



FACULTE DES SCIENCES ET SCIENCES APPLIQUEES  
DEPARTEMENT DE PHYSIQUE

MEMOIRE PREPARE POUR L'OBTENTION DU DIPLÔME  
DE MASTER EN PHYSIQUE

OPTION

*Physique Théorique des Hautes Energies*

**THEME**

Fluctuations de courant dans un point  
quantique connecté à des barrières  
asymétriques.

Présenté par :

- **ESSAIDANI Karim**
- **RAHMANI Abdelhakim**

Date de soutenance : **27/09/2017**

Devant le jury composé de :

**M. BOUHDJER Lezhar : Président du jury**

**M. ZAMOUM Redouane : Responsable de mémoire**

**M. BENYAHIA Nabil : Examineur**

**M. MERRICHE Abderrazek : Examineur**

# Résumé

Nous traitons principalement dans ce sujet les fluctuations de courant dans un point quantique connecté à deux réservoirs avec barrières asymétriques. La mesure des fluctuations de courant, ou bruit, d'un point quantique ou plus généralement d'un conducteur mésoscopique s'avère être un outil très puissant pour étudier le transport électronique, permettant de révéler la nature des corrélations électroniques ou bien la charge effective des porteurs du courant électrique. Lorsque la fréquence de mesure est du même ordre de grandeur que les échelles d'énergies associées au système telles que la tension  $V$  (énergie  $eV$ ) ou la température  $T$  (énergie  $k_bT$ ), les fluctuations de courant acquièrent une dépendance en fréquence montrant des signatures de ces échelles d'énergie caractéristiques. Dans le régime quantique, pour lequel l'énergie associée à la fréquence  $\hbar\omega$  est bien plus grande que l'énergie thermique  $k_bT$ , le bruit peut être décrit comme un échange de photons d'énergie  $\hbar\omega$  entre le système étudié et le détecteur de bruit. Selon que les photons sont émis ou absorbés par la source, on mesure le bruit en émission ou en absorption. Cette différence entre processus d'émission et d'absorption est bien connue en optique quantique mais difficile à observer dans des circuits électriques.

## abstract

In this subject, we mainly deal with the fluctuation of current in a quantum dot connected to two reservoirs with asymmetrical barriers. The measurement of current fluctuations, or noise, of a quantum dot or more generally of a mesoscopic conductor proves to be a very powerful tool to study the electronic transport, allowing to reveal the nature of the electronic correlations or the effective load carriers of the electric current. When the measurement frequency is of the same order of magnitude as the energy scales associated with the system such as the voltage  $V$  (energy  $eV$ ) or the temperature  $T$  (energy  $k_bT$ ), the current fluctuations acquire a frequency dependence showing signatures of these characteristic energy scales. In the quantum regime, for which the energy associated with the frequency  $\hbar\omega$  is much greater than the thermal energy  $k_bT$ , the noise can be described as an exchange of energy photons  $\hbar\omega$  between the studied system and the noise detector. Depending on whether the photons are emitted or absorbed by the source, the emission or absorption noise is measured. This difference between emission and absorption processes is well known in quantum optics but difficult to observe in electrical circuits.

# Remerciements

Nous tenons tout d'abord à remercier Monsieur Redouane Zamoum pour avoir dirigé ce mémoire et de nous avoir permis de la réaliser dans des conditions privilégiées ,nous lui exprimons toute notre gratitude. Nous le remercions également pour son dévouement ,sa rigueur, sa patience, ses conseils et ses critiques toujours justes et constructives.

Nous souhaiterons remercier l'ensemble des enseignants du département de physique de nous avoir accueilli et nous permettre de s'inscrire à l'université de Bouira. L'ambiance du groupe de physique théorique a par ailleurs contribué a rendre ces années très agréables.

Nous remercions les membres du jury, qui ont accepté de participer au jury de thèse et d'avoir lu avec attention notre manuscrit et de nous avoir questionné et conseillé sur son fond et sur sa forme. Pour terminer, un petit bonjour aux compagnons et aux invitées,

# Table des matières

<b>1</b>	<b>Généralités</b>	<b>7</b>
1.1	Cadre général et définitions . . . . .	8
1.1.1	Limite classique-quantique . . . . .	8
1.1.2	Transport dans un échantillon mésoscopique : . . . . .	9
1.1.3	Courant moyen . . . . .	9
1.1.4	Formule de Landauer . . . . .	11
1.2	Bruit et corrélations de bruit . . . . .	12
1.2.1	Généralités . . . . .	12
1.2.2	Cas classique : bruit poissonien . . . . .	13
1.2.3	Bruit dans un conducteur mésoscopique . . . . .	14
1.3	Types de bruit . . . . .	14
1.3.1	Bruit à fréquence nulle . . . . .	14
1.3.2	Bruit à fréquence finie . . . . .	15
<b>2</b>	<b>Calcul par la méthode des fonctions de Green-Keldysh</b>	<b>17</b>
2.1	Cadre général de la théorie . . . . .	18
2.1.1	Espace de Hilbert . . . . .	18
2.1.2	Deuxième quantification . . . . .	18
2.1.3	Mécanique statistique . . . . .	19
2.2	Fonctions de Green . . . . .	20
2.2.1	Fonctions de Green en équilibre . . . . .	20
2.2.2	Transformée de fourier . . . . .	20
2.2.3	Fonctions de Greens hors équilibre . . . . .	21
2.3	Formalisme de Keldysh . . . . .	21
2.3.1	Historique . . . . .	21
2.3.2	Définitions et propriétés . . . . .	22
2.4	modèle et résultats . . . . .	24
2.4.1	modèle . . . . .	24
2.4.2	Résultat pour le corrélateur croisé $S_{LR}$ . . . . .	25
<b>3</b>	<b>Calcul par la méthode des processus</b>	<b>33</b>
3.1	Origine de l'inspiration : . . . . .	34
3.2	Processus physiques et formules des corrélateurs . . . . .	34
	sommaire	

# Introduction générale

La physique de la matière condensée est une discipline très large qui prétend décrire les propriétés et les phénomènes physiques des solides. Toutefois, un solide reste un corps complexe vivant entre deux mondes : le monde classique et le monde quantique. En effet, celui-ci est un corps macroscopique pouvant être décrit par une approche classique. Cependant, ses propriétés essentielles sont souvent liées aux atomes qui le composent et à leur arrangement dans le réseau cristallin. Une approche quantique telle que la mécanique quantique voire la théorie des champs est donc d'avantage adaptée. La physique mésoscopique s'inscrit de ce fait dans ce vaste cadre. Le préfixe "mésos-" vient du grec "mésos" signifiant "situé au milieu". La physique mésoscopique désigne donc l'étude de la physique "des systèmes intermédiaires" entre l'échelle microscopique et l'échelle macroscopique. Les systèmes étudiés doivent être constitués d'un grand nombre de particules pour permettre l'utilisation de la mécanique statistique. En fonction des systèmes ou des propriétés étudiés, nous pouvons utiliser différentes approches. Les approches semi-classiques permettent d'introduire une part de mécanique quantique dans la théorie classique ou encore la mécanique quantique statistique nous permet de distinguer la nature fermionique ou bosonique des particules mises en jeu. Ces différentes approches seront limitées par la nature classique ou quantique de l'objet étudié. La limite entre le monde classique et le monde quantique est caractérisée par la longueur de cohérence de phase, c'est-à-dire la longueur sur laquelle les particules conservent leur phase. Un système est quantique quand ses dimensions sont inférieures à la longueur de cohérence de phase. Dans le cas contraire, le système est dit classique. On situe le départ de la physique mésoscopique en 1957 lorsque Rolf Landauer, pionnier dans le domaine, proposa une approche de diffusion simple pour calculer le courant et la conductance dans un fil conducteur connecté à deux réservoirs thermalisés. Il montra que la conductance du fil est directement reliée à la probabilité de transmission d'un électron d'un réservoir à l'autre à travers le conducteur. Ce résultat passa inaperçu lorsque Landauer en fit la proposition, cette relative indifférence s'explique essentiellement par le manque de résultats expérimentaux. A l'époque, la fabrication d'échantillons de petites tailles restait extrêmement difficile à cause des limites technologiques. Il aura fallu attendre les années quatre vingt pour voir apparaître des techniques telles que la lithographie électronique permettant la fabrication de tels échantillons. De plus, la prise de mesures dans de bonnes conditions est nécessaire à l'obtention de résultats expérimentaux convenables. Au cours des dernières décennies, les progrès effectués sur les techniques et appareils de mesures (citons par exemple les réfrigérateurs à dilution permettant d'obtenir des températures plus basses que celles de l'Hélium liquide) ont finalement permis d'obtenir ces résultats expérimentaux. La physique mésoscopique est par conséquent devenue l'une des branches les plus actives de la physique. Parallèlement à toutes ces études fondamentales, la micro-électronique est devenue de plus en plus présente dans la vie de tous les jours. La miniaturisation des composants électroniques s'avère être le principal cheval de bataille des industries. Actuellement, les transistors sont des composants électroniques de quelques dixièmes de micromètres. Ces dimensions sont petites, toutefois ces composants fonctionnent à température ambiante et sont donc décrits

par des approches semi-classiques. Les électrons sont vus comme des particules classiques pouvant éventuellement subir des chocs durant leur course. Cependant, la diminution de la taille des composants s'accélère d'année en année. La taille des échantillons sera bientôt inférieure à la longueur de cohérence de phase des électrons, la limite quantique sera par conséquent atteinte accentuant davantage l'intérêt porté à la physique mésoscopique.

Ce mémoire aborde avant tout des aspects fondamentaux de la physique mésoscopique et plus particulièrement du transport électronique dans les systèmes unidimensionnels. Par définition, ces derniers sont des systèmes dans lesquels le mouvement des particules (électrons, phonons...) est limité à une seule direction. Plus exactement, l'étendue spatiale de la fonction d'onde transverse doit être inférieure à quelques longueurs d'onde de Fermi. Cette limitation est réalisée soit par la géométrie du système (un nanotube de carbone a par exemple des dimensions transverses beaucoup plus faibles que sa longueur, le mouvement des électrons est donc clairement guidé), soit en jouant sur un paramètre extérieur à savoir un potentiel extérieur ou un champ magnétique (les états de bords de l'effet Hall Quantique en sont le parfait exemple). La conductance est la quantité physique la plus naturelle pour caractériser le transport dans un échantillon mésoscopique. Landauer fut le premier à calculer la conductance d'un fil relié à deux réservoirs thermalisés par une approche quantique.

Le bruit d'émission dans un point quantique est calculé en présence de barrières asymétriques entre le point et les réservoirs. Ce travail est motivé par des expériences récentes qui ont montré qu'une telle asymétrie influence fortement le profil de bruit d'un point quantique [1]-[6]. Pour dériver l'expression analytique du bruit, nous utilisons une méthode basée sur l'identification de la physique des processus de recombinaison de paires électron-trou accompagnés de l'émission d'énergie dans les réservoirs [7]. Cette méthode nous permet de déterminer les auto-corrélateurs et les corrélations croisées, dont les expressions sont en accord avec celles obtenues en utilisant des approches plus compliquées, telles que les équation de la fonction de Green de hors-équilibre [7, 8]. Comprendre la nature de ces fluctuations dans un point quantique est donc une étape cruciale car ce système est la brique élémentaire des circuits quantiques. La mesure des fluctuations actuelles dans un point quantique devient de plus en plus précise, les résultats sont maintenant disponibles à fréquence nulle et fréquence finie. Interpréter les résultats de ces expériences est une tâche difficile, en particulier dans le cas d'un point quantique en interaction avec barrières asymétriques. La plupart des calculs de bruit dans un point quantique connecté réservoirs gauche (L) et droit (R), ne distinguent pas le bruit d'émission dans le réservoir  $L$  et bruit d'émission dans le réservoir  $R$  [9]-[16], ou considérer que la constante de couplage de barrière gauche,  $\Gamma_L$  et la barrière de droite  $\Gamma_R$  égales [7, 8], en contradiction apparente avec les expériences [3]-[6]. L'asymétrie mesurée des barrières peut être très large, par ex.  $a = 11$ , où  $a = \frac{\Gamma_L}{\Gamma_R}$  est le facteur d'asymétrie [6]. Il y a des travaux théoriques où la distinction entre les barrières gauche et droite est faite, mais ces travaux sont limités aux calculs du bruit à fréquence nulle.

Dans ce mémoire nous étudions les fluctuations de courant pour un point quantique relié à deux réservoirs avec barrières asymétriques. Nous calculons le bruit à fréquence finie, les auto-corrélations présentes dans chaque réservoir à part ainsi que les corrélations croisées. Nous nous sommes appuyés sur deux méthodes différentes. La première est celle de la résolution des équations du mouvement des porteurs de charges qui traversent le point quantique par le formalisme des fonctions de Green-Keldysh [8]. L'étude est menée dans le cadre de l'approximation de Hartree-Fock qui nous permet ici d'utiliser le théorème de Wick et décomposer ainsi les fonctions de Green à quatre points en produits de fonctions de Green à deux points. Une autre approximation importante est celle de la bande large, elle nous permet de dire que l'amplitude de diffusion  $\Gamma$  ne dépend pas de l'énergie. La

deuxième méthode, plus intuitif et plus élégante repose sur l'énumération des processus physiques qui se produisent, et les expliquer par des transitions d'électrons et de trous à travers le point quantique [17]. L'échange d'énergie dans les deux cas s'effectue par une recombinaison électron-trou qui libère un photon d'énergie  $\hbar\omega$ . Il est très intéressant de citer que les corrélations croisées ici sont réelles. Par conséquent, peuvent être expliqué par des processus physiques. Les formules obtenues à la fin sont analytique mais de forme intégrale. Afin de mieux les exploiter il faut bien tracer des courbe du bruit. A ce moment, le calcul des intégrales se fait numériquement.

Ce mémoire est divisé en trois principaux chapitres. Le premier chapitre est consacré à des généralités sur le bruit. Nous exposons les principales définitions ainsi que les principaux résultats de la littérature. Nous donnons aussi les définitions des différent types du bruit. Dans le chapitre deux, nous exposons les outils mathématiques qui nous ont permis de réaliser le calcul du bruit par la méthode des équations du mouvement. Nous parlons du cadre général qui est la seconde quantification dans la mécanique statistique quantique. Puis, nous citons nos outils de théorie des champs, en occurrence le formalisme de Green-Keldysh. Dans la deuxième partie du chapitre nous exposons notre modèle, un exemple de calcul de l'un des corrélateurs et le résultats pour les autres corrélateurs. Dans le troisième chapitre nous parlons de la seconde méthode. Nous énumérerons tous les processus physiques et nous retrouverons tous les résultats de la première méthode mais avec une méthode plus subtile et plus physique. Nous terminerons le travail par une conclusion générale.

# Chapitre 1

## Généralités

Dans ce chapitre nous abordons en bref les définitions essentielles de nos outils de travail ainsi que nos résultats. Nous définissons le courant, le bruit, nous donnons les résultats pionniers. Dans la deuxième partie nous exposons les différents outils physiques et mathématiques que nous avons utilisé.

# 1.1 Cadre général et définitions

## 1.1.1 Limite classique-quantique

Dans un échantillon mésoscopique, il existe trois longueurs caractéristiques : la longueur de l'échantillon  $l$ , la longueur de cohérence de phase  $l_\phi$  (longueur sur laquelle un électron conserve sa phase) et le libre parcours moyen  $l_e$  (longueur moyenne parcourue par un électron entre deux collisions élastiques). Ce libre parcours moyen est une valeur intrinsèque à chaque matériau et peut aller de quelques nanomètres dans les métaux à plusieurs micromètres dans les semi-conducteurs à haute mobilité sous basse température. La longueur de cohérence de phase  $l_\phi$  est une quantité essentielle en physique. La limite classique-quantique est clairement caractérisée par la perte ou le gain de cette cohérence de phase. Un électron est susceptible de perdre cette cohérence suivant le type de chocs qu'il subit. Plusieurs types de chocs peuvent avoir lieu dans un échantillon mésoscopique, chacun ayant des origines bien différentes. Ces derniers sont soit élastiques si les électrons conservent leur énergie lors de la collision, soit inélastique s'ils ne la conservent pas. C'est lors de ces collisions inélastiques que l'électron est susceptible de perdre sa cohérence de phase. Les chocs inélastiques peuvent avoir lieu entre électrons-électrons et électrons-phonons permettant ainsi l'échange d'énergie entre les électrons et le réseau cristallin.

Dans le cas d'une longueur de cohérence de phase inférieure à la longueur de l'échantillon ( $l_\phi < l$ ), l'électron ne conserve pas sa phase et nous sommes dans un système classique. Ce pendant, lorsque la longueur de l'échantillon est inférieure à la longueur de cohérence de phase ( $l < l_\phi$ ), l'électron est décrit comme une onde avec une phase complètement déterminée. Nous sommes en présence d'un système mésoscopique décrit par la mécanique quantique.

Allons encore plus loin dans la description d'un échantillon mésoscopique en caractérisant seulement deux régimes de fonctionnement (voir figure 1.1.1). Lorsque la longueur du fil est plus grande que le libre parcours moyen ( $l \gg l_e$ ), les électrons vont subir de multiples chocs élastiques. Ce régime est connu sous le nom de régime diffusif. Au contraire, lorsque la longueur du fil est plus petite que le libre parcours moyen ( $l_e \gg l$ ), les électrons subissent très peu de collisions et le régime est dit balistique.

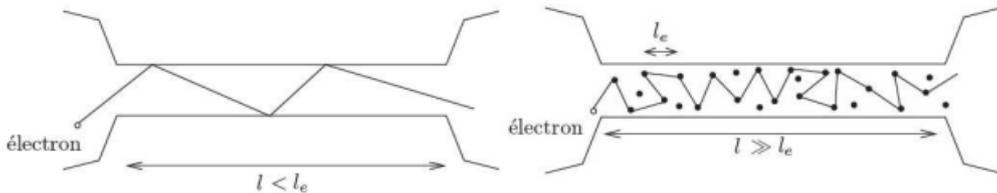


FIGURE 1.1 – A gauche : Conducteur dans un régime balistique, la longueur de l'échantillon est inférieure au libre parcours moyen. L'électron subit pas ou peu de chocs élastiques. A droite : Conducteur dans un régime diffusif, la longueur de l'échantillon est supérieure au libre parcours moyen. L'électron subit beaucoup plus de chocs.

Toutefois, dans ces deux régimes de fonctionnement, les électrons ne subissent pas suffisamment de chocs inélastiques pour permettre une description correcte par des moyennes classiques. La mécanique quantique est donc un outil fondamental prenant en compte la dualité onde-corpuscule des électrons.

### 1.1.2 Transport dans un échantillon mésoscopique :

On associe généralement Rolf Landauer à la naissance de la physique mésoscopique depuis qu'il proposa en 1957 la première théorie quantique du transport . Cette approche prend en compte le caractère ondulatoire des électrons contrairement aux approches classiques. Si le conducteur est balistique, cette théorie s'applique directement [18, 19]. En revanche, les principales mesures que nous connaissons ont été obtenues dans des systèmes diffusifs à cause de la difficulté de fabrication des échantillons balistiques. Toutefois, la méthode de Landauer est parfaitement généralisable à ce régime de fonctionnement. Il est cependant nécessaire d'avoir un échantillon de longueur inférieure à la longueur de cohérence de phase pour garantir la conservation de celle-ci. Dans le cas contraire, l'utilisation de méthodes semi-classiques telle que la méthode de Boltzmann-Langevin est préférable. Dans sa théorie, Landauer considère un fil connecté à deux réservoirs thermalisés (voir figure 1.2). La circulation d'un courant dans le fil est assurée par l'application d'une dif-

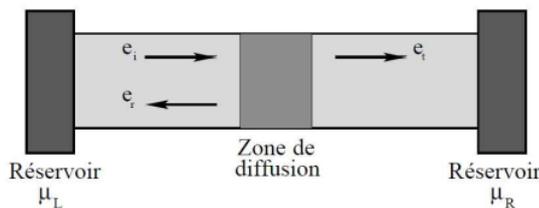


FIGURE 1.2 – Fil quantique relié à deux réservoirs comportant une zone de diffusion. Un électron incident ( $e_i$ ) peut être soit réfléchi ( $e_r$ ), soit transmis ( $e_t$ )

férence de potentiel  $\mu_L - \mu_R = ev$  . La tension appliquée a pour effet de mettre le fil hors équilibre. Dans ces conditions, une théorie hors équilibre telle que le formalisme de Keldysh est nécessaire pour décrire ce système. Toutefois, si la tension appliquée demeure relativement faible, les théories à l'équilibre restent encore valables. La force de la théorie de Landauer est qu'il n'est pas nécessaire de connaître les détails de ce qu'il se passe dans le fil (au niveau de la zone de diffusion). Cette dernière (pouvant correspondre à différents systèmes : potentiel, jonction entre deux métaux, etc...) est simplement décrite par une matrice de diffusion  $S$ . Une onde incidente sur cette zone de diffusion est en partie transmise, l'autre partie étant réfléchie (voir figure 1.2). Dans ce cas simple à deux terminaux, il existe deux états incidents et deux états réfléchis. La matrice de diffusion est donc une matrice  $2 * 2$ . Nous pouvons aisément imaginer une géométrie avec  $N$  terminaux reliés entre eux au niveau d'une zone de diffusion. Dans ce cas, la matrice  $S$  deviendrait une matrice  $N * N$ . Landauer a pu calculer la conductance du fil et mettre en évidence que celle-ci était proportionnelle à la probabilité de transmission des électrons à travers le fil. Cette théorie est donc un puissant formalisme permettant de calculer différentes valeurs physiques telles que le courant, la conductance ou même encore les moments d'ordres supérieurs du courant comme nous allons l'aborder par la suite.

### 1.1.3 Courant moyen

Nous allons présenter le calcul du courant moyen dans un conducteur mésoscopique en utilisant une méthode de seconde quantification. Étudions le cas suivant, celui d'une particule de spin  $1/2$ , de charge  $e$  et de masse  $m_e$  se propageant dans un système tridimensionnel à plusieurs terminaux comportant plusieurs canaux. Notre étude porte sur un fil conducteur relié à deux réservoirs thermalisés. La longueur du fil étant beaucoup

plus grande que ses dimensions transverses, la direction de circulation du courant est donc imposée (la position des réservoirs vient renforcer cette affirmation). Pour cette raison, les degrés de liberté transverses ( $y_m$  et  $z_m$ ) peuvent être intégrés. L'opérateur de courant dans le terminal  $m$  et dans le canal  $\alpha$  s'écrit généralement comme [18, 20] :

$$I_{m,\alpha}(x_m, t) = \frac{e\hbar}{2m_e} \sum \int dy_m dz_m \left( \psi_{m,\alpha,\sigma}^\dagger(r_{m,t}) \frac{\partial \psi_{m,\alpha,\sigma}(r_{m,t})}{\partial x_m} - \frac{\partial \psi_{m,\alpha,\sigma}^\dagger(r_{m,t})}{\partial x_m} \psi_{m,\alpha,\sigma}(r_{m,t}) \right) \quad (1.1)$$

où  $x_m, y_m$  et  $z_m$  sont les coordonnées spatiales dans le terminal  $m$ , et  $\psi_{m,\alpha,\sigma}^\dagger(r_{m,t})$  est l'opérateur de création d'une particule de spin  $\sigma$  dans le terminal  $m$  et le canal  $\alpha$ . La fonction d'onde correspondante est la somme de l'état incident et des états diffusés provenant des autres terminaux

$$\begin{aligned} \psi_{m,\alpha,\sigma}(r_{m,t}) &= \frac{m_e}{\hbar^2 \sqrt{2\pi}} \int \frac{d(E)}{k_{m,\alpha}(E)} \xi_{m,\alpha}(y_m z_m) e^{ik_{m,\alpha}(E)x_m} c_{m,\alpha,\sigma}(k_{m,\alpha}(E), t) \\ &+ \sum_n \sum_{\beta=1}^{N_c(n)} \sqrt{\frac{k_{m,\alpha}(E)}{k_{n,\beta}(E)}} s_{m,\alpha,n,\beta}(E) \times e^{-ik_{m,\alpha}(E)x_m} c_{n,\beta,\sigma}(k_{n,\beta}(E), t) \end{aligned} \quad (1.2)$$

où  $N_c(n)$  est le nombre de canaux dans le terminal  $n$ , et  $\xi_{m,\alpha}(y_m, z_m)$  correspond à la fonction d'onde normalisée transverse :  $\int dy_m dz_m \xi_{m,\alpha}(y_m, z_m) \xi_{m,\alpha}^*(y_m, z_m) = \delta_{\alpha,\beta}$ . Finalement,  $s_{m,\alpha,n,\beta}$  est l'élément de la matrice de diffusion correspondant au coefficient de transmission d'un état incident du terminal  $n$  et du canal  $\beta$ , diffusé vers le terminal  $m$  et le canal  $\alpha$ .  $c_{m,\alpha,\beta}^\dagger$  est l'opérateur de création d'un état diffusé dans le terminal  $m$  et le canal  $\alpha$ . Le vecteur d'onde  $k_{m,\alpha}(E)$  est une quantité intrinsèque au matériau, par conséquent nous faisons l'approximation que les vecteurs d'onde dans les différents terminaux sont essentiellement les mêmes. Grâce à ces différentes hypothèses, nous pouvons réécrire le courant comme suit :

$$\begin{aligned} I_{m,\alpha}(t) &= e \frac{m_e}{\hbar^3 2\pi} \int_\sigma dE d\acute{E} \frac{1}{K(E)} c_{m,\alpha,\sigma}^\dagger(k(E), t) c_{m,\alpha,\sigma}(k(\acute{E}), t) \\ &- \sum_{n,\acute{n}} \sum_{\beta,\acute{\beta}} s_{m,\alpha,n,\beta}^*(E) s_{m,\alpha,\acute{n},\acute{\beta}}(\acute{E}) c_{n,\beta,\sigma}^\dagger(k(E), t) \times c_{\acute{n},\acute{\beta},\sigma}(k(\acute{E}), t) \end{aligned} \quad (1.3)$$

La valeur moyenne du courant fera donc clairement apparaître des moyennes de couples d'opérateurs de création et d'annihilation. Ces moyennes se réécrivent sous la forme suivante :

$$\langle c_{n,\beta,\sigma}^\dagger(k(E), t), c_{\acute{n},\acute{\beta},\sigma}(k(\acute{E}), t) \rangle = \frac{\hbar^2 k(E)}{m_e} f_n(E) \delta(E - \acute{E}) \delta_{n,\acute{n}} \delta_{\beta,\acute{\beta}} \quad (1.4)$$

où  $f_n = \frac{1}{e^{\beta(E-\mu_n)} + 1}$  est la fonction de Fermi-Dirac du terminal  $n$  avec le potentiel chimique  $\mu_n$ . En remplaçant l'équation (1.4) dans la valeur moyenne de l'expression (1.3) et en sommant sur tous les canaux, nous obtenons le courant total dans le terminal  $m$  :

$$\begin{aligned} \langle I_m \rangle &= \sum_\alpha \langle I_{m,\alpha} \rangle \\ &= \frac{2e}{\hbar} \int dE \sum_\alpha \left( f_m(E) - \sum_n \sum_\beta s_{m,\alpha,n,\beta}^*(E) s_{m,\alpha,n,\beta}(E) f_n(E) \right). \end{aligned} \quad (1.5)$$

La matrice de diffusion  $S$  étant unitaire et la somme des probabilités de transmission et de réflexion est égale à 1. A l'aide de cette propriété, le courant moyen devient :

$$\langle I_m \rangle = \frac{2e}{\hbar} \sum_n \int dE T_{m,n}(E) (f_m(E) - f_n(E)) \quad (1.6)$$

avec :  $T_{m,n}(E) = \sum_{\alpha,\beta} |s_{m,\alpha,\beta,n}(E)|^2$  la probabilité de transmission d'une particule du terminal  $n$  vers le terminal  $m$ .

### 1.1.4 Formule de Landauer

Dans le cas des électrons et en travaillant avec une tension pas trop élevée par rapport à l'énergie de Fermi, nous pouvons faire l'hypothèse que la probabilité de transmission est indépendante de l'énergie. Dans la limite de faible température, les fonctions de Fermi-Dirac se comportent comme des marches de Heaviside et les intégrales peuvent être calculées aisément. Intéressons nous à la géométrie de Landauer : un conducteur relié à deux réservoirs avec un canal de conduction unique. Dans ces conditions, le courant moyen s'écrit :

$$\langle I \rangle = \frac{2e}{h} eVT \quad (1.7)$$

où  $V$  est la tension appliquée entre les deux terminaux. En dérivant l'équation précédente par rapport à la tension, nous obtenons la conductance de l'échantillon :

$$G = \frac{2e^2}{h} T . \quad (1.8)$$

Cette relation est connue sous le nom de Formule de Landauer. Un quantum de conductance égal à  $G_0 = \frac{2e^2}{h}$  peut ainsi être isolé. Cette relation peut être généralisée à plusieurs canaux de conduction

$$G = \frac{2e^2}{h} \sum_{n=1}^{N_e} T_N , \quad (1.9)$$

avec  $T_n$  la probabilité de transmission du canal  $n$ . Expérimentalement, la conductance a été mesurée pour un gaz d'électrons  $2D$  comportant plusieurs canaux de conduction. L'application d'une tension de grille sur cet échantillon permet un contrôle sur ces canaux [21]. Etant donné que la probabilité de transmission de chaque canal est proche de 1, la conductance fait apparaître des plateaux aux multiples de  $2e^2/h$ . Chaque nouveau plateau correspond à l'ouverture d'un canal supplémentaire.

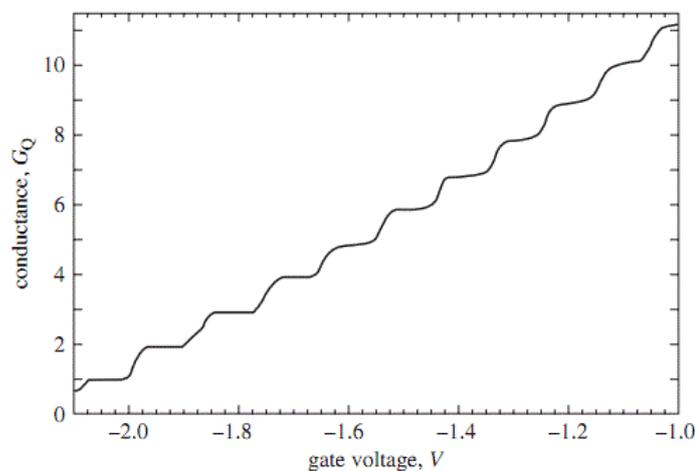


FIGURE 1.3 – Conductance en fonction de la tension de grille. Nous voyons nettement l'apparition des plateaux de conductance lorsque la tension est un multiple de  $2e^2/h$ , correspondant à l'ouverture de nouveaux canaux.

## 1.2 Bruit et corrélations de bruit

### 1.2.1 Généralités

La conductance semble être la quantité physique la plus naturelle pour caractériser un échantillon mésoscopique. Toutefois, cette dernière est liée au caractère moyen du courant alors que celui-ci fluctue. Le bruit et les corrélations de bruit permettent justement de mesurer ces fluctuations temporelles.

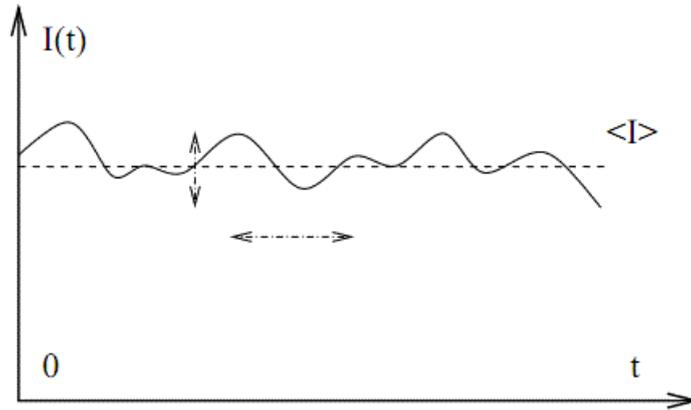


FIGURE 1.4 – Fluctuations du courant par rapport à sa valeur moyenne.

On peut distinguer trois origines physiques du bruit : le bruit en  $1/f$ , qui est un bruit hors équilibre résultant de la résistance du système au mouvement des impuretés dans le réseau cristallin. Ce bruit se mesure à basses fréquences et il est proportionnel à l'inverse de la fréquence. Pour des fréquences plus élevées, sa contribution au bruit total devient indissociable des contributions des autres types de bruit. Le second type du bruit est le bruit thermique. Celui-ci apparaît suite à l'agitation thermique des électrons et aux vibrations du réseau causées par l'augmentation de la température. C'est un bruit d'équilibre présent également en l'absence d'une tension appliquée. Le dernier type du bruit est le bruit de grenaille "shot noise". Ce bruit hors équilibre est une conséquence de la granularité du courant. Nous nous sommes intéressés dans notre travail à ce dernier type de bruit. Afin de calculer le bruit, il faut introduire la fonction de corrélation de courant :

$$c(t) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_0^T dt \langle I(t) I(t+t) \rangle . \quad (1.10)$$

La densité spectrale de la fonction de corrélation représente le bruit. Elle est obtenue en calculant sa transformée de Fourier :

$$S(\omega) = \int dt C(dt) e^{-i\omega t} . \quad (1.11)$$

Notons que cette définition est fondée sur l'hypothèse d'ergodicité. Celle-ci stipule que les moyennes spatiales d'un processus stochastique  $I$  sont équivalentes aux moyennes temporelles de chaque réalisation  $I(t)$ . Nous voulons étudier des conducteurs quantiques, il est nécessaire de bien définir le bruit. De manière générale, le bruit et les corrélations

de bruit sont définis de la manière suivante :

$$\begin{aligned}
S_{n,m}(w) &= \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{2}{T} \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} dt \int_{-\infty}^{+\infty} dt' e^{iwt} \langle \Delta I_m(t) \Delta I_n(t+t') \rangle \\
&= \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{2}{T} \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} dt \int_{-\infty}^{+\infty} dt' e^{iwt} \langle \Delta I_m(t) \Delta I_n(t+t') - \langle I_m \rangle \langle I_n \rangle \rangle
\end{aligned} \tag{1.12}$$

où  $\Delta I_m(t)$  correspond aux fluctuations du courant par rapport à sa valeur moyenne dans le terminal  $m$  au temps  $t$ .

$$\Delta I_m(t) = I_m(t) - \langle I_m \rangle \tag{1.13}$$

L'expression (1.10) correspond au "bruit" lorsque les deux terminaux sont identiques  $m = n$ . Nous obtenons les "corrélations croisées" (ou "corrélations de bruit") lorsque les deux terminaux sont différents  $m \neq n$ . Finalement, le bruit est à peu de chose près la transformée de Fourier de la fonction d'auto-corrélations des fluctuations du courant. De plus, les corrélations de courant dépendent généralement de la différence des temps  $t$  et  $t + t'$ . L'intégrale sur le temps  $t$  peut être effectuée de manière triviale et la dépendance en  $T$  disparaît.

## 1.2.2 Cas classique : bruit poissonien

En 1918, Schottky a calculé le bruit produit par une source de particules classiques. Les particules sont émises de façon indépendante (non corrélée). La probabilité pour que l'intervalle de temps entre deux particules soit égal à  $t$  est donnée par la relation :

$$P(t) = \frac{e^{-\frac{t}{\tau}}}{\tau} \tag{1.14}$$

où  $\tau$  est le temps moyen entre deux émissions. La probabilité d'émettre  $N$  particules pendant un temps  $\tau_N$  suit ainsi une loi de Poisson :

$$P(N, \tau_N) = \frac{\tau_N^N e^{-\tau_N}}{N! \tau} . \tag{1.15}$$

Le nombre moyen de particules comptabilisées pendant le temps  $\tau_N$  se réduit à l'expression suivante :  $\langle N \rangle = \tau_N / \tau$ . En injectant cette relation dans (1.12), nous obtenons :

$$P(N, \tau_N) = \frac{\langle N \rangle^N}{N!} e^{-\langle N \rangle} . \tag{1.16}$$

Notre variable suit une loi de Poisson, il est facile de montrer que sa variance est égale à : à sa valeur moyenne

$$\langle (N^2) \rangle = \langle (N - \langle N \rangle)^2 \rangle = \langle N \rangle \tag{1.17}$$

De plus, la définition du courant nous rappelle que celui-ci est égal au nombre moyen de particules émises pendant le temps  $\tau_N$  multiplié par la charge de ces dernières. Dans le cas des électrons, le courant moyen devient :

$$\langle I \rangle = e \frac{\langle N \rangle}{\tau_N} . \tag{1.18}$$

Le bruit à fréquence nulle, quant à lui, s'écrit finalement :

$$S = 2\tau_N \langle \Delta I^2 \rangle = 2e \langle I \rangle \tag{1.19}$$

L'expression (1.19) est la formule de Schottky [22]. Le bruit est donc proportionnel à la charge des porteurs  $e$  et au courant moyen.

### 1.2.3 Bruit dans un conducteur mésoscopique

le bruit dans un conducteur mésoscopique généralement défini par l'expression suivante :

$$S_{\alpha,\beta}(w) = \int_{-\infty}^{+\infty} s_{\alpha,\beta}(t, 0) e^{-iwt} dt \quad (1.20)$$

avec :  $s_{\alpha,\beta}(t, 0) = \langle \Delta \hat{I}_\alpha(t) \Delta \hat{I}_\beta(0) \rangle$  et  $\Delta \hat{I}_\alpha(t) = \hat{I}_\alpha(t) - \langle \hat{I} \rangle$

avec :  $\hat{I}_\alpha(t)$  l'opérateur de courant dans le réservoir  $\alpha$  défini comme :

$$\hat{I}_\alpha = \frac{ei}{\hbar} \sum_{k \in \alpha} (V_k c_k^\dagger d - V_k^* d^\dagger c_k)$$

si on remplace la formule  $\hat{I}_\alpha$  dans  $S_{\alpha,\beta}(t, 0)$  on trouve la formule de bruit de courant finale :

$$S_{\alpha,\beta}(t, \hat{t}) = \frac{ei}{\hbar} \sum_{k \in \alpha, k \in \beta} [V_k V_k G_1^{cd,>}(t, \hat{t}) - V_k V_k^* G_2^{cd,>}(t, \hat{t}) - V_k^* V_k G_3^{cd,>}(t, \hat{t}) + V_k^* V_k^* G_4^{cd,>}(t, \hat{t})] - \langle \hat{I}_\alpha \rangle \langle \hat{I}_\beta \rangle \quad (1.21)$$

avec :  $G_i^{cd,>}(t, \hat{t})$  et  $[i = 1 \rightarrow 4]$  les composants plus importants des fonctions de Green à deux particules qui combinent les opérateurs  $c_k$  et  $d$ .

## 1.3 Types de bruit

### 1.3.1 Bruit à fréquence nulle

Dans cette partie, nous allons considérer un conducteur mésoscopique couplé deux réservoirs contenant de multiples canaux de conduction. L'expression du bruit à fréquence nulle dans l'un des réservoirs ( $L$  ou  $R$ ) s'écrit [23]

$$S_{LL(RR)}(0) = \frac{2e^2}{\hbar} \sum_n \int dE [\tau_n(E) (f_l(E)(1 - f_l(E)) + f_r(E)(1 - f_r(E))) + \tau_n(E)(1 - \tau_n(E))(f_l(E) - f_r(E))^2] \quad (1.22)$$

Cette expression décrit aussi bien les fermions que les bosons, en substituant les signes (+) par des signes (-) et les signes (-) par les signes (+). Une expression équivalente est obtenue dans l'approche du paquet d'onde. Dans cette approche les fréquences sont considérées assez basses par rapport à l'inverse du temps nécessaire pour qu'un électron traverse le système. Cette méthode se base sur l'hypothèse que le courant est une superposition de pulses :

$$I(t) = \sum_n j(t - n_\tau) g_n \quad (1.23)$$

où  $j$  est le courant associé à une pulse et  $g_n$  un facteur d'occupation. Ce facteur prend la valeur 1 si l'électron passe de la gauche vers la droite du système et prend la valeur  $-1$  si l'électron passe de la droite vers la gauche. En l'absence d'une tension appliquée, et dans la limite des hautes températures ( $\hbar\omega \ll k_B T$ ), la contribution du bruit thermique dans l'expression (1.19) domine. L'utilisation de la relation  $f_i(1 - f_i) = -k_B T \partial f_i / \partial E$  permet de retrouver l'expression standard du bruit thermique :

$$S(0) = 4Gk_B T \quad (1.24)$$

où  $G$  est la conductance de Landauer. Le théorème de fluctuation-dissipation permet aussi de retrouver ce résultat. Dans l'autre limite, et pour une tension appliquée  $V$  et une température nulle, c'est la contribution du bruit hors-équilibre qui domine. Ce qui correspond à une réduction du bruit, qui devient dans ce cas le bruit de grenaille quantique :

$$S_{LL(RR)}(0) = \frac{4e^2}{\hbar} ev \sum_n \tau_n (1 - \tau_n) . \quad (1.25)$$

Dans la limite d'une transmission parfaite, le bruit s'annule. Ce qui conduit à un comportement de la conductance en marche d'amplitude  $2e^2/\hbar$ . Pour une transmission faible on retrouve la formule de Schottky du bruit. La réduction du bruit dans le cas d'un conducteur à un canal correspond à la formule de Schottky multiplié par un facteur  $1 - \tau$  :

$$S_{LL(RR)}(0) = 2e\langle I \rangle (1 - \tau) . \quad (1.26)$$

Notons enfin que dans le régime intermédiaire  $\hbar\omega \approx k_B T$ , il n'est pas possible de dissocier les deux contributions du bruit.

### 1.3.2 Bruit à fréquence finie

L'importance de la considération de la dépendance en fréquence du bruit réside dans la possibilité d'élargir la gamme de bruits étudiés. Le courant total dans ce cas est conservé. Il est composé du courant de particules et du courant de déplacement  $\varepsilon_0 \partial E / \partial t$ . Contrairement au cas du bruit à fréquence nulle où le courant total se compose uniquement du courant de particules qui est conservé. Dans le cas dynamique la considération des interactions électroniques conduit à la non-conservation du courant de particules. Ce qui montre que l'équation (1.19) calculée pour une fréquence nulle n'est pas valable à fréquence finie. Une restriction est possible lorsque la matrice de diffusion ne dépend pas de l'énergie. Dans ce cas l'expression du bruit s'écrit [20] :

$$S_{LL(RR)}(w) = \frac{2e^2}{\hbar} \sum_n \tau_n^2 \int dE (f_{lL}(E, w)(1 - f_{lL}(E, w)) + f_{RR}(E, w)(1 - f_{RR}(E, w))) \\ + \sum_n \tau_n (1 - \tau_n) \int dE (f_{LR}(E, w) + f_{RL}(E, w)) \quad (1.27)$$

avec :

$$f_{\alpha, \beta}(E, w) = f_{\alpha}(E)[1 - f_{\beta}(E + \hbar w)] + (1 - f_{\alpha}(E))f_{\beta}(E + \hbar w)$$

où  $\alpha, \beta = R, L$ . Après intégration, l'expression devient :

$$S_{LL(RR)}(w) = \frac{2e^2}{\hbar} \left[ \sum_n \tau_n^2 \frac{2\hbar w}{e^{\hbar w/k_B T} - 1} + \sum_n \tau_n (1 - \tau_n) \left[ \frac{\hbar w + ev}{e^{\hbar w/k_B T} - 1} + \frac{\hbar w - ev}{e^{\hbar w/k_B T} - 1} \right] \right] \quad (1.28)$$

Le comportement dans les deux limites de température est semblable au cas du bruit à fréquence nulle. En effet, pour une tension nulle et dans la limite des hautes températures le bruit s'écrit :

$$S_{LL(RR)}(w)^{(v=0)} = \frac{2\hbar w G}{e^{\hbar w/k_B T} - 1} \quad (1.29)$$

qui se réduit à l'équation (1.22) si  $\omega \rightarrow 0$ . Dans la limite opposée, le bruit à fréquence finie contient deux contributions : une contribution à l'équilibre  $(4e\hbar w/h) \sum_n \tau_n^2$ , et une contribution hors-équilibre qui diffèrent suivent le régime choisi. Si  $\hbar|w| > ev$  elle est nulle. Si par contre  $\hbar|w| < ev$  cette contribution vaut :

$$S_{LL(RR)}(w)^{heq} = \frac{4e^2(ev - \hbar|w|)}{\hbar} \sum_n \tau_n (1 - \tau_n) \quad (1.30)$$

On introduit le bruit en excès :

$$S_{exces}(w) = S(w) - S_{v=0}(w) \quad (1.31)$$

qui permet de ne garder que la contribution hors équilibre du bruit. Dans les expériences c'est le bruit en excès qui est mesuré. Celui-ci est symétrique en l'absence d'interaction, il est donc difficile de distinguer entre le bruit en excès correspondant au spectre d'absorption et celui qui correspond au spectre d'émission. Autrement dit, il n'est pas possible de séparer les deux contributions non symétrisées du bruit symétrisé. Il faut rajouter à cela l'influence du mode de détection. Dans la référence , l'utilisation d'un amplificateur ne permet de détecter qu'un corrélateur symétrisé. Dans le cas d'une jonction de Josephson, où il est possible de mesurer séparément les deux contributions non symétrisé du bruit. Dans la référence , G.B. Lesovik et R. Loosen ont proposé un scénario de mesure qui permet de déterminer quel corrélateur est obtenu [23]. Le système est couplé d'une manière inductive avec le détecteur et le bruit est mesuré à travers les fluctuations de charge dans le circuit  $LC$ . L'expression du bruit mesuré s'écrit :

$$s_{mes}(w) = K Re[s_+^{mn}(w)(N(w) + 1)s_-^{mn}(w)N(w)] \quad (1.32)$$

où  $(e^{\hbar w/k_B T} - 1)^{-1}$  est la fonction de distribution de Bose-Einstein,  $w = 1/\sqrt{LC}$  est la fréquence du circuit résonnant et  $K$  est une constante qui dépend du couplage du circuit avec le système. Cette expression du bruit diffère de celle du bruit symétrisé, c'est un mélange des deux contributions non-symétrisées du bruit. Dans la référence , le couplage entre le détecteur et le système est capacitif. L'utilisation des processus inélastiques qui agissent dans un double point quantique permet en utilisant ce couplage de séparer les contributions d'émission et d'absorption. L'étude du bruit à fréquence finie permet d'accéder à certaines propriétés du système. Dans la référence [24], les auteurs ont calculé les corrélations de bruit à fréquence finie pour un nanotube de carbone connecté à deux réservoirs dans lequel on injecte un électron. Les corrélations de bruit à fréquence finie permettent de calculer la charge transmise aux réservoirs. En effet, l'injection d'un électron dans le système engendre la création de deux excitations anormalement chargées se propageant dans deux directions opposées. Dans la référence [25], les auteurs ont calculé la conductance ainsi que le bruit non-symétrisé à fréquence finie pour un nontube de carbone ainsi que pour un fil quantique. Le profil en fréquence du bruit exhibe une forte asymétrie, qui est proportionnelle à la conductance en excès. Dans un autre travail l'auteur a appliqué la formulation du bruit en bruit d'absorption et bruit d'émission au cas d'un conducteur cohérent ainsi qu'à la généralisation de la formule de Kubo. Une analyse théorique a permis de proposer un protocole de mesure du bruit et de dire quel bruit est mesuré dans des expérience de hautes fréquences. Le résultat montre que le bruit mesuré est le bruit d'émission et un bruit lié au détecteur qui est complètement indépendant des propriétés hors équilibre du système étudié. Par conséquent, mesurer le bruit en excès permet de détecter directement le bruit d'émission.

# Chapitre 2

## Calcul par la méthode des fonctions de Green-Keldysh

Dans ce chapitre nous allons présenter le calcul des corrélations de courant pour un point quantique. En premier lieu, nous exposons le formalisme mathématique des fonctions de Green-Keldysh. Nous enchaînons par la suite avec le calcul en détail de l'un des corrélateurs, après présentation de modèle. Nous exposons ensuite le reste des résultats.

## 2.1 Cadre général de la théorie

Étant donné que notre intérêt porte sur un système de particules multiples fermionique. Nous donnons un bref aperçu de l'espace Hilbert. Nous travaillons dans le cas de la seconde quantification, et nous utilisons le formalisme de Green-Keldysh car nous sommes dans un cas hors-équilibre.

### 2.1.1 Espace de Hilbert

L'espace Hilbert que nous allons décrire pour notre système à  $N$  particules est :

$$H \subset H^{(1)} \otimes \dots \otimes H^{(N)} \quad (2.1)$$

où  $H^{(i)}$  est l'espace unique de Hilbert de la  $i$ -ième particule. Grâce aux fermions, cet espace de Hilbert décrit des états antisymétriques. Pour une base orthonormée (ONB), nous utiliserons les vecteurs propres d'un opérateur hermitien avec des valeurs propres discrètes :  $\alpha_1, \alpha_2 \dots$

Ensuite, l'ONB  $\beta$  a la forme suivante :

$$\beta = \{|N; n_1 n_2 \dots \rangle\} \quad (2.2)$$

où  $N$  est le nombre total de particules de notre système et  $n_i$  est le nombre de particules équivalent selon la valeur propre  $\alpha_i$ . Lorsque nous travaillons avec des fermions qui ne coopèrent pas, nous pouvons négliger leur rotation et donc permettre :

$$n_i \in \{0, 1\} \quad (2.3)$$

Selon le principe de Pauli.

### 2.1.2 Deuxième quantification

Comme d'habitude, l'opérateur de création ( $c_r^\dagger$ ) et l'opérateur d'annulation ( $c_r$ ) sont définis comme :

$$c_r^\dagger : \rightarrow H^{(-),N} \\ |N; n_1 n_2 \dots n_r \dots \rangle \rightarrow (-1)^{N_r} \delta_{n_r 0} |N+1; n_1 n_2 \dots n_r+1 \dots \rangle \quad (2.4)$$

$$\text{où } N_r = \sum_{i=1}^{r-1} n_i$$

et  $(c_r \equiv (c_r^\dagger)^\dagger)$  donc

$$c_r |N; n_1 n_2 \dots n_r \dots \rangle = (-1)_{N_r} \delta_{n_r 1} |N-1; n_1 n_2 \dots n_r-1 \dots \rangle \quad (2.5)$$

L'opérateur de création  $c_r^\dagger$  crée une particule correspondante à la valeur propre  $\alpha_r$  et l'opérateur d'annihilation détruit une particule.

L'opérateur d'occupation du  $r^{\text{ième}}$  état propre  $\hat{n}_r$  est défini comme :

$$c_r^\dagger c_r = \hat{n}_r \quad (2.6)$$

On écrit la relation d'anti-commutation fondamentale :

$$\{c_k^\dagger, c_l\} = \{c_k, c_l\} = 0 \dots \forall k, l \quad (2.7)$$

$$\{c_k, c_l^\dagger\} = \delta_{k,l} \dots \forall k, l \quad (2.8)$$

où  $\{A, B\}$  symbolise la relation d'anti-commutation :

$$\{A, B\} = AB + BA \quad (2.9)$$

Avec cette relation, on peut dériver la relation de commutateur suivante, pour les opérateurs de création et d'annihilation :

$$[c_k, c_l^\dagger c_m] = \delta_{kl} c_m \quad (2.10)$$

$$[c_k^\dagger c_k, c_l^\dagger c_m] = \delta_{kl} c_k^\dagger - \delta_{km} c_l^\dagger c_k \quad (2.11)$$

où le commutateur  $[A, B]$  est défini par :

$$[A, B] = AB - BA \quad (2.12)$$

Ensuite, nous voulons transformer les opérateurs dans le deuxième formalisme de la quantification. Comme notre système n'est pas interactif, nous aurons seulement besoin d'opérateurs de particules uniques, qui ont la forme :

$$A = \sum_{n=1}^N 1^{n-1} \otimes A^{(n)} \otimes 1^{N-n} = \sum_{n=1}^n A^{(n)} \quad (2.13)$$

avec le  $A^{(n)}$  ne fonctionne que sur l'espace Hilbert  $h_n$  à seule particule.

Maintenant utilisant une ONB  $D = \{|i\rangle\}$  de l'espace Hilbert de notre particule, on peut écrire l'opérateur de particule unique comme :

$$A = \sum_{ik \in \{|i\rangle\}} \langle i | A_{op} | k \rangle c_i^\dagger c^k \quad (2.14)$$

### 2.1.3 Mécanique statistique

Dans notre travail nous sommes obligé de traiter avec quelques définitions de base de la mécanique statistique. Nous examinons brièvement les faits, qui sont importants. Pour un grand ensemble canonique la valeur moyenne d'un opérateur  $A$  à  $t = \infty$  Peut être écrit comme :

$$\langle A \rangle_{eq} = \langle \Psi | A | \Psi \rangle_{eq} = \frac{1}{z} tr \{ \rho A \} \quad (2.15)$$

où :

- \*  $\rho = \exp^{-\beta(\hat{H} - \mu\hat{N})}$  est l'opérateur de densité
- \*  $z = tr \{ \rho \}$  est la fonction de partition
- \*  $\beta = \frac{1}{k_B T}$ , où  $T$  est la température et  $k_b$  est la constante de Boltzmann
- \*  $\hat{H}$  est l'opérateur de Hamilton, décrivant notre système
- \*  $\mu$  est le potentiel chimique de notre système
- \*  $\hat{N}$  est l'opérateur nombre de particule

Un résultat important que l'on peut obtenir pour  $\hat{n}_i$ , qui est l'opérateur d'occupation des particules de l'état de l'énergie, correspondant au niveau  $E_i$  :

$$\langle \hat{n}_i \rangle = \frac{1}{\exp^\beta(E_i - \mu)} \equiv f(E_i, \mu) \quad (2.16)$$

où  $f$  est la fonction de distribution de Fermi-Dirac.

## 2.2 Fonctions de Green

### 2.2.1 Fonctions de Green en équilibre

Dans ce qui suit, nous travaillons dans l'image de Heisenberg, donc l'équation de Schrödinger se transforme en :

$$i\hbar\dot{A} = [A; \hat{H}] \quad (2.17)$$

où  $\hat{H}$  est l'opérateur hamiltonien.

Nous définissons la fonction de Green  $G_{AB}^t(t, t')$  comme :

$$G_{AB}^t(t, t') = -i\langle T\{A(t)B(t')\} \rangle \quad (2.18)$$

où  $T$  est l'opérateur de temps ordonné, défini comme :

$$T\{A(t)B(t')\} = \Theta(t - t')A(t)B(t') - \Theta(t' - t)B(t')A(t) \quad (2.19)$$

avec la fonction de Heaviside :

$$\Theta(x) = \begin{cases} 1 & x > 0 \\ 0 & x < 0 \end{cases} \quad (2.20)$$

Nous définissons encore quatre autres fonctions de Green, les retardées, les avancées, supérieures et inférieures :

$$G_{AB}^r(t, t') = -i\Theta(t - t')\langle\{A(t), B(t')\}\rangle \quad (2.21)$$

$$G_{AB}^a(t, t') = i\Theta(t - t')\langle\{A(t), B(t')\}\rangle \quad (2.22)$$

Et les fonctions de Green plus grandes et moindres :

$$G_{AB}^<(t, t') = i\langle B(t'), A(t) \rangle \quad (2.23)$$

$$G_{AB}^>(t, t') = -i\langle A(t), B(t') \rangle \quad (2.24)$$

En équilibre, toutes les fonctions de Green ont la propriété de translation dans le temps :

$$G_{AB}^\alpha(t, t') = G_{AB}^\alpha(t - t') \quad (2.25)$$

Les fonctions de Green suivent les équations du mouvement :

$$i\hbar\frac{d}{dt}G_{AB}^\alpha(t, t') = \hbar\delta(t - t')\langle\{A(0), B(0)\}\rangle + G_{[A, \hat{H}]B}^\alpha(t, t') \quad (2.26)$$

avec  $\alpha \in \{t, r, a\}$

$$i\hbar\frac{d}{dt}G_{AB}^\alpha(t, t') = G_{[A, \hat{H}]B}^\alpha(t, t') \quad (2.27)$$

avec  $\alpha \in \{<, >\}$

### 2.2.2 Transformée de Fourier

Nous utiliserons les conventions suivantes pour les transformations de Fourier entre le temps  $t$  et l'énergie  $E$ .

$$t \longrightarrow E : f(E) = \int_{-\infty}^{+\infty} dt f(t) \exp\frac{i}{\hbar}(Et) \quad (2.28)$$

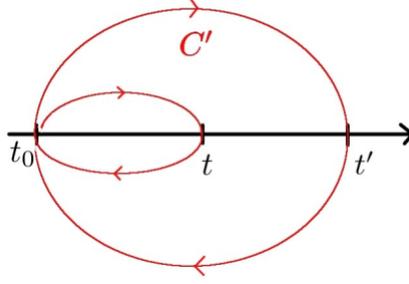


FIGURE 2.1 – contour  $c$

$$E \longrightarrow t : f(t) = \frac{1}{2\pi\hbar} \int_{-\infty}^{+\infty} dt f(E) \exp \frac{i}{\hbar}(Et) \quad (2.29)$$

Pour la fonction delta, nous avons les identités importantes :

$$\delta(E - E') = \int_{-\infty}^{+\infty} dt \exp \frac{i}{\hbar}(E - E')t \quad (2.30)$$

$$\delta(t - t') = \frac{1}{2\pi\hbar} \int_{-\infty}^{+\infty} dE \exp \frac{i}{\hbar}E(t - t') \quad (2.31)$$

### 2.2.3 Fonctions de Greens hors équilibre

Nous supposons que notre système n'est en équilibre à l'heure  $t > t'$ , alors que pour  $t < t'$  le système était en équilibre. Dans le formalisme de Keldysh [26] le système hors-équilibre évolue à partir d'un système en équilibre, ceci est mathématiquement équivalent à une théorie d'équilibre sur des contours complexes spéciaux. Nous définissons donc des fonctions de Green hors-équilibre qui ne dépendent pas de  $t$  et  $t'$  avec  $t, t' \in \Re$  mais dépendent de  $\tau$  et  $\tau'$ , avec  $\tau, \tau' \in \zeta'$  (Voir figure 2.1) :

L'analogique de la fonction Green ordonnée dans le temps, appelée fonction Green ordonnée sur un contour  $G_{AB}^c(t - t')$  a la forme :

$$G_{AB}^c(t - t') = \int_{\zeta'} d\tau E^c(t, \tau) F^c(t, \tau) \quad (2.32)$$

où  $E^c, F^c$  sont des fonctions de Green ordonnée sur un contour arbitraire, le théorème Langreth nous dit que nous pouvons écrire :

$$G_{AB}^{<,neq}(t - t') = \int_{-\infty}^{+\infty} d\tilde{t} [E^r(t, \tilde{t}) F^<(\tilde{t}, t') + E^<(t, \tilde{t}) F^a(\tilde{t}, t')] \quad (2.33)$$

où  $\{G_{AB}^{<,neq}(t - t')\}$  est le minimum de la fonction de Green hors-équilibre.

## 2.3 Formalisme de Keldysh

### 2.3.1 Historique

Dès le début des années 60, une méthode mathématique permettant de calculer des valeurs moyennes d'observables (en particulier des fonctions de Green hors-équilibre) plus communément appelée formalisme de "Schwinger-Keldysh" [26]. Il s'agit d'une extension directe de la théorie des champs usuelle à une situation hors-équilibre. C'est une méthode

très systématique qui permet de ramener formellement une situation hors-équilibre à une situation diagrammatique de perturbations à l'équilibre. Nous allons ici présenter les bases de cette théorie. Néanmoins, pour une description plus complète, cette méthode a été présentée dans plusieurs articles de revues .

### 2.3.2 Définitions et propriétés

Il s'agit de décrire un système irréversible fortement perturbé. En effet, même pour un temps asymptotiquement grand le système ne revient pas à son état d'équilibre. Typiquement, un tel système est transféré d'un état d'équilibre à  $t = -\infty$ , décrit par un Hamiltonien  $H_0$ , vers un état hors équilibre pour lequel un Hamiltonien d'interaction  $H_{int}$  intervient. L'état final hors-équilibre n'est pas un état propre de l'Hamiltonien  $H_0$ . Un système de deux réservoirs portés à différents potentiels chimiques constitue un bon exemple. Un autre exemple est le transport dans un système unidimensionnel (fil quantique, nonotube de carbone) engendré par l'application d'une différence de potentiel entre les bornes du conducteur. Ces situations illustrent bien l'irréversibilité dans l'évolution du système. Le formalisme de Schwinger-Keldysh est une méthode de théorie des champs conçue pour calculer les fonctions de corrélations d'un système hors équilibre. S'appuyant sur la transcription de la théorie de perturbation à l'équilibre pour des systèmes hors équilibre, elle constitue une extension de celle-ci. Cette approche est utile pour traiter divers cas de systèmes hors équilibres, à citer par exemple le phénomène de transport où le traitement des systèmes hors équilibre thermique.

Dans le formalisme de Keldysh, le système évolue de  $t \rightarrow -\infty$  à  $t \rightarrow \infty$  puis cette évolution est renversée,  $t \rightarrow \infty$  à  $t \rightarrow -\infty$ . Ceci est traduit par un contour temporel dans le plan complexe (voir figure 2.3.2). Plusieurs changements affectent l'expression de la fonction de Green décrite dans le cadre de la théorie de perturbation. L'opérateur évolution devient un opérateur identité  $U_k = 1$ , et la matrice  $S_k$  s'écrit au moyen de produit de matrices  $S$  :

$$S_k = S(-\infty, +\infty)S(+\infty, -\infty) \quad (2.34)$$

Par conséquent, elle possède une nouvelle expression en fonction de l'intégrale de l'Ha-

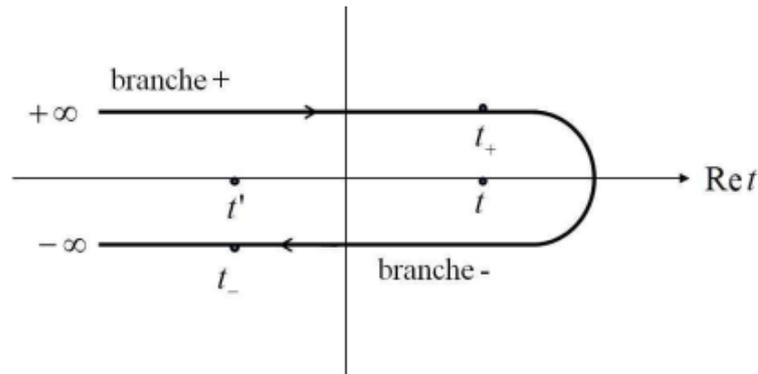


FIGURE 2.2 – Contour temporel de Keldysh, l'indice des branches est  $\eta = \pm 1$

miltonien  $\tilde{H}_{int}$  sur le contour  $K$  de Keldysh :

$$S_k = T_k \left( \exp(-i \int_k \tilde{H}_{int} t_1 dt_1) \right) \quad (2.35)$$

où  $T_k$  est le nouvel opérateur d'ordre temporel, qui ordonne les opérateurs sur le contour Keldysh. Ces opérateurs peuvent se trouver sur la branche supérieure indexée par  $\eta = +$

ou sur la branche inférieure  $\eta = -$ . Pour deux opérateurs  $A(t)$  et  $B(t)$  l'opérateur  $T_k$  s'écrit, si  $t > \acute{t}$  :

$$T_k(A(t)B(\acute{t})) = A(t)B(\acute{t})$$

et si  $t < \acute{t}$  :

$$T_k(A(t)B(\acute{t})) = \pm B(\acute{t})A(t)$$

où  $t > \acute{t}$  et  $t < \acute{t}$  expriment la relations d'ordre entre deux temps sur le contour Keldysh. Ces nouveaux opérateurs permettent de définir la fonction de Green dans le cadre du formalisme de Keldysh :

$$G(x, t; \acute{x}, \acute{t}) = -i \frac{\langle \phi_0 | T_k(S_k \psi(x, t) \psi^\dagger(\acute{x}, \acute{t})) | \phi_0 \rangle}{\langle \psi_0 | S_k | \psi_0 \rangle} \quad (2.36)$$

L'opérateur  $T_k$  définit en fait quatre fonctions de Green suivant la position des temps de chaque opérateur. On peut donc récrire la fonction de Green en mettant en évidence l'ordre temporel par l'indice  $\eta \pm 1$  :

$$G^{\eta \acute{\eta}(x, t; \acute{x}, \acute{t})} = -i \langle \phi_0 | T_k(S_k \psi(x, t) \psi^\dagger(\acute{x}, \acute{t})) | \phi_0 \rangle \quad (2.37)$$

Cette écriture de la fonction de Green nous permet d'expliciter les quatre fonctions suivant l'ordre des temps sur le contour Keldysh. Les deux premières fonctions de Green correspondent au cas où les deux temps se trouvent dans des branches différentes :

$$G^{+, -(<)}(x, t; \acute{x}, \acute{t}) = i \langle \phi_0 | \psi^\dagger(\acute{x}, \acute{t}) \psi(x, t) | \phi_0 \rangle \quad (2.38)$$

et :

$$G^{-, +(>)}(x, t; \acute{x}, \acute{t}) = -i \langle \phi_0 | \psi(x, t) \psi^\dagger(\acute{x}, \acute{t}) | \phi_0 \rangle \quad (2.39)$$

Dans le cas où les deux temps se trouvent sur la branche supérieure du contour, on définit la fonction de Green ordonnée dans le temps :

$$G^{++(t)}(x, t; \acute{x}, \acute{t}) = -i \langle \phi_0 | T(\psi(x, t) \psi^\dagger(\acute{x}, \acute{t})) | \phi_0 \rangle \quad (2.40)$$

