

République Algérienne Démocratique et Populaire  
Ministère de l'Enseignement Supérieur et de la Recherche Scientifique

Université AMO de Bouira  
Faculté des Sciences et des Sciences Appliquées  
Département du Mathématiques



# Mémoire de Master

Filière : Mathématiques

*Spécialité : Recherche Opérationnelle*

## Thème

---

Modélisation du séchage du laurier sur micro-onde par  
l'analyse des séries chronologiques

---

Présenté par : Daouya Amara

Devant le jury composé de :

Présidente	<i>M<sup>me</sup></i> Lala Maghnia Alem	MAA	U. A/M/O Bouira.
Encadreur	<i>M<sup>r</sup></i> L'hadi BOUGHANI	MAA	U. A/M/O Bouira.
Examinatrice	<i>M<sup>me</sup></i> Khadidja Boudane	MAA	U. A/M/O Bouira.

2017/2018

# DÉDICACES

J'ai le plaisir de dédier ce modeste travail :

À Dieu le tout puissant de m'avoir donné le courage et la volonté à réaliser ce travail .  
À mes très chers parents pour leur amour,leur soutien ,leurs encouragements,pour tout ce qu'ils m'ont apporté et les valeurs qu'ils m'ont enseignées ,Je ne vous remercierai jamais assez.  
Que dieu vous procure bonheur,santé et longue vie,que ce travail soit pour vous un motif de fierté et de satisfaction ,je vous aime énormément Maman et Papa.

À mes deux chers et adorables frères Ali et Abdrazak :

Aucune dédicace ne saurait exprimer mon respect , mon estime,ma fierté,vous avez toujours été ma source de tendresse d'amour et l'exemple du dévouement qui n'a pas cessé de m'encourager. Le travail est le fruit de vos sacrifices que vous avez consentis pour mon éducation,avenir et formation .

À mes sœurs .

À toute ma famille .

À tous les profs qui m'ont enseignée depuis la premier palier jusqu'a ce niveau .

À tous mes amies.

A toute la promotion recherche opérationnelle .

Merci.

# REMERCIEMENTS

Avant tout, je remercie le Dieu tout puissant qui m'a accordé la santé et courage et la vanté pour réaliser ce travail .

Mes remerciements les plus sincères et les plus chaleureuses s'adressent en premier lieu à Monsieur BOUGHANI L'HADI qui m'a honoré en acceptant d'être mon promoteur, pour ces conseils et pour ces diverses orientations.

Mes profonds respects vont au président du jury, Madame ALEM LALA MAGHNIA pour l'honneur qu'elle m'a fait en président le jury de mon mémoire .

je remercie également Madame BOUDANE KHADIDJA d'avoir accepter d'examiner ce mémoire.

je remercie également tout les enseignants du département de mathématique de l'université AKLI MOHND OULHADJ - Bouira .

j' adresse mes plus sincères remerciements à mon parents , frères et sœurs, et nos proches et amis, qui nous ont toujours soutenu et encouragé tout au long de notre formation .

Enfin, Je remercie tout les étudiants de mathématique en particulier ceux de recherche opérationnelle pour leurs encouragements et assistances.

**Mecri à Tous**

# Liste d'abréviations

<b>AC :</b>	AutoCorrélation
<b>ACF</b>	Fonction d'autoