de l'hamiltonien cinétique bosonisé	13
1.4.3 Expression de Hamiltonien Bosonisé	13
2 Modèle et résultats	15
2.1 Méthodologie	16
2.1.1 Fonction de Green	16
2.1.2 équation de Dyson	19
2.1.3 Solution d'équation Dyson	19
2.1.4 Self-énergie Σ	19
2.1.5 Fonction de Green et densité d'états	19
2.2 Densité d'états d'interaction dans un fils quantiques avec des impuretés : Une approche de l'équation Dyson	20
2.2.1 Modèle	20
2.3 Densité d'états d'un fil quantique en présence d'impureté	23
2.3.1 Formulation générale	23
2.3.2 équation Dyson au présence de deux impuretés d'un fil quantique	24
2.3.3 Solution de l'équation Dyson de deux impureté	27
3 Discussion des résultats	30
3.1 Densité d'états en fonction de la position et de l'énergie pour deux impuretés situées à des positions	31
3.1.1 Densité d'états en fonction de l'énergie	32
3.1.2 Densité d'états en fonction de la position	34

3.2	Solution de l'équation de Dyson pour un seul impuretés d'un fil quantique	35
3.2.1	Densité d'états en fonction de la position et de l' énergie pour une seule impureté	36
	Conclusion	39
A	Domaine de validité	41

Introduction

La physique est un terrain d'étude privilégié à la fois pour les théoriciens et les expérimentateurs en physique des solides . Il s'agit de comprendre des effets quantiques macroscopiques qui sont la conséquence des effets a N corps. Ce problème, qui paraissait insoluble au départ vu la complexité et le grand nombre de particules, a extraordinairement progressé en bénéficiant de tous les outils de la physique théorique. Du point de vue expérimental, il existe aujourd'hui d'innombrables techniques qui permettent de sonder avec précision les propriétés de ces matériaux. En 1957, Landau [1] propose le modèle du liquide de Fermi pour expliquer les propriétés électroniques des solides. Grossièrement, elles sont qualitativement les mêmes que celles du gaz d'électrons sans interactions. Ces prédictions sont vérifiées dans un très grand nombre de matériaux. Dans les années 50 et 60, les théoriciens Tomonaga et Luttinger [2, 3] s'intéressent au cas du gaz d'électrons à une dimension. Il s'agit alors d'un problème théorique uniquement : il apparaît que le liquide de Fermi est instable en une dimension et devient un liquide de Luttinger. Nous précisons dans la thèse les propriétés physiques de cet état mais disons brièvement qu'il n'existe pas de quasi-particules et que les excitations sont des modes collectifs de charge et de spin. En outre, les fonctions de corrélation décroissent en lois de puissance avec des exposants qui ne dépendent que d'un seul paramètre. Mais, avec la découverte des premiers conducteurs organiques quasi unidimensionnels, on a obtenu des réalisations expérimentales dans lesquelles des écarts à la théorie du liquide de Fermi peuvent être observés. Il s'ensuit dès lors un véritable développement à la fois des méthodes de calcul et des techniques expérimentales pour mieux comprendre ces composés de basse dimensionnalité. Les effets conjugués des corrélations fortes et de la basse dimensionnalité sont responsables d'un grand nombre d'instabilités qui rendent les diagrammes de phase très riches. Toutefois, alors qu'il existe un accord qualitatif entre théorie et mesures dans de nombreux cas, une explication quantitative n'est pas toujours trouvée. Ce désaccord pourrait provenir de termes qui ne sont pas pris en compte dans l'approche strictement unidimensionnelle tel que le couplage interchaîne. En effet, ce type de couplage est pertinent au sens du groupe de renormalisation et la nature du nouveau point fixe n'est toujours pas clairement établie à l'heure actuelle. Ainsi, il est probable que l'étude théorique des modèles plus simples permettra une meilleure compréhension de la physique des systèmes fortement corrélés à une dimension.

Le plan que nous allons suivre consiste tout d'abord à décrire les généralités sur le liquide de Fermi ensuite leurs échecs à une dimension, ainsi en insistant principalement sur le le modèle des liquides de Tomonaga Luttinger. Puis, nous rappelons la linéarisation du spectre au voisinage de l'énergie de Fermi et la description des fermions en interaction en termes de bosons libres(bosonisation). Plus tard, nous rappelons les méthodes mises en oeuvre dans l'étude de modèle de fermions unidimensionnels le formalisme de Green et

l'équation de Dyson nous explicitons les caractéristiques physiques du comportement de liquide de Luttinger. Ensuite, nous appliquons ces théories pour calculer la densité d'état d'un fil quantique en présence de deux impuretés et d'une seule impureté. Enfin, nous parlerons et nous discutons les résultats trouvés et de les comparons avec d'autres résultats issus de la littérature.

Chapitre 1

Approche théorique des systèmes unidimensionnels (Les fils quantiques)

Dans cette partie nous allons exposer brièvement quelques approches théoriques de l'étude des systèmes unidimensionnels, en particulier les fils quantiques. Nous parlerons des liquides de Fermi, de la limite de cette théorie. Nous présentons ensuite la théorie des liquides de Tomonaga-Luttinger.

1.1 Réalisation des fils quantiques

1.1.1 Réalisation des fils quantiques par lithographie d'électrons ou rayons X

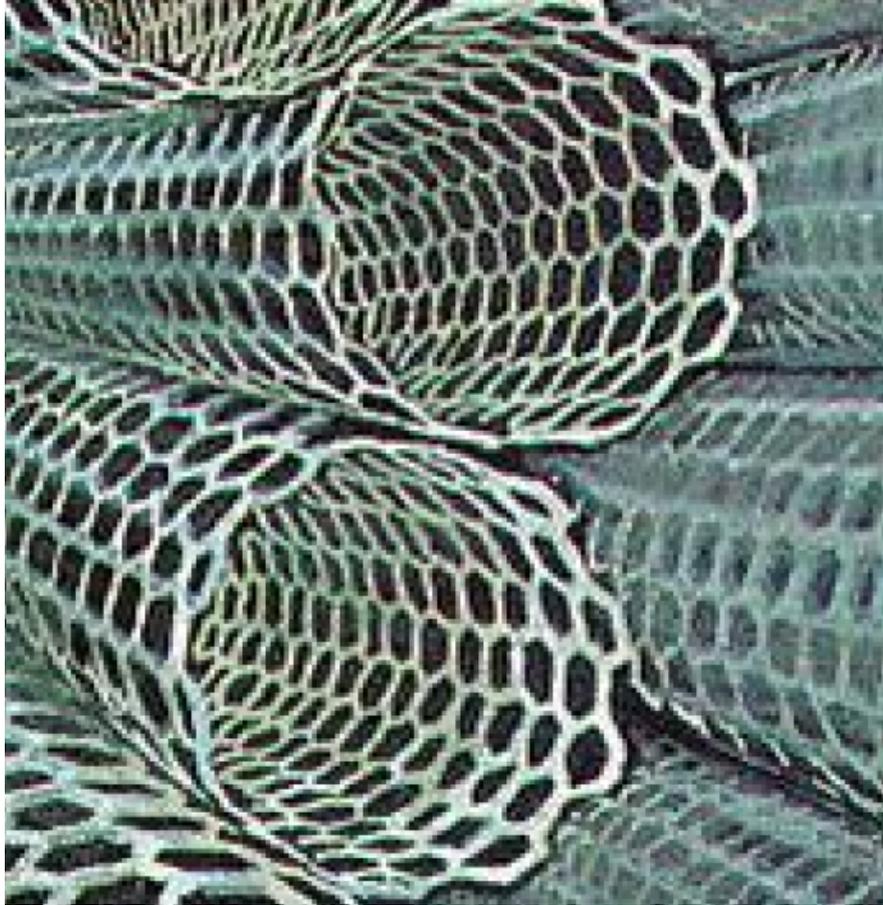


FIGURE 1.1 – nanotubes de carbone

A l'aide de technique , on peut depuis quelques années réaliser, par lithographie d'électrons ou de rayons X, des structures unidimensionnelles de quelques dizaines de nanomètres de largeur. Puisque cette largeur est de l'ordre de la longueur d'onde de Fermi des électrons de conduction, on fabrique ainsi un gaz d'électrons unidimensionnel [4]. Ces dispositifs ont permis d'étudier les fluctuations universelles de conductance mais le comportement oscillatoire observe dans la conductance signale que ces systèmes sont sensibles au désordre. Il faut donc, pour les analyser, pouvoir traiter simultanément les effets d'interaction et de désordre en une dimension et nous renvoyons à[5]pour les références sur le sujet. La encore, il s'agit de bons candidats pour illustrer la physique unidimensionnelle mais cependant, la complexité est encore très grande puisque les effets de désordre sont importants ainsi que la possible présence d'interactions coulombiennes a longue portée[6]. En effet, même si certaines expériences peuvent s'interpréter en termes d'un exposant anormal (comme, par exemple, la conductance qui varie en loi de puissance avec la température ou bien les caractéristiques courant-tension qui sont non linéaires), il n'existe pas d'autre confirmation indépendante pour ce paramètre.

1.1.2 Nanotubes de carbone ou Les fils quantiques de carbone

Les nanotubes de carbone possèdent des diamètres de quelques distances atomiques alors que leur longueur peut atteindre plusieurs microns : ce sont des réalisations quasiment idéales de fils métalliques. Ils ont été synthétisés au début de cette décennie et intéressent autant les industriels que les physiciens de par leurs propriétés (on consultera [7] pour une revue). Comparés aux fils quantiques formés par des hétérostructures et décrits précédemment, ces nanotubes possèdent d'énormes avantages : outre leur meilleure unidimensionnalité, ils peuvent être très propres et dopés. Les nanotubes isolés sont les meilleurs systèmes pour comprendre les propriétés électroniques. Des expériences récentes montrent un effet de blocage coulombien pour un tube [8]. Cela conduit à des modélisations prenant en compte à la fois le caractère unidimensionnel et les interactions coulombiennes [8, 7]

1.1.3 Généralités sur le liquide de Fermi

En effet, les propriétés macroscopiques des solides ne vont dépendre que des excitations sur des échelles d'énergie, c'est-à-dire de température, très petites devant l'énergie de Fermi (typiquement de l'ordre de quelques eV). Par conséquent, on peut décrire ces excitations élémentaires comme des états dans lesquels des paires particules-trous sont excitées par rapport au fondamental du système. Ces excitations qui sont parfaitement définies en l'absence d'interactions évoluent continûment quand les interactions sont branchées de manière adiabatique. Ce sont les quasi-particules (voir figure 1.2) qui possèdent

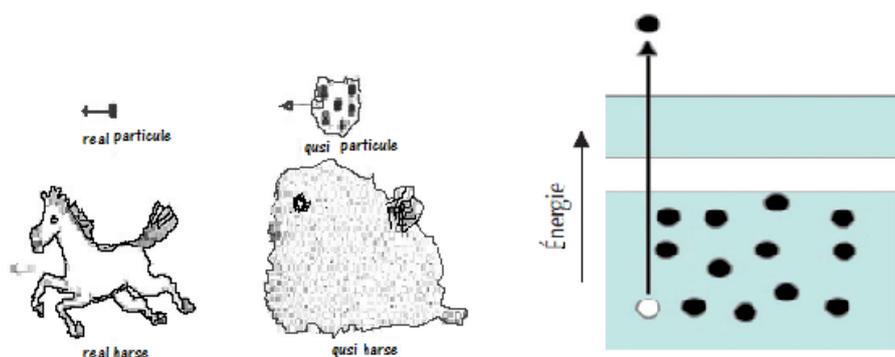


FIGURE 1.2 – à gauche excitation particules-trous à droite une approche au quasi-particule

les mêmes propriétés que les électrons libres avec un facteur de renormalisation. En continuant cette analyse, on prédit les mêmes comportements en température que pour un gaz d'électrons soumis à des interactions résiduelles, mais en introduisant cependant de manière phénoménologique une masse effective etc. D'un point de vue plus formel.

1.2 échec du liquide de Fermi en une dimension

En trois dimensions, les métaux sont décrits par la théorie du liquide de Fermi, qui établit une correspondance biunivoque entre les excitations d'un gaz d'électrons libres et les quasiparticules (excitations) de basse énergie d'un liquide d'électrons en interac-

tion. Cela n'est plus le cas pour une dimension car les excitations de basse énergie sont collectives (voir figure 1.3)

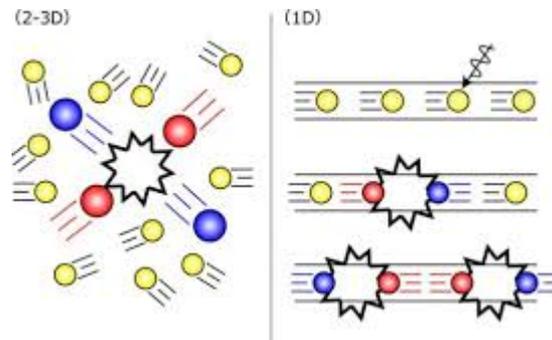


FIGURE 1.3 – le liquide de fermi en 2D/3D se comporte comme un gaz sans interaction par contre en 1D les électrons ne sont pas capables de s'éviter et ils interagissent fortement entre eux

ce sont des particules bosoniques décrivant des ondes de charge ou de spin. Du point de vue thermodynamique, le liquide de Luttinger se distingue du liquide de Fermi unidimensionnel par le comportement de ses fonctions de corrélation fermioniques, qui décroissent en loi de puissance en fonction de la distance avec un exposant non universel, qui dépend des interactions. En conséquence, la discontinuité de la distribution des électrons au niveau de Fermi à $T = 0K$, qui caractérise le fait que les quasiparticules sont des excitations bien définies, est remplacée par une singularité en loi de puissance avec un exposant qui dépend des interactions (voir figure 1.4) : Ce dernier point est une signature de la disparition des excitations fermioniques individuelles en une dimension, qui sont converties en excitations collectives. Une autre manifestation de la nouvelle physique a

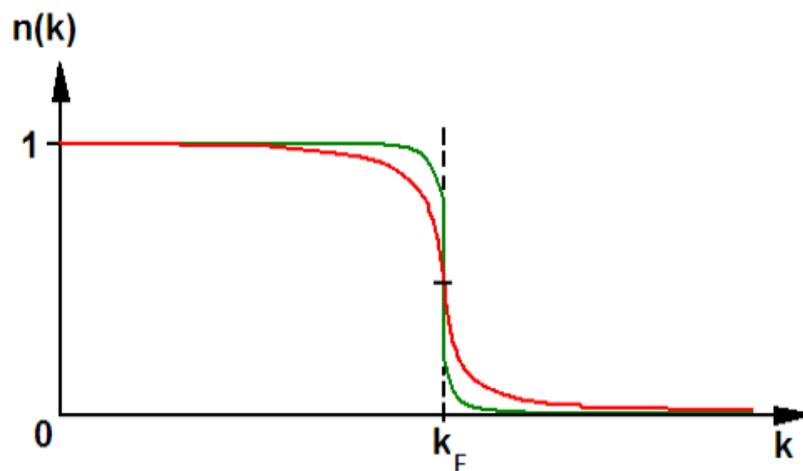


FIGURE 1.4 – Allure des fonctions de distribution des électrons pour le liquide de Fermi (en vert) et le liquide de Luttinger (en rouge). Le premier présente une discontinuité au niveau de Fermi qui est remplacée par une loi de puissance dans le second cas.

basse dimension ou les propriétés des électrons deviennent plus exotiques est un modèle a été construit par Tomonaga[2] et Luttinger dans les années 50 et 60, [3] afin de décrire le

comportement d'un liquide de Fermi en interaction à une dimension. Ce modèle répondait à la nécessité de traiter correctement les systèmes à basse dimension, dans lesquels apparaissent de nouveaux phénomènes (séparation spin-charge, distorsion de Peierls, . . .) qui ne peuvent être décrits correctement par la théorie de Landau... Le liquide de Luttinger présente un certain nombre d'anomalies Dans ses propriétés physiques qui ne peuvent pas s'expliquer dans le cadre de la théorie du liquide de Fermi pour les systèmes bidimensionnels et tridimensionnels (2D/3D). Le liquide de Luttinger est caractérisé par des fonctions de réponse qui décroissent en lois de puissance avec des exposants non universels qui dépendent des interactions. Ceci peut être vérifié expérimentalement par les mesures de transport les mesures de conductivité optique ou encore par l'absence des quasi-particules de Landau et par la séparation spin-charge Cette propriété apparait dans les systèmes unidimensionnels parce que les électrons ne sont pas capables de s'éviter et ils interagissent fortement entre eux. Les électrons perdent alors leurs identités et les propriétés électroniques sont décrites par deux excitations particulières : un spinon qui porte le spin de l'électron sans sa charge et un holon qui porte la charge de l'électron sans le spin. Cette séparation spin-charge peut être observée directement en photo émission quand le trou de l'électron créé durant le processus des photoélectrons se décompose en un spinon et un holon (voir figure 1.5). Ces deux excitations se déplacent dans le matériau a des vitesses différentes avec des dispersions qui se croisent au niveau de Fermi [11] . [12] La

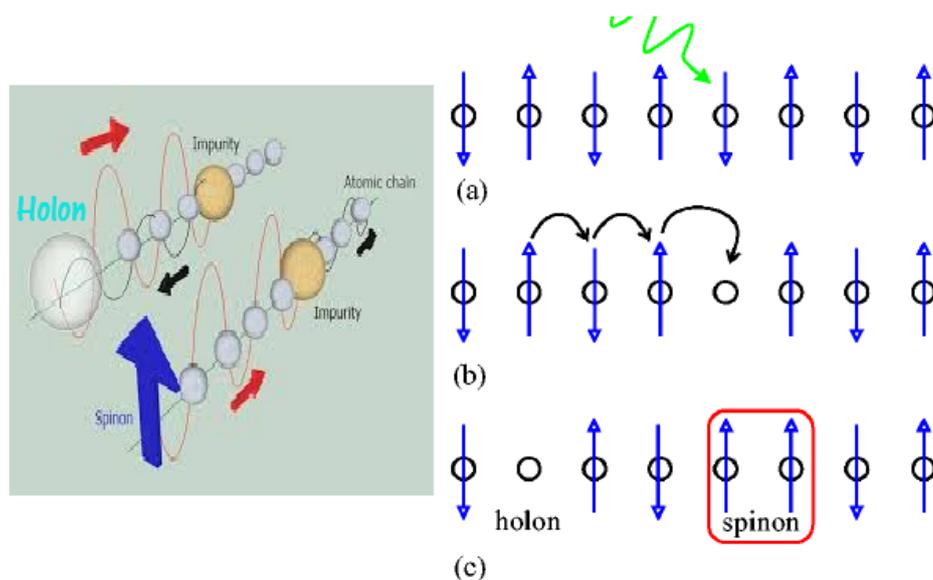


FIGURE 1.5 – a gauche (Séparation spin-charge dans un liquide de Luttinger–Tomonaga onde spin et onde charge .) adroite (Schéma de la création d'un spinon et d'un holon lors du processus de la photoémission et Dispersions des spinon et holon avec des différentes vitesses)

surface Fermi peut aussi renseigner sur la dimensionnalité du système avant d'évaluer s'il s'agit d'un liquide de Luttinger. Les systèmes 1D présentent une surface de Fermi avec des lignes continues car le système disperse uniquement dans une seule direction du plan, ce qui les différencie des systèmes 2D ou 3D (voir figure 1.6). Des systèmes 1D peuvent

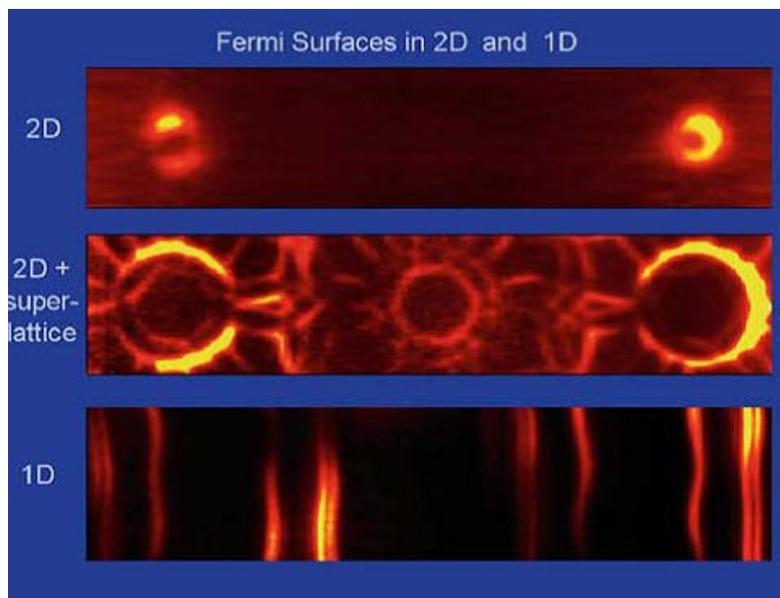


FIGURE 1.6 – Surfaces de Fermi dans des systèmes 1D et 2D sur une surface vicinale Si(111)

être synthétisés par auto assemblage des chaînes atomiques ou moléculaires. La résolution de ce modèle a été obtenue par Mattis et Lieb [13] mais c'est finalement Haldane [14] qui codifira le concept de liquides de Luttinger en l'étendant aux systèmes de fermions en interaction et aux bosons à cœur dur sous certaines conditions. Le modèle des liquides de Luttinger repose sur deux idées fondamentales : la linéarisation du spectre au voisinage de l'énergie de Fermi et la description des fermions en interaction en termes de bosons libres. Ce passage s'effectue en utilisant la technique dite de bosonisation.

1.3 Linéarisation du spectre et l'hamiltonien

1.3.1 Linéarisation du spectre et l'hamiltonien cinétique

Nous considérons ici un système unidimensionnel d'électrons en interaction. L'hamiltonien décrivant un tel système se décompose en deux parties : une partie cinétique et une partie d'interaction $H = H_0 + H_{int}$.

Certaines conditions sont essentielles à l'application de la théorie des liquides de Luttinger : le spectre doit d'une part ne pas présenter de gap mais également être symétrique, c'est-à-dire que le niveau de Fermi se réduit à deux points uniquement tel que $E(k_F) = E(-k_F) = E_F$. Prenons un exemple simple, le modèle d'électrons sur sites discrets au demi-remplissage avec des interactions entre les plus proches voisins [15, 16]. La relation de dispersion de ce dernier s'obtient sans trop de difficulté

$$E(k) = \frac{-\hbar v_F \cos(ka)}{a} \quad (1.1)$$

avec a la distance entre deux sites consécutifs (voir Figure 1.7). Cette relation de dispersion présente bien les caractéristiques demandées. L'idée fondamentale de la théorie des

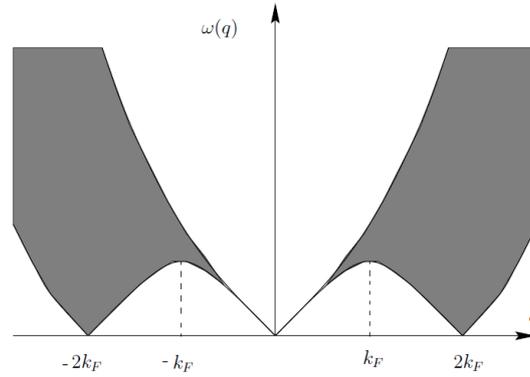


FIGURE 1.7 – Comportement de la relation de dispersion dans le cas d'une chaîne discrète d'électrons (unités arbitraires). Nous observons le niveau de Fermi pour lequel $E(k) = E(-k) = E_F$

En grisé, domaine d'existence des paires particule-trou en fonction de l'impulsion et de l'énergie en une dimension. Contrairement à ce qui arrive en dimension plus élevée, il n'existe pas d'excitations de basse énergie pour tous les vecteurs d'onde mais seulement pour q proche de 0 et $2k_F$

liquides de Luttinger est de linéariser le spectre d'énergie au voisinage de l'énergie de Fermi car les propriétés du système à basse énergie dépendent essentiellement des états avec des énergies proches de celle de Fermi. De plus, dans l'hypothèse où la température est suffisamment basse, les fluctuations thermiques auront également lieu à cette échelle d'énergie. Voyons la manière de linéariser le spectre selon le modèle de Tomonaga [2]. Cette linéarisation du spectre au niveau de l'énergie de Fermi fait apparaître deux branches

$$\begin{aligned} E(k) &\simeq \hbar v_F(k - k_F) \text{ pour } k > 0 \\ E(k) &\simeq \hbar v_F(k - k_F) \text{ pour } k < 0 \end{aligned}$$

Très naturellement, nous pouvons considérer que les états avec $k > 0$ correspondent à ceux où les électrons se déplacent dans une direction donnée (typiquement les électrons allant de gauche à droite) et les états avec $k < 0$ correspondent aux états où les électrons se déplacent dans l'autre sens (de droite à gauche). La théorie de Luttinger permet quant à elle d'étendre la linéarisation jusqu'à des valeurs négatives de k pour la branche positive et des valeurs positives de k pour la branche négative (voir Figure 3.8). Ceci revient à rajouter des états non physiques d'énergies négatives dans la théorie. La théorie des liquides de Luttinger présente l'avantage d'être résolue à l'aide de la bosonisation avec l'ajout d'un facteur de convergence permettant de contrôler les états d'énergies négatives. A l'aide du spectre linéarisé, nous pouvons réécrire l'hamiltonien du système sans interaction H_0 décrit le QW sans interaction impures :

$$H_0 = -i\hbar r v_F \sum_{r=\pm} r \int_{-\infty}^{+\infty} \psi_r^\dagger(x, t) \partial_x \psi_r(x, t) dx \quad (1.2)$$

avec $r = \pm$ les deux branches

où L est la longueur du système 1D. Les relations d'anticommutations fermioniques

usuelles se retrouvent

$$\begin{aligned} \{\psi_r^\dagger(x, t), \psi_{r'}(x', t)\} &= \delta_{r,r'} \delta(x - x') \\ \{\psi_r(x, t), \psi_{r'}(x', t)\} &= 0 \end{aligned}$$

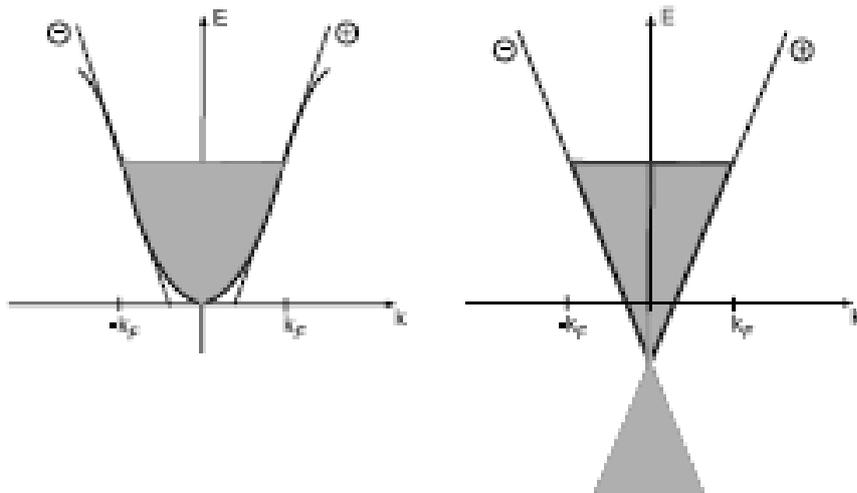


FIGURE 1.8 – Spectre original avec une structure de bande courbée (gauche). Spectre obtenu après linéarisation à la Luttinger (droite).

1.3.2 Hamiltonien d'interaction

La forme générale d'un hamiltonien décrivant une interaction instantanée entre deux corps est : H_{int} Nous supposons ici, que les interactions sont invariantes d'une part par translation spatiale et à courte portée :

$$V(x - x_0) = V_0 \delta(x - x_0)$$

et d'autre part, par rotation de spin. Néanmoins, contrairement aux dimensions supérieures, la surface de Fermi à une dimension se restreint à deux points, ce qui rend le spectre des excitations extrêmement simple. Ainsi, lorsqu'un électron se déplaçant vers la droite interagit avec un électron se déplaçant en sens opposé, deux mécanismes sont possibles. Soit ils interagissent en augmentant tous deux légèrement leur impulsion soit ils l'échangent complètement. De même, si deux électrons se suivent, mais que la célérité du second est supérieure, alors ils échangent leur moment lors de l'interaction. Ces trois processus, respectivement appelés g_2, g_1 et g_4 sont illustrés. Dans la suite de ce chapitre, nous ne

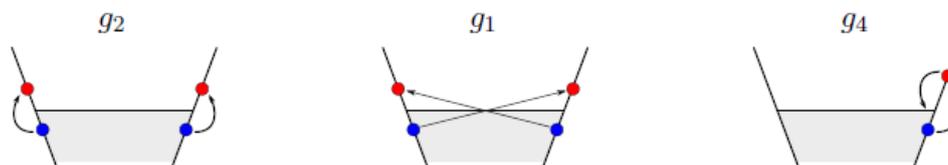


FIGURE 1.9 – Schéma des différents processus d'interactions électroniques g_2, g_1 et g_4 Les états foncés sont les fermions avant diffusion par l'interaction. Interaction inter-branche - notons qu'en l'absence de spin il est impossible de suivre chaque particule en interaction et donc de faire la différence entre diffusion en avant et en arrière. Interaction intra-branche (g_1). Processus d'Umklapp que nous négligerons dans notre discussion

traiterons que les interactions dont l'impulsion échangée est quasi-nulle, c'est-à-dire les processus de type g_2 et g_4 . Les interactions de types g_1 deviennent cependant importantes

pour les liquides avec spin . Le terme d'interaction g_4 considère l'interaction entre deux électrons appartenant à la même branche, ainsi

$$g_4 \frac{i}{2\hbar} \sum_r \psi_r^\dagger(x, t) \psi_r(x, t) \psi_r^\dagger(x, t) \psi_r(x, t) \quad (1.3)$$

De même, on en déduit le hamiltonien des processus g_2

$$g_2 \frac{i}{\hbar} \sum_r \psi_r^\dagger(x, t) \psi_r(x, t) \psi_{-r}^\dagger(x, t) \psi_{-r}(x, t) \quad (1.4)$$

Finalement, sous ces approximations, le hamiltonien d'un liquide de Luttinger devient :

$$H_{int} = \frac{1}{2} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \rho(x) V(x, x') \rho(x') dx dx' \quad (1.5)$$

est l'opérateur de densité $\rho(x) = \sum_{r, r'} \psi_r^\dagger(x, t) \psi_{r'}(x, t)$, V le potentiel d'interaction entre les électrons en fonction des terme g -logie ($g_2 g_4$).

1.4 Bosonisation

L'image la plus simple que l'on peut donner d'un système unidimensionnel est sans doute une chaîne de masses reliées par des ressorts. Lorsque l'on écarte une des masses de l'équilibre, la perturbation se propage par l'intermédiaire d'une onde à travers le système. Intuitivement, deux façons de décrire le problème émergent. Soit on décrit la position de chaque masse à un instant donné, soit on décrit l'onde qui se propage à travers le système. C'est cette idée simple mais extrêmement fructueuse qui va permettre de traiter de nombreux problèmes de la physique unidimensionnelle. Un électron se propageant à travers un fil 1D ne peut contourner ses voisins, il est condamné à un choc avec sa particule voisine et à lui transmettre son impulsion. Celle-ci va transférer son impulsion à son voisin immédiat et l'excitation va donc se propager à travers le système. Plutôt que de décrire le système par la position des électrons nous allons donc le décrire par ses excitations collectives, c'est-à-dire des bosons (ce qui donne le nom de bosonisation à cette description). Ceci rend cette description relativement agréable à manier, . La bosonisation est une procédure technique qui permet la description de fermions en interaction dans un système unidimensionnel en termes de bosons sans interaction et repose sur l'idée suivante : les excitations particule-trou ont un caractère bosonique et sont bien définies à basse énergie. Elle a fait l'objet de nombreux articles [14, 21, 17, 18, 19, 20, 22]. Comme nous venons de le voir, les excitations élémentaires qui existent dans les systèmes unidimensionnels sont collectives et s'écrivent en termes d'opérateurs de densité. De ce constat, nous introduisons de nouveaux opérateurs bosoniques qui ne dépendent pas des branches . Cette écriture dans une nouvelle base est l'idée maîtresse de la bosonisation

1.4.1 l'hamiltonien de bosonisation

L'objectif de la bosonisation est de ré exprimer l'hamiltonien en termes d'opérateurs bosoniques qui obéissent aux relations usuelles de commutations. La méthode suivante permet de définir ces opérateurs, la première étape consistant à introduire la densité d'électrons sur chaque branche de la relation de dispersion $\rho_r(x) = \psi_r^\dagger(x, t) \psi_r(x, t)$ Le

passage dans l'espace des impulsions est nécessaire en procédant à une transformée de Fourier $\rho_r(p) = \int_0^L dx e^{ipx} \rho_r(x)$ Les équations $\{\psi_r^\dagger(x, t), \psi_{r'}(x', t)\} = \delta_{r,r'} \delta(x - x')$, $\{\psi_r(x, t), \psi_{r'}(x', t)\} = 0$ nous permettent de calculer aisément les commutateurs de $\psi_r(x, t)$ avec l'opérateur densité dans l'espace réel

$$[\psi_r(x), \rho_r(x')] = \delta(x - x') \psi_r(x, t) \quad (1.6)$$

De plus, la relation de commutation entre l'opérateur densité et lui même nous donne $[\rho_r(p), \rho_r(p)] = \frac{-rp\delta_{p,-p'}}{2\pi}$ Ainsi, nous obtenons, à un facteur près, des relations de commutations usuelles. L'introduction de nouveaux opérateurs $b^\dagger(k)$ et $b(k)$ nous permettra par la suite d'éliminer le facteur en question :

$$b^\dagger(k) = ri \sqrt{\frac{2\pi}{rk}} \rho_r(k) \quad (1.7)$$

$$b(k) = -ri \sqrt{\frac{2\pi}{rk}} \rho_r(-k) \quad (1.8)$$

pour $r = +$ si $k > 0$ et pour $r = -$ si $k < 0$ Les relations de commutations entre ces opérateurs deviennent ainsi $[b(k), b^\dagger(k')] = i\delta_{k,k'}$, $[b(k), b(k')] = 0$.

Nous pouvons désormais introduire les champs bosoniques $\Phi_+(x)$ et $\Phi(x)$ comme des combinaisons linéaires des opérateurs densité ou des opérateurs bosoniques $b(k)$

$$\Phi_r(x) = ri \frac{2\pi}{\sqrt{L}} \sum_{k>0} \frac{e^{-ark/2}}{k} [e^{-ikx\rho_r(k)} - e^{ikx\rho_r(-k)}] \quad (1.9)$$

$$\Phi_r(x) = r \frac{\sqrt{4\pi}}{\sqrt{2L}} \sum_{k>0} \frac{e^{-ark/2}}{rk} [b^\dagger(k)e^{-ikx} + b(k)e^{ikx}] \quad (1.10)$$

a est un facteur de convergence que nous ferons tendre vers zero à la fin du calcul afin d'obtenir les quantités voulues. Ce facteur n'est rien d'autre que le cut-off de Luttinger, son introduction est nécessaire pour compenser la présence des états d'énergie négatifs introduits dans la linéarisation du spectre. Les relations de commutations de ces nouveaux champs bosoniques avec la densité s'écrivent dans l'espace réel

$$[\Phi_r(x), \rho_r(x')] = -i\delta(x-x') \quad (1.11)$$

. Nous obtenons donc deux champs conjugués Φ et ρ . Il reste cependant nécessaire de connaître la relation de commutation des champs entre eux à des positions différentes pour avoir une théorie complète

$$[\Phi_r(x), \Phi_r(x')] = ri\pi \text{sgn}(x - x') \quad (1.12)$$

les relations précédentes nous permettent d'écrire par identification

$$\psi_r(x) = \frac{M_r}{\sqrt{2\pi a}} e^{irkFx} e^{i\Phi_r(x)} \quad (1.13)$$

où M_r est le facteur de Klein. Ce facteur permet l'ajout ou la suppression d'une particule sur la branche r , mais assure également aux champs fermioniques des relations d'anticommutations correctes car lui même possède des relations d'anticommutations usuelles

$$\begin{aligned}\{M_r, M_{r'}\} &= 2\delta_{r,r'} \\ \{Mr, Mr\} &= 0, \{M_r^\dagger, M_{r'}^\dagger\} = 0\end{aligned}$$

1.4.2 Expression de l'hamiltonien cinétique bosonisé

l'hamiltonien cinétique s'écrit comme [39, 41] décrit le QW sans interaction impures :

$$H_0 = -i\hbar r v_F \sum_{r=\pm} r \int_{-\infty}^{+\infty} \psi_r^\dagger(x, t) \partial_x \psi_r(x, t) dx \quad (1.14)$$

. Le remplacement des opérateurs densités par leurs expressions en termes des champs bosoniques préalablement introduits

$$\Phi_r(x) = r \frac{\sqrt{4\pi}}{\sqrt{2L}} \sum_{k>0} \frac{e^{-ark/2}}{rk} [b^\dagger(k)e^{-ikx} + b(k)e^{ikx}] \quad (1.15)$$

est trivial car sa dérivation nous offre la possibilité d'écrire

$$\rho_r(x) = \frac{r}{2\pi} \frac{\partial \Phi_r(x)}{\partial x} \quad (1.16)$$

Remplaçons cette relation dans notre hamiltonien H0 pour obtenir

$$H_0 = \frac{\hbar v_F}{2\pi} \int_0^L \left[\left(\frac{\partial \Phi_+(x)}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial \Phi_-(x)}{\partial x} \right)^2 \right] \quad (1.17)$$

1.4.3 Expression de Hamiltonien Bosonisé

$$H_{int} = \frac{1}{2} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \rho(x) V(x, x') \rho(x') dx dx' \quad (1.18)$$

D'après l'équation $\rho_r(x) = \frac{r}{2\pi} \frac{\partial \Phi_r(x)}{\partial x}$
Nous pouvons donc écrire le hamiltonien totale :

$$H = \frac{u}{2\pi} \int_0^L \left[K \left(\frac{\partial \Phi_+(x)}{\partial x} \right)^2 + 1/K \left(\frac{\partial \Phi_-(x)}{\partial x} \right)^2 \right] \quad (1.19)$$

En présence d'interaction, nous retrouvons un hamiltonien quadratique. le liquide de Luttinger est décrit par les deux nouveaux paramètres u et K, u étant la célérité des ondes de densité de charge se propageant dans le liquide de Luttinger et K un réel qui traduit l'importance des processus g_2 et g_4 tel que

$$\begin{aligned}uK &= v_F \left(1 + \frac{g_4}{2\pi v_F} - \frac{g_2}{2\pi v_F} \right) \\ u/K &= v_F \left(1 + \frac{g_4}{2\pi v_F} + \frac{g_2}{2\pi v_F} \right)\end{aligned}$$

Pour $K < 1$ les interactions sont répulsives tandis que pour $K > 1$ elles sont attractives.

Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons présenté et utilisé la technique de bosonisation afin de rendre quadratique et donc diagonalisable le hamiltonien d'un système de fermions en interaction en une dimension, en le décrivant par un modèle de bosons libres. Le modèle ainsi obtenu est résoluble pour des interactions, même très fortes. En revanche, la solution reste limitée à des processus de diffusion vers l'avant. Cette technique nous a également permis de déterminer les expressions bosonisées du lagrangien et de l'action euclidienne qui sont nécessaires pour la détermination des fonctions de Green, lesquelles portent les informations pertinentes pour l'étude des propriétés d'un système. De manière générale, nous avons retrouvé une correspondance systématique entre les opérateurs d'un système fermionique et ceux d'un système bosonique, déjà bien connue et très utilisée.

Chapitre 2

Modèle et résultats

Dans ce chapitre, nous expliciterons les différents outils de calcul que nous avons utilisés. À citer, le formalisme des fonctions de Green ainsi que l'équation de Dyson. Par la suite, nous appliquons ces outils à notre système qui est un fil quantique infini en présence de deux impuretés. Nous exposons ensuite les différentes étapes du calcul, ainsi que le résultat final.

2.1 Méthodologie

2.1.1 Fonction de Green

Les fonctions de Green constituent une méthode assez général de résolution d'équations différentielles, ou de transformation d'équations différentielles en équations intégrales. Elles sont extrêmement utilisée en mécanique quantique (voir figure 2.1), où on les appelle des propagateurs. Nous n'aborderons ce sujet que très légèrement ici, juste pour rappeler les grands principes de la méthode. Supposons que nous voulons résoudre l'équation différentielle, on introduit le formalisme des fonctions de Green. On ne cherchera pas ici à décrire ce formalisme dans toute sa généralité, mais on retiendra un certain nombre de notions indispensables.

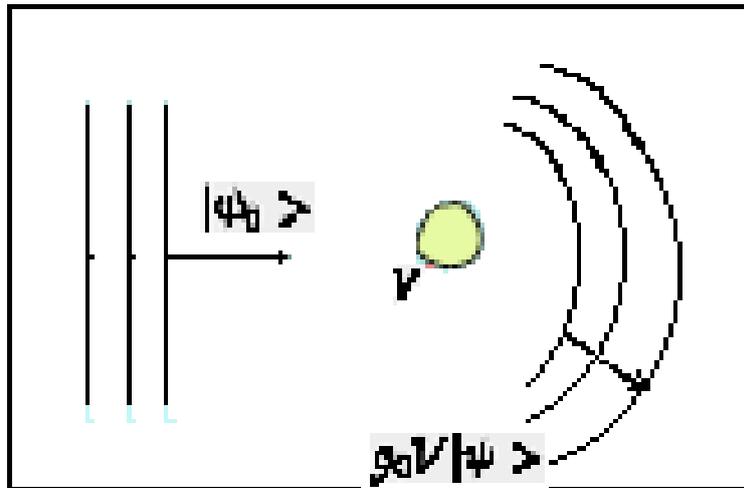


FIGURE 2.1 – schéma de l'équation de Lippmann-Schwinger $|\Psi\rangle = |\Psi_0\rangle + g_0V|\Psi\rangle$ explique bien l'utilité de la fonction de Green en mécanique quantique, et dans le formalisme de Dyson

Fonction de Green de l'équation de Schrödinger

On considère l'équation de Schrödinger associée à l'hamiltonien H

$$\frac{\partial}{\partial t} |\Psi_r(x, t)\rangle = H |\Psi_r(x, t)\rangle = (H_0 + V) |\Psi_r(x, t)\rangle \quad (2.1)$$

tel que : $H = H_0 + V$

V est le potentiel de désordre. On décrit ici des électrons libres supposés sans spin. L'évolution temporelle d'un état $|\Psi_r(x, t)\rangle$ est décrite au moyen de l'opérateur unitaire d'évolution $U(t)$:

$$|\Psi_r(x, t)\rangle = U(t, t') |\Psi_r(t')\rangle = e^{-iH(t-t')} |\Psi_r(t')\rangle \quad (2.2)$$

, on définit la fonction de Green par :

$$|\Psi_r(x, t)\rangle = U(t, t') |\Psi_r(t')\rangle = G^R(t - t') |\Psi_r(t')\rangle \quad (2.3)$$

En représentation spatiale,

$$\Psi_f(x, t) = \langle x | \Psi_f(t) \rangle = \int dx' \langle x | e^{-iHt} | x' \rangle \Psi(0, x') \quad (2.4)$$

Ainsi définie, la fonction $G(x, x', t)$ décrit l'évolution par définition de la fonction de green retardé G^R et Avec la convention de la figure on définit la fonction de green par :

$$G(x, x', t) = \langle x | e^{-iH} | x' \rangle = \sum_n \Phi_n(x) \Phi_n^*(x') e^{-i\varepsilon_n t} \quad (2.5)$$

où ε_n , et Φ_n sont respectivement les énergies propres et les états propres normés de H . Ainsi définie, la fonction $G(x, x', t)$ décrit l'évolution d'un état $|x'\rangle$ au temps $t = 0$ vers l'état $|x\rangle$ à un temps t dont le signe n'est pas précisé. Si on veut décrire l'évolution d'un état créé au temps $t = 0$ vers les temps positifs ou négatifs, on est amené à définir les opérateurs

$$\hat{G}^R(t) = -i\theta(t)U(t) = -\theta(t)e^{-iHt}$$

$$\hat{G}^A(t) = i\theta(-t)U(t) = \theta(-t)e^{-iHt}$$

dont les représentations spatiales correspondent aux fonctions de Green retardée

$$G^R(x, x', t) = -i\theta(t) \langle x | e^{-iH} | x' \rangle = -i\theta(t) \sum_n \Phi_n(x) \Phi_n^*(x') e^{-i\varepsilon_n t} \quad (2.6)$$

$$G^A(x, x', t) = i\theta(-t) \langle x | e^{-iH} | x' \rangle = i\theta(-t) \sum_n \Phi_n(x) \Phi_n^*(x') e^{-i\varepsilon_n t} \quad (2.7)$$

les transformées de fourier

$$G^{R,A}(x, x', \varepsilon) = \int_{-\infty}^{\infty} G^{R,A}(x, x', t) e^{-i\varepsilon t} dt \quad (2.8)$$

s'écrivent :

$$G^{R,A}(x, x', \varepsilon) = \sum_n \frac{\Phi_n(x) \Phi_n^*(x')}{\varepsilon - \varepsilon_n \pm i_0}$$

La convergence des intégrales aux temps longs nécessite l'introduction d'une partie imaginaire à l'énergie, le signe $\pm i_0$ correspondant respectivement aux parties retardée et avancée. La relation permet d'introduire formellement les opérateurs transformés de Fourier de

$$G^{R,A}(x, x', \varepsilon) = \frac{1}{\varepsilon - H \pm i_0} \quad (2.9)$$

. définit de même les opérateurs de Green libres associés à l'hamiltonien

$$G_0^{R,A}(x, x', \varepsilon) = \frac{1}{\varepsilon - H_0 \pm i_0} \quad (2.10)$$

les relations récritent sous la forme $(\varepsilon - H)G = I$ et $(\varepsilon - H_0)G_0 = I$,

Quelques propriétés des fonctions de Green

On a introduit la fonction de Green à partir de l'opérateur d'évolution. Celle-ci mesure aussi la réponse impulsionnelle associée à l'équation de Schrodinger. En effet, en représentation spatiale la relation s'écrit

$$(\varepsilon - H \pm i0)G^{R,A}(x, x', \varepsilon) = \delta(x - x') \quad (2.11)$$

Par ailleurs, la fonction de Green vérifie les propriétés :

$$G^R(x, x', \varepsilon)^* = G^A(x', x, \varepsilon) \quad (2.12)$$

$$G^R(x, x', t)^* = G^A(x', x, -t) \quad (2.13)$$

On définit aussi la partie imaginaire de G^R par $G^R_{parim} = \frac{G^R - G^A}{2i}$ (2.14)

la dérivé de la Fonction de Green à une particule par rapport au temps $G^R(t - t') = U(t, t')\theta(t - t')$ et t' est la fonctions de Heaviside .

$$\frac{\partial G^R(t - t')}{\partial t} = \frac{\partial [U(t, t')\theta(t - t')]}{\partial t} \quad (2.15)$$

alors

$$\frac{\partial G^R(t - t')}{\partial t} = \frac{\partial [U(t, t')]}{\partial t} \theta(t - t') + U(t, t') \frac{\partial [\theta(t - t')]}{\partial t} \quad (2.16)$$

donc

$$\frac{\partial G^R(t - t')}{\partial t} = \frac{\partial [U(t, t')]}{\partial t} \theta(t - t') + U(t, t') \delta(t - t') \quad (2.17)$$

$$\frac{\partial G^R(t - t')}{\partial t} = -iHU(t, t')\theta(t - t') + U(t, t')\delta(t - t') \quad (2.18)$$

$$(i \frac{d}{dt} - H)G^R(t - t') = i\delta(t - t') \quad (2.19)$$

remarque pour un problème à N fermions ou un électron en présence de la mer de fermi la fonction de green retardé G^R est :

$$G^R_{r,r'}(x, x', t, t') = -i\Theta(t - t') \langle \Psi_0 | \Psi_r(x, t); \Psi_{r'}^\dagger(x', t') | \Psi_0 \rangle \quad (2.21)$$

$|\Psi_0\rangle =$ Etat fondamental exact du probleme à T=0

$|\Psi_r(x, t)\rangle =$ Opérateur de champs en représentation d'Heisenberg (2.21)

$$T[A(t)B(t')] = \begin{cases} = A(t)B(t') & \text{si } t > t' \\ = B(t')A(t) & \text{si } t < t' \end{cases}$$

2.1.2 équation de Dyson

On cherche maintenant à établir un développement perturbatif à partir de la relation entre G et G_0 . Formellement, ce développement est en utilisant la relation sous la forme (2.22)

$$(\varepsilon - H)G = I \quad (2.23)$$

$$(\varepsilon - H_0)G_0 = I \quad (2.24)$$

,s'écrit :

$$G = G_0 + G_0VG \quad (2.26)$$

qui devient encore

$$G = G_0 + G_0VG_0 + G_0VG_0VG_0 + \dots \quad (2.27)$$

En représentation spatiale, il devient :

$$G(x, x') = G_0(x, x') + \int dx'' G_0(x, x'')V(x'')G_0 + \dots \quad (2.28)$$

2.1.3 Solution d'équation Dyson

solution de l'équation dite de Dyson

$$\bar{G}(k) = G_0(k) + G_0(K)\Sigma(k, \varepsilon)\bar{G}(k) \quad (2.29)$$

La fonction $\Sigma(k, \varepsilon)$ appelée self-énergie est, par construction, la somme d'une infinité de diagrammes irréductibles, la fonction. L'équation de Dyson correspondante s'écrit sous la forme

$$\bar{G}(k) = \frac{1}{\varepsilon - \varepsilon(k) - \Sigma(k, \varepsilon)} \quad (2.30)$$

2.1.4 Self-énergie Σ

Self-énergie contient une infinité de termes. Le calcul de la self-énergie est en principe un problème difficile, il est commode de définir la self-énergie par :

$$G(k)^{-1} = G_0(k)^{-1} - \Sigma(k, \varepsilon) \quad (2.31)$$

G_0 est la fonction de Green du système sans interaction,

2.1.5 Fonction de Green et densité d'états

La fonction de Green contient toutes les informations sur les solutions de l'équation de Schrödinger. En particulier, elle est reliée à la densité d'états On définit :

la densité d'états locale au point r :

$$P(x, \varepsilon) = \sum_n |\Phi_n(x)|^2 \delta(\varepsilon - \varepsilon_n) \quad (2.32)$$

la densité d'états non locale :

$$P(x, x', \varepsilon) = \sum_n \Phi_n(x)\Phi_n^*(x')\delta(\varepsilon - \varepsilon_n) \quad (2.33)$$

à partir de l'équation

$$G^{R,A}(x, x', \varepsilon) = \sum_n \frac{\Phi_n(x)\Phi_n^*(x')}{\varepsilon - \varepsilon_n \pm i0} \quad (2.34)$$

et la relation

$$\frac{1}{x + i0} = pp\frac{1}{x} - i\pi\delta(x) \quad (2.35)$$

permet d'écrire la densité d'états non locale

$$P(x, x', \varepsilon) = -\frac{1}{\pi}imG^R(x, x', \varepsilon) = -\frac{G^R(x, x', \varepsilon) - G^A(x, x', \varepsilon)}{2i\pi} \quad (2.36)$$

ainsi que la densité d'états locale

$$P(x, \varepsilon) = -\frac{1}{\pi}imG^R(x, x, \varepsilon) \quad (2.37)$$

et d'obtenir la densité d'états par unité de volume sous la forme :

$$P(\varepsilon) = -\frac{1}{\Omega\pi}im \int dx G^R(x, x, \varepsilon) \quad (2.38)$$

Ainsi $p(x, \varepsilon)$ et $P(\varepsilon)$ est la moyenne spatiale de $p(x, \varepsilon)$.

la fonction Green est indispensable en physique parce qu'elle est liée à des quantités physiques intéressantes et de nous aide à construire une équation à partir d'un problème connu, on peut la résoudre avec la méthode de l'équation de Dyson qui est l'une des méthodes les plus intéressantes en théorie de perturbation

2.2 Densité d'états d'interaction dans un fil quantique avec des impuretés : Une approche de l'équation Dyson

Nous calculons la densité d'états pour un fil quantique interagissant en présence de deux impuretés arbitraires force potentielle. Pour effectuer ce calcul, nous décrivons les interactions de Coulomb dans le fil avec la théorie des liquides de Tomonaga-Luttinger sans spin (onde de spin) (voir la figure 1.5). Après l'établissement et la résolution de l'équation de Dyson pour le retard fermionique. Les fonctions de Green, nous étudions comment le profil de la densité locale d'états est affectée par les interactions dans toute la gamme des potentiels d'impuretés. Même dans le cas sans interaction, lorsque l'on augmente la résistance à l'impureté, la partie centrale du fil devient de plus en plus déconnectée des conducteurs semi-infinis et des états localisés commencent à se former; la largeur et la périodicité des pics correspondants au spectre dépendent de la force d'interaction. Comme prévu à partir de la théorie des liquides de Luttinger, les impuretés induisent également une réduction de la densité locale d'états aux petites énergies. Deux autres aspects importants sont mis en évidence : l'apparition d'une modulation supplémentaire dans la densité des états à impulsion non nulle lorsque les interactions sont présentes, et le fait que la diffusion vers l'avant doit être prise en compte afin d'atteindre un blocage de blocus pour une forte impureté.

2.2.1 Modèle

le problème des interactions et le désordre est un problème de longue durée dans la matière condensée. Dans un système unidimensionnel, dans lequel les interactions peuvent être traitées exactement en utilisant la théorie liquide de Luttinger [2, 13] et la bosonisation [14, 21, 17, 18, 19, 20, 22]., beaucoup de progrès à comprendre les effets de l'impureté ont été réalisés au cours des

20 dernières années. Il a été montré que les interactions répulsives telles que les interactions de Coulomb renormaliser la force d'impureté, de sorte que à basse énergie même une impureté faible a un effet très fort et peut réduire le fil en deux morceaux[23, 27] Cela se traduit par une réduction de la densité locale d'états (de LDOS) aux basses énergies, et LDOS désintègre à zéro en tant que loi de puissance[28, 32]. Aux hautes énergies, l'effet de l'impureté consiste en une petite loi de puissance correction de la LDOS imperturbable. Les deux lois de puissance sont caractérisés par deux exposants différents qui dépendent la force d'interaction. Ces deux régimes ont été décrits dans approuvativement le cadre du modèle liquide Luttinger par diverses techniques, par exemple, le groupe de renormalisation[33, 34], Le Keldysh formalisme[31, 32], Ou la dualité entre le faible impureté régime et le régime fort d'impureté[35]. ces techniques avoir comme point de départ , soit le fil propre infini ou un système de deux découplé fils semi-infinies et, à côté, on considère petites perturbations induites par impureté autour de ces points. Cependant, la transition entre les deux limites ne peut pas être capturé par des techniques perturbatifs. Ensuite, des techniques spéciales de Bethe et ansatz la méthode de refermionisation[24, 37] , approches basées sur la théorie de resommation des termes de perturbation[38, 41] , Ou la méthode de point fixe non perturbative en tunnel[42] Sont nécessaires. Ce serait donc un grand intérêt pour être en mesure de saisir cette transition par des méthodes plus directes comme la technique de l' équation Dyson nous proposons ici. C'est notre première motivation pour lutter contre ce problème. Notre deuxième motivation vient d'une personne plus appliquée respectifs, et consiste à fournir une méthode pour démêler les effets des contacts métalliques qui sont inévitablement reliées à un fil quantique interagissant (QW) dans la mesure de processus, permettant d'avoir accès à évaluer la force des interactions qui s'y trouvent dans le fil . Les premières tentatives pour mesurer le paramètres d'interaction dans un QW reposent sur l'existence des corrections en loi de puissance induite par impureté dans le LDOS détectable dans les mesures de conductance[27, 43] . cependant, cela a avéré être une tâche très difficile, en raison notamment aux incertitudes de montage en loi de puissance sur les dépendances petits intervalles d'énergies. Par la suite, d' autres plus direct des mesures telles que le bruit de grenaille ont été proposées[44, 48] . Malheureusement, il a été montré que, dans ces expériences, les contacts métalliques empêchent d'avoir accès à La valeur du paramètre d' interaction[32, 45, 49, 51] . La modélisation des contacts métalliques nous fournit avec deux défis. La première consiste dans l'introduction de deux impuretés au niveau des deux jonctions entre le fil et les contacts. D'une manière générale, les potentiels induits par des impuretés ces impuretés ne sont ni trop petit ni trop grand, et une technique non perturbative serait nécessaire pour capturer la transition entre les petites et les grandes valeurs de l'impureté . Deuxièmement, la physique du système est grandement affecté par le fait que les deux fils métalliques sont semi-infini sans interaction, et donc une modélisation correcte du système doit inclure l'hétérogénéité spatiale dans l'interaction des forces. Comme mentionné ci-dessus, cette inhomogénéité empêche d'avoir accès à la valeur de l'interagissant paramètre via des expériences de bruit prises. Ces deux aspects doivent à prendre en compte pour évaluer correctement l'effet de Contacts. La première question, à savoir, la transition entre la petite et grosses impuretés, est un problème intéressant qui est présent même en l'absence d'interactions. Pour un système sans interaction il a été montré que le passage d'une Fabry-Pérot à un Régime de blocage de Coulomb se produit lorsque la force d'impuretés augmente. Ainsi, pour les impuretés faibles oscillations Fabry-Perot survenir dans la dépendance des LDOS sur l' énergie[49, 52, 54] . Pour de grandes valeurs du potentiel d'impuretés, le système est coupé dans une région points quantiques comme centrale et deux semi-infini les fils et le spectre d'énergie de la partie centrale est constituée en niveaux discrets dont l' énergie est proportionnelle à son inverse longueur[55, 63] . La largeur de ces états se rétrécit et plus faible lorsque la partie centrale est de plus en plus déconnecté des pistes. Comprendre l'effet des interactions sur la transition entre le Coulomb-blocus et le régime de Fabry-Perot est un problème de physique mésoscopique de

longue temps. des autres facteurs entrent également , comme la levée de la dégénérescence entre les niveaux d'énergie lorsque les interactions de Coulomb sont présent. Ceci est particulièrement intéressant dans le cas de spin en cette situation, la fréquence des oscillations dans la LDOS devrait changer entre le Coulomb-blocus et les régimes de Fabry-Pérot ; divers travaux ont tenté pour aborder ce problème en utilisant différentes méthodes[64, 65] . Dans ce travail, nous développons une approche qui permet de étudier l'interaction entre les impuretés et les interactions pour les impuretés de taille arbitraire. Notre approche est basée sur l'écriture et en résolvant les équations de Dyson pour un fil avec un ou deux impuretés. Dans cet article, nous considérons un fil infini homogène interagissant QW et le formalisme correspondant pour les fermions est Les fonctions de Green. Cela nous permet d'étudier le premier aspect de problème posé par la présence des contacts, à savoir la présence d'une ou deux impuretés de taille arbitraire. Nous commençons par l'étude d'un homogène infini interagissant QW avec une seule impureté. Nous calculons la forme des oscillations de Friedel ainsi que la dépendance des LDOS avec énergie. Pour les impuretés faibles nous récupérons la Luttinger loi de puissance liquide dépendance attendue de l'impureté avec une énergie à la fois basses et hautes énergies. Pour de fortes impuretés soit à des énergies élevées ou à de grandes distances impureté, nous récupérons une dépendance en loi de puissance avec le même exposant $(K + K^{-1} - 2)/2$, comme pour le régime faible d'impuretés, compatible avec les prédictions liquides de Luttinger. Cependant, à faible consommation d'énergie et faible distance, notre approche ne parvient pas à récupérer la transition vers une autre loi de puissance exposant caractéristique pour briser le fil en deux morceaux l'indépendance, à savoir, avec l'exposant $(K^{-1} - 1)$. Cela vient d'un inconvénient dans l'approximation utilisée dans notre approche, qui consiste à négliger le terme croisé de deux potentiels d'impuretés et d'interactions de Coulomb dans l'équation de Dyson. Cela ne cependant pas d' incidence sur le comportement de grandes distances énergies, et la validité de principaux résultats de cette étude, à savoir, la dépendance de LDOS dans un fil avec deux impuretés et le passage de régime faible d'impureté au régime forte impureté. Pour un fil en interaction homogène avec deux impuretés, nous constatons que l'effet principal des interactions est de modifier l'amplitude des oscillations de Fabry-Perot, ainsi que la hauteur et la largeur des pics provoque le blocage de Coulomb. Plus précisément, lorsque les interactions sont prises en compte, dans les faible impureté , les oscillations sont réduites, tandis que dans les forte impureté les pics deviennent plus larges et plus petits. Les interactions aussi affecter la fréquence des oscillations et de la distance entre les pics. En outre, comme pour une seule impureté, dépendances loi de puissance des LDOS avec l'énergie se posent, et le LDOS est réduit à zéro sur les sites d'impuretés. l'accord entre la forme que nous obtenons pour les LDOS dans un fil avec deux impuretés, et celui obtenu par une technique complètement différente par Anfuso et Eggert[66]. Pour une boîte Luttinger la Même Référence[66] . nous constatons que dans la dynamique non nulle modulation la dépendance spatiale du LDOS qui se pose en présence uniquement d'interactions.

Nous considérons un canal fil quantique avec deux impuretés à des positions x_1 et x_2 .

$$\begin{cases} x_1 = -L/2 \\ x_2 = L/2 \end{cases}$$

(voir la figure 2.2) , Où L est la distance entre les impuretés. Les impuretés sont décrites par potentiels rétrodiffusion $\lambda_{1,2}^B$ de diffusion potentiels diffusion en avant $\lambda_{1,2}^F$ Le hamiltonien peut être écrite comme $H = H_0 + H_{imp} + H_{int}$, Où H_0 décrit le hamiltonien de QW sans interaction et sans impuretés :

$$H_0 = -i\hbar r v_F \sum_{r=\pm} r \int_{-\infty}^{+\infty} \psi_r^\dagger(x, t) \partial_x \psi_r(x, t) dx \quad (2.39)$$

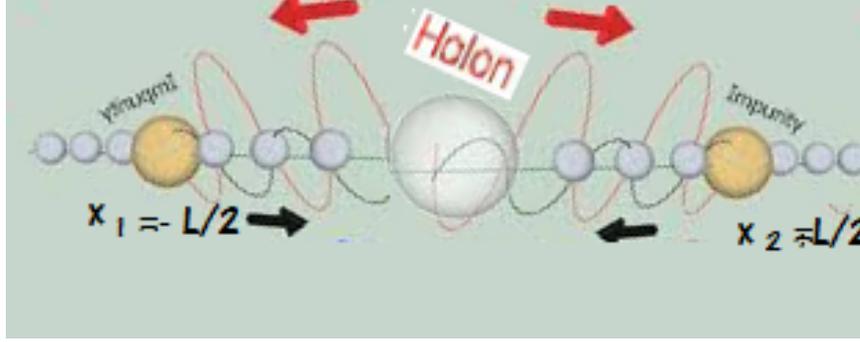


FIGURE 2.2 – un canal avec deux impuretés comporte de deux ondes l’onde en avant en rouge et l’onde rétrodiffusion en noir

la vitesse de Fermi, sont la création et d’ annihilation opérateurs fermioniques associés à la droite déménageurs ($r = +$) et à gauche déménageurs ($r = -$). Le hamiltonien décrit l’interaction de Coulomb dans le fil :

$$H_{int} = \frac{1}{2} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \rho(x)V(x, x')\rho(x')dx dx' \quad (2.40)$$

est l’opérateur de densité $\rho(x) = \sum_{r,r'} \psi_r^\dagger(x, t)\psi_{r'}(x, t)$, et V est le potentiel de Coulomb qui est supposé être de courte portée Le hamiltonien d’impureté contient deux types de contribution Terme en arrière-diffusion

$$H_B = \sum_{r=\pm} \sum_{i=1,2} \int_{-\infty}^{+\infty} \lambda_i^B(x)\psi_r^\dagger(x, t)\psi_{-r}(x, t)dx \quad (2.41)$$

et Terme de l’ avant-diffusion

$$H_F = \sum_{r=\pm} \sum_{i=1,2} \int_{-\infty}^{+\infty} \lambda_i^F(x)\psi_r^\dagger(x, t)\psi_r(x, t)dx \quad (2.42)$$

dans ce qui suit, nous supposons que les impuretés sont localisées, . Notez que dans certains travaux traiter avec des impuretés dans un liquide Luttinger, le prospectifs termes de diffusion ne sont pas inclus avec la justification que ces termes peuvent être incorporés dans la partie cinétique . Ceci est correct dans la limite faible impureté , mais ne tient pas dans la limite forte impureté. En effet, la densité d’états est fortement affectée par les termes de l’ avant-diffusion à forte $\lambda_{1,2}^F, \lambda_{1,2}^B$; en particulier, ces termes doivent être pris en compte explicitement afin d’atteindre le blocage de Coulomb.

2.3 Densité d’états d’un fil quantique en présence d’impureté

2.3.1 Formulation générale

La densité d’états dépendant de la position peut être obtenue à partir de la fonction de Green retardée généralisée comme suit :

$$\rho(x, \omega) = -\frac{1}{\pi} \sum_{r,r'} \text{Im}\{G_{r,r'}^R(x, x; \omega)\} \quad (2.43)$$

où $G_{r,r'}^R(x, x', t, t') = -i\Theta(t - t') < \Psi_r(x, t); \Psi_{r'}^\dagger(x', t') > \Theta(t - t')$

est la fonction de Heaviside, Afin que , nous avons établi l'équation Dyson associé à l'hamiltonien H.de calculer la forme des fonctions Green la présence d'impureté . En supposant que les interactions de Coulomb sont fortement atténuées avec la distance et faible par rapport à l'énergie et en négligeant les apports mélanger les potentiels d'impuretés et le potentiel de Coulomb, à savoir, en supposant que , on obtient sont les fonctions de Green d'un interagissant propre fil homogène, associé à . Ils peuvent être obtenu dans le cadre de la théorie Tomonaga-Luttinger[2, 3]. Pour une QW infinie avec des interactions uniformes, leurs forme a été dérivée explicitement dans Référence[71]. Ce sont ces fonctions dépendent d'un seul chiralité indice r en l'absence de impureté

$$g_r^R(x, x') = \frac{-e^{irk_F(x-x')} K^2(\omega + i0)}{2\hbar v_F \omega_c \sqrt{\pi} \Gamma(1 + \gamma)} \left(\frac{2i |x - x'| \omega_c}{ak(\omega + i0)} \right)^{\frac{1}{2} - \gamma} \quad (2.44)$$

$$\times \left[\kappa_{\gamma - \frac{1}{2}} \left(\frac{k |x - x'| (\omega + i0)}{ia\omega_c} \right) - \text{sgn}[r(x - x')] \kappa_{\gamma + \frac{1}{2}} \left(\frac{k |x - x'| (\omega + i0)}{ia\omega_c} \right) \right]$$

a est la coupure petite distance de la Tomonaga-Luttinger liquide théorie , et K sont, respectivement, Γ, κ , le gamma modifié et fonctions gamma et $\gamma = (K + K^{-1})/2$

Ici, K est le paramètre d'interaction qui est liée au potentiel d'interaction par la relation $K = [1 + 4V/(\pi v_F)]^{-1/2}$. A la limite , sans interaction $K = 1$, l' équation

$$g_r^R(x, x') = -i \frac{e^{irk_F(x-x')}}{\hbar v_F} e^{i\omega r(x-x')/v_F} \Theta[r(x - x')] \quad (2.45)$$

Les formules ci - dessus contiennent toutes les informations nécessaires pour calculer les LDOS de tout fil chiral en présence d'un ou deux impuretés en fonction de l' énergie et la position. Il est en effet une généralisation des solutions obtenues[72] Pour les systèmes sans interaction à prendre en compte les effets des interactions. Une amélioration importante concerne[72] Dans les sections suivantes, nous utilisons ces solutions pour calculer pour un liquide de Luttinger infini avec une interaction différente les points forts et les potentiels d'impuretés, d' abord pour une QW avec un seul impureté et le second en présence de deux impuretés .

2.3.2 équation Dyson au présence de deux impuretés d'un fil quantique

on obtient l'équation de Dyson appliquons l'équation de Hamilton ou le $[H; \psi_r(x, t)]$ est un commutateur

$$\partial_t \psi_r(x, t) = i[H; \psi_r(x, t)]/\hbar \quad (2.46)$$

$$\partial_t \psi_r(x, t) = rv_f \partial_x \psi_r(x, t) - \frac{i}{\hbar} \sum_{i=1,2} [\lambda_i^B(x) \psi_{-r}(x, t) + \lambda_i^F(x) \psi_r(x, t)] - \frac{i}{2\hbar} \sum_{r_1, r_2, r_3} \int_{-\infty}^{+\infty} dx'' V(x, x'') \times \{\psi_{r_1}^\dagger(x'', t) \psi_{r_2}(x'', t); \psi_{r_3}(x, t)\} \quad (2.47)$$

multiplions l'équation par $\psi_{r'}^\dagger(x', t')$

$$\begin{aligned} \partial_t \psi_r(x, t) \psi_{r'}^\dagger(x', t') &= rv_f \partial_x \psi_r(x, t) \psi_{r'}^\dagger(x', t') - \frac{i}{\hbar} \sum_{i=1,2} \lambda_i^B(x) \psi_{-r}(x, t) \psi_{r'}^\dagger(x', t') \\ + \sum_{i=1,2} \lambda_i^F(x) \psi_r(x, t) \psi_{r'}^\dagger(x', t') &- \frac{i}{2\hbar} \sum_{r_1, r_2, r_3} \int_{-\infty}^{+\infty} dx'' V(x, x'') \times [\psi_{r_1}^\dagger(x'', t) \psi_{r_2}(x'', t) \psi_{r_3}(x, t) \psi_{r'}^\dagger(x', t') \\ &+ \psi_{r_3}(x'', t) \psi_{r_1}^\dagger(x'', t) \psi_{r_2}(x, t) \psi_{r'}^\dagger(x', t')] \end{aligned} \quad (2.48)$$