Si les deux temps se trouvent sur la branche inférieure, on définit alors la fonction de Green anti-ordonnée dans le temps :

$$G^{--(\bar{t})}(x, t; \acute{x}, \acute{t}) = -i \langle \phi_0 | \bar{T}(\psi(x, t) \psi^\dagger(\acute{x}, \acute{t})) | \phi_0 \rangle \quad (2.41)$$

où  $\bar{T}$  est l'opérateur définit sur le contour Keldysh qui anti-ordonne le temps. Les fonctions de Green ordonnée et anti-ordonnée peuvent être exprimées en fonction de  $G^{+-}$  et  $G^{+-}$ , nous avons donc :

$$G^{++(t)}(x, t; \acute{x}, \acute{t}) = \Theta(t - \acute{t}) G^{-+(<)}(x, t; \acute{x}, \acute{t}) + \Theta(\acute{t} - t) G^{+-(>)}(x, t; \acute{x}, \acute{t}) \quad (2.42)$$

$$G^{--(\bar{t})}(x, t; \acute{x}, \acute{t}) = \Theta(\acute{t} - t) G^{-+(<)}(x, t; \acute{x}, \acute{t}) + \Theta(t - \acute{t}) G^{+-(>)}(x, t; \acute{x}, \acute{t}) \quad (2.43)$$

Les indices entre parenthèses  $<, >, t$  et  $\bar{t}$  représentent les autres notations de ces mêmes fonctions de Green qu'on peut trouver dans la littérature. L'ensemble de ces quatre fonctions vérifient la relation :

$$G^{++} + G^{--} = G^{+-} + G^{-+} \quad (2.44)$$

et permettent de définir une matrice  $2 \times 2$  ce la forme :

$$\begin{pmatrix} G^{++} & G^{+-} \\ G^{-+} & G^{--} \end{pmatrix}. \quad (2.45)$$

L'application d'une transformation unitaire sur cette matrice permet de définir trois fonctions de Green supplémentaires :

$$\begin{pmatrix} 0 & G^A \\ G^R & G^k \end{pmatrix} = \frac{1 - i\sigma_y}{2} \begin{pmatrix} G^{++} & G^{+-} \\ G^{-+} & G^{--} \end{pmatrix}. \quad (2.46)$$

où  $G^A$   $G^R$   $G^k$  sont les fonctions de Green avancée, retardée et la fonction de Green Keldysh respectivement. La fonction de Green avancée est définie par :

$$G^A(x, t; \acute{x}, \acute{t}) = G^{++}(x, t; \acute{x}, \acute{t}) - G^{+-}(x, t; \acute{x}, \acute{t}) = i\Theta(t - \acute{t}) \langle \phi_0 | [\psi(x, t), \psi^\dagger(\acute{x}, \acute{t})]_{\pm} | \phi_0 \rangle \quad (2.47)$$

où l'indice  $\pm$  dans le crochet  $[\ ]_{\pm}$  fait référence au commutateur des champs bosoniques et fermioniques respectivement. La fonction de Green retardée est donnée par la relation :

$$G^R(x, t; \acute{x}, \acute{t}) = G^{++}(x, t; \acute{x}, \acute{t}) - G^{-+}(x, t; \acute{x}, \acute{t}) = -i\Theta(t - \acute{t}) \langle \phi_0 | [\psi(x, t), \psi^\dagger(\acute{x}, \acute{t})]_{\pm} | \phi_0 \rangle \quad (2.48)$$

La dernière fonction est la fonction de Green Keldysh, spécifiques aux systèmes hors-équilibre, elle s'écrit :

$$G^k(x, t; \acute{x}, \acute{t}) = -i \langle \phi_0 | [\psi(x, t), \psi^\dagger(\acute{x}, \acute{t})]_{\pm} | \phi_0 \rangle \quad (2.49)$$

En utilisant les relations (2.47) et (2.48) on peut récrire la relation (2.44) :

$$G^A - G^R = G^{+-} - G^{-+} \quad (2.50)$$

Grâce au formalisme de Keldysh on peut définir plusieurs quantités physiques au moyen des fonctions de Green. De plus, quelque soit la dimension du système le formalisme est applicable car il ne dépend que de l'intensité de la perturbation.

## 2.4 modèle et résultats

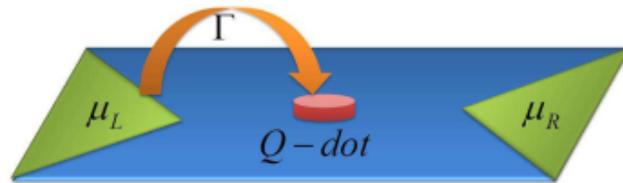


FIGURE 2.3 – Schéma d'un point quantique connecté à deux réservoirs.

### 2.4.1 modèle

Nous considérons un point quantique à un seul niveau d'énergie tel que représenté dans (Fig.2.3). Le hamiltonien est la somme des quatre contributions,  $H = H_R + H_r + H_T + H_{Dot}$ , qui sont respectivement le Hamiltonien des réservoirs de gauche et de droite, le Hamiltonien de transfert et le Hamiltonien du point. Ils s'expriment comme suit :

$$H_{\alpha} = L, R = \sum_{k; \alpha=L, R} \varepsilon_{k, \alpha} C_{k, \alpha}^\dagger C_{k, \alpha} \quad (2.51)$$

$$H_T = \sum_{k,\alpha=L,R} V_{k,\alpha} C_{k,\alpha}^\dagger d + hc \quad (2.52)$$

$$H_{dot} = \varepsilon_0 d^\dagger d \quad (2.53)$$

$C_{k,\alpha}^\dagger, C_{k,\alpha}$  sont respectivement les opérateurs de création et d'annihilation dans les réservoirs.  $d^\dagger, d$  sont respectivement les opérateurs de création et d'annihilation dans le point,  $\varepsilon_{k,\alpha}$  est l'énergie d'un électron avec l'impulsion  $k$  dans le réservoir  $\alpha$ .  $V_{k,\alpha}$  est l'élément de matrice de transfert entre les états correspondants, et  $\varepsilon_0$  l'énergie ou niveaux de point quantique. Dans ce travail, nous négligeons l'interactions Coulombienne entre les électrons dans le point. Pour calculer le bruit dans un tel système, l'approche la plus populaire est la théorie de la diffusion développée par Büttiker. Ici, nous utilisons une approche alternative basée sur l'utilisation de la technique de fonctions de Green hors-équilibre. Elle a l'avantage de donner des résultats identiques à ceux de la théorie de la diffusion dans la limite de sans-interaction et peut être utilisé dans le future comme point de départ pour traiter les systèmes en interaction.

## 2.4.2 Résultat pour le corrélateur croisé $S_{LR}$

On s'intéresse au calcul de bruit non-symétrisé. Celui-ci nous procure la propriété de traiter séparément le bruit d'absorption et le bruit d'émission. Dans cette partie nous donnons le calcul détaillé de la corrélation croisée  $S_{LR}$ . Le corrélateur  $S_{RL}$  s'obtient facilement en interchangeant les indices des réservoirs. Les auto-corrélateurs  $S_{LL}$  et  $S_{RR}$  sont exposés dans l'appendice A. On définit le bruit non-symétrisé croisée comme :

$$S_{L,R}(t - \hat{t}) = \int_{-\infty}^{+\infty} s_{L,R}(t, \hat{t}) e^{-i\omega(t-\hat{t})} dt \quad (2.54)$$

$$\text{et : } S_{L,R}(t - \hat{t}) = \langle \delta \hat{I}_L(t) \delta \hat{I}_R(\hat{t}) \rangle$$

avec :

$$\begin{cases} \delta \hat{I}_L = \hat{I}_L - \langle I_L \rangle \\ \delta \hat{I}_R = \hat{I}_R - \langle I_R \rangle \end{cases}$$

et on a les opérateurs des courant électrique donne les réservoirs cela forme suivent [27]

$$\begin{cases} \hat{I}_L(t) = -e \frac{d\hat{N}_L(t)}{dt} \\ \hat{I}_R(t) = -e \frac{d\hat{N}_R(t)}{dt} \end{cases}$$

$\hat{N}_L$  : l'opérateur de nombre électrons dans le réservoir de gauche.

$\hat{N}_R$  : l'opérateur de nombre électrons dans le réservoir de droite.

On écrit donc les opérateurs de courant :

$$\hat{I}_L(t) = \frac{ei}{\hbar} \sum_k (V_{k,L} C_{k,L}^\dagger d - V_{k,L}^* d^\dagger C_{k,L}) \quad (2.55)$$

$$\hat{I}_R(t) = \frac{ei}{\hbar} \sum_{\hat{k}} (V_{\hat{k},R} C_{\hat{k},R}^\dagger d - V_{\hat{k},R}^* d^\dagger C_{\hat{k},R}) \quad (2.56)$$

donc :

$$S_{L,R}(t, \hat{t}) = \langle \delta I_L(t) \delta I_R(\hat{t}) \rangle$$

$$\begin{aligned}
&= \left\langle (\hat{I}_L(t) - \langle I_L(t) \rangle) \right\rangle \left\langle (\hat{I}_R(\acute{t}) - \langle I_R(\acute{t}) \rangle) \right\rangle \\
&= \langle \hat{I}_L(t) \hat{I}_R(\acute{t}) \rangle - \langle I_L(t) \rangle \hat{I}_R(\acute{t}) - \hat{I}_L(t) \langle I_R(\acute{t}) \rangle + \langle I_L(t) \rangle \langle I_R(\acute{t}) \rangle \quad (2.57)
\end{aligned}$$

on replace les équations (2.55) et (2.56) dans (2.57) on trouve :

$$\begin{aligned}
S_{L,R}(t, \acute{t}) &= \frac{i^2 e^2}{\hbar^2} \sum_{k, \acute{k}} \left[ V_{k,L} V_{\acute{k},R} C_{k,L}^\dagger d C_{\acute{k},R} d - V_{k,L} C_{\acute{k},R}^\dagger d V_{\acute{k},R}^* d^\dagger C_{\acute{k},R} \right] - \\
&\frac{i^2 e^2}{\hbar^2} \sum_{k, \acute{k}} \left[ V_{k,L}^* d^\dagger C_{k,L} V_{\acute{k},R} C_{\acute{k},R}^\dagger d + V_{k,L}^* d^\dagger C_{k,L} V_{\acute{k},R}^* d^\dagger C_{\acute{k},R} \right] - \langle I_L(t) \rangle \langle I_R(\acute{t}) \rangle \quad (2.58)
\end{aligned}$$

avec :

- $G_1^{c,d>}(t, \acute{t}) = i^2 \langle C_{k,L}^\dagger(t) d(t) C_{\acute{k},R}^\dagger(\acute{t}) d(\acute{t}) \rangle$
- $G_2^{c,d>}(t, \acute{t}) = i^2 \langle C_{k,L}^\dagger(t) d(t) d^\dagger(\acute{t}) C_{\acute{k},R}(\acute{t}) \rangle$
- $G_3^{c,d>}(t, \acute{t}) = i^2 \langle d^\dagger(t) C_{k,L}(t) C_{\acute{k},R}^\dagger(\acute{t}) d(\acute{t}) \rangle$
- $G_4^{c,d>}(t, \acute{t}) = i^2 \langle d^\dagger(t) C_{k,L}(t) d^\dagger(\acute{t}) C_{\acute{k},R}(\acute{t}) \rangle$

qui sont des fonction de Green à quatre points. L'équation (2.58) devient :

$$\begin{aligned}
S_{L,R}(t, \acute{t}) &= \frac{i^2 e^2}{\hbar^2} \sum_{k, \acute{k}} \left[ V_k V_{\acute{k}} G_1^{c,d>}(t, \acute{t}) - V_k V_{\acute{k}}^* G_2^{c,d>}(t, \acute{t}) \right] \\
&- \frac{i^2 e^2}{\hbar^2} \sum_{k, \acute{k}} \left[ V_k^* V_{\acute{k}} G_3^{c,d>}(t, \acute{t}) + V_k^* V_{\acute{k}}^* G_4^{c,d>}(t, \acute{t}) - \langle I_L(t) \rangle \langle I_R(\acute{t}) \rangle \right] \quad (2.59)
\end{aligned}$$

On ramène le système à un contour Keldysh, on a donc les fonctions  $G_i^{c,d}(\tau, \acute{\tau})$  avec  $\tau > \acute{\tau}$ , on obtient :

$$\begin{aligned}
S_{L,R}(\tau, \acute{\tau}) &= \delta_{L,R} \tilde{S}(\tau, \acute{\tau}) + \frac{e^2}{\hbar^2} \sum_{k \in L, \acute{k}' \in R} |V_k V_{\acute{k}'}|^2 \int \int d\tau_1 d\tau_2 [-g_k^0(\tau_1, \tau) g_{\acute{k}'}^0(\tau_2, \acute{\tau}) \times \\
&G_1^2(\tau, \acute{\tau}, \tau_1, \tau_2) + g_k^0(\tau_2, \tau) g_{\acute{k}'}^0(\acute{\tau}, \tau_1) \times G_2^{(2)}(\tau, \acute{\tau}, \tau_1, \tau_2) - g_k^0(\tau, \tau_1) g_{\acute{k}'}^0(\tau_2, \acute{\tau}) \times \\
&G_3^{(2)}(\tau, \acute{\tau}, \tau_1, \tau_2) - g_k^0(\tau, \tau_1) g_{\acute{k}'}^0(\acute{\tau}, \tau_2) \times G_4^2(\tau, \acute{\tau}, \tau_1, \tau_2)] - \\
&[\langle I_L(t) \rangle \langle I_R(\acute{t}) \rangle] \quad (2.60)
\end{aligned}$$

ou

$$\delta_{L,R} \tilde{S}(\tau, \acute{\tau}) = \frac{e^2}{\hbar^2} \sum_{k \in L} |V_k|^2 [g_k^0 G(\acute{\tau}, \tau) + g_k^0(\tau, \acute{\tau}) G(\acute{\tau}, \tau)]$$

avec :

- $G_1^{(2)}(\tau, \acute{\tau}, \tau_1, \tau_2) = i^2 \langle T_c d(\tau) d(\acute{\tau}) d^\dagger(\tau_1) d^\dagger(\tau_2) \rangle$
- $G_2^{(2)}(\tau, \acute{\tau}, \tau_1, \tau_2) = i^2 \langle T_c d(\tau) d^\dagger(\acute{\tau}) d(\tau_1) d^\dagger(\tau_2) \rangle$
- $G_3^{(2)}(\tau, \acute{\tau}, \tau_1, \tau_2) = i^2 \langle T_c d^\dagger(\tau) d(\acute{\tau}) d(\tau_1) d^\dagger(\tau_2) \rangle$
- $G_4^{(2)}(\tau, \acute{\tau}, \tau_1, \tau_2) = i^2 \langle T_c d^\dagger(\tau) d^\dagger(\acute{\tau}) d(\tau_1) d(\tau_2) \rangle$

qui sont des fonctions de Green à quatre point mains qui ne dépend que du point quantique par les opérateurs  $d$  et  $d^\dagger$ , ici  $T_c$  est l'opérateur de temps ordonné sur le contour  $C$  donc :

$$\begin{aligned}
S_{L,R}(\tau, \acute{\tau}) &= \frac{e^2}{\hbar^2} \left( \sum_{k \in L} |V_k|^2 [g_k^0 G(\acute{\tau}, \tau) + g_k^0(\tau, \acute{\tau}) G(\acute{\tau}, \tau)] \right. \\
&\quad + \sum_{k \in L, k' \in R} |V_k V_{k'}|^2 \int \int d\tau_1 d\tau_2 [-g_k^0(\tau_1, \tau) g_{k'}^0(\tau_2, \acute{\tau}) \times \\
&\quad G_1^2(\tau, \acute{\tau}, \tau_1, \tau_2) + g_k^0(\tau_2, \tau) g_{k'}^0(\acute{\tau}, \tau_1) \times G_2^{(2)}(\tau, \acute{\tau}, \tau_1, \tau_2) - g_k^0(\tau, \tau_1) g_{k'}^0(\tau_2, \acute{\tau}) \times \\
&\quad G_3^{(2)}(\tau, \acute{\tau}, \tau_1, \tau_2) - g_k^0(\tau, \tau_1) g_{k'}^0(\acute{\tau}, \tau_2) \times G_4^2(\tau, \acute{\tau}, \tau_1, \tau_2)] - \\
&\quad \left. [\langle I_L(t) \rangle \langle I_R(\acute{t}) \rangle] \right) \tag{2.61}
\end{aligned}$$

avec  $g_k^0$  : fonction de Grenn sans interaction dans le point [28]. En utilisant une décomposition de wick des fonctions de Green à quatre points dans le cadre de l'approximation de Hortree-fock approximation [27]

$$\begin{aligned}
S_{L,R}(\tau, \acute{\tau}) &= \left( \frac{e}{\hbar} \right)^2 \left[ \sum_{k \in L} |V_k|^2 [g_k^0 G(\acute{\tau}, \tau) + g_k^0(\tau, \acute{\tau}) G(\acute{\tau}, \tau)] \right. \\
&\quad + \sum_{k \in L, k' \in R} |V_k|^2 |V_{k'}|^2 \int d\tau_1 \int d\tau_2 [-g_k^0(\tau_1, \tau) g_{k'}^0(\tau_2, \acute{\tau}) G(\tau, \tau_2) G(\acute{\tau}, \tau_1) \\
&\quad + g_k^0(\tau_2, \tau) g_{k'}^0(\acute{\tau}, \tau_1) G(\tau, \acute{\tau}) G(\tau_1, \tau_2) + g_k^0(\tau, \tau_1) g_{k'}^0(\tau_2, \acute{\tau}) G(\tau, \acute{\tau}) G(\tau_1, \tau_2) \\
&\quad \left. - g_k^0(\tau, \tau_1) g_{k'}^0(\acute{\tau}, \tau_2) G(\tau_2, \tau) G(\tau, \acute{\tau}) \right] \tag{2.62}
\end{aligned}$$

Les notations de Keldysh  $\int d\tau_1 d\tau_2$  permettent de séparer les termes et de les calculer un par un .

$$C(\tau, \acute{\tau}) = \int_K d\tau_1 A(\tau, \tau_1) B(\tau_1, \acute{\tau})$$

La fonction de Green-keldysh est :

$$\begin{pmatrix} G^{++} & G^{+-} \\ G^{-+} & G^{--} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} G^t & G^< \\ G^> & G^{\bar{t}} \end{pmatrix} \tag{2.63}$$

avec :  $G^t = G^< + G^r = G^> + G^a$

et

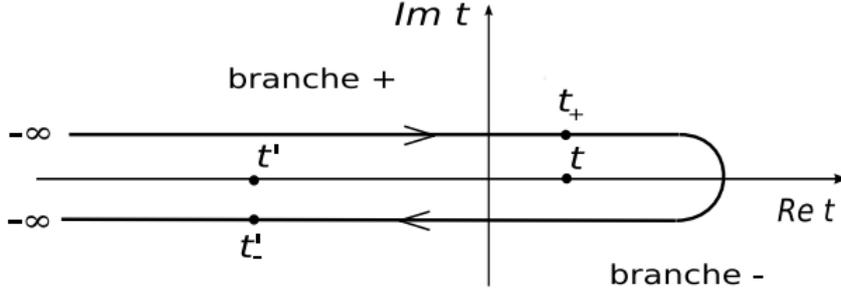


FIGURE 2.4 – Contour temporel de Keldysh

$G^{\bar{t}} = G^< - G^a = G^> - G^r$  pour la fonction  $f(\tau_1)$  on peut écrire :

$$\int_k d\tau_1 f(\tau_1) = \sum_{n_1} n_1 \int_{-\infty}^{+\infty} dt_1 f(t_1^{n_1})$$

donc pour  $G(\tau, \hat{\tau})$  on peut écrire

$$C^{\acute{n},n}(\acute{t}, t) = \sum_{n_1} n_1 \int dt_1 A^{\acute{n},n_1}(\acute{t}, t_1) B^{n_1,n}(t_1, t)$$

d'après l'équation (2.62) :

$$S_{L,R}(\tau, \hat{\tau}) = \sum_{i=1}^{\Gamma} C_{L,R}^{(i)}(\tau, \hat{\tau}) \quad (2.64)$$

avec :

- $G_{L,R}^{(1)}(\tau, \hat{\tau}) = \frac{e^2}{\hbar^2} \sum_{k \in L} |V_K^2| [g_K(\tau, \hat{\tau}) G(\tau, \hat{\tau}) + g_k(\tau, \hat{\tau}) G(\hat{\tau}, \tau)] \delta_{L,R}$
- $G_{L,R}^{(2)}(\tau, \hat{\tau}) = \frac{-e^2}{\hbar^2} \sum_{k \in L, \acute{k} \in R} |V_K^2 V_{\acute{k}}|^2 \int \int d\tau_1 d\tau_2 G(\tau, \tau_2) g_{\acute{k}}(\tau_2, \hat{\tau}) G(\hat{\tau}, \tau_1) g_k(\tau_1, \tau)$
- $G_{L,R}^{(3)}(\tau, \hat{\tau}) = \frac{e^2}{\hbar^2} \sum_{k \in L, \acute{k} \in R} |V_K^2 V_{\acute{k}}|^2 \int \int d\tau_1 d\tau_2 G(\tau, \hat{\tau}) g_{\acute{k}}(\hat{\tau}, \tau_1) G(\tau_1, \tau_2) g_k(\tau_2, \tau)$
- $G_{L,R}^{(4)}(\tau, \hat{\tau}) = \frac{e^2}{\hbar^2} \sum_{k \in L, \acute{k} \in R} |V_K^2 V_{\acute{k}}|^2 \int \int d\tau_1 d\tau_2 g_k(\tau, \tau_1) G(\tau_1, \tau_2), g_{\acute{k}}(\tau_2, \hat{\tau}) G(\hat{\tau}, \tau)$
- $G_{L,R}^{(5)}(\tau, \hat{\tau}) = \frac{-e^2}{\hbar^2} \sum_{k \in L, \acute{k} \in R} |V_K^2 V_{\acute{k}}|^2 \int \int d\tau_1 d\tau_2 g_k(\tau, \tau_1) G(\tau_1, \hat{\tau}), g_{\acute{k}}(\hat{\tau}, \tau_2) G(\tau_2, \tau)$

et d'après les relations de fonction de Green

$$\begin{aligned}
C^< &= A^r B^< + A^< B^a \\
C^> &= A^> B^a + A^r B^> \\
C^t &= A^t B^t + A^r B^> \\
C^{\acute{t}} &= A^> B^< - A^{\acute{t}} B^{\acute{t}} \\
C^r &= A_r B^r \\
C^r &= A_a B^a
\end{aligned}$$

on trouve que :

$$S_{L,R}(t, \acute{t}) = \sum_{i=1}^{\Gamma} C_{L,R}^{(i)}(t, \acute{t}) \quad (2.65)$$

est :

$$\begin{aligned}
C_{L,R}^{(1)}(t, \acute{t}) &= \frac{e^2}{\hbar^2} \sum_{k \in L} |V_k|^2 [g_k^<(t, \acute{t}) G^>(t, \acute{t}) + g_k^>(t, \acute{t}) G^<(t, \acute{t})] \delta_{L,R} \\
C_{L,R}^{(2)}(t, \acute{t}) &= \frac{-e^2}{\hbar^2} \sum_{k \in L, \acute{k} \in R} |V_k V_{\acute{k}}|^2 \int \int dt_1 dt_2 [G^r(\acute{t}, t_1) g_k^<(t_1, t) + G^<(\acute{t}, t_1) g_k^a(t_1, t)] \\
&\quad [G^>(t, t_2) g_{\acute{k}}^a(t_2, \acute{t}) + G^r(t, t_2) g_{\acute{k}}^>(t_2, \acute{t})] \\
C_{L,R}^{(3)}(t, \acute{t}) &= \frac{e^2}{\hbar^2} \sum_{k \in L, \acute{k} \in R} |V_k V_{\acute{k}}|^2 G^>(t, \acute{t}) \int \int dt_1 dt_2 [g_{\acute{k}}^r(\acute{t}, t_1) G^r(t_1, t_2) g_k^<(t_2, t) \\
&\quad + g_{\acute{k}}^r(\acute{t}, t_1) G^<(t_1, t_2) g_k^a(t_2, t) + g_{\acute{k}}^<(\acute{t}, t_1) G^a(t_1, t_2) g_k^a(t_2, t)] \\
C_{L,R}^{(4)}(t, \acute{t}) &= \frac{e^2}{\hbar^2} \sum_{k \in L, \acute{k} \in R} |V_k V_{\acute{k}}|^2 G^<(\acute{t}, t) \int \int dt_1 dt_2 [g_k^>(t, t_1) G^a(t_1, t_2) g_{\acute{k}}^a(t_2, \acute{t}) \\
&\quad + g_k^r(t, t_1) G^<(t_1, t_2) g_{\acute{k}}^a(t_2, \acute{t}) + g_k^r(t, t_1) G^r(t_1, t_2) g_{\acute{k}}^>(t_2, \acute{t})] \\
C_{L,R}^{(4)}(t, \acute{t}) &= \frac{e^2}{\hbar^2} \sum_{k \in L, \acute{k} \in R} |V_k V_{\acute{k}}|^2 \int \int dt_1 dt_2 [g_k^>(t, t_1) G^a(t_1, \acute{t}) + g_k^r(t, \acute{t}) G^>(t_1, \acute{t})] \\
&\quad [g_{\acute{k}}^r(\acute{t}, t_2) G^<(t_2, \acute{t}) + g_{\acute{k}}^<(\acute{t}, t_2) G^a(t_2, \acute{t})]
\end{aligned}$$

La prochaine étape est de prendre la transformée de Fourier de toutes les contributions, on trouve

$$S_{L,R}(\omega) = \sum_{i=1}^{\Gamma} C_{L,R}^{(i)}(\omega)$$

avec :

$$C_{L,R}^{(1)}(\omega) = \frac{e^2}{\hbar^2} \sum_{k \in L} |V_k|^2 \int_{-\infty}^{+\infty} d\varepsilon [g_k^<(\varepsilon) G^>(\varepsilon - \hbar\omega) + g_k^>(\varepsilon - \hbar\omega) G^<(\varepsilon)] \delta_{L,R}$$

$$C_{L,R}^{(2)}(\omega) = \frac{-e^2}{\hbar^2} \sum_{k \in L, \acute{k} \in R} |V_k V_{\acute{k}}|^2 \int_{-\infty}^{+\infty} d(\varepsilon) [G^r(\varepsilon) g_K^<(\varepsilon) G^r(\varepsilon - \hbar\omega) g_{\acute{k}}^>(\varepsilon - \hbar\omega) \\ + G^r(\varepsilon) g_k^<(\varepsilon) G^>(\varepsilon - \hbar\omega) g_{\acute{k}}^a(\varepsilon - \hbar\omega) \\ + G^<(\varepsilon) g_k^a(\varepsilon) G^r(\varepsilon - \hbar\omega) g_{\acute{k}}^>(\varepsilon - \hbar\omega) + G^<(\varepsilon) g_k^a(\varepsilon) G^>(\varepsilon - \hbar\omega) g_{\acute{k}}^a(\varepsilon - \hbar\omega)]$$

$$C_{L,R}^{(3)}(\omega) = \frac{e^2}{\hbar^2} \sum_{k \in L, \acute{k} \in R} |V_k V_{\acute{k}}|^2 \int_{-\infty}^{+\infty} d(\varepsilon) [G^<(\varepsilon - \hbar\omega) g_{\acute{k}}^r(\varepsilon) G^r(\varepsilon) g_k^<(\varepsilon) \\ + G^>(\varepsilon - \hbar\omega) g_{\acute{k}}^r(\varepsilon) G^<(\varepsilon) g_k^a(\varepsilon) + G^>(\varepsilon - \hbar\omega) g_{\acute{k}}^<(\varepsilon) G^a(\varepsilon) g_k^a(\varepsilon)]$$

$$C_{L,R}^{(4)}(\omega) = \frac{e^2}{\hbar^2} \sum_{k \in L, \acute{k} \in R} |V_k V_{\acute{k}}|^2 \int_{-\infty}^{+\infty} d(\varepsilon) [G^<(\varepsilon) g_{\acute{k}}^>(\varepsilon - \hbar\varepsilon) G^a(\varepsilon - \hbar\varepsilon) g_{\acute{k}}^a(\varepsilon - \hbar\varepsilon) \\ + G^<(\varepsilon) g_{\acute{k}}^r(\varepsilon - \hbar\varepsilon) G^>(\varepsilon - \hbar\varepsilon) g_k^a(\varepsilon - \hbar\varepsilon) + G^<(\varepsilon) g_{\acute{k}}^r(\varepsilon - \hbar\varepsilon) G^r(\varepsilon - \hbar\varepsilon) g_{\acute{k}}^>(\varepsilon - \hbar\varepsilon)]$$

$$C_{L,R}^{(5)}(\omega) = \frac{-e^2}{\hbar^2} \sum_{k \in L, \acute{k} \in R} |V_k V_{\acute{k}}|^2 \int_{-\infty}^{+\infty} d(\varepsilon) [G^a(\varepsilon - \hbar\omega) g_{\acute{k}}^>(\varepsilon - \hbar\varepsilon) G^<(\varepsilon) g_{\acute{k}}^r(\varepsilon) \\ + G^a(\varepsilon - \hbar\omega) g_{\acute{k}}^>(\varepsilon - \hbar\omega) G^a(\varepsilon) g_k^<(\varepsilon) + G^>(\varepsilon - \hbar\omega) g_{\acute{k}}^r(\varepsilon - \hbar\omega) G^<(\varepsilon) g_{\acute{k}}^r(\varepsilon) \\ + G^>(\varepsilon - \hbar\omega) g_{\acute{k}}^r(\varepsilon - \hbar\omega) G^a(\varepsilon) g_k^<(\varepsilon)]$$

On injecte maintenant les fonctions de Green sans interaction :

- ▶  $g_{k \in L}^<(\varepsilon) = 2i\pi f_L^e(\varepsilon) \delta(\varepsilon - \varepsilon_k)$
- ▶  $g_{k \in L}^>(\varepsilon) = -2i\pi f_L^h(\varepsilon) \delta(\varepsilon - \varepsilon_k)$
- ▶  $g_{k \in L}^r(\varepsilon) = [\varepsilon - \varepsilon_k + iO^\dagger]^{-1}$
- ▶  $g_{k \in L}^a(\varepsilon) = [\varepsilon - \varepsilon_k - iO^\dagger]^{-1}$

où  $f_L^e(\varepsilon)$  est la fonction de distribution de Fermi-Dirac associée à un électron

dans le réservoir  $L$  et  $f_\alpha^h(\varepsilon) = 1 - f_L^e(\varepsilon)$  est la fonction de distribution associée à un trou. On introduit maintenant l'amplitude de diffusion :

$$\Gamma_{L/R}(\varepsilon) = 2\pi\rho_{L/R}(\varepsilon)|V(\varepsilon)|^2$$

où  $\rho_{L/R}$  est la densité d'états. Dans le cadre de l'approximation de la bande de large l'amplitude de diffusion est indépendante de l'énergie.

Pour un point quantique sans interaction, nous avons :

$$G^r(\varepsilon) - G^a(\varepsilon) = iG^r[\Gamma_L + \Gamma_R]G^a(\varepsilon)$$

$$G^< = iG^r(\varepsilon)[\Gamma_L f_L^e(\varepsilon) + \Gamma_r f_r^e(\varepsilon)]G^a(\varepsilon)$$

on utilise aussi les relations :  $i\Gamma G^r(\varepsilon) = t(\varepsilon)$  et  $G^>(\varepsilon) = G^r(\varepsilon) - G^a(\varepsilon) + G^<(\varepsilon)$

et on considère des barrières no-symétrique  $\Gamma_L \neq \Gamma_R$  On trouve :

$$\begin{cases} i\Gamma G^r(\varepsilon) = t(\varepsilon) \\ -i\Gamma G^a(\varepsilon) = t^*(\varepsilon) \end{cases}$$

et

$$\begin{cases} t(\varepsilon)_{L,R} = i\sqrt{\Gamma_L\Gamma_R}G^a(\varepsilon) \\ \tau_{LR}(\varepsilon) = |t_{LR}(\varepsilon)|^2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} t(\varepsilon)_{L,R}^* = -i\sqrt{\Gamma_L\Gamma_R}G^r(\varepsilon) \\ \tau_{LR}^*(\varepsilon) = |t_{LR}(\varepsilon)|^2 \end{cases}$$

$$G^r(\varepsilon) - G^a(\varepsilon) = \frac{-2it(\varepsilon)t(\varepsilon)^*}{\Gamma}$$

$$= \frac{2i(i\sqrt{\Gamma_L\Gamma_R}G^a(\varepsilon))(-i\sqrt{\Gamma_L\Gamma_R}G^r(\varepsilon))}{\Gamma}$$

$$= \frac{-2i\Gamma_L\Gamma_R G^a(\varepsilon)G^r(\varepsilon)}{\Gamma}$$

On obtient au final l'expression recherchée du corrélateur croisé  $S_{L,R}$  :

$$S_{L,R}(\omega) = \frac{e^2}{\hbar}\Gamma_L\delta_{L,R} \int_{-\infty}^{+\infty} d\varepsilon [-if_L^h(\varepsilon - \hbar\omega)G^<(\varepsilon) + if_L^e(\varepsilon)][G^r(\varepsilon - \hbar\omega)$$

$$\begin{aligned}
& -G^a(\varepsilon - \hbar\omega) + G^<(\varepsilon - \hbar\omega)] + \frac{e^2}{\hbar} \Gamma_L \Gamma_R \int_{-\infty}^{+\infty} d\varepsilon [G^<(\varepsilon) G^>(\varepsilon - \hbar\omega) - f_L^e(\varepsilon) f_R^h(\varepsilon - \hbar\omega) \\
& \quad G^r(\varepsilon) G^r(\varepsilon - \hbar\omega) - f_r^e(\varepsilon) f_L^h(\varepsilon - \hbar\omega) G^a(\varepsilon) G^a(\varepsilon - \hbar\omega) \\
& \quad + [f_r^e(\varepsilon) G^R(\varepsilon) - f_L^e(\varepsilon) G^a(\varepsilon)] G^>(\varepsilon - \hbar\omega) + \\
& \quad f_L^h(\varepsilon - \hbar\omega) G^a(\varepsilon - \hbar\omega) - f_R^h(\varepsilon - \hbar\omega) G^r(\varepsilon - \hbar\omega) G^<(\varepsilon)
\end{aligned}$$

# Chapitre 3

## Calcul par la méthode des processus

Dans cette partie nous allons exposer en détail la seconde méthode de calcul, qui nous permet d'avoir exactement le même résultat mais avec beaucoup moins de calcul. Cette méthode s'appuie sur l'identification des processus qui rentrent en jeu lors de la mise en marche du système.

### 3.1 Origine de l'inspiration :

Un calcul du bruit à fréquence finie donne le résultat suivant [29] :

$$\begin{aligned}
S(\omega) = & 2eG_Q \int d\varepsilon \sum_p \left[ \mathsf{T}_p(\varepsilon) \left[ f_R(\varepsilon)(1 - f_L(\varepsilon - \hbar\omega)) \right. \right. \\
& \left. \left. + f_L(\varepsilon - \hbar\omega)(1 - f_R(\varepsilon)) \right] - \mathsf{T}_p(\varepsilon)\mathsf{T}_p(\varepsilon - \hbar\omega) \left[ f_L(\varepsilon) - f_R(\varepsilon) \right] \right. \\
& \left. \times \left[ f_L(\varepsilon - \hbar\omega) - f_R(\varepsilon - \hbar\omega) \right] \right] \quad (3.1)
\end{aligned}$$

Les auteurs ont donné l'interprétation suivante. le premier groupe des termes entre crochets décrit les transferts à un électron correspondant aux taux  $\Gamma_{RL,LR}$ . Il permet une interprétation aisée en termes de l'effet tunnel assisté par photons. Le premier terme dans le groupe représente la transmission d'un électron de la droite avec l'énergie  $\varepsilon$ . Vers la gauche avec une énergie décalée de  $\hbar\omega$ . De même, le deuxième terme donne la transmission de l'électron depuis le côté gauche, l'énergie  $\varepsilon + \hbar\omega$ , qui se termine dans le droit avec une électrons l'énergie  $\varepsilon$ . Dans la limite à effet tunnel, le bruit déterminé par ces termes. En général, le deuxième groupe avec  $T_p^2$  contribue également. Ces termes correspondent au transfert corrélé de deux électrons à travers la région de diffusion, les énergies des deux différents par  $\hbar\omega$ . Leur contribution est symétrique en fréquence et disparaît à l'équilibre.

### 3.2 Processus physiques et formules des corrélateurs

$S_{LL}$  et  $S_{RR}$  correspondent à fréquence positive aux bruits d'émission dans le réservoir de gauche et de droite respectivement. On veut identifier les processus physiques impliqués dans la génération du bruit. A partir de cela et en raison de la conservation de la charge et de l'énergie, on peut voir que  $S_{LL}(\omega)$  correspond à la probabilité de transition à partir d'un état initial formé en créant une paire d'un électron avec énergie  $\varepsilon$  et un trou d'énergie  $\varepsilon - \hbar\omega$  soit dans le réservoir gauche ou le réservoir droite, à un état final où la paire électron-trou est situé dans le réservoir gauche et recombine en émettant un photon d'énergie  $\hbar\omega$  sur le côté gauche du réservoir. La figure 3.2 illustre tous les procédés possibles pour lesquels le système transite à partir d'un tel état initial à l'état final. Notez que pour contribuer au bruit, le processus physique doit laisser soit l'électron ou le trou de la paire électron-trou subir une excursion dans le point quantique. Nous discutons d'abord les contributions à  $S_{LL}(\omega)$  lorsque l'on part d'un état initial d'une paire électron-trou situé dans le réservoir de gauche, i.e., proportionnelle à  $f_L^e(\varepsilon)f_L^t(\varepsilon - \hbar\omega)$ .

Dans ce cas, il existe trois processus distincts permettant l'électron ou le trou excursion dans le point quantique : Dans le premier procédé illustré sur la figure 3.2 ( $P_1$ ), le trou de la paire électron-trou initial est réfléchi par l'obstacle à gauche tandis que son partenaire l'électron se déplace dans les deux sens entre le réservoir gauche et le point quantique avant d'émettre un photon d'énergie  $\hbar\omega$  par la recombinaison avec son partenaire trou dans le réservoir gauche. L'amplitude de probabilité de transition correspondante est  $t_1(\varepsilon, \omega) = t(\varepsilon)r^*(\varepsilon - \hbar\omega)$ . Dans le second procédé illustré sur la figure 3.2 ( $P_2$ ), le trou de la paire électron-trou se déplace d'avant en arrière entre le réservoir gauche et le point quantique tandis que son partenaire l'électron est réfléchi par la barrière à gauche avant d'émettre un photon d'énergie  $\hbar\omega$  en se recombinant avec le trou présent dans le réservoir gauche. Son amplitude s'écrit comme  $t_2(\varepsilon, \omega) = r(\varepsilon)t^*(\varepsilon - \hbar\omega)$ . Enfin, dans le troisième processus illustré sur la figure 3.2 ( $P_3$ ), à la fois le trou et l'électron de la paire électron-trou font un aller-retour entre le réservoir gauche et le point quantique avant l'émission d'énergie  $\hbar\omega$  par recombinaison. Son amplitude est  $t_3(\varepsilon, \omega) = t(\varepsilon)t^*(\varepsilon - \hbar\omega)$ . Ces trois procédés conduisent à ce qui suit :  $|t_1(\varepsilon, \omega) + t_2(\varepsilon, \omega) + t_3(\varepsilon, \omega)|^2$  correspondant à la superposition cohérente des trois processus de transmission en question. Nous avons vérifié que  $|t_1(\varepsilon, \omega) + t_2(\varepsilon, \omega) + t_3(\varepsilon, \omega)|^2$  est identique à  $M_{LL}^{LL}(\varepsilon, \omega) = \mathsf{T}(\varepsilon)\mathsf{T}(\varepsilon - \hbar\omega) + |t(\varepsilon) - t(\varepsilon - \hbar\omega)|^2$  en utilisant les relations :  $r(\varepsilon) = 1 - t(\varepsilon)$  et  $t(\varepsilon) + t^*(\varepsilon) = 2\mathsf{T}(\varepsilon)$  vérifié pour les systèmes sans interaction avec des barrières symétriques. Les processus physiques impliqués dans les trois autres contributions au bruit  $S(\omega)$  peuvent être identifiés de la même manière. Pour la contribution proportionnelle à  $f_R^e(\varepsilon)f_R^t(\varepsilon - \hbar\omega)$ , on doit commencer à partir d'un état initial où l'électron et le trou de la paire sont à droite. Il y a un processus simple comme illustré sur la figure 3.2( $P_4$ ), l'électron et le trou doivent se déplacer dans l'ensemble de la structure de la droite vers le réservoir gauche à travers le point quantique avant de se recombiner pour émettre de l'énergie  $\hbar\omega$  dans le réservoir gauche. Ce procédé conduit à ce qui suit contribué au bruit :  $|t(\varepsilon)t^*(\varepsilon - \hbar\omega)|^2$  qui est identique à  $M_{LL}^{RR}(\varepsilon, \omega) = \mathsf{T}(\varepsilon)\mathsf{T}(\varepsilon - \hbar\omega)$ . La même analyse peut être effectuée pour les deux dernières contributions proportionnel à  $f_L^e(\varepsilon)f_R^t(\varepsilon - \hbar\omega)$  et  $f_R^e(\varepsilon)f_L^t(\varepsilon - \hbar\omega)$  conduisant à l'identification de processus ( $P_5$ ) et ( $P_6$ ) de la figure 3.2 et aux expressions de  $M_{LL}^{LR}(\varepsilon, \omega)$  et  $M_{LL}^{RL}(\varepsilon, \omega)$ . Notez que ces processus décrivent les contributions  $S_{LL}(\omega)$  à un ordre quelconque du paramétré de couplage  $\Gamma$ . Dans la limite de faible couplage, les processus sont de l'ordre  $\Gamma^2$ , alors que les procédés (p3) et (p2) sont de l'ordre  $\Gamma^4$ .

Les processus de  $P_7$  à  $P_{12}$  concernent l'émission du photon dans le réservoir de droite et contribuent tous au corrélateur  $S_{RR}$ . L'analyse est analogue au cas  $S_{LL}$ . Les corrélations croisées s'obtiennent par les considérations sui-

vantes :

1.  $S_{LR} + S_{RL}$  (qui est réel) = - terme d'interférence du processus  $P_7$  avec l'ensemble  $P_1, P_2, P_3$ .
2.  $S_{LR} + S_{RL}$  (qui est réel) = - terme d'interférence du processus  $P_4$  avec l'ensemble  $P_7, P_8, P_9$ .
3.  $S_{LR} + S_{RL}$  (qui est réel) = terme d'interférence des processus  $P_5$  et  $P_{11}$ .
4.  $S_{LR} + S_{RL}$  (qui est réel) = terme d'interférence des processus  $P_6$  et  $P_{12}$ .