à courte porté de potentiel coulombienne $x = x''$ alors l'équation devient

$$\begin{aligned} \partial_t \psi_r(x, t) \psi_{r'}^\dagger(x', t') &= r v_f \partial_x \psi_r(x, t) \psi_{r'}^\dagger(x', t') - \frac{i}{\hbar} \sum_{i=1,2} [\lambda_i^B(x) \psi_{-r}(x, t) \psi_{r'}^\dagger(x', t') \\ &+ \lambda_i^F(x) \psi_r(x, t) \psi_{r'}^\dagger(x', t')] - \frac{i}{2\hbar} \sum_{r_1, r_2, r_3} V(x, x) \times [\psi_{r_1}^\dagger(x, t) \psi_{r_2}(x, t) \psi_{r_3}(x, t) \psi_{r'}^\dagger(x', t') \\ &+ \psi_{r_3}(x, t) \psi_{r_1}^\dagger(x, t) \psi_{r_2}(x, t) \psi_{r'}^\dagger(x', t')] \end{aligned} \quad (2.49)$$

$$\begin{aligned} \partial_t \psi_r(x, t) \psi_{r'}^\dagger(x', t') &= r v_f \partial_x \psi_r(x, t) \psi_{r'}^\dagger(x', t') - \frac{i}{\hbar} \sum_{i=1,2} [\lambda_i^B(x) \psi_{-r}(x, t) \psi_{r'}^\dagger(x', t') \\ &+ \lambda_i^F(x) \psi_r(x, t) \psi_{r'}^\dagger(x', t')] - \frac{i}{2\hbar} \sum_{r_1, r_2, r_3} V(x, x) \times [\psi_{r_1}^\dagger(x, t) \psi_{r_2}(x, t) \psi_{r_3}(x, t) \psi_{r'}^\dagger(x', t') \\ &+ \psi_{r_3}(x, t) \psi_{r_1}^\dagger(x, t) \psi_{r_2}(x, t) \psi_{r'}^\dagger(x', t')] \end{aligned} \quad (2.50)$$

comme les quasiparticules sont des fermions alors obéissent à la relation d'anticommutation

$$\psi_{r_1}^\dagger(x, t) \psi_{r_3}(x, t) + \psi_{r_3}(x, t) \psi_{r_1}^\dagger(x, t) = \delta_{r_1, r_3}$$

$$\begin{aligned} \partial_t \psi_r(x, t) \psi_{r'}^\dagger(x', t') &= r v_f \partial_x \psi_r(x, t) \psi_{r'}^\dagger(x', t') - \frac{i}{\hbar} \sum_{i=1,2} \lambda_i^B(x) \psi_{-r}(x, t) \psi_{r'}^\dagger(x', t') \\ &- \frac{i}{\hbar} \sum_{i=1,2} \lambda_i^F(x) \psi_r(x, t) \psi_{r'}^\dagger(x', t') - \frac{i}{\hbar} V_0 \sum_{r_1} \psi_{r_1}(x, t) \psi_{r'}^\dagger(x', t') \end{aligned} \quad (2.51)$$

$$\begin{aligned} \psi_{r'}^\dagger(x', t') \partial_t \psi_r(x, t) &= r v_f \psi_{r'}^\dagger(x', t') \partial_x \psi_r(x, t) - \frac{i}{\hbar} \sum_{i=1,2} \lambda_i^B(x) \psi_{r'}^\dagger(x', t') \psi_{-r}(x, t) \psi_{r'}^\dagger(x', t') \\ &- \frac{i}{\hbar} \sum_{i=1,2} \lambda_i^F(x) \psi_{r'}^\dagger(x', t') \psi_r(x, t) - \frac{i}{\hbar} V_0 \sum_{r_1} \psi_{r'}^\dagger(x', t') \psi_{r_1}(x, t) \end{aligned} \quad (2.52)$$

l'addition de deux équations donne :

$$\begin{aligned} \partial_t \psi_r(x, t) \psi_{r'}^\dagger(x', t') + \psi_{r'}^\dagger(x', t') \partial_t \psi_r(x, t) &= r v_f [\partial_x \psi_r(x, t) \psi_{r'}^\dagger(x', t') + \psi_{r'}^\dagger(x', t') \partial_x \psi_r(x, t)] \\ &- \frac{i}{\hbar} \sum_{i=1,2} \lambda_i^B(x) [\psi_{-r}(x, t) \psi_{r'}^\dagger(x', t') + \psi_{r'}^\dagger(x', t') \psi_{-r}(x, t) \psi_{r'}^\dagger(x', t')] \\ &- \frac{i}{\hbar} \sum_{i=1,2} \lambda_i^F(x) [\psi_r(x, t) \psi_{r'}^\dagger(x', t') + \psi_{r'}^\dagger(x', t') \psi_r(x, t)] \\ &- \frac{i}{\hbar} V_0 \sum_{r_1} [\psi_{r_1}(x, t) \psi_{r'}^\dagger(x', t') + \psi_{r'}^\dagger(x', t') \psi_{r_1}(x, t)] \end{aligned} \quad (2.53)$$

par définition de la fonction de green retardé G^R et sa dérivé par rapport au temps (Propagation d'un électron)

$$G_{r,r'}^R(x, x', t, t') = -i\Theta(t - t') \langle \Psi_r(x, t); \Psi_{r'}^\dagger(x', t') \rangle \quad (2.54)$$

$$i\partial_t G_{r,r'}^R(x, x', t, t') = \delta_{r,r'} \delta(x, x') \delta(t, t') + \Theta(t - t') \langle \partial_t \Psi_r(x, t); \Psi_{r'}^\dagger(x', t') \rangle > G_{r,r'}^R(x, x', t, t') \quad (2.55)$$

$$\begin{aligned} \hbar(i\partial_t - irv_F\partial_x)G_{r,r'}^R(x, x', t, t') &= \delta_{r,r'}\delta(x, x')\delta(t, t') + V_0 \sum_{r_1} G_{r_1,r'}^R(x, x'; t, t') \\ &+ \sum_{i=1,2} [\lambda_i^B(x)G_{-r,r'}^R(x, x'; t, t') + \lambda_i^F(x)G_{r,r'}^R(x, x'; t, t')] \end{aligned} \quad (2.56)$$

à l'absence d'impureté et d'interaction coulombienne alors $H = H_0$

$$\hbar(i\partial_t - irv_F\partial_x)g_r^{0,R}(x, x', t, t') = \delta(x, x')\delta(t, t') \quad (2.57)$$

pour simplifier les notations posant $(g_r^0)^{-1} = \hbar(i\partial_t - irv_F\partial_x)$

$$(g_r^0)^{-1}G_{r,r'} = \delta_{r,r'} + \sum_{i=1,2} [\lambda_i^B G_{-r,r'} + \lambda_i^F G_{r,r'}] + V_0 \sum_{r_1} G_{r_1,r'} \quad (2.58)$$

on remplace $r' = \pm r$

$$\begin{cases} (g_r^0)^{-1}G_{r,r} = \delta_{r,r} + \sum_{i=1,2} [\lambda_i^B G_{-r,r} + \lambda_i^F G_{r,r}] + V_0 \sum_{r_1} G_{r_1,r} \\ (g_{-r}^0)^{-1}G_{-r,r} = \delta_{-r,r} + \sum_{i=1,2} [\lambda_i^B G_{r,r} + \lambda_i^F G_{-r,r}] + V_0 \sum_{r_1} G_{r_1,r} \end{cases} \quad (2.59)$$

$$\begin{cases} [(g_r^0)^{-1} - V_0]G_{r,r} = 1 + \sum_{i=1,2} [\lambda_i^B G_{-r,r} + \lambda_i^F G_{r,r}] + V_0 G_{-r,r} \\ [(g_{-r}^0)^{-1} - V_0]G_{-r,r} = \sum_{i=1,2} [\lambda_i^B G_{r,r} + \lambda_i^F G_{-r,r}] + V_0 G_{r,r} \end{cases} \quad (2.60)$$

$$\begin{cases} [(g_r^0)^{-1} - V_0]G_{r,r} = 1 + \sum_{i=1,2} [\lambda_i^B G_{-r,r} + \lambda_i^F G_{r,r}] + V_0 G_{-r,r} \\ G_{-r,r} = \left\{ \sum_{i=1,2} [\lambda_i^B G_{r,r} + \lambda_i^F G_{-r,r}] + V_0 G_{r,r} \right\} [(g_{-r}^0)^{-1} - V_0]^{-1} \end{cases}$$

le remplacement de l'une des équations dans l'autre on obtient l'équation suivante

$$\begin{aligned} \left\{ (g_r^0)^{-1} - V_0 - V_0^2 [(g_{-r}^0)^{-1} - V_0]^{-1} \right\} G_{r,r} &= 1 + \sum_{i=1,2} [\lambda_i^B G_{-r,r} + \lambda_i^F G_{r,r}] \\ &+ V_0 \sum_{i=1,2} [\lambda_i^B G_{r,r} + \lambda_i^F G_{-r,r}] [(g_{-r}^0)^{-1} - V_0]^{-1} \end{aligned} \quad (2.61)$$

$$\left\{ (g_r^0)^{-1} - V_0 - V_0^2 [(g_{-r}^0)^{-1} - V_0]^{-1} \right\} G_{r,r} = 1 + \sum_{i=1,2} [\lambda_i^B G_{-r,r} + \lambda_i^F G_{r,r}] \quad (2.62)$$

parce-que le terme de perturbation suivant

$$V_0 \sum_{i=1,2} [\lambda_i^B G_{r,r} + \lambda_i^F G_{-r,r}] [(g_{-r}^0)^{-1} - V_0]^{-1} \quad (2.63)$$

est négligeable par rapport aux autres termes

$$\begin{aligned} (g_r^0)^{-1} - V_0 - V_0^2 [(g_{-r}^0)^{-1} - V_0]^{-1} &= \quad (2.64) \\ &= \left\{ [(g_r^0)^{-1} - V_0] [(g_{-r}^0)^{-1} - V_0] - V_0^2 \right\} [(g_{-r}^0)^{-1} - V_0]^{-1} \\ &= \left\{ [1 - (g_r^0)V_0] [1 - (g_{-r}^0)V_0] - (g_{-r}^0)(g_r^0)V_0^2 \right\} \times [(g_{-r}^0)^{-1} - V_0]^{-1} (g_{-r}^0)^{-1} (g_r^0)^{-1} \\ &= \left\{ [1 - (g_r^0)V_0] [1 - (g_{-r}^0)V_0] - (g_{-r}^0)(g_r^0)V_0^2 \right\} \times [1 - (g_{-r}^0)V_0]^{-1} (g_r^0)^{-1} \\ &= [1 - \sum_{r_1} g_{r_1}^0 V_0] [1 - (g_{-r}^0)V_0]^{-1} (g_r^0)^{-1} = g_r^{-1} \end{aligned}$$

posant $g_r = [1 - \sum_{r_1} g_{r_1}^0 V_0]^{-1} [1 - (g_{-r}^0) V_0] g_r^0$ et $V_0^{-1} [1 - \sum_{r_1} g_{r_1}^0 V_0]^{-1} = \sum$ tel-que \sum self-energie après le remplacement on obtient

$$g_r = V_0^{-1} \sum [1 - (g_{-r}^0) V_0] g_r^0 = V_0^{-1} \sum g_r^0 - g_{-r}^0 \sum g_r^0 \quad (2.65)$$

d' après l'équation précédente et la définition de la self energie

$$\begin{cases} g_r = V_0^{-1} \sum g_r^0 - g_{-r}^0 \sum g_r^0 \\ \sum = V_0 + V_0 \sum_{r_1} g_{r_1}^0 \sum \end{cases} \quad (2.66)$$

alors on trouve l'équation de dyson $g_r = g_r^0 + g_r^0 \sum g_r^0$ reviendrons sur l'équation

$$\left\{ (g_r^0)^{-1} - V_0 - V_0^2 [(g_{-r}^0)^{-1} - V_0]^{-1} \right\} G_{r,r} = 1 + \sum_{i=1,2} [\lambda_i^B G_{-r,r} + \lambda_i^F G_{r,r}] \quad (2.67)$$

on peut déduire de la meme méthode que

$$\left\{ (g_{-r}^0)^{-1} - V_0 - V_0^2 [(g_r^0)^{-1} - V_0]^{-1} \right\} G_{-r,r} = \sum_{i=1,2} [\lambda_i^B G_{r,r} + \lambda_i^F G_{-r,r}] \quad (2.67)$$

$$\left\{ (g_r^0)^{-1} - V_0 - V_0^2 [(g_{-r}^0)^{-1} - V_0]^{-1} \right\} G_{r,-r} = \sum_{i=1,2} [\lambda_i^B G_{-r,-r} + \lambda_i^F G_{r,-r}] \quad (2.69)$$

multiplions les deux equations par g_r

$$\begin{cases} G_{r,r} = g_r + \sum_{i=1,2} [g_r \lambda_i^B G_{-r,r} + g_r \lambda_i^F G_{r,r}] \\ G_{r,-r} = \sum_{i=1,2} [g_r \lambda_i^B G_{-r,-r} + g_r \lambda_i^F G_{r,-r}] \end{cases} \quad (2.70)$$

comme on a simplifié le fil quantique en un point $x = x''$ on peut généralisé maintenant sur tout le fil

$$\begin{aligned} G_{r,r'}^R(x, x'; t, t') &= g_r^R(x, x'; t, t') \delta_{r,r'} + \sum_{i=1,2} \int dt'' \int dx'' g_r^R(x, x''; t'', t') \\ &\times [\lambda_i^B(x'') G_{-r,r'}^R(x'', x'; t'', t') + \lambda_i^F(x'') G_{r,r'}^R(x'', x'; t'', t')] \end{aligned} \quad (2.71)$$

cette equation conduit, après une transformation de Fourier à l'équation. Nous insistons sur le fait que cette équation est valable lorsque à la fois $\lambda_i^{F,B}$ et V_0 sont petite par rapport à l'énergie

2.3.3 Solution de l'équation Dyson de deux impureté

En prenant d'abord $x = x_1$ et un second $x = x_2$, Dans l'équation. avec $r = \pm r'$, on obtient un ensemble de équations linéaires couplées (tous les arguments de fréquences ont été supprimées afin de simplifier les notations :

$$\begin{aligned} G_{r,r}^R(x_1, x') &= g_r^R(x_1, x') + g_r^R(x_1, x_1) \Gamma_1^B G_{-r,r}^R(x_1, x') + g_r^R(x_1, x_2) \Gamma_2^B G_{-r,r}^R(x_2, x') \\ &+ g_r^R(x_1, x_1) \Gamma_1^F G_{r,r}^R(x_1, x') + g_r^R(x_1, x_2) \Gamma_2^F G_{r,r}^R(x_2, x') \end{aligned} \quad (2.72)$$

$$\begin{aligned} G_{r,r}^R(x_2, x') &= g_r^R(x_2, x') + g_r^R(x_2, x_2) \Gamma_2^B G_{-r,r}^R(x_2, x') + g_r^R(x_2, x_1) \Gamma_1^B G_{-r,r}^R(x_1, x') \\ &+ g_r^R(x_2, x_2) \Gamma_2^F G_{r,r}^R(x_2, x') + g_r^R(x_2, x_1) \Gamma_1^F G_{r,r}^R(x_1, x') \end{aligned} \quad (2.73)$$

$$G_{-r,r}^R(x_1, x') = g_{-r}^R(x_1, x_1)\Gamma_1^B G_{r,r}^R(x_1, x') + g_{-r}^R(x_1, x_2)\Gamma_2^B G_{r,r}^R(x_2, x') + g_{-r}^R(x_1, x_1)\Gamma_1^F G_{-r,r}^R(x_1, x') + g_{-r}^R(x_1, x_2)\Gamma_2^F G_{-r,r}^R(x_2, x') \quad (2.74)$$

$$G_{-r,r}^R(x_2, x') = g_{-r}^R(x_2, x_2)\Gamma_2^B G_{r,r}^R(x_2, x') + g_{-r}^R(x_2, x_1)\Gamma_1^B G_{r,r}^R(x_1, x') + g_{-r}^R(x_2, x_2)\Gamma_2^F G_{-r,r}^R(x_2, x') + g_{-r}^R(x_2, x_1)\Gamma_1^F G_{-r,r}^R(x_1, x') \quad (2.75)$$

on peut les écrire comme suit

$$G_{r,r'}^R(x, x', \omega) = g_r^R(x, x', \omega)\delta_{r,r'} + \sum_{1,2} g_r^R(x, x_i, \omega) \times [\Gamma_i^B G_{-r,r'}^R(x_i, x', \omega) + \Gamma_i^F G_{-r,r'}^R(x_i, x', \omega)] \quad (2.76)$$

Nous extrayons les expressions de $G_{-r,r}$ et de les exprimer uniquement en termes de fonctions de Green $G_{r,r}$. Ainsi, nous obtenons

$$\begin{aligned} G_{-r,r}^R(x_1, x') &= D^{-1} \det \begin{vmatrix} g_{-r}^R(x_1, x_1)\Gamma_1^B G_{r,r}^R(x_1, x') + g_{-r}^R(x_1, x_2)\Gamma_2^B G_{r,r}^R(x_2, x') & -g_{-r}^R(x_1, x_2)\Gamma_2^F \\ g_{-r}^R(x_2, x_2)\Gamma_2^B G_{r,r}^R(x_2, x') + g_{-r}^R(x_2, x_1)\Gamma_1^B G_{r,r}^R(x_1, x') & 1 - g_{-r}^R(x_2, x_2)\Gamma_2^F \end{vmatrix} \quad (2.77) \\ &= \left[g_{-r}^R(x_1, x_1)\Gamma_1^B G_{r,r}^R(x_1, x') + g_{-r}^R(x_1, x_2)\Gamma_2^B G_{r,r}^R(x_2, x') - g_{-r}^R(x_1, x_1)\Gamma_1^B g_{-r}^R(x_2, x_2)\Gamma_2^F G_{r,r}^R(x_1, x') \right. \\ &\quad \left. + g_{-r}^R(x_2, x_1)\Gamma_1^B g_{-r}^R(x_1, x_2)\Gamma_2^F G_{r,r}^R(x_1, x') \right] D^{-1} = \\ &= \left[g_{-r}^R(x_1, x_1)\Gamma_1^B - g_{-r}^R(x_1, x_1)\Gamma_1^B g_{-r}^R(x_2, x_2)\Gamma_2^F + g_{-r}^R(x_2, x_1)\Gamma_1^B g_{-r}^R(x_1, x_2)\Gamma_2^F \right] G_{r,r}^R(x_1, x') D^{-1} \\ &\quad + D^{-1} g_{-r}^R(x_1, x_2)\Gamma_2^B G_{r,r}^R(x_2, x') \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} G_{-r,r}^R(x_2, x') &= D^{-1} \det \begin{vmatrix} 1 - g_{-r}^R(x_1, x_1)\Gamma_1^F & g_{-r}^R(x_1, x_1)\Gamma_1^B G_{r,r}^R(x_1, x') + g_{-r}^R(x_1, x_2)\Gamma_2^B G_{r,r}^R(x_2, x') \\ -g_{-r}^R(x_2, x_1)\Gamma_1^F & g_{-r}^R(x_2, x_2)\Gamma_2^B G_{r,r}^R(x_2, x') + g_{-r}^R(x_2, x_1)\Gamma_1^B G_{r,r}^R(x_1, x') \end{vmatrix} \quad (2.78) \\ &= \left[g_{-r}^R(x_2, x_2)\Gamma_2^B G_{r,r}^R(x_2, x') + g_{-r}^R(x_2, x_1)\Gamma_1^B G_{r,r}^R(x_1, x') - g_{-r}^R(x_2, x_2)\Gamma_2^B g_{-r}^R(x_1, x_1)\Gamma_1^F G_{r,r}^R(x_2, x') \right. \\ &\quad \left. + g_{-r}^R(x_1, x_2)\Gamma_2^B g_{-r}^R(x_2, x_1)\Gamma_1^F G_{r,r}^R(x_2, x') \right] D^{-1} \\ &= \left[g_{-r}^R(x_2, x_2)\Gamma_2^B - g_{-r}^R(x_2, x_2)\Gamma_2^B g_{-r}^R(x_1, x_1)\Gamma_1^F + g_{-r}^R(x_1, x_2)\Gamma_2^B g_{-r}^R(x_2, x_1)\Gamma_1^F \right] G_{r,r}^R(x_2, x') D^{-1} \\ &\quad + D^{-1} g_{-r}^R(x_2, x_1)\Gamma_1^B G_{r,r}^R(x_1, x') \end{aligned}$$

où D est défini par l' équation

$$\begin{aligned} D &= \det \begin{vmatrix} 1 - g_{-r}^R(x_1, x_1)\Gamma_1^F & -g_{-r}^R(x_1, x_2)\Gamma_2^F \\ -g_{-r}^R(x_2, x_1)\Gamma_1^F & 1 - g_{-r}^R(x_2, x_2)\Gamma_2^F \end{vmatrix} = \quad (2.79) \\ &= (g_{-r}^R(x_1, x_1)\Gamma_1^F - 1)(g_{-r}^R(x_2, x_2)\Gamma_2^F - 1) - g_{-r}^R(x_1, x_2)\Gamma_2^F g_{-r}^R(x_2, x_1)\Gamma_1^F \end{aligned}$$

.Ensuite, en remplaçant ces Eqs.dans les équations. posant

$$\begin{aligned} \chi^{11} &= g_r^R(x_1, x_1)\Gamma_1^B \left[g_{-r}^R(x_1, x_1)\Gamma_1^B - g_{-r}^R(x_1, x_1)\Gamma_1^B g_{-r}^R(x_2, x_2)\Gamma_2^F + g_{-r}^R(x_2, x_1)\Gamma_1^B g_{-r}^R(x_1, x_2)\Gamma_2^F \right] D^{-1} \quad (2.80) \\ &\quad + g_r^R(x_1, x_2)\Gamma_2^B g_{-r}^R(x_2, x_1)\Gamma_1^B D^{-1} + g_r^R(x_1, x_1)\Gamma_1^F \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \chi^{12} &= g_r^R(x_1, x_2)\Gamma_2^B \left[g_{-r}^R(x_2, x_2)\Gamma_2^B - g_{-r}^R(x_2, x_2)\Gamma_2^B g_{-r}^R(x_1, x_1)\Gamma_1^F + g_{-r}^R(x_1, x_2)\Gamma_2^B g_{-r}^R(x_2, x_1)\Gamma_1^F \right] D^{-1} \quad (2.81) \\ &\quad + g_r^R(x_1, x_1)\Gamma_1^B g_{-r}^R(x_1, x_2)\Gamma_2^B D^{-1} + g_r^R(x_1, x_2)\Gamma_2^F \end{aligned}$$

$$\chi^{21} = g_r^R(x_2, x_1)\Gamma_1^B \left[g_{-r}^R(x_1, x_1)\Gamma_1^B - g_{-r}^R(x_1, x_1)\Gamma_1^B g_{-r}^R(x_2, x_2)\Gamma_2^F + g_{-r}^R(x_2, x_1)\Gamma_1^B g_{-r}^R(x_1, x_2)\Gamma_2^F \right] D^{-1} + g_r^R(x_2, x_2)\Gamma_2^B g_{-r}^R(x_2, x_1)\Gamma_1^B D^{-1} + g_r^R(x_2, x_1)\Gamma_1^F \quad (2.82)$$

$$\chi^{22} = g_r^R(x_2, x_2)\Gamma_2^B \left[g_{-r}^R(x_2, x_2)\Gamma_2^B - g_{-r}^R(x_2, x_2)\Gamma_2^B g_{-r}^R(x_1, x_1)\Gamma_1^F + g_{-r}^R(x_1, x_2)\Gamma_2^B g_{-r}^R(x_2, x_1)\Gamma_1^F \right] D^{-1} + g_r^R(x_2, x_1)\Gamma_1^B g_{-r}^R(x_1, x_2)\Gamma_2^B D^{-1} + g_r^R(x_2, x_2)\Gamma_2^F \quad (2.83)$$

Nous nous retrouvons avec un système de deux équations linéaire

$$G_{r,r}^R(x_1, x') = g_r^R(x_1, x') + \chi^{11} G_{r,r}^R(x_1, x') + \chi^{12} G_{r,r}^R(x_2, x') \quad (2.84)$$

$$G_{r,r}^R(x_2, x') = g_r^R(x_2, x') + \chi^{21} G_{r,r}^R(x_1, x') + \chi^{22} G_{r,r}^R(x_2, x') \quad (2.85)$$

dont les solutions sont

$$\det \begin{vmatrix} \chi^{11} - 1 & \chi^{12} \\ \chi^{21} & \chi^{22} - 1 \end{vmatrix} = (\chi^{11} - 1)(\chi^{22} - 1) - \chi^{21}\chi^{12} \quad (2.86)$$

$$G_{r,r}^R(x_1, x') = \frac{g_r^R(x_2, x')\chi^{12} + (1 - \chi^{22})g_r^R(x_1, x')}{(1 - \chi^{11})(1 - \chi^{22}) - \chi^{21}\chi^{12}} \quad (2.87)$$

$$G_{r,r}^R(x_2, x') = \frac{g_r^R(x_1, x')\chi^{21} + (1 - \chi^{11})g_r^R(x_2, x')}{(1 - \chi^{11})(1 - \chi^{22}) - \chi^{21}\chi^{12}} \quad (2.88)$$

Chapitre 3

Discussion des résultats

Dans cette partie nous discutons les résultats obtenus. Nous traçons différents graphes représentant la densité d'états en fonction de l'énergie et de la position.

3.1 Densité d'états en fonction de la position et de l' énergie pour deux impuretés situées à des positions

Dans cette section, nous nous tournons notre intérêt à un QW avec deux impuretés situées à des positions $x_{1,2} = \pm L/2$

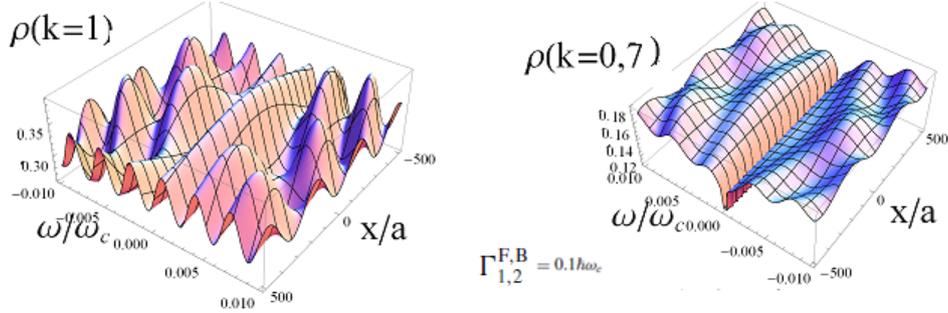


FIGURE 3.1 – LDOS (graphique de gauche) en présence d'interactions Coulomb ($K = 0.7$) et (graphique de droite) pour un fil sans interaction ($K = 1$) en fonction de la position (axe horizontal) et l' énergie (axe vertical) pour deux impuretés faibles symétriques . Le fil de longueur $L/a = 1000$, et nous prenons $k_F = 0$

Nous souhaitons d'abord sur l'analyse des profils tridimensionnels des LDOS en fonction de la position et de l' énergie. voir les Figures (3.1,3.3) , nous avons tracé le profil de la densité d'états avec augmentation des potentiels d'impureté. Pour les potentiels de petite impureté (voir les Figures3.1) , on remarque que le LDOS est impair dans l' énergie alors qu'il devient même pour les potentiels forte impureté (voir les Figures3.3) , Dans le régime intermédiaire, le profil est ni bizarre ni même (voir les Figures3.2) . De plus, nous notons l'évolution des profils de la

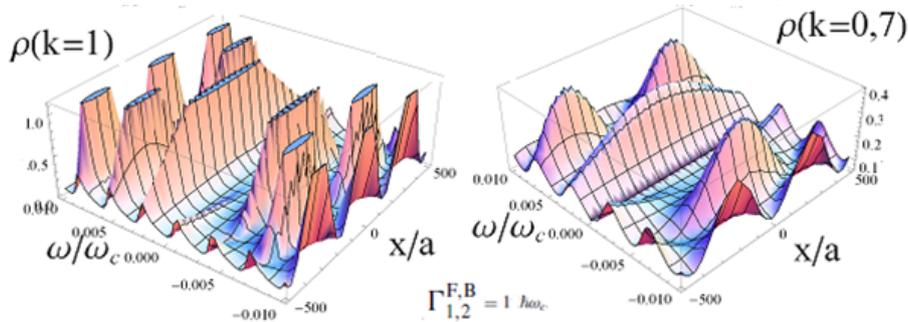


FIGURE 3.2 – La même chose que Fig. 6 pour les impuretés intermédiaires

faible impureté Fabry Régime Perot à la forte impureté, localisée, Coulomb- régime de blocus [49, 53, 62, 63] . Comme cela est représenté précédemment pour systèmes sans interaction, dans le Fabry-Perot de régime faible impureté l'effet des impuretés réduit principalement aux petits oscillations sinusoïdales des LDOS avec l' énergie [72]. Dans le régime Coulomb-blocus, les potentiels forte impureté faire évoluer le système vers un fil isolé de taille finie, dont LDOS est caractérisée par des niveaux d'énergie discrets, la distance entre ces deux niveaux étant déterminé par le rapport entre la vitesse de Fermi et la longueur de la partie centrale du fil, $\pi v_F/L$. Comme on peut le voir dans les Figures(3.1,3.3) Ces caractéristiques persistent en présence d'interactions [59, 60] à l'exception de la distance entre les niveaux d'énergie discrets qui devient $\pi v/L$, avec

$$v = v_F/K$$

Les différences principales entre les profils de la LDOS dans les régimes qui interagissent et sans interaction consistent à une modification de l'amplitude et de la périodicité des oscillations observées dans le régime faible impureté, ainsi comme une modification de la hauteur, la largeur et la périodicité de la pics observés dans [74]. Les petites entités correspondant à une réduction des LDOS loi de puissance proche de l' énergie zéro dans la limite d' interaction sont également présents. à étudier ces points quantitativement, dans ce qui suit , nous étudions séparément la dépendance des LDOS sur l' énergie pour une position fixe et pour une énergie donnée.

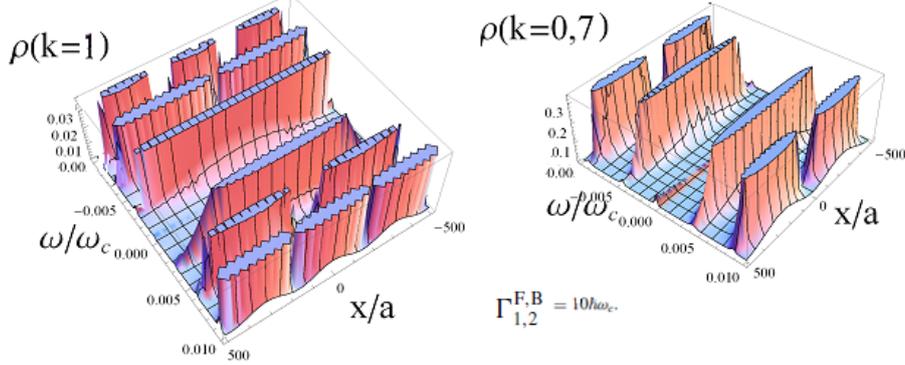


FIGURE 3.3 – La même chose que Fig. 6 pour les impuretés solides

3.1.1 Densité d'états en fonction de l' énergie

La figure 3.4 montre la densité d'états en fonction de énergie pour deux positions différentes : $x = 0$ (centre du fil) et $(x = -L/4)$ (à mi - chemin entre le centre du fil et l' impureté de gauche. Pour le fil d' interaction, dans le régime faible impureté (voir les lignes rouges en pointillés), comme prévu pour un Luttinger liquide, une réduction de la LDOS loi de puissance peut être observée proche de $= 0$. Dans le régime fort impureté (voir noir lignes), comme mentionné dans la section précédente, la partie centrale le fil est quasi-isolé et son spectre semblable à celui d' un Fil de taille finie de longueur L , qui est caractérisé par des pics discret ayant des énergies de $(n\pi v/L)$, n étant un nombre entier. la hauteur et la largeur des pics dépendent du couplage avec les fils [27, 60] Qui explique la netteté des pics avec l' augmentation de la résistance des potentiels d' impuretés. Remarque qu' en fonction de la position x , certains pics peuvent ne pas apparaître dans le spectre. En effet, comme on peut le voir également dans la Figure(3.3) , pour $(x = -L/4)$, tous les pics sont visibles voir les lignes noir dans le graphe de la Figure(3.4) , Tandis que pour $x = 0$, seulement une pointe sur deux, ce qui correspond à $(\omega = (2n + 1)\pi v/L)$ est visible (voir les lignes noires dans les graphiques supérieures de la Figure(3.4) . Ceci est dû au fait que nous avons une double périodicité : une première énergie dont la période est $(nv\pi/L)$ et une seconde avec la position dont la période est liée à la première par une $(v\pi/\omega)$, comme la montre clairement Figure(3.3) . En outre, par rapport aux variations de l' énergie avec une force d' impuretés à la fois au présence d' interaction et sans interaction des fils. Pour obtenir un aperçu ces propriétés, nous avons effectué une expansion perturbative de l' équation(2.76). $K = 1$. Dans le régime faible d' impureté, nous trouvons que les LDOS à l' intérieur du fil peuvent être écrits comme suit

$$\Delta\rho(x, \omega) = \rho_0 \sum_{1,2} \Gamma_i^B \sin(2\omega|x - x_i|)/v_F \quad (3.1)$$

car $\Delta\rho(x, \omega) = \rho(x, \omega) - \rho_0$ est ρ_0 la densité d'états du QW propre qui prend une valeur constante pour un fil sans interaction. Ceci explique la parité impaire du LDOS décrit par la ligne rouge en pointillés sur le graphique en haut à droite dans la figure (3.4). Nous notons que dans ce régime, la contribution de l'impureté à l'LDOS est dominé par les termes en arrière-diffusion. la diffusion vers l'avant ne joue aucun rôle puisque les amplitudes Γ_1^F et Γ_2^F abandon de l'expression asymptotique de l'équation (3.1). Cela ne veut pas le cas dans le régime fort impureté, pour lequel nous avons trouvé (non représenté ici) que l'avant-diffusion

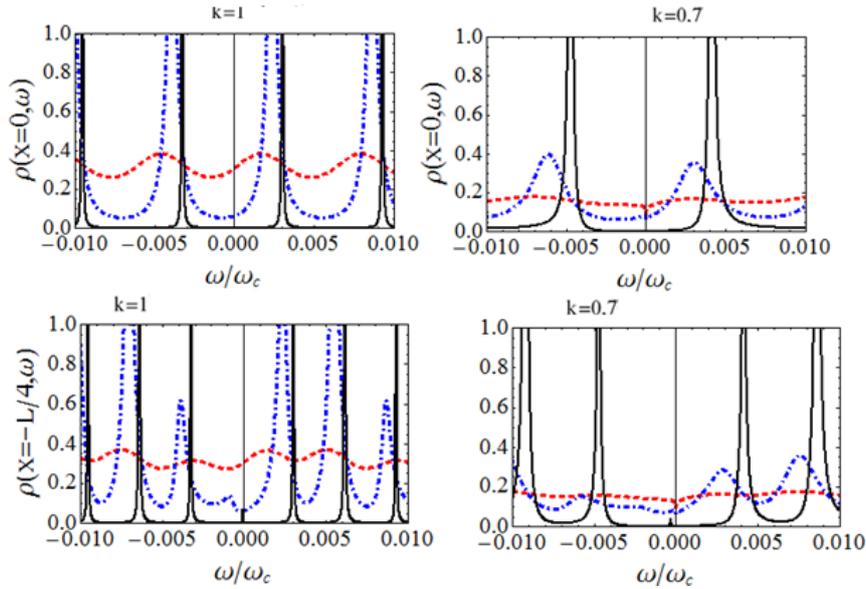


FIGURE 3.4 – LDOS (les graphiques de gauche), en présence de Interactions Coulomb ($K = 0.7$) et pour un fil sans interaction ($K = 1$) (graphiques de droite) en fonction de l'énergie à deux différentes positions, $x = 0$ (graphiques supérieurs) et $x = -L/4$ (graphiques bas), pour $\Gamma_{1,2}^{B,F} = 0.1$ (lignes pointillées rouges), $\Gamma_{1,2}^{B,F} = 1$ (bleu pointillées pointillé lignes), et $\Gamma_{1,2}^{B,F} = 10$ (traits pleins noirs).

termes sont indispensables pour récupérer le régime Coulomb-blocus et ne peut être négligée. Afin de comprendre comment l'effet de Coulomb les interactions affectent la formation de pics dans le LDOS, (voir Figure 3.5) nous traçons la hauteur et la largeur de la $\pi v/L$ pic en fonction de

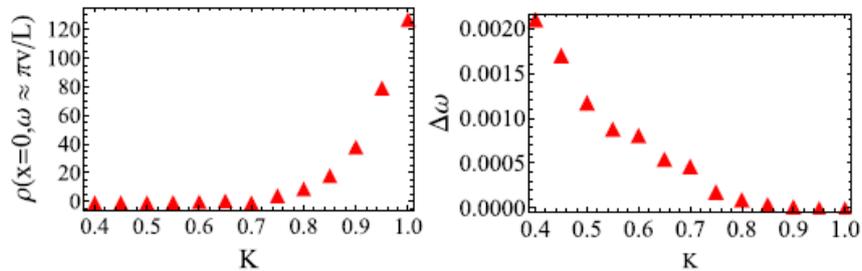


FIGURE 3.5 – Graphique de gauche : hauteur des pics en fonction du paramètre d'interaction K . Graphique de droite : distance entre les pics $\Delta\omega$ en fonction de K . $\Gamma = 10$

K. Lorsque K diminue (lorsque Coulomb interactions augmentation), le pic élargit et son hauteur

est réduite. De plus, le pic disparaît complètement $K \lesssim 0.4$. et est remplacé par un comportement oscillant du LDOS. Ce résultat est tout à fait intéressant car il semble indiquer que, en ce qui concerne la formation de des niveaux, ce qui augmente les interactions renormalisé efficacement le potentiel d'impuretés à une valeur inférieure, à l'opposé de ce qui serait intuitivement attendu des arguments liquides classiques Luttinger. On notera que la distance entre les deux pics et leur positions sont affectées par la force d'interaction.