La contribution des trois premiers processus dépendent uniquement des amplitudes  $t_{LL}etr_{RR}$  en conséquence on a une asymétrie élevée entre gauche et droite, ceci modifiera le spectre du bruit. Pour obtenir l'expression des corrélations croisées, il faut tenir compte des termes d'interférence entre les processus accompagnés d'une émission dans l'un des deux réservoirs. En effet, notre étude montre que la somme  $S_{LR}(\varepsilon) + S_{RL}(\varepsilon)$ , qui est une quantité réelle, correspond au terme d'interférence entre le deux processus ( $P_5$ ) et ( $P_{11}$ ) en ce qui concerne le terme proportionnel  $f_\gamma^e(\varepsilon)$  et  $f_\delta^h(\varepsilon) = 1 - f_\delta^e(\varepsilon)$  avec  $M_{LR}^{LR}(\varepsilon\omega) + M_{LR}^{RL}(\varepsilon\omega) = t_5 t_{11}^* + t_5^* t_{11}$ . De même pour les processus ( $P_6$ ) et ( $P_{12}$ ) en ce qui concerne le terme proportionnelle a  $f_R^e(\varepsilon) * f_L^h(\varepsilon - \hbar\omega)$  et le  $M_{RL}^{RL}(\varepsilon\omega) + M_{LR}^{RL}(\varepsilon\omega) = t_6 t_{12}^* + t_6^* t_{12}$ . Si au final le signe est positif (interférence constructive) ou négatif (destructive). Ceci est en accord avec les valeurs relatives de  $\varepsilon t\omega$ , mais devient négatif à  $\omega = 0$ , en effet :  $S_{LR}(0) + S_{RL}(0) = -[S_{LL}(0) + S_{RR}(0)]$  en raison de la conservation de charges. Nous discutons maintenant les contributions proportionnelles à  $f_\delta^h(\varepsilon) * (1 - f_\delta^e(\varepsilon))$  dans les corrélateurs croisés. Ils sont donnés par le terme l'interférence entre le processus ( $P_7$ ) et l'ensemble des processus ( $P_1 - P_3$ ) en ce qui concerne le terme proportionnel à  $f_L^h(\varepsilon) * (1 - f_L^e(\varepsilon))$ , et entre le processus ( $P_4$ ) et le ensemble de processus ( $P_8 - P_{10}$ ) en ce qui concerne le terme proportionnel à  $f_R^h(\varepsilon) * (1 - f_R^e(\varepsilon))$  en prend  $M_{RL}^{\alpha\alpha}(\varepsilon\omega) + M_{LR}^{\alpha\alpha}(\varepsilon\omega) = -2\tau_{RL}(\varepsilon)\tau_{LR}^*(\varepsilon - \hbar\omega)$ . Enfin, il convient de remarquer que le bruit reproduit sur les deux réservoirs est simplement donné  $\Sigma_{\alpha\beta} S_\alpha \beta(\omega) = \frac{e^2}{\hbar} \Sigma_{\gamma\delta} \int_{-\infty}^{+\infty} d\varepsilon |t_\delta \gamma(\varepsilon) - t_\gamma \delta(\varepsilon - \hbar\omega)|^2 f_\gamma^h(\varepsilon) f_\delta^e(\varepsilon - \hbar\omega)$ . Comme prévu, cette dernière quantité disparaît à fréquence nulle assurant la conservation des charges [7].

Le détail des calculs est donné dans l'appendice C. Dans ces calculs nous avons utilisé les propriétés du théorème optique exposées dans l'appendice B.

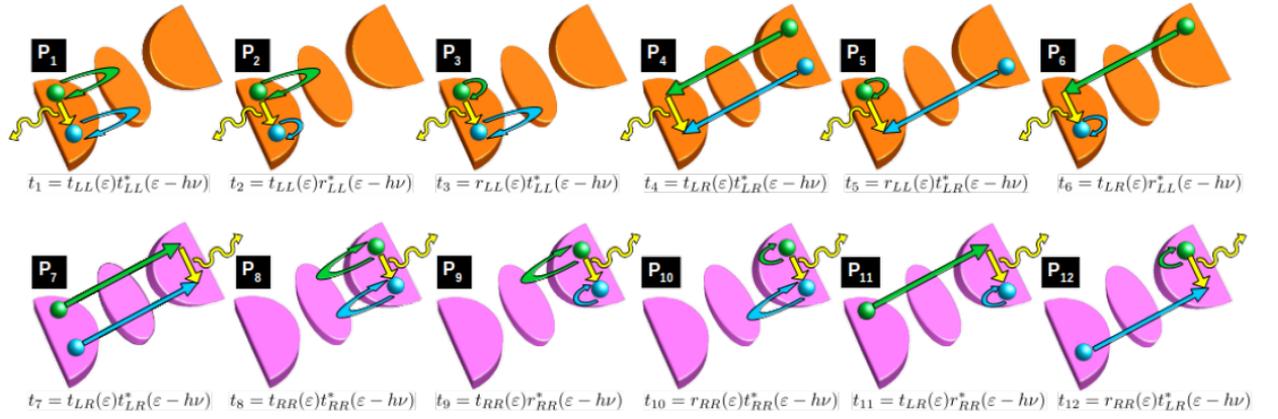


FIGURE 3.1 – Illustration des processus qui contribuent au bruit avec transfert d'énergie  $\hbar\omega$  (Ligne ondulée jaune) dans le réservoir gauche et droit. Cercle vert représente un électron et cercle bleu représente un trou avec l'énergie  $\varepsilon$  pour l'électron et  $\varepsilon - \hbar\omega$  pour le trou. Ligne verte droite représente un processus de transmission avec une probabilité d'amplitude  $t(\varepsilon)$  pour l'électron, et la ligne bleue droite un processus de transmission avec une probabilité  $t^*(\varepsilon)$  pour le trou. La ligne verte courbée représente un processus de réflexion avec une probabilité amplitude  $r(\varepsilon)$  pour l'électron, et la ligne bleue courbée un processus de réflexion avec une probabilité  $r^*(\varepsilon)$  pour le trou.

$M_{\alpha\beta}^{\gamma\delta}(\varepsilon, \omega)$	$\gamma = \delta = L$	$\gamma = \delta = R$	$\gamma = L, \delta = R$	$\gamma = R, \delta = L$
$\alpha = L$	$\mathcal{T}(\varepsilon)\mathcal{T}(\varepsilon - \hbar\omega)$	$\mathcal{T}(\varepsilon)\mathcal{T}(\varepsilon - \hbar\omega)$	$\mathcal{T}(\varepsilon - \hbar\omega)[1 - \mathcal{T}(\varepsilon)]$	$\mathcal{T}(\varepsilon)[1 - \mathcal{T}(\varepsilon - \hbar\omega)]$
$\beta = L$	$+ t(\varepsilon) - t(\varepsilon - \hbar\omega) ^2$			
$\alpha = R$	$\mathcal{T}(\varepsilon)\mathcal{T}(\varepsilon - \hbar\omega)$	$\mathcal{T}(\varepsilon)\mathcal{T}(\varepsilon - \hbar\omega)$	$\mathcal{T}(\varepsilon)[1 - \mathcal{T}(\varepsilon - \hbar\omega)]$	$\mathcal{T}(\varepsilon - \hbar\omega)[1 - \mathcal{T}(\varepsilon)]$
$\beta = R$		$+ t(\varepsilon) - t(\varepsilon - \hbar\omega) ^2$		
$\alpha = L$	$t(\varepsilon)t^*(\varepsilon - \hbar\omega)$	$t^*(\varepsilon)t(\varepsilon - \hbar\omega)$	$t(\varepsilon)t(\varepsilon - \hbar\omega)[1 - t^*(\varepsilon)]$	$t^*(\varepsilon)t^*(\varepsilon - \hbar\omega)[1 - t(\varepsilon)]$
$\beta = R$	$\times\{[1 - t^*(\varepsilon)][1 - t(\varepsilon - \hbar\omega)] - 1\}$	$\times\{[1 - t(\varepsilon)][1 - t^*(\varepsilon - \hbar\omega)] - 1\}$	$\times[1 - t^*(\varepsilon - \hbar\omega)]$	$\times[1 - t(\varepsilon - \hbar\omega)]$
$\alpha = R$	$t^*(\varepsilon)t(\varepsilon - \hbar\omega)$	$t(\varepsilon)t^*(\varepsilon - \hbar\omega)$	$t^*(\varepsilon)t^*(\varepsilon - \hbar\omega)[1 - t(\varepsilon)]$	$t(\varepsilon)t(\varepsilon - \hbar\omega)[1 - t^*(\varepsilon)]$
$\beta = L$	$\times\{[1 - t(\varepsilon)][1 - t^*(\varepsilon - \hbar\omega)] - 1\}$	$\times\{[1 - t^*(\varepsilon)][1 - t(\varepsilon - \hbar\omega)] - 1\}$	$\times[1 - t(\varepsilon - \hbar\omega)]$	$\times[1 - t^*(\varepsilon - \hbar\omega)]$

FIGURE 3.2 – résumé tous les termes de tous les corrélateurs.

# Conclusion

Dans ce travail nous nous sommes intéressés à l'étude d'un point quantique sans interaction connecté à deux réservoirs avec barrières asymétriques. L'objectif était de calculer le bruit non-symétrisé, à la fois les auto-corrélations ainsi que les corrélations croisées. Nous avons choisi d'entreprendre deux chemins différents. Le premier consiste à employer une méthode assez lourde et élaborée afin de parvenir aux résultats. Cette méthode est celle des équations du mouvement pour les fonctions de Green hors-équilibre comme exposé dans le chapitre deux. La seconde méthode, physique et assez élégante se base sur la distinction des processus physiques qui se produisent au sein du système.

Les résultats obtenus sont les expressions analytiques de tous les corrélateurs. Les deux méthodes donnent exactement le même résultat. Le plus important à citer, est le fait que les corrélations croisées sont des quantités réelles. Ceci permet de les interpréter par des processus physiques. Il faut noter aussi que les résultats obtenus sont en accord avec la littérature dans le sens qu'à fréquence nulle, on retrouve bien la formule de Büttiker du bruit. Notons aussi que nos résultats confirment bien le principe de conservation de la charge électrique.

Le travail peut se poursuivre en traçant les différentes courbes du bruit en exécutant une intégration numérique des formules du bruit. L'interaction peut aussi être incluse ainsi que le spin. Ceci rend la tâche assez ardue. En effet, il faut résoudre les équations des fonctions de Green par les méthodes numériques de résolution d'équations self-consistantes.

Annexes :

## Annexe A : Calcul de $S_{RR}$

$$S_{R,R}(t - \hat{t}) = \int_{-\infty}^{+\infty} s_{R,R}(t, \hat{t}) e^{-iw(t-\hat{t})} dt \quad (3.2)$$

et :  $S_{R,R}(t - \hat{t}) = \langle \delta \hat{I}_R(t) \delta \hat{I}_R(\hat{t}) \rangle$

avec :

$$\begin{aligned} \delta \hat{I}_R &= \hat{I}_R - \langle I_R \rangle \\ \delta \hat{I}_R &= \hat{I}_R - \langle I_R \rangle \end{aligned}$$

et on a les opérateurs de courant électrique dans les réservoirs sous la forme suivante :

$$\begin{aligned} \hat{I}_R(t) &= -e \frac{d\hat{N}_R(t)}{dt} \\ \hat{I}_R(t) &= -e \frac{d\hat{N}_R(t)}{dt} \end{aligned}$$

$\hat{N}_R$  : l'opérateur de nombre électrons dans le réservoir de gauche.

$\hat{N}_R$  : l'opérateur de nombre électrons dans le réservoir de droite.

$$\hat{I}_R(t) = \frac{ei}{\hbar} \sum_k (V_{k,R} c_{k,R}^\dagger d - V_{k,R}^* d^\dagger c_{k,R}) \quad (3.3)$$

$$\hat{I}_R(t) = \frac{ei}{\hbar} \sum_{\hat{k}} (V_{\hat{k},R} c_{\hat{k},R}^\dagger d - V_{\hat{k},R}^* d^\dagger c_{\hat{k},R}) \quad (3.4)$$

donc :

$$\begin{aligned} S_{R,R}(t, \hat{t}) &= \langle \delta I_R(t) \delta I_R(\hat{t}) \rangle \\ &= (\hat{I}_R(t) - \langle I_R(t) \rangle) (\hat{I}_R(\hat{t}) - \langle I_R(\hat{t}) \rangle) \\ &= \langle \hat{I}_R(t) \hat{I}_R(\hat{t}) \rangle - \langle I_R(t) \rangle \hat{I}_R(\hat{t}) - \hat{I}_R(t) \langle I_R(\hat{t}) \rangle + \langle I_R(t) \rangle \langle I_R(\hat{t}) \rangle \end{aligned} \quad (3.5)$$

Après quelques manipulations on trouve :

$$\begin{aligned} S_{R,R}(t, \hat{t}) &= \frac{i^2 e^2}{\hbar^2} \sum_{k, \hat{k}} V_{k,R} V_{\hat{k},R} C_{k,R}^\dagger d C_{\hat{k},R} d - V_{k,R} C_{\hat{k},R}^\dagger d V_{\hat{k},R}^* d^\dagger C_{\hat{k},R} - \\ &\frac{i^2 e^2}{\hbar^2} \sum_{k, \hat{k}} V_{k,R}^* d^\dagger C_{k,R} V_{\hat{k},R} C_{\hat{k},R}^\dagger d + V_{k,R}^* d^\dagger C_{k,R} V_{\hat{k},R}^* d^\dagger C_{\hat{k},R} - \langle I_R(t) \rangle \langle I_R(\hat{t}) \rangle \end{aligned} \quad (3.6)$$

avec :

- $G_1^{c,d>}(t, \acute{t}) = i^2 \langle C_{k,R}^\dagger(t) d(t) C_{\acute{k},R}^\dagger(\acute{t}) d(\acute{t}) \rangle$
- $G_2^{c,d>}(t, \acute{t}) = i^2 \langle C_{k,R}^\dagger(t) d(t) d^\dagger(\acute{t}) C_{\acute{k},R}(t) \rangle$
- $G_3^{c,d>}(t, \acute{t}) = i^2 \langle d^\dagger(t) C_{k,R}(t) C_{\acute{k},R}^\dagger(\acute{t}) d(\acute{t}) \rangle$
- $G_4^{c,d>}(t, \acute{t}) = i^2 \langle d^\dagger(t) C_{k,R}(t) d^\dagger(\acute{t}) C_{\acute{k},R}(\acute{t}) \rangle$

donc on obtient :

$$S_{R,R}(t, \acute{t}) = \frac{i^2 e^2}{\hbar^2} \sum_{k, \acute{k}} V_k V_{\acute{k}} G_1^{c,d>}(t, \acute{t}) - V_K V_{\acute{k}}^* G_2^{c,d>}(t, \acute{t}) - \frac{i^2 e^2}{\hbar^2} \sum_{k, \acute{k}} V_k^* V_{\acute{k}} G_3^{c,d>}(t, \acute{t}) + V_k^* V_{\acute{k}}^* G_4^{c,d>}(t, \acute{t}) - \langle I_R(t) \rangle \langle I_R(\acute{t}) \rangle \quad (3.7)$$

on prendre que  $G_i^{c,d}(\tau, \acute{\tau})$  avec  $\tau > \acute{\tau}$  (contour-ordered) contour de keldyche C donc :

$$S_{R,R}(\tau, \acute{\tau}) = \delta_{R,R} \tilde{S}(\tau, \acute{\tau}) + \frac{e^2}{\hbar^2} \sum_{k \in R, k' \in R} |V_k V_{k'}|^2 \int \int d\tau_1 d\tau_2 [-g_k^0(\tau_1, \tau) g_{k'}^0(\tau_2, \acute{\tau}) \times G_1^2(\tau, \acute{\tau}, \tau_1, \tau_2) + g_k^0(\tau_2, \tau) g_{k'}^0(\acute{\tau}, \tau_1) \times G_2^{(2)}(\tau, \acute{\tau}, \tau_1, \tau_2) - g_k^0(\tau, \tau_1) g_{k'}^0(\tau_2, \acute{\tau}) \times G_3^{(2)}(\tau, \acute{\tau}, \tau_1, \tau_2) - g_k^0(\tau, \tau_1) g_{k'}^0(\acute{\tau}, \tau_2) \times G_4^2(\tau, \acute{\tau}, \tau_1, \tau_2)] - [\langle I_R(t) \rangle \langle I_R(\acute{t}) \rangle] \quad (3.8)$$

ou

$$\delta_{R,R} \tilde{S}(\tau, \acute{\tau}) = \frac{e^2}{\hbar^2} \sum_{k \in L} |V_k|^2 [g_k^0 G(\acute{\tau}, \tau) + g_k^0(\tau, \acute{\tau}) G(\acute{\tau}, \tau)]$$

avec :

- $G_1^{(2)}(\tau, \acute{\tau}, \tau_1, \tau_2) = i^2 \langle T_c d(\tau) d(\acute{\tau}) d^\dagger(\tau_1) d^\dagger(\tau_2) \rangle$
- $G_2^{(2)}(\tau, \acute{\tau}, \tau_1, \tau_2) = i^2 \langle T_c d(\tau) d^\dagger(\acute{\tau}) d(\tau_1) d^\dagger(\tau_2) \rangle$
- $G_3^{(2)}(\tau, \acute{\tau}, \tau_1, \tau_2) = i^2 \langle T_c d^\dagger(\tau) d(\acute{\tau}) d(\tau_1) d^\dagger(\tau_2) \rangle$
- $G_4^{(2)}(\tau, \acute{\tau}, \tau_1, \tau_2) = i^2 \langle T_c d^\dagger(\tau) d^\dagger(\acute{\tau}) d(\tau_1) d(\tau_2) \rangle$

avec  $T_c$  opérateur de temps ordre a contour c donc :

$$S_{R,R}(\tau, \acute{\tau}) = \frac{e^2}{\hbar^2} \left( \sum_{k \in R} |V_k|^2 [g_k^0 G(\acute{\tau}, \tau) + g_k^0(\tau, \acute{\tau}) G(\acute{\tau}, \tau)] + \sum_{k \in R, k' \in R} |V_k V_{k'}|^2 \int \int d\tau_1 d\tau_2 [-g_k^0(\tau_1, \tau) g_{k'}^0(\tau_2, \acute{\tau}) \times G_1^2(\tau, \acute{\tau}, \tau_1, \tau_2) + g_k^0(\tau_2, \tau) g_{k'}^0(\acute{\tau}, \tau_1) \times G_2^{(2)}(\tau, \acute{\tau}, \tau_1, \tau_2) - g_k^0(\tau, \tau_1) g_{k'}^0(\tau_2, \acute{\tau}) \times G_3^{(2)}(\tau, \acute{\tau}, \tau_1, \tau_2) - g_k^0(\tau, \tau_1) g_{k'}^0(\acute{\tau}, \tau_2) \times G_4^2(\tau, \acute{\tau}, \tau_1, \tau_2)] \right) - [\langle I_R(t) \rangle \langle I_R(\acute{t}) \rangle]$$

$$G_3^{(2)}(\tau, \acute{\tau}, \tau_1, \tau_2) - g_k^0(\tau, \tau_1)g_k^0(\acute{\tau}, \tau_2) \times G_4^2(\tau, \acute{\tau}, \tau_1, \tau_2) - [\langle I_R(t) \rangle \langle I_R(\acute{t}) \rangle] \quad (3.9)$$

avec  $g_k^0$  : fonction de Grenn sans interaction dans le boite d'apres Hortree-fock approximation on a :

$$\begin{aligned} S_{R,R}(\tau, \acute{\tau}) &= \left(\frac{e}{\hbar}\right)^2 \left[ \sum_{k \in R} |V_k^2| [g_k^0 G(\acute{\tau}, \tau) + g_k^0(\tau, \acute{\tau}) G(\acute{\tau}, \tau)] \right. \\ &+ \sum_{k \in R, \acute{k} \in R} |V_k|^2 |V_{\acute{k}}|^2 \int d\tau_1 \int d\tau_2 [-g_k^0(\tau_1, \tau) g_{\acute{k}}^0(\tau_2, \acute{\tau}) G(\tau, \tau_2) G(\acute{\tau}, \tau_1) \\ &+ g_k^0(\tau_2, \tau) g_{\acute{k}}^0(\acute{\tau}, \tau_1) G(\tau, \acute{\tau}) G(\tau_1, \tau_2) + g_k^0(\tau, \tau_1) g_{\acute{k}}^0(\tau_2, \acute{\tau}) G(\tau, \acute{\tau}) G(\tau_1, \tau_2) \\ &\left. - g_k^0(\tau, \tau_1) g_{\acute{k}}^0(\acute{\tau}, \tau_2) G(\tau_2, \tau) G(\tau, \acute{\tau}) \right] \quad (3.10) \end{aligned}$$

d'après la notation de keldysh l'intégral  $\int d\tau_1 d\tau_2$  on peut séparés et calculer un par un .