3.1.2 Densité d'états en fonction de la position

Nous nous concentrons maintenant sur la dépendance des LDOS sur le poste pour une énergie donnée (voir Figure 3.6). En absence des interactions et dans le régime fort impureté, le LDOS est zéro uniformément dans la partie centrale du fil pour toutes les énergies qui ne correspondent pas à la formation d'un pic (les lignes noires dans les graphiques en haut et en bas à droite),

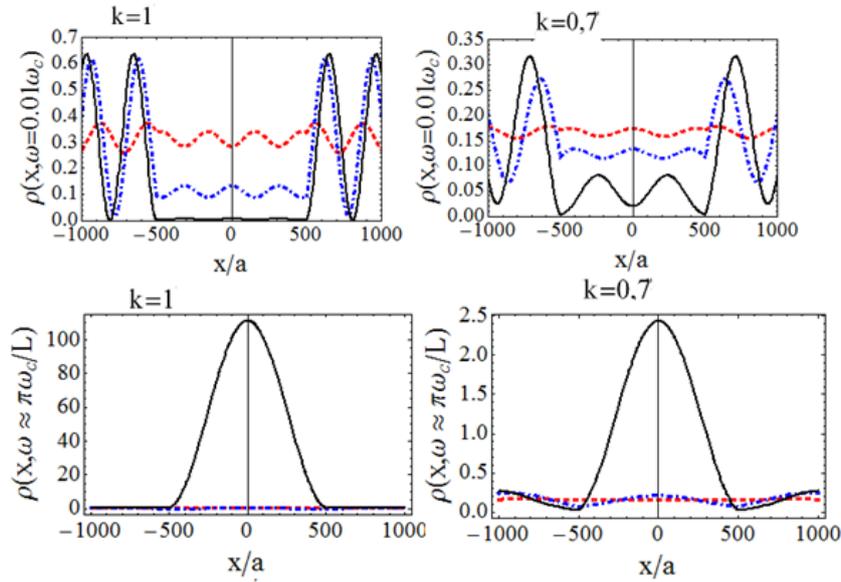


FIGURE 3.6 – LDOS pour $K = 0.7$ (graphique de gauche) et $K = 1$ (graphique de droite) en fonction de la position, pour $\Gamma_{1,2}^{B,F} = 0.1$ (rouge lignes en pointillé), $\Gamma_{1,2}^{B,F} = 1$ (lignes bleues en pointillés-pointillés), et $\Gamma_{1,2}^{B,F} = 10$ (traits pleins noirs). L'énergie est prise à $w = 0.01$. (graphiques supérieurs) et (graphiques en bas). Nous prenons $L/a = 1000$ et $k_F = 0$

comme prévu [74]. En présence d'interactions, cette réduction est moins évidente (voir les lignes noires dans les graphes gauche en haut et en bas) en raison d'une compétition entre l'interactions Coulomb et le comportement oscillatoire lié à la présence d'impuretés. Cependant, même en présence de Coulomb interactions, le LDOS régime forte impureté est égale à zéro à l'impureté des positions $x_{1,2} = \pm L/2$, puisque, dans ce régime le fil est effectivement déconnecté des conducteurs (voir les lignes noires solides de la figure (3.6)). Enfin, nous sommes intéressés à comparer nos résultats avec ceux de [66]. Pour cela, nous considérons que la dépendance de LDOS en fonction de la position à $k_F \neq 0$. Dans la Figure (3.7), nous tracer les LDOS en fonction de la position à $\omega \approx \pi v/L$, et $k_F = 40\pi/L$. LDOS pour $x \in [-L/2, L/2]$, à savoir, entre les deux impuretés, en présence d'interactions coulombiennes $K = 0.7$ (en haut graphique et graphiques en bas à gauche) et pour un fil sans interaction $K = 1$ (graphique en haut à droite). Dans les deux cas, le LDOS présente un comportement oscillatoire dont période est de π/k_F . Mais, en présence

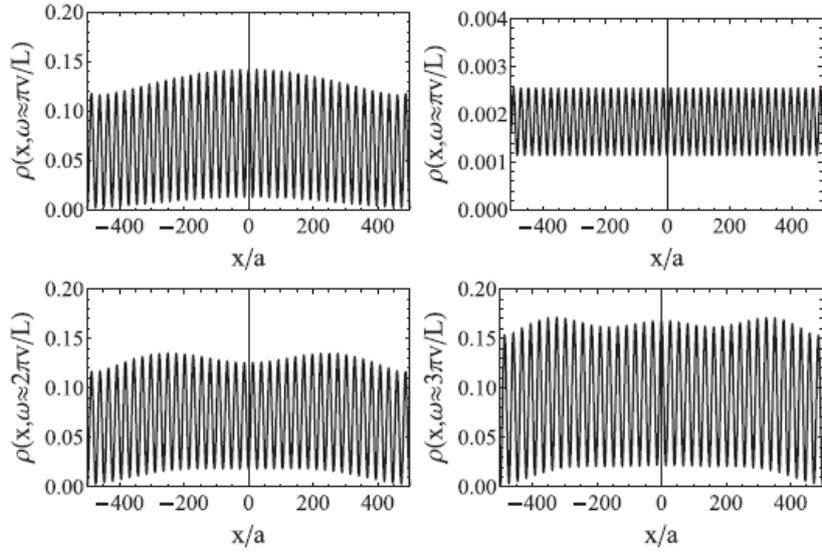


FIGURE 3.7 – LDOS pour $x \in [-L/2, L/2]$, à savoir, entre les deux impuretés, en présence d'interactions coulombiennes $K = 0.7$ (en haut graphique et graphiques en bas à gauche) et pour un fil sans interaction $K = 1$ (graphique en haut à droite) , à l' énergie à proximité de multiples de v/L : soit $v/L, 2v/L, \text{ ou } v/L$ (voir la légende de la axe vertical) . $k_F = 40\pi/L, \Gamma_{1,2}^{B,F} = 10$ et $L/a = 1000$ ($k_F = 40\pi/L, K = 0.7$)

d'interactions coulombiennes, une modulation supplémentaire apparaît et ajoute une enveloppe d'oscillations pour une période de π/k_F , en accord avec Réf.[66] . Près des impuretés, l'amplitude des oscillations ne diminue pas, contrairement à ce qui est obtenu dans la réf. [66]. Cependant, la récupération de la même modulation supplémentaire des oscillations de LDOS que celles obtenues dans la réf. [66] en utilisant une technique complètement différente, nous donne un montant supplémentaire confirmation de la validité de notre méthode à haute énergie , et de grandes distances par rapport aux impuretés.(voir figure 3.7) , nous intrigue aussi les LDOS en présence d'interaction de Coulomb pour $\omega \approx 2\pi v/L$ (graphique en bas à gauche) et $\omega \approx 3\pi v/L$ (en bas graphique de droite). Elle montre clairement que la durée de l'extra modulation est égale à $\pi v/\omega$.

3.2 Solution de l'équation de Dyson pour un seul impuretés d'un fil quantique

Nous considérons une seule impureté situé à la position x_1 et $\Gamma_2^{F,B} = 0$ Après une transformée de Fourier Nous pouvons extraire les expressions de $G_{r,r}(x_1, x'; \omega)$ en résolvant un ensemble d'équations pour une seule impureté

$$G_{r,r}^R(x_1, x') = g_r^R(x_1, x') + g_r^R(x_1, x_1)\Gamma_1^B G_{-r,r}^R(x_1, x') + g_r^R(x_1, x_1)\Gamma_1^F G_{r,r}^R(x_1, x') \quad (3.2)$$

$$G_{-r,r}^R(x_1, x') = g_{-r}^R(x_1, x_1)\Gamma_1^B G_{r,r}^R(x_1, x') + g_{-r}^R(x_1, x_1)\Gamma_1^F G_{-r,r}^R(x_1, x') \quad (3.3)$$

. cela peut se réduire après Remplacement de l'équation $G_{-r,r}^R(x_1, x')$ tel que :

$$G_{-r,r}^R(x_1, x') = \frac{g_{-r}^R(x_1, x_1)\Gamma_1^B}{1 - g_{-r}^R(x_1, x_1)\Gamma_1^F} G_{r,r}^R(x_1, x') \quad (3.4)$$

Nous nous retrouvons que :

$$G_{r,r}^R(x_1, x') = \frac{g_r^R(x_1, x')}{1 - \chi^{11}} \quad (3.5)$$

les expression des notations utilise dans les équations sont.

$$\chi^{11} = g_r^R(x_1, x_1)\Gamma_1^B g_{-r}^R(x_1, x_1)\Gamma_1^B D^{-1} + g_r^R(x_1, x_1)\Gamma_1^F = \quad (3.6)$$

$$= \frac{g_r^R(x_1, x_1)\Gamma_1^B g_{-r}^R(x_1, x_1)\Gamma_1^B}{1 - g_{-r}^R(x_1, x_1)\Gamma_1^F} + g_r^R(x_1, x_1)\Gamma_1^F \quad (3.7)$$

tel-que $D = 1 - g_{-r}^R(x_1, x_1)\Gamma_1^F$ et $\chi^{12} = 0$

3.2.1 Densité d'états en fonction de la position et de l' énergie pour une seule impureté

Dans cette section, nous considérons un QW avec une seule impureté situé en position x_1 Les détails de la résolution de l'équation de Dyson ci - dessus présentés aux equations (3.2,3.3,3.4) Cela nous permet de déterminer pleinement d'LDOS. voir les figure(3.8,3.9) On montre les profils

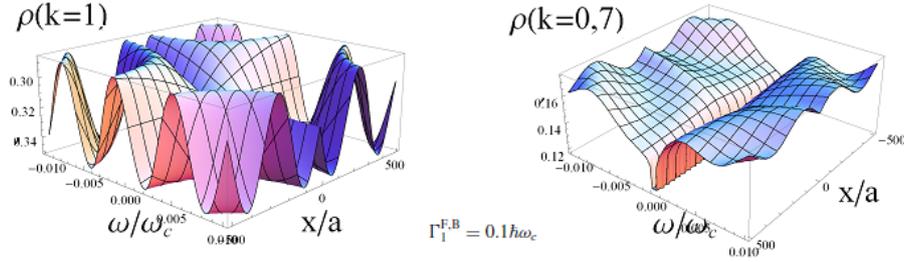


FIGURE 3.8 – LDOS (graphique de gauche) en présence d'interactions Coulomb ($K = 0, 7$) et (graphique de droite) pour un fil sans interaction ($K = 1$) en fonction de la position (axe horizontal) et l' énergie (axe vertical) pour une impureté faible

des LDOS pour des interactions de Coulomb. Tandis que le LDOS est asymétrique par rapport à l' énergie au faible potentiel-impureté (voir figure(3.8)), il devient symétrique pour le fort potentiel-impureté (voir figure(3.9)). l' effet de l' impureté est d' introduire des oscillations spatiales dont l' amplitude augmente avec le potentiel d' impureté. dans la présence d' interactions, la période de ces oscillations de Friedel est modifiée et la valeur de la LDOS est réduite. Comme montré

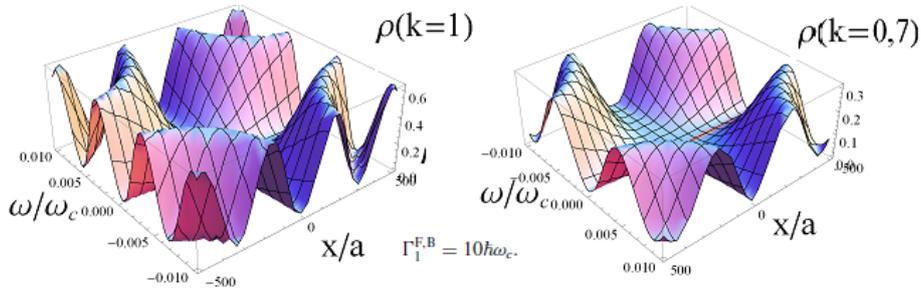


FIGURE 3.9 – devient symétrique pour le fort potentiel-impureté

la figure(3.9)présente la densité , lorsque l'on augmente la force des interactions est observée pour toutes les valeurs du potentiel d'impuretés (voir la gauche graphique dans la Figure(3.10). Cependant, le LDOS est considérablement réduite pour les plus grands potentiels d'impuretés pour toutes les valeurs de K (noir complet ligne); ceci est parce qu'une grande impureté coupe effectivement le fil en deux morceaux déconnectés. Dans le graphique de droite de la figure(3.10) est représenté les LDOS en fonction de l' énergie (sur une échelle logarithmique) pour une position proche de l'impureté. Pour une impureté faible (ligne rouge en pointillés), le LDOS présente une dépendance en loi de puissance avec de l' énergie :

$$\rho_0(\omega) = \frac{|\omega|^{(K+K^{-1}-2)/2}}{\pi\Gamma\left(\frac{K+K^{-1}}{2}\right)} \quad (3.8)$$

qui est juste pour la densité d'états d'un fil interagissant propre. Ici Γ , est la fonction gamma. Lorsque le potentiel d'impuretés augmente, le LDOS dévie de cette loi de puissance à petite énergie , mais converge et oscille autour de cette loi de puissance . comportement lorsque l'énergie

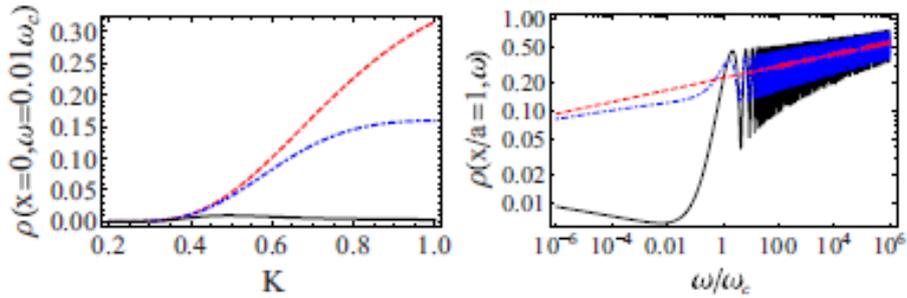


FIGURE 3.10 – LDOS (graphique de gauche) à la position d'impureté ($X = 0$) en fonction de K, Et (graphique de droite) près de la position d'impureté ($x/a = 1$) en fonction de l' énergie à $K = 0.7$. Le graphique de droite est tracé sur une échelle logarithmique. Sur ces deux graphiques, $\Gamma_1^{B,F} = 0.01$ (lignes pointillées rouges), $\Gamma_1^{B,F} = 1$, et $\Gamma_1^{B,F} = 10$ (lignes pleines noires). Nous prenons $k_F = 0$.

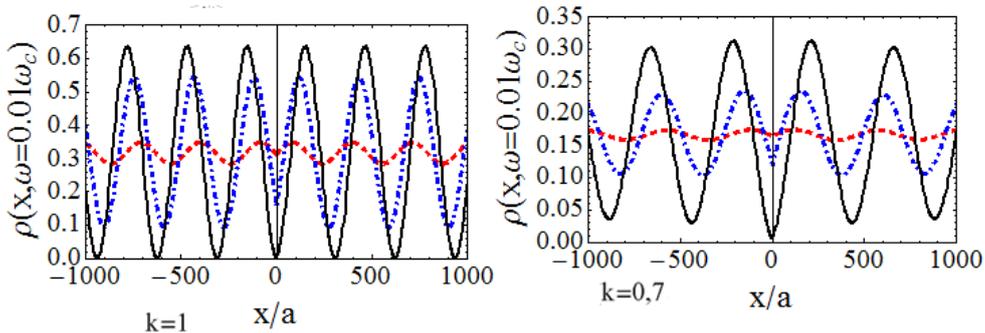


FIGURE 3.11 – L'amplitude des oscillations et la densité des états à la position d'impureté sont tous réduits pour $K = 0.7$ (à gauche graphique) par rapport à $K = 1$ (graphique de droite). La réduction des LDOS à la position d'impureté $X_1 = 0$

augmente, comme prévu (voir la en pointillés mixtes ligne bleue et la ligne noire). Ce comportement est en plein accord avec les résultats obtenus dans les références. [70, 73]. Cependant, dans

notre approche (proche des limites), nous sommes pas en mesure de récupérer le comportement attendu des LDOS à faible énergie et forte potentielle impureté , à savoir une mise sous tension comportement de loi de $|\omega|^{K-1} - 1$ caractéristique pour l' injection d' un électron dans l'extrémité d'un fil semi-infini. Comme détaillé , cela est dû au fait que nous négligeons les termes de mélange du Interactions coulombiennes et le potentiel d'impureté dans le Dyson équation. Cette approximation est justifiée lorsque $\Gamma_1^{B,F}$ et V_0 sont à la fois faible. Pour une forte $\Gamma_1^{B,F}$, Nous avons besoin d' une hypothèse d'addition qui est $|\omega(x - x_1)| \gg v_F$ Ceci est la raison pour laquelle notre. approche échoue à l' énergie et forte impureté potentiels faibles. à haute énergie au grandes distances, nos résultats sont valides. La gamme de la validité de notre approche dépend de la force de l' impureté, la loi de puissance en vrac étant récupéré pour $|(x - x_1)| \geq \hbar v \Gamma_1^{B,F}$ et $\hbar \omega \geq \Gamma_1^{B,F}$, à savoir, lorsque $|\omega(x - x_1)| \geq v$, en accord avec Réf. [70].

Conclusion

Nous avons développé une approche basée sur les équations de Dyson qui nous a permis d'étudier les LDOS d'une interaction infinie avec deux impuretés arbitraires. Pour un fil en interaction homogène avec une seule impureté, nous avons calculé la forme de la réaction de Friedel des oscillations ainsi que la dépendance des LDOS avec l'énergie. Nous avons découvert que les impuretés faibles, ainsi que pour fortes impuretés à haute énergie aux grandes distances, notre approche récupère la dépendance en loi de puissance de liquide de Luttinger attendu; cependant, il se décompose pour de fortes impuretés à faible consommation d'énergie à petite distance. Nous avons appliqué cette approche pour étudier la transition de régime faible d'impureté au régime forte impureté dans un fil avec deux impuretés, en se concentrant en particulier sur la région de grandes distances et les énergies. Nous avons constaté que l'effet principal des interactions est de réduire l'amplitude des oscillations de Fabry-Perot dans la limite faible impureté, comme ainsi que des pics Coulomb-blocus de la forte impureté limite. En outre, les interactions affectent la périodicité des oscillations et la distance entre les sommets. De plus, nous voyons que les interactions fortes réduisent également à zéro les LDOS dans les sites d'impuretés. En outre, à une valeur non nulle k_F et les impuretés solides, Nos résultats sont cohérents avec ceux obtenus dans la réf. [49] pour les LDOS d'un liquide de Luttinger dans une boîte, en particulier, nous récupérons une modulation supplémentaire des oscillations de LDOS dans la présence d'interactions, qui est absente dans le système sans interaction. Cela donne une confirmation supplémentaire que notre approche est valable dans ce régime. Notre travail fournit une première étape importante dans la construction d'une approche non perturbative de comprendre l'interaction entre les interactions et les impuretés arbitraires de taille dans les systèmes d'une dimension. À des systèmes plus réalistes, comme un fil in-homogène constitué d'une région d'interaction centrale et deux semi-infinités conduites sans interaction. Pour modéliser un tel système, il faut utiliser la méthode de l'équation de Dyson présentée ici, le fermionique la fonction de Green pour ce système ayant été calculée sous forme fermée [58]. Notre approche peut également être généralisée à prendre en compte d'autres facteurs tels que le spin électronique qui sera nous permettent de caractériser un système plus réaliste, comme le carbone nanotube, et de faire rapport avec des expériences. D'autres améliorations de ce travail seraient d'inclure à long terme des interactions de Coulomb et de prendre en compte les termes de mélange interactions de Coulomb et d'impuretés potentiels dans l'équation de Dyson, afin de fixer la faible consommation d'énergie la théorie dans la limite forte impureté.

Annexes

Annexe A

Domaine de validité

Dans cette annexe, nous discutons du domaine de validité de l'approximations utilisées dans notre travail. Nous considérons d'abord le régime

où les deux $V_0, \lambda_i^{F,B}$ sont petites par rapport à l'énergie du problème, à savoir que cette énergie est $\hbar\omega$. Dans ce cas, nous pouvons élargir Ce qui est exact, à terme de premier ordre en $V_0, \lambda_i^{F,B}$

$$\begin{cases} G_{r,r}^{(1)} = g_r^0 + g_r^0 v_0 g_r^0 + \sum_{i=1,2} g_r^0 \lambda_i^F g_r^0 \\ G_{r,-r}^{(1)} = g_r^0 v_0 g_{-r}^0 + \sum_{i=1,2} g_r^0 \lambda_i^B g_{-r}^0 \end{cases} \quad (\text{A.1})$$

qui coïncident avec les dilatations des équations 2.70. sauf en ce qui concerne un terme supplémentaire $g_r^0 v_0 g_{-r}^0$ absente Qui, cependant, donne une contribution négligeable le LDOS puisqu'il est proportionnel à $v_0/(\hbar\omega)$. Notre approche est donc pas limitée par aucune hypothèse supplémentaire lorsque les deux $V, \lambda_i^{B,F}$ sont petite para-port ($\hbar\omega$) considérons maintenant le régime où soit $V_0, \lambda_i^{F,B}$ grande, dans ce cas, nous devons considérer les termes d'ordre supérieur jusqu'aux deuxième ordre

$$\begin{aligned} G_{r,r}^{(2)} = & G_{r,r}^{(1)} + g_r^0 v_0 \sum_{r_1=\pm} g_{r_1} v_0 g_r^0 + \sum_{i=1,2} g_r^0 [v_0 g_r^0 \lambda_i^F + \lambda_i^F g_r^0 v_0] g_r^0 \\ & + \sum_{i=1,2} g_r^0 [v_0 g_{-r}^0 \lambda_i^B + \lambda_i^B g_{-r}^0 v_0] g_r^0 + \sum_{i,j=1,2} g_r^0 [\lambda_i^B g_{-r}^0 \lambda_j^B + \lambda_i^F g_r^0 \lambda_j^F] g_r^0 \end{aligned} \quad (\text{A.2})$$

$$\begin{aligned} G_{r,-r}^{(2)} = & G_{r,-r}^{(1)} + g_r^0 v_0 \sum_{r_1=\pm} g_{r_1} v_0 g_{-r}^0 + \sum_{i=1,2} g_r^0 [v_0 g_{-r}^0 \lambda_i^F + \lambda_i^F g_r^0 v_0] g_{-r}^0 \\ & + \sum_{i=1,2} g_r^0 [v_0 g_r^0 \lambda_i^B + \lambda_i^B g_{-r}^0 v_0] g_{-r}^0 + \sum_{i,j=1,2} g_r^0 [\lambda_i^B g_{-r}^0 \lambda_j^F + \lambda_i^F g_r^0 \lambda_j^B] g_{-r}^0 \end{aligned} \quad (\text{A.3})$$

Les équations (A.2,A.3) Coïncident avec les dilatations des équations (2.70). Sauf en ce qui concerne les termes suivants : $g_r^0 [v_0 g_{-r}^0 \lambda_i^B g_r^0$ et $g_r^0 \lambda_i^B g_{-r}^0 v_0] g_r^0$ de la troisième ligne de l'équation A.2. Et les termes $g_r^0 [v_0 g_{-r}^0 \lambda_i^F g_r^0$ et $g_r^0 \lambda_i^F g_{-r}^0 v_0] g_r^0$

de la seconde ligne dans l'équation A.3. Ces quatre termes sont manquants dans les équations 2.70 Que nous avons . L'amplitude de ces termes peut être estimé en utilisant l'équation 2.45. ainsi nous devons rétablir la position, d'ajouter une intégration sur la position à chaque fois que nous avons un produit de deux fonctions de Green. ces intégrations, nous constatons que les termes manquants sont tous de l'ordre de $(V_0 \Gamma_i^{B,F} v_F / \omega) e^{2ir\omega(x-x_i)/v_F}$, Qui est petit comparaison avec des contributions de LDOS que nous avons suffisamment pris en compte, à savoir ceux de la troisième ligne

de l'équation A.3.

$$g_r^0 V_0 g_r^0 \lambda_i^B g_{-r}^0 \propto (x - x_i) v_0 \Gamma_i^B e^{2ir\omega(x-x_i)/v_F} \quad (\text{A.4})$$

$$g_r^0 \lambda_i^B g_r^0 V_0 g_{-r}^0 \propto (x - x_i) v_0 \Gamma_i^B e^{2ir\omega(x-x_i)/v_F} \quad (\text{A.5})$$

à condition que $|(x-x_i)\omega| \gg v_F$. Cet argument peut être reproduit à tout ordre dans l'expression avec $\lambda_i^{B,F}$ et V_0 les termes que nous négligeons sont toujours de la forme $g_r^0 V_0 g_{-r}^0$. Remarquant que nous ne considérons pas dans cette comparaison les termes $g_r^0 v_0 g_r^0 \lambda_i^F g_r^0$ et $g_r^0 \lambda_i^F g_r^0 v_0 g_r^0$ de la seconde ligne dans l'équation 2.70. puisqu'elles ne contribuent pas du tout à la LDOS. , en général , notre approche est valable à condition que $|(x-x_i)\omega| \gg v_F$. Ainsi, nous besoin de garder l'hypothèse $V_0/(\hbar\omega)$ est petit afin d'être autorisé à négliger la contribution $g_r^0 V_0 g_{-r}^0$ dans $G_{r,-r}^{(1)}$.

Bibliographie

Bibliographie

- [1] L. D. Landau. "The theory of a Fermi liquid." Sov. Phys. JETP **3** 920 (1957).
- [2] S. Tomonaga, Prog. Theor. Phys. **5**, 544 (1950).
- [3] J. M. Luttinger, J. Math. Phys. **4**, 1154 (1963).
- [4] M. A. Kastner. "The single-electron transistor." Rev. Mod. Phys. **64** 849 (1992).
- [5] E. Orignac. **Effets de désordre dans les échelles** . These de doctorat, Universite Paris-Sud, Orsay (1998).
- [6] H. Maurey et T. Giamarchi. "Transport properties of a quantum wire in the presence of impurities and long-range Coulomb forces." Phys. Rev. B **51** 10 833 (1995).
- [7] T. W. Ebbesen. "Carbon nanotubes." Physics Today **49** 26 (1996).
- [8] S. J. Tans, M. H. Devoret, H. Dai, A. Thess, R. E. Smalley, R. E. Georliga et C. Dekker. "Individual single-wall carbon nanotubes as quantum wires." Nature **386** 474 (1997).
- [9] R. Egger et A. O. Gogolin. "Effective low-energy theory for correlated carbon nanotubes." Phys. Rev. Lett **79** 5082 (1997).
- [10] C. Kane, L. Balents et M. P. A. Fisher. "Coulomb interactions and mesoscopic effects in carbon nanotubes." Phys. Rev. Lett. **79** 5086 (1997).
- [11] M. G. Zacher, E. Arrigoni, W. Hanke and J. R. Schrieffer, Phys. Rev. **B57** , 6370 (1998).
- [12] C. E. Creffield, W. Hausler and A. H. MacDonald, Europhys. Lett. **53** , 221 (2001).
- [13] D. C. Mattis and E. H. Lieb, J. Math. Phys. **6**, 304 (1965).
- [14] F. D. M. Haldane, J. Phys. C : Solid State Phys. **14**, 2585 (1981).
- [15] M. P. A. Fisher et L. I. Glazman, Mesoscopic Electron Transport, édité par L. Kowenhoven, G. Schön et L. Sohn, NATO ASI Series E, (Kluwer Ac. Publi., Dordrecht, 1996). **26**
- [16] V. J. Emery, Highly conducting one dimensional solids, édité par J. T. Devresse, R. P. Evrard et V. E. van Doren, (Plenum, New York, 1979). **26**
- [17] H. J. Schulz, G. Cuniberti, and P. Pieri. cond-mat, page 07366, 1998.
- [18] J. Voit. Rep. Prog. Phys., 58 :977, 1995.
- [19] M. P. A. Fisher and L. I. Glazman. cond-mat, page 10037, 1996.
- [20] J. Von Delft and H. Schoeller. Annalen der Physik, 4 :225, 1998.
- [21] A. O. Gogolin, A. A. Nersesyan, and A.M. Tsvelik, Bosonization and Strongly Correlated Systems (Cambridge University Press, Cambridge, 1998).
- [22] T. Giamarchi. Quantum Physics in One Dimension. Oxford University Press, 2003.
- [23] L. I. Glazman, I. M. Ruzin, and B. I. Shklovskii, Phys. Rev. B **45**, 8454 (1992). R. ZAMOUM, M. GUIGOU, C. BENA, AND A. CREPIEUX PHYSICAL REVIEW B **90**, 085408 (2014)

- [24] C. L. Kane and M. P. A. Fisher, Phys. Rev. B **46**, 15233 (1992).
- [25] C. L. Kane and M. P. A. Fisher, Phys. Rev. Lett. **68**, 1220 (1992).
- [26] A. Furusaki and N. Nagaosa, Phys. Rev. B **47**, 4631 (1993).
- [27] M. P. A. Fisher and L. I. Glazman, in Mesoscopic Electron Transport, NATO ASI, edited by L. Kouwenhoven, G. Schon, and L. Sohn (Kluwer, Dordrecht, 1997), Vol. **345**, p. 331.
- [28] D. L. Maslov, Phys. Rev. B **52**, R14368 (1995).
- [29] M. Fabrizio and A. O. Gogolin, Phys. Rev. Lett. **78**, 4527 (1997).
- [30] R. Egger and H. Grabert, Phys. Rev. B **58**, 10761 (1998).
- [31] F. Dolcini, H. Grabert, I. Safi, and B. Trauzettel, Phys. Rev. Lett. **91**, 266402 (2003).
- [32] F. Dolcini, B. Trauzettel, I. Safi, and H. Grabert, Phys. Rev. B **71**, 165309 (2005).
- [33] S. Andergassen, T. Enss, V. Meden, W. Metzner, U. Schollwöck, and K. Schönhammer, Phys. Rev. B **70**, 075102 (2004).
- [34] W. Metzner, M. Salmhofer, C. Honerkamp, V. Meden, and K. Schönhammer, Rev. Mod. Phys. **84**, 299 (2012).
- [35] U. Weiss, Solid State Commun. **100**, 281 (1996).
- [36] P. Fendley, A. W. W. Ludwig, and H. Saleur, Phys. Rev. B **52**, 8934 (1995); Phys. Rev. Lett. **75**, 2196 (1995).
- [37] U. Weiss, R. Egger, and M. Sasseti, Phys. Rev. B **52**, 16707 (1995).
- [38] D. N. Aristov and P. Wolfle, Phys. Rev. B **80**, 045109 (2009).
- [39] D. Yue, L. I. Glazman, and K. A. Matveev, Phys. Rev. B **49**, 1966 (1994).
- [40] Y. V. Nazarov and L. I. Glazman, Phys. Rev. Lett. **91**, 126804 (2003).
- [41] D. G. Polyakov and I. V. Gornyi, Phys. Rev. B **68**, 035421 (2003).
- [42] D. N. Aristov, A. P. Dmitriev, I. V. Gornyi, V. Yu. Kachorovskii, D. G. Polyakov, and P. Wolfle, Phys. Rev. Lett. **105**, 266404 (2010).
- [43] W. Liang, M. Bockrath, D. Bozovic, J. H. Hafner, M. Tinkham, and H. Park, Nature (London) **411**, 665 (2001).
- [44] C. Bena, S. Vishveshwara, L. Balents, and M. P. A. Fisher, J. Stat. Phys. **103**, 429 (2001).
- [45] B. Trauzettel, I. Safi, F. Dolcini, and H. Grabert, Phys. Rev. Lett. **92**, 226405 (2004).
- [46] I. Safi, C. Bena, and A. Crepieux, Phys. Rev. B **78**, 205422 (2008).
- [47] A. Crepieux, R. Guyon, P. Devillard, and T. Martin, Phys. Rev. B **67**, 205408 (2003); A. V. Lebedev, A. Crepieux, and T. Martin, *ibid.* **71**, 075416 (2005); M. Guigou, A. Popoff, T. Martin, and A. Crepieux, *ibid.* **76**, 045104 (2007).
- [48] P. Recher, N. Y. Kim, and Y. Yamamoto, Phys. Rev. B **74**, 235438 (2006).
- [49] N. Y. Kim, P. Recher, W. D. Oliver, Y. Yamamoto, J. Kong, and H. Dai, Phys. Rev. Lett. **99**, 036802 (2007).
- [50] L. G. Herrmann, T. Delattre, P. Morfin, J.-M. Berroir, B. Placais, D. C. Glattli, and T. Kontos, Phys. Rev. Lett. **99**, 156804 (2007).
- [51] I. Safi and H. J. Schulz, Phys. Rev. B **52**, R17040 (1995); D. L. Maslov and M. Stone, *ibid.* **52**, R5539 (1995); V. V. Ponomarenko, *ibid.* **52**, R8666 (1995).

- [52] F. Wu, P. Queipo, A. Nasibulin, T. Tsuneta, T. H. Wang, E. Kauppinen, and P. J. Hakonen, *Phys. Rev. Lett.* **99**, 156803 (2007); P.-E. Roche, M. Kociak, S. Gueron, A. Kasumov, B. Reulet, and H. Bouchiat, *Eur. Phys. J. B* **28**, 217 (2002).
- [53] M. Bockrath, D. H. Cobden, J. Lu, A. G. Rinzler, R. E. Smalley, L. Balents, and P. L. McEuen, *Nature (London)* **397**, 598 (1999).
- [54] Z. Yao, H. W. Ch. Postma, L. Balents, and C. Dekker, *Nature (London)* **402**, 273 (1999).
- [55] H. W. Ch. Postma, T. Teepen, Z. Yao, M. Grifoni, and C. Dekker, *Science* **293**, **76** (2001).
- [56] M. Thorwart, M. Grifoni, G. Cuniberti, H. W. Ch. Postma, and C. Dekker, *Phys. Rev. Lett.* **89**, 196402 (2002).
- [57] T. Kleimann, F. Cavaliere, M. Sassetti, and B. Kramer, *Phys. Rev. B* **66**, 165311 (2002).
- [58] M. Thorwart, R. Egger, and M. Grifoni, *Phys. Rev. B* **72**, 035330 (2005).
- [59] S. J. Tans, M. H. Devoret, R. J. A. Groeneveld, and C. Dekker, *Nature (London)* **394**, 761 (1998).
- [60] M. Bockrath, D. H. Cobden, P. L. McEuen, N. G. Chopra, A. Zettl, A. Thess, and R. E. Smalley, *Science* **275**, 1922 (1997).
- [61] J. Nygard, D. H. Cobden, M. Bockrath, P. L. McEuen, and P. E. Lindelof, *Appl. Phys. A* **69**, 297 (1999).
- [62] W. Liang, M. Bockrath, and H. Park, *Phys. Rev. Lett.* **88**, 126801 (2002).
- [63] A. Rubio, S. A. Apell, L. C. Venema, and C. Dekker, *Eur. Phys. J. B* **17**, 301 (2000).
- [64] C. S. Peca, L. Balents, and K. J. Wiese, *Phys. Rev. B* **68**, 205423 (2003).
- [65] J. Alicea, C. Bena, L. Balents, and M. P. A. Fisher, *Phys. Rev. B* **69**, 155332 (2004).
- [66] F. Anfuso and S. Eggert, *Phys. Rev. B* **68**, 241301(R) (2003).
- [67] Y. Oreg and A. M. Finkel'stein, *Phys. Rev. Lett.* **76**, 4230 (1996).
- [68] A. Furusaki, *Phys. Rev. B* **56**, 9352 (1997).
- [69] J. von Delft and H. Schoeller, *Ann. Phys. (Berlin, Ger.)* **7**, 225 (1998).
- [70] A. Grishin, I. V. Yurkevich, and I. V. Lerner, *Phys. Rev. B* **69**, 165108 (2004).
- [71] B. Braunecker, C. Bena, and P. Simon, *Phys. Rev. B* **85**, 035136 (2012).
- [72] X. L. Song, Z. Y. Zhao, Y. Wang, and Y. M. Shi, *J. Shanghai Univ.* **7**, 361 (2003).
- [73] S. Eggert, H. Johannesson, and A. Mattsson, *Phys. Rev. Lett.* **76**, 1505 (1996).
- [74] V. A. Sablikov, S. V. Polyakov, and M. Buttiker, *Phys. Rev. B* **61**, 13763 (2000).
- [75] R. Zamoum, M. Guigou, C. Bena, and A. Crepieux