$C(\tau, \acute{\tau}) = \int_K d\tau_1 A(\tau, \tau_1) B(\tau_1, \acute{\tau})$  avec :  $G^t = G^< + G^r = G^> + G^a$   
et

$G^{\bar{t}} = G^< - G^a = G^> - G^r$  pour la fonction  $f(\tau_1)$  en peut écrire :

$$\int_k d\tau_1 f(\tau_1) = \sum_{n_1} n_1 \int_{-\infty}^{+\infty} dt_1 f(t_1^{n_1})$$

donc pour  $G(\tau, \acute{\tau})$  on peut écrire

$$C^{\acute{n}, n}(\acute{t}, t) = \sum_{n_1} n_1 \int dt_1 A^{\acute{n}, n_1}(\acute{t}, t_1) B^{n_1, n}(t_1, t)$$

d'apries l'equation

$$S_{R,R}(\tau, \acute{\tau}) = \sum_{i=1}^{\Gamma} C_{R,R}^{(i)}(\tau, \acute{\tau}) \quad (3.11)$$

avec :

- $G_{R,R}^{(1)}(\tau, \acute{\tau}) = \frac{e^2}{\hbar^2} \sum_{k \in R} |V_K^2| [g_K(\tau, \acute{\tau}) G(\tau, \acute{\tau}) + g_k(\tau, \acute{\tau}) G(\acute{\tau}, \tau)] \delta_{R,R}$
- $G_{R,R}^{(2)}(\tau, \acute{\tau}) = \frac{-e^2}{\hbar^2} \sum_{k \in R, \acute{k} \in R} |V_K^2 V_{\acute{k}}|^2 \int \int d\tau_1 d\tau_2 G(\tau, \tau_2) g_{\acute{k}}(\tau_2, \acute{\tau}) G(\acute{\tau}, \tau_1) g_k(\tau_1, \tau)$
- $G_{R,R}^{(3)}(\tau, \acute{\tau}) = \frac{e^2}{\hbar^2} \sum_{k \in R, \acute{k} \in R} |V_K^2 V_{\acute{k}}|^2 \int \int d\tau_1 d\tau_2 G(\tau, \acute{\tau}) g_{\acute{k}}(\acute{\tau}, \tau_1) G(\tau_1, \tau_2) g_k(\tau_2, \tau)$

$$\begin{aligned}
\bullet G_{L,R}^{(4)}(\tau, \acute{\tau}) &= \frac{e^2}{\hbar^2} \sum_{k \in R, \acute{k} \in R} |V_K^2 V_{\acute{k}}|^2 \int \int d\tau_1 d\tau_2 g_k(\tau, \tau_1) G(\tau_1, \tau_2), g_{\acute{k}}(\tau_2, \acute{\tau}) G(\acute{\tau}, \tau) \\
\bullet G_{R,R}^{(5)}(\tau, \acute{\tau}) &= \frac{-e^2}{\hbar^2} \sum_{k \in R, \acute{k} \in R} |V_K^2 V_{\acute{k}}|^2 \int \int d\tau_1 d\tau_2 g_k(\tau, \tau_1) G(\tau_1, \acute{\tau}), g_{\acute{k}}(\acute{\tau}, \tau_2) G(\tau_2, \tau)
\end{aligned}$$

et d'abri les relations de fonction de Green

$$C^< = A^r B^< + A^< B^a$$

$$C^> = A^> B^a + A^r B^>$$

$$C^t = A^t B^t + A^r B^>$$

$$C^{\acute{t}} = A^> B^< - A^{\acute{t}} B^{\acute{t}}$$

$$C^r = A_r B^r$$

$$C^r = A_a B^a$$

on trouve que :

$$S_{R,R}(t, \acute{t}) = \sum_{i=1}^{\Gamma} C_{R,R}^{(i)}(t, \acute{t}) \quad (3.12)$$

est :

$$C_{R,R}^{(1)}(t, \acute{t}) = \frac{e^2}{\hbar^2} \sum_{k \in L} |V_k|^2 [g_k^<(t, \acute{t}) G^>(t, \acute{t}) + g_k^>(t, \acute{t}) G^<(t, \acute{t})] \delta_{R,R}$$

$$\begin{aligned}
C_{R,R}^{(2)}(t, \acute{t}) &= \frac{-e^2}{\hbar^2} \sum_{k \in R, \acute{k} \in R} |V_k V_{\acute{k}}|^2 \int \int dt_1 dt_2 [G^r(\acute{t}, t_1) g_k^<(t_1, t) + G^<(\acute{t}, t_1) g_k^a(t_1, t)] \\
&\quad [G^>(t, t_2) g_{\acute{k}}^a(t_2, \acute{t}) + G^r(t, t_2) g_{\acute{k}}^>(t_2, \acute{t})]
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
C_{R,R}^{(3)}(t, \acute{t}) &= \frac{e^2}{\hbar^2} \sum_{k \in R, \acute{k} \in R} |V_k V_{\acute{k}}|^2 G^>(t, \acute{t}) \int \int dt_1 dt_2 [g_{\acute{k}}^r(\acute{t}, t_1) G^r(t_1, t_2) g_k^<(t_2, t) \\
&\quad + g_{\acute{k}}^r(\acute{t}, t_1) G^<(t_1, t_2) g_k^a(t_2, t) + g_{\acute{k}}^<(\acute{t}, t_1) G^a(t_1, t_2) g_k^a(t_2, t)]
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
C_{R,R}^{(4)}(t, \acute{t}) &= \frac{e^2}{\hbar^2} \sum_{k \in R, \acute{k} \in R} |V_k V_{\acute{k}}|^2 G^<(\acute{t}, t) \int \int dt_1 dt_2 [g_k^>(t, t_1) G^a(t_1, t_2) g_{\acute{k}}^a(t_2, \acute{t}) \\
&\quad + g_k^r(t, t_1) G^<(t_1, t_2) g_{\acute{k}}^a(t_2, \acute{t}) + g_k^r(t, t_1) G^r(t_1, t_2) g_{\acute{k}}^>(t_2, \acute{t})]
\end{aligned}$$

$$C_{R,R}^{(4)}(t, \acute{t}) = \frac{e^2}{\hbar^2} \sum_{k \in R, \acute{k} \in R} |V_k V_{\acute{k}}|^2 \int \int dt_1 dt_2 [g_k^>(t, t_1) G^a(t_1, \acute{t}) + g_k^r(t, \acute{t}) G^>(t_1, \acute{t})]$$

$$[g_k^r(\hat{t}, t_2)G^<(t_2, \hat{t}) + g_k^<(\hat{t}, t_2)G^a(t_2, \hat{t})]$$

on prend en considération la transformation de Fourier de fonction de Green a dernière équation on trouve

$$S_{R,R}(\omega) = \sum_{i=1}^{\Gamma} C_{R,R}^{(i)}(\omega)$$

avec :

$$C_{R,R}^{(1)}(\omega) = \frac{e^2}{\hbar^2} \sum_{k \in R} |V_k|^2 \int_{-\infty}^{+\infty} d\varepsilon [g_k^<(\varepsilon)G^>(\varepsilon - \hbar\omega) + g_k^>(\varepsilon - \hbar\omega)G^<(\varepsilon)] \delta_{R,R}$$

$$C_{R,R}^{(2)}(\omega) = \frac{-e^2}{\hbar^2} \sum_{k \in R, \hat{k} \in R} |V_k V_{\hat{k}}|^2 \int_{-\infty}^{+\infty} d(\varepsilon) [G^r(\varepsilon)g_k^<(\varepsilon)G^r(\varepsilon - \hbar\omega)g_{\hat{k}}^>(\varepsilon - \hbar\omega) + G^r(\varepsilon)g_k^<(\varepsilon)G^>(\varepsilon - \hbar\omega)g_{\hat{k}}^a(\varepsilon - \hbar\omega) + G^<(\varepsilon)g_k^a(\varepsilon)G^r(\varepsilon - \hbar\omega)g_{\hat{k}}^>(\varepsilon - \hbar\omega) + G^<(\varepsilon)g_k^a(\varepsilon)G^>(\varepsilon - \hbar\omega)g_{\hat{k}}^a(\varepsilon - \hbar\omega)]$$

$$C_{R,R}^{(3)}(\omega) = \frac{e^2}{\hbar^2} \sum_{k \in R, \hat{k} \in R} |V_k V_{\hat{k}}|^2 \int_{-\infty}^{+\infty} d(\varepsilon) [G^<(\varepsilon - \hbar\omega)g_k^r(\varepsilon)G^r(\varepsilon)g_{\hat{k}}^<(\varepsilon) + G^>(\varepsilon - \hbar\omega)g_k^r(\varepsilon)G^<(\varepsilon)g_{\hat{k}}^a(\varepsilon) + G^>(\varepsilon - \hbar\omega)g_k^<(\varepsilon)G^a(\varepsilon)g_{\hat{k}}^a(\varepsilon)]$$

$$C_{R,R}^{(4)}(\omega) = \frac{e^2}{\hbar^2} \sum_{k \in R, \hat{k} \in R} |V_k V_{\hat{k}}|^2 \int_{-\infty}^{+\infty} d(\varepsilon) [G^<(\varepsilon)g_k^>(\varepsilon - \hbar\varepsilon)G^a(\varepsilon - \hbar\varepsilon)g_{\hat{k}}^a(\varepsilon - \hbar\varepsilon) + G^<(\varepsilon)g_k^r(\varepsilon - \hbar\varepsilon)G^>(\varepsilon - \hbar\varepsilon)g_{\hat{k}}^a(\varepsilon - \hbar\varepsilon) + G^<(\varepsilon)g_k^r(\varepsilon - \hbar\varepsilon)G^r(\varepsilon - \hbar\varepsilon)g_{\hat{k}}^>(\varepsilon - \hbar\varepsilon)]$$

$$C_{R,R}^{(5)}(\omega) = \frac{-e^2}{\hbar^2} \sum_{k \in R, \hat{k} \in R} |V_k V_{\hat{k}}|^2 \int_{-\infty}^{+\infty} d(\varepsilon) [G^a(\varepsilon - \hbar\omega)g_k^>(\varepsilon - \hbar\varepsilon)G^<(\varepsilon)g_{\hat{k}}^r(\varepsilon) + G^a(\varepsilon - \hbar\omega)g_k^>(\varepsilon - \hbar\varepsilon)G^a(\varepsilon)g_{\hat{k}}^<(\varepsilon) + G^>(\varepsilon - \hbar\omega)g_k^r(\varepsilon - \hbar\omega)G^<(\varepsilon)g_{\hat{k}}^r(\varepsilon) + G^>(\varepsilon - \hbar\omega)g_k^r(\varepsilon - \hbar\omega)G^a(\varepsilon)g_{\hat{k}}^<(\varepsilon)]$$

en exprimant chaque contribution ou bruit, nous déclarons la fonction Green de barre de réservoir.

- ▶  $g_{k \in R}^<(\varepsilon) = 2i\pi f_R^e(\varepsilon)\delta(\varepsilon - \varepsilon_k)$
- ▶  $g_{k \in R}^>(\varepsilon) = -2i\pi f_R^h(\varepsilon)\delta(\varepsilon - \varepsilon_k)$
- ▶  $g_{k \in R}^r(\varepsilon) = [\varepsilon - \varepsilon_k + iO^\dagger]^{-1}$

$$\blacktriangleright g_{k \in R}^a(\varepsilon) = [\varepsilon - \varepsilon_k - iO^\dagger]^{-1}$$

ou  $f_R^e(\varepsilon)$  est la fonction de distribution de fermi-dirac associée au réservoir L et  $f_R^h(\varepsilon) = 1 - f_R^e(\varepsilon)$  dans limite approximation la large ou

$$F_R(\varepsilon) = 2\pi p_R(\varepsilon) |V(\varepsilon)|^2$$

est indépendant de l'énergie, nous obtenons l'expression suivante pour le bruit NSFF

$$\begin{aligned} S_{R,R}(\omega) &= \frac{e^2}{\hbar} \Gamma_R \delta_{R,R} \int_{-\infty}^{+\infty} d\varepsilon [-i f_R^h(\varepsilon - \hbar\omega) G^<(\varepsilon) + i f_R^e(\varepsilon) [G^r(\varepsilon - \hbar\omega) \\ &- G^a(\varepsilon - \hbar\omega) + G^<(\varepsilon - \hbar\omega)]] + \frac{e^2}{\hbar} \Gamma_R \Gamma_R \int_{-\infty}^{+\infty} d\varepsilon [G^<(\varepsilon) G^>(\varepsilon - \hbar\omega) - f_R^e(\varepsilon) f_R^h(\varepsilon - \hbar\omega) \\ &G^r(\varepsilon) G^r(\varepsilon - \hbar\omega) - f_r^e(\varepsilon) f_R^h(\varepsilon - \hbar\omega) G^a(\varepsilon) G^a(\varepsilon - \hbar\omega) \\ &+ [f_r^e(\varepsilon) G^R(\varepsilon) - f_R^e(\varepsilon) G^a(\varepsilon)] G^>(\varepsilon - \hbar\omega) + \\ &f_R^h(\varepsilon - \hbar\omega) G^a(\varepsilon - \hbar\omega) - f_R^h(\varepsilon - \hbar\omega) G^r(\varepsilon - \hbar\omega) G^<(\varepsilon) \end{aligned}$$

pour un QD no-interactive, nous avons

$$G^r(\varepsilon) - G^a(\varepsilon) = iG^r[\Gamma_R + \Gamma_R]G^a(\varepsilon)$$

$$G^< = iG^r(\varepsilon)[\Gamma_L f_R^e(\varepsilon) + \Gamma_r f_r^e(\varepsilon)G^a(\varepsilon)]$$

en utilisant :  $i\Gamma G^r(\varepsilon) = t(\varepsilon)$  et  $G^>(\varepsilon) = G^r(\varepsilon) - G^a(\varepsilon) + G^<(\varepsilon)$  et considérant des barrières no-symétrique  $\Gamma_R \doteq \Gamma_R$  en trouve :

$$\begin{aligned} i\Gamma G^r(\varepsilon) &= t(\varepsilon) \\ -i\Gamma G^a(\varepsilon) &= t^*(\varepsilon) \end{aligned}$$

et

$$\begin{aligned} t(\varepsilon)_{R,R} &= i\Gamma_R G^a(\varepsilon) \\ \tau_{RR}(\varepsilon) &= |t_{RR}(\varepsilon)|^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} t(\varepsilon)_{R,R}^* &= -i\Gamma_R G^r(\varepsilon) & t(\varepsilon)_{R,R}^* &= -i\Gamma_R G^r(\varepsilon) \\ \tau_{RR}^*(\varepsilon) &= |t_{RR}(\varepsilon)|^2 & \tau_{RR}^*(\varepsilon) &= |t_{RR}(\varepsilon)|^2 \end{aligned}$$

$$G^r(\varepsilon) - G^a(\varepsilon) = \frac{-2it(\varepsilon)t(\varepsilon)^*}{\Gamma}$$

$$\begin{aligned}
&= \frac{2i(i\Gamma_R^a}{G}(\varepsilon))(-i\Gamma_R G^r(\varepsilon)\Gamma) \\
&= \frac{-2i\Gamma_R\Gamma_R G^a(\varepsilon)G^r(\varepsilon)}{\Gamma}
\end{aligned}$$

donc

$$\begin{aligned}
S_{RR}(\omega) &= \frac{e^2}{h} \int d\varepsilon \left[ i[n_R(\varepsilon)\Gamma_R(\varepsilon)(G^r(\varepsilon - \omega) - G^a(\varepsilon - \omega)) \right. \\
&\quad + n_R(\varepsilon)\Gamma_R(\varepsilon)G^<(\varepsilon - \omega) - G^<(\varepsilon)[1 - n_R(\varepsilon - \omega)]\Gamma_R(\varepsilon - \omega)] \\
&\quad - n_R(\varepsilon)\Gamma_R(\varepsilon)[1 - n_R(\varepsilon - \omega)]\Gamma_R(\varepsilon - \omega)[G^r(\varepsilon)G^r(\varepsilon - \omega) + G^a(\varepsilon)G^a(\varepsilon - \omega)] \\
&\quad + iG^r(\varepsilon)G^>(\varepsilon - \omega)n_R(\varepsilon)\Gamma_R(\varepsilon)[I_R(\varepsilon) - I_R^*(\varepsilon - \omega)] \\
&\quad + iG^<(\varepsilon)G^r(\varepsilon - \omega)[1 - n_R(\varepsilon - \omega)]\Gamma_R(\varepsilon - \omega)[I_R^*(\varepsilon) - I_R(\varepsilon - \omega)] \\
&\quad + iG^a(\varepsilon)G^>(\varepsilon - \omega)n_R(\varepsilon)\Gamma_R(\varepsilon)[I_R^*(\varepsilon) - I_R(\varepsilon - \omega)] \\
&\quad + iG^<(\varepsilon)G^a(\varepsilon - \omega)[1 - n_R(\varepsilon - \omega)]\Gamma_R(\varepsilon - \omega)[I_R(\varepsilon) - I_R^*(\varepsilon - \omega)] \\
&\quad \left. + G^<(\varepsilon)G^a(\varepsilon - \omega)[I_R^*(\varepsilon)(I_R(\varepsilon) - I_R^*(\varepsilon - \omega)) + I_R(\varepsilon - \omega)(I_R^*(\varepsilon - \omega) - I_R^*(\varepsilon))] \right].
\end{aligned}$$

Si nous prenons en compte le fait que le bruit est calculé dans le réservoirs, ce qui signifie  $\sum_k = \sum_{k'}$  le bruit sera écrit sous la forme simplifiée suivante :

$$\begin{aligned}
S_{RR}(\omega) &= \frac{e^2}{h} \int d\varepsilon \left[ i[n_R(\varepsilon)\Gamma_L(\varepsilon)(G^r(\varepsilon - \omega) - G^a(\varepsilon - \omega)) \right. \\
&\quad + n_R(\varepsilon)\Gamma_R(\varepsilon)G^<(\varepsilon - \omega) - G^<(\varepsilon)[1 - n_R(\varepsilon - \omega)]\Gamma_R(\varepsilon - \omega)] \\
&\quad + iG^>(\varepsilon - \omega)n_R(\varepsilon)\Gamma_R(\varepsilon)[G^r(\varepsilon)(I_R(\varepsilon) - I_R^*(\varepsilon - \omega)) + G^a(\varepsilon)(I_R(\varepsilon) - I_R^*(\varepsilon - \omega))^*] \\
&\quad + iG^<(\varepsilon - \omega)[1 - n_R(\varepsilon - \omega)]\Gamma_L(\varepsilon - \omega)[G^r(\varepsilon - \omega)(I_R^*(\varepsilon) - I_R(\varepsilon - \omega)) + G^a(\varepsilon - \omega)(I_R(\varepsilon) - I_R^*(\varepsilon - \omega))] \\
&\quad \quad + G^<(\varepsilon)G^>(\varepsilon - \omega) \| I_R(\varepsilon) - I_R^*(\varepsilon - \omega) \|^2 \\
&\quad \left. - n_R(\varepsilon)\Gamma_L(\varepsilon)[1 - n_R(\varepsilon - \omega)]\Gamma_R(\varepsilon - \omega)[G^r(\varepsilon)G^r(\varepsilon - \omega) + G^a(\varepsilon)G^a(\varepsilon - \omega)] \right].
\end{aligned}$$

Après quelques arrangements, on obtient l'expression du bruit non symétrisé à fréquence finie pour le cas sans interaction dans le cadre de l'approximation de Hartree-Fock :

$$\begin{aligned}
S_{RR}(\omega) &= \frac{e^2}{h} \int d\varepsilon \left[ n_R(\varepsilon)[1 - n_R(\varepsilon - \omega)] \left[ \mathbb{T}_L(\varepsilon - \omega)\mathbb{T}_R(\varepsilon) + |t_R(\varepsilon) - t_R(\varepsilon - \omega)|^2 \right] \right. \\
&\quad \left. + \mathbb{T}_L(\varepsilon - \omega)\mathbb{T}_L(\varepsilon)n_R(\varepsilon)[1 - n_R(\varepsilon - \omega)] \right]
\end{aligned}$$

$$+n_R(\varepsilon)[1 - n_L(\varepsilon - \omega)] \left[ t_R(\varepsilon - \omega)t_L^*(\varepsilon - \omega) - \mathsf{T}_L(\varepsilon - \omega)\mathsf{T}_R(\varepsilon) \right] \\ +n_L(\varepsilon)[1 - n_L(\varepsilon - \omega)] \left[ t_R(\varepsilon)t_L^*(\varepsilon) - \mathsf{T}_L(\varepsilon - \omega)\mathsf{T}_R(\varepsilon) \right] \Bigg]$$

avec  $|t_R(\varepsilon) - t_R(\varepsilon - \omega)|^2 = \mathsf{T}_R(\varepsilon - \omega) + \mathsf{T}_R(\varepsilon) - t_R(\varepsilon)t_R^*(\varepsilon - \omega) - t_R^*(\varepsilon)t_R(\varepsilon - \omega)$

par le mêmè méthode en trouve  $S_{LL}$

$$S_{LL}(\omega = 0) = \frac{e^2}{h} \int d\varepsilon \left[ i \left[ n_L(\varepsilon)\Gamma_L(\varepsilon)(G^r(\varepsilon) - G^a(\varepsilon)) + G^<(\varepsilon)\Gamma_L(\varepsilon)[2n_L(\varepsilon) - 1] \right] \right]$$

$$+ [G^r(\varepsilon) - G^a(\varepsilon)]n_L(\varepsilon)\Gamma_L(\varepsilon)\Gamma_L(\varepsilon)[G^r(\varepsilon) - G^a(\varepsilon)] \\ + [G^r(\varepsilon) - G^a(\varepsilon)][2n_L(\varepsilon) - 1]\Gamma_L(\varepsilon)\Gamma_L(\varepsilon)G^<(\varepsilon) \\ + G^<(\varepsilon)\Gamma_L(\varepsilon)\Gamma_L(\varepsilon)[G^r(\varepsilon) - G^a(\varepsilon)] \\ + G^<(\varepsilon)\Gamma_L(\varepsilon)G^<(\varepsilon)\Gamma_L(\varepsilon) \\ - n_L(\varepsilon)\Gamma_L(\varepsilon)[1 - n_L(\varepsilon)]\Gamma_L(\varepsilon)[G^r(\varepsilon)G^r(\varepsilon) + G^a(\varepsilon)G^a(\varepsilon)] \Bigg]$$

dans les limite de zéro :

$$S_{LL}(\omega = 0) = \frac{e^2}{h} \int d\varepsilon \left[ [n_L(\varepsilon)[1 - n_L(\varepsilon)] + n_R(\varepsilon)[1 - n_R(\varepsilon)]\mathsf{T}_{LR}(\varepsilon) \right. \\ \left. + [n_L(\varepsilon) - n_R(\varepsilon)]^2\mathsf{T}_{LR}(\varepsilon)[1 - \mathsf{T}_{LR}(\varepsilon)] \right]$$

donc

$$S_{LL}(\omega) = \frac{e^2}{h} \int d\varepsilon \left[ \mathsf{T}(\varepsilon)\mathsf{T}(\varepsilon - \omega) + |t(\varepsilon) - t(\varepsilon - \omega)|^2 + \mathsf{T}(\varepsilon)[1 - \mathsf{T}(\varepsilon - \omega)] \right. \\ \left. + \mathsf{T}(\varepsilon - \omega)[1 - \mathsf{T}(\varepsilon)] + \mathsf{T}(\varepsilon)\mathsf{T}(\varepsilon - \omega) \right] n(\varepsilon)[1 - n(\varepsilon - \omega)]$$

## Annexe B : Théorème optique



FIGURE 3.3 – Elastic scattering

S-matrice  $|in\rangle = \hat{S}(\varepsilon)|out\rangle$   
 relation avec T-matrice  
 dont les deux élément

$$\hat{S} = \begin{pmatrix} 1 - t_{LL}(\varepsilon) & -t_{LR}(\varepsilon) \\ -t_{LR}(\varepsilon) & 1 - t_{RR}(\varepsilon) \end{pmatrix}$$

En a la relation principale :  $r_{LL}(\varepsilon) = 1 - t_{LL}(\varepsilon)$  et  $r_{RR} = 1 - t_{RR}(\varepsilon)$   
 $S(\varepsilon)$  : la matrice unitaire ce la propriété suivent  $[\hat{S}\hat{S}^+ = \hat{S}^+\hat{S} = 1]$   
 il ya :

$$(1 - \hat{t})(1 - \hat{t}^+) = 1$$

et

$$1 - (\hat{t} + \hat{t}^+) + \hat{t}\hat{t}^+ = 1 \quad (3.13)$$

on trouve :  $\hat{t}\hat{t}^+ = \hat{t} + \hat{t}^+$  et  $|t|^2 = 2Re(t)$  on a :

$$\begin{pmatrix} t_{LL} & t_{LR} \\ t_{RL} & t_{RR} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} t_{LL}^* & t_{RL}^* \\ t_{RL}^* & t_{RR}^* \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} t_{LL} + t_{LL}^* & t_{LR} + t_{LR}^* \\ t_{RL} + t_{RL}^* & t_{RR} + t_{RR}^* \end{pmatrix}$$

on comparé les deux coté des matrices donc il ya :

$$t_{LL} + t_{LL}^* = |t_{LL}|^2 + |t_{LR}|^2 \quad (3.14)$$

$$t_{RR} + t_{RR}^* = |t_{RR}|^2 + |t_{RL}|^2 \quad (3.15)$$

$$t_{RL} + t_{RL}^* = t_{RL}t_{LL}^* + t_{RR} + t_{LR}^* \quad (3.16)$$

$$t_{LR} + t_{LR}^* = t_{LL}t_{RL}^* + t_{LR}t_{RR}^* \quad (3.17)$$

si on remplace  $t_{\alpha\beta}$  on trouve :

$$t_{LL} + t_{LL}(\varepsilon) = \tau_{LL}(\varepsilon) + \tau_{RL}(\varepsilon)$$

et d'apprêt un sample calcule on trouve les expression suivent :

$$\begin{aligned}r_{LL}(\varepsilon) &= 1 - t_{LL}(\varepsilon) \\|r_{LL}(\varepsilon)|^2 &= |1 - t_{LL}(\varepsilon)|^2 \\&= 1 - t_{LL}(\varepsilon) - t_{LL}^*(\varepsilon) + \tau(\varepsilon)_{LL} \\&= 1 - \tau(\varepsilon)_{LR}\end{aligned}\tag{3.18}$$

et comme çà on trouve les autres expressions.

## Annexe C : Calculs pour les processus

on fait les calculs du bruit quantique avec l'analyse du processus suivant :

Le corrélateur  $S_{LL}$  on peut le calculer par les processus 1 à 6 où l'émission du photon se fait à gauche.

Le processus  $P_5$  donne :

$$\tau_5 = r_{LL}(\varepsilon) * t_{LR}^*(\varepsilon - \hbar\omega) \Rightarrow |\tau_5|^2 = |r_{LL}(\varepsilon)|^2 |t_{LR}^*(\varepsilon - \hbar\omega)|^2 = |r_{LL}(\varepsilon)|^2 \tau_{LR}(\varepsilon - \hbar\omega).$$

avec  $|r_{RL}(\varepsilon)|^2 = 1 - \tau_{LR}(\varepsilon)$  d'après le théorème optique on peut trouver que

$$|\tau_5|^2 = \tau_{LR}(\varepsilon - \hbar\omega) * (1 - \tau_{LR}(\varepsilon)) = M_{LL}^{LR}$$

le calcul de processus 6 est :

$$|\tau_6|^2 = |t_{LR}(\varepsilon)|^2 |r_{LR}^*(\varepsilon - \hbar\omega)|^2 = \tau_{LR}(\varepsilon) * (1 - \tau_{LR}(\varepsilon - \hbar\omega)) = M_{LL}^{RL}$$

le  $\tau_4$  est :

$$|\tau_4|^2 = |t_{LR}(\varepsilon)|^2 |t_{LR}^*(\varepsilon - \hbar\omega)|^2 = \tau_{LR}(\varepsilon) * (\tau_{LR}(\varepsilon - \hbar\omega)) = M_{LL}^{RR}$$

pour calculer les  $M_{LL}^{LL}$  on prend la somme de superposition des processus 1+2+3 :

$$\tau_1 + \tau_2 + \tau_3 = t_{LL}(\varepsilon) * t_{LL}^*(\varepsilon - \hbar\omega) + t_{LL}(\varepsilon) * r_{LL}^*(\varepsilon - \hbar\omega) + r_{LL}(\varepsilon) * t_{LL}^*(\varepsilon - \hbar\omega)$$

$$\tau_1 + \tau_2 + \tau_3 = t_{LL}(\varepsilon) * (t_{LL}^*(\varepsilon - \hbar\omega) + r_{LL}^*(\varepsilon - \hbar\omega)) + r_{LL}(\varepsilon) * t_{LL}^*(\varepsilon - \hbar\omega) \quad (3.19)$$

on pose que  $t_{LL}^*(\varepsilon - \hbar\omega) + r_{LL}^*(\varepsilon - \hbar\omega) = 1$   $\tau_1 + \tau_2 + \tau_3 = t_{LL}(\varepsilon) + r_{LL}(\varepsilon) * t_{LL}^*(\varepsilon - \hbar\omega)$

$$\begin{aligned} M_{LL}^{LL} &= |\tau_1 + \tau_2 + \tau_3|^2 = |t_{LL}(\varepsilon) + r_{LL}(\varepsilon) t_{LL}^*(\varepsilon - \hbar\omega)|^2 \\ &= \tau_{LL}(\varepsilon) + r_{LL}(\varepsilon) * t_{LL}^*(\varepsilon) * t_{LL}^*(\varepsilon - \hbar\omega) + t_{LL}(\varepsilon) * t_{LL}(\varepsilon - \hbar\omega) * r_{LL}^*(\varepsilon) + |r_{LL}(\varepsilon)|^2 * \tau_{LL}(\varepsilon - \hbar\omega) \\ &= \tau_{LL}(\varepsilon) + r_{LL}(\varepsilon) * t_{LL}^*(\varepsilon) * t_{LL}^*(\varepsilon - \hbar\omega) + t_{LL}(\varepsilon) * t_{LL}(\varepsilon - \hbar\omega) * r_{LL}^*(\varepsilon) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& +(1 - \tau_{LR}(\varepsilon)) * (t_{LL}(\varepsilon - \hbar\omega) + t_{LL}^*(\varepsilon - \hbar\omega) - \tau_{LR}(\varepsilon - \hbar\omega) - \tau_{LR}(\varepsilon) * \tau_{LR}(\varepsilon - \hbar\omega) - \tau_{LR}(\varepsilon) - \tau_{LR}(\varepsilon - \hbar\omega) - \tau_{LR}(\varepsilon)) \\
& = t_{LL}(\varepsilon) * t_{LL}^*(\varepsilon) - \tau_{LR}(\varepsilon) + (1 - t_{LL}(\varepsilon) * t_{LL}^*(\varepsilon) * t_{LL}^*(\varepsilon - \hbar\omega) + t_{LL}(\varepsilon) * t_{LL}^*(\varepsilon - \hbar\omega)(1 - t_{LL}^*(\varepsilon))) \\
& \quad + t_{LL}(\varepsilon - \hbar\omega) + t_{LL}^*(\varepsilon - \hbar\omega) - \tau_{LR}(\varepsilon - \hbar\omega) - \tau_{LR}t_{LL}(\varepsilon - \hbar\omega) - \tau_{LR}(\varepsilon) * t_{LL}^*(\varepsilon - \hbar\omega) + \tau_{LR}(\varepsilon) * \tau_{LR}(\varepsilon - \hbar\omega) \\
& = \tau_{LR}(\varepsilon) * \tau_{LR}(\varepsilon - \hbar\omega) - \tau_{LR}(\varepsilon) - \tau_{LR}(\varepsilon - \hbar\omega) - \tau_{LR}(\varepsilon) * t_{LL}(\varepsilon - \hbar\omega) - \tau_{LR}(\varepsilon) * t_{LL}^*(\varepsilon - \hbar\omega) + t_{LR}(\varepsilon) + t_{LL}^*(\varepsilon) \\
& \quad + t_{LL}(\varepsilon - \hbar\omega) + t_{LL}^*(\varepsilon - \hbar\omega) + t_{LL}^*(\varepsilon) * t_{LL}^*(\varepsilon - \hbar\omega) + t_{LL}(\varepsilon) * t_{LL}(\varepsilon - \hbar\omega) - t_{LL}^*(\varepsilon) * t_{LL}^*(\varepsilon - \hbar\omega) - t_{LL}(\varepsilon) * t_{LL}(\varepsilon - \hbar\omega) * t_{LL}^*(\varepsilon) - t_{LR}(\varepsilon - \hbar\omega) - \tau_{LL}(\varepsilon) * t_{LL}^*(\varepsilon - \hbar\omega) * \tau_{LL}(\varepsilon) + \tau_{LR}(\varepsilon) + \tau_{LL}(\varepsilon - \hbar\omega) + \tau_{LR}(\varepsilon - \hbar\omega) + t_{LL}^*(\varepsilon) * \tau_{LL}^*(\varepsilon - \hbar\omega) + t_{LL}(\varepsilon) * t_{LR}(\varepsilon - \hbar\omega) - t_{LL}^*(\varepsilon) * t_{LL}^*(\varepsilon - \hbar\omega) * t_{LL}(\varepsilon) - t_{LL}(\varepsilon) * t_{LL}(\varepsilon - \hbar\omega) * t_{LL}^*(\varepsilon) \\
& = \tau_{LR}(\varepsilon) + \tau_{LR}(\varepsilon - \hbar\omega) - (t_{LL}(\varepsilon) + t_{LL}^*(\varepsilon) - t_{LL}(\varepsilon) * t_{LL}^*(\varepsilon))t_{LL}(\varepsilon - \hbar\omega) - (t_{LL}(\varepsilon) + t_{LL}^*(\varepsilon) - t_{LL}(\varepsilon) * t_{LL}^*(\varepsilon))t_{LL}^*(\varepsilon - \hbar\omega) + \tau_{LL}(\varepsilon) + \tau_{LL}(\varepsilon - \hbar\omega) + t_{LL}^*(\varepsilon) * t_{LL}^*(\varepsilon - \hbar\omega) + t_{LL}(\varepsilon) * t_{LL}(\varepsilon - \hbar\omega) - t_{LL}^*(\varepsilon) * t_{LL}^*(\varepsilon - \hbar\omega) * t_{LL}(\varepsilon) - t_{LL}(\varepsilon) * t_{LL}(\varepsilon - \hbar\omega) * t_{LL}^*(\varepsilon) \\
& = \tau_{LR}(\varepsilon) + \tau_{LR}(\varepsilon - \hbar\omega) - t_{LL}(\varepsilon) * t_{LL}(\varepsilon - \hbar\omega) - t_{LL}^*(\varepsilon)t_{LL}(\varepsilon - \hbar\omega) + t_{LL}(\varepsilon - \hbar\omega) * t_{LL}(\varepsilon) * t_{LL}^*(\varepsilon) - t_{LL}(\varepsilon) * t_{LL}^*(\varepsilon - \hbar\omega) - t_{LL}^*(\varepsilon) * t_{LL}^*(\varepsilon - \hbar\omega) + t_{LL}(\varepsilon) * t_{LL}^*(\varepsilon) * t_{LL}^*(\varepsilon - \hbar\omega) + \tau_{LL}(\varepsilon) + \tau_{LL}(\varepsilon - \hbar\omega) + t_{LL}^*(\varepsilon) * t_{LL}^*(\varepsilon - \hbar\omega) - t_{LL}^*(\varepsilon) * t_{LL}^*(\varepsilon - \hbar\omega) * t_{LL}(\varepsilon) + t_{LL}(\varepsilon) * t_{LL}(\varepsilon - \hbar\omega) * t_{LL}^*(\varepsilon) \\
& = \tau_{LR}(\varepsilon) + \tau_{LR}(\varepsilon - \hbar\omega) + T_{LL}(\varepsilon) + T_{LL}(\varepsilon - \hbar\omega) - t_{LL}^*(\varepsilon) * t_{LL}(\varepsilon - \hbar\omega) - t_{LL}(\varepsilon)t_{LL}^*(\varepsilon - \hbar\omega) \\
& = \tau_{LR}(\varepsilon) + \tau_{LR}(\varepsilon - \hbar\omega) + |t_{LL}(\varepsilon) - t_{LL}(\varepsilon - \hbar\omega)|^2 = M_{LL}^{LL}
\end{aligned}$$

2-le calcul de  $S_{RR}$  ce fait d'après le processus 7 de Right réservoir  $\tau_7 = t_{LR}(\varepsilon) + t_{LR}^*(\varepsilon - \hbar\omega)$  avec  $|\tau_7|^2 = |t_{LR}(\varepsilon) + t_{LR}^*(\varepsilon - \hbar\omega)|^2 = M_{RR}^{LL}$  on prendre  $\tau_{11} = t_{LR}^*(\varepsilon) * r_{RR}^*(\varepsilon - \hbar\omega) \Rightarrow |\tau_{11}|^2 = \tau_{LR}^*(\varepsilon) * |r_{RR}^*(\varepsilon - \hbar\omega)|^2$   $|\tau_1|^2 = \tau_{LR}^*(\varepsilon)(1 - \tau_{LR}(\varepsilon - \hbar\omega)) = M_{RR}^{LR}$  par la même méthode on trouve  $\tau_{12} \Rightarrow |\tau_{12}|^2 = \tau_{LR}(\varepsilon - \hbar\omega)(1 - \tau_{RL}(\varepsilon)) = M_{RR}^{RL}$  est en trouve  $M_{RR}^{RR}$  par calculé la superposition quantique de  $\tau_8 * \tau_9 * \tau_{10}$  en change l'indice L par R et l'indice R par L pour  $M_{RR}^{RR}$  donc  $M_{RR}^{RR} = \tau_{LR}(\varepsilon) + \tau_{LR}(\varepsilon - \hbar\omega) + |t_{RR}(\varepsilon) - t_{RR}(\varepsilon - \hbar\omega)|^2$  en considère le interférence terme entre p7 et p1,p2,p3  $\Rightarrow M_{RR}^{RR} = -t_{LR}(\varepsilon) * t_{LL}^*(\varepsilon - \hbar\omega) * [t_{LL}^*(\varepsilon) * t_{LL}^*(\varepsilon - \hbar\omega) + t_{LL}^*(\varepsilon) * r_{LL}^*(\varepsilon - \hbar\omega) + r_{LL}^*(\varepsilon) * t_{LL}^*(\varepsilon - \hbar\omega)] = -t_{LR}(\varepsilon) * t_{LL}^*(\varepsilon - \hbar\omega) * [t_{LR}(\varepsilon) * (t_{LL}^*(\varepsilon - \hbar\omega))]$

$$\begin{aligned}
& +r_{LL}^*(\varepsilon - \hbar\omega) + r_{LL}(\varepsilon) * t_{LL}^*(\varepsilon - \hbar\omega)] \\
& = -t_{LR}(\varepsilon) * t_{LL}^*(\varepsilon - \hbar\omega) * [t_{LL}(\varepsilon) + (1 - t_{LL}(\varepsilon))^* t_{LL}^*(\varepsilon - \hbar\omega)] \\
& = -t_{LR}(\varepsilon) * t_{LL}^*(\varepsilon - \hbar\omega) * [t_{LL}(\varepsilon) + t_{LL}^*(\varepsilon - \hbar\omega) - t_{LL}(\varepsilon) * t_{LL}^*(\varepsilon - \hbar\omega)] \\
& = t_{LR}(\varepsilon) * t_{LL}^*(\varepsilon - \hbar\omega) * [-t_{LL}^*(\varepsilon) - t_{LL}^*(\varepsilon - \hbar\omega) + t_{LL}^*(\varepsilon) * t_{LL}^*(\varepsilon - \hbar\omega) + 1] \\
& = t_{LR}(\varepsilon) * t_{LL}^*(\varepsilon - \hbar\omega) * [(1 - t_{LL}^*(\varepsilon))(1 - t_{LL}(\varepsilon - \hbar\omega)) - 1]
\end{aligned}$$

les éléments de  $M_{RL}^{LL}$

$$\begin{aligned}
& \text{il sont obtenir par } M_{RL}^{LL} = -\tau_7^* * (\tau_1 + \tau_2 + \tau_3) \\
& = -t_{LR}^*(\varepsilon) * t_{LR}(\varepsilon - \hbar\omega) [(1 - t_{LL}(\varepsilon))^* (1 - t_{LL}^*(\varepsilon - \hbar\omega)) - 1]
\end{aligned}$$

la somme il donné pour  $M_{LR}^{RR} = -\tau_4^* * (\tau_8 + \tau_9 + \tau_{10})$

est  $M_{RL}^{RR} = -\tau_4 * (\tau_8 + \tau_9 + \tau_{10})^*$

pour  $M_{LR}^{LR} = (\tau_5^* * \tau_{11}) = r_{LL}^*(\varepsilon) * t_{LR}(\varepsilon - \hbar\omega) * t_{LR}(\varepsilon) * r_{RR}^*(\varepsilon - \hbar\omega) t_{LR}(\varepsilon) * t_{LR}(\varepsilon - \hbar\omega) (1 - t_{LL}^*(\varepsilon)) (1 - t_{RR}^*(\varepsilon))$

est

$$M_{RL}^{LR} = (\tau_5 * \tau_{11}^*)$$

$$M_{LR}^{RL} = (\tau_6^* * \tau_{12}) = t_{LL}^*(\varepsilon) * r_{LL}^*(\varepsilon - \hbar\omega) *$$

$r_{RR}(\varepsilon) * t_{RR}^*(\varepsilon - \hbar\omega)$

est

$$M_{RL}^{RL} = (\tau_6 * \tau_{12}^*).$$

# Bibliographie

- [1] E. Onac, F. Balestro, B. Trauzettel, C.F.J. Lodewijk, and L.P. Kouwenhoven, *Phys. Rev. Lett.* **96**, 026803 (2006).
- [2] O. Zarchin, M. Zaffalon, M. Heiblum, D. Mahalu, and V. Umansky, *Phys. Rev. B* **77**, 241303R (2008).
- [3] M. Ferrier, T. Arakawa, T. Hata, R. Fujiwara, R. Delagrangé, R. Deblock, Y. Teratani, R. Sakano, A. Oguri, and K. Kobayashi, *Phys. Rev. Lett.* **118**, 196803 (2017).
- [4] J. Basset, H. Bouchiat, and R. Deblock, *Phys. Rev. Lett.* **105**, 166801 (2010).
- [5] J. Basset, A.Yu. Kasumov, C.P. Moca, G. Zarand, P. Simon, H. Bouchiat, and R. Deblock, *Phys. Rev. Lett.* **108**, 046802 (2012).
- [6] R. Delagrangé, J. Basset, H. Bouchiat, and R. Deblock, *arXiv* :1704.00479 (2017).
- [7] R. Zamoum, M. Lavagna, and A. Crépieux, *Phys. Rev. B* **93**, 235449 (2016).
- [8] R. Zamoum, M. Lavagna and A. Crépieux, *J. Stat. Mech.* 054013 (2016).
- [9] H.-A. Engel and D. Loss, *Phys. Rev. Lett.* **93**, 136602 (2004).
- [10] B. Dong, X.L. Lei, and N.J.M. Horing, *J. Appl. Phys.* **104**, 033532 (2008).

- [11] P. Vitushinsky, A.A. Clerk, and K. Le Hur, *Phys. Rev. Lett.* **100**, 036603 (2008).
- [12] C. Mora, X. Leyronas, and N. Regnault, *Phys. Rev. Lett.* **100**, 036604 (2008).
- [13] C.P. Moca, P. Simon, C.H. Chung, and G. Zarand, *Phys. Rev. B* **83**, 201303R (2011).
- [14] S.Y. Müller, M. Pletyukhov, D. Schuricht, and S. Andergassen, *Phys. Rev. B* **87**, 245115 (2013).
- [15] C.P. Moca, P. Simon, C.-H. Chung, and G. Zarand, *Phys. Rev. B* **89**, 155138 (2014).
- [16] J. Hammer and W. Belzig, *Phys. Rev. B* **84**, 085419 (2011).
- [17] A. Crépieux, S. Sahoo, T.Q. Duong, R. Zamoum, and M. Lavagna. Submitted to physical review.
- [18] R. Landauer, *Z. Phys. B* **68**, 217 (1987).
- [19] M. Büttiker, Y. Imry, R. Landauer et S. Pinhas, *Phys. Rev. B* **31**, 6207 (1985).
- [20] Y.M. Blanter and M. Büttiker. Shot noise in mesoscopic semiconductors. *Physics Reports*, **336** :1-166, 2000.
- [21] B. J. van Wees, H. van Houten, C. W. J. Beenakker, J. G. Williamson, L. P. Kouwenhoven, et D. van der Marel, *Phys. Rev. Lett.* **60**, 848 (1988).
- [22] W. Schottky, *Annalen der Physik*, **57**, 541 (1918).
- [23] G. B. Lesovik, *JETP Lett.* **49**, 594 (1989).
- [24] A. V. Lebedev, A. Crépieux, et T. Martin, *Phys. Rev. B* **71**, 047516 (2005).

- [25] I. Safi, C. Bena, and A. Crepieux, Phys. Rev. B 205422 (2008).
- [26] L. V. Keldysh. Sov. Phys. JETP 20, 1018 (1965).
- [27] H. J. W. Haug and A. P. Jauho. Quantum kinetics in transport and optics of semiconductors. Springer series (2007).
- [28] G. D. Mahan. Many-particle physics. Kluwer Academic/Plenum publishers (2000).
- [29] Y. V. Nazarov and Y.M. Blanter, Quantum Transport : Introduction to Nanoscience (Cambridge University Press, Cambridge, 2009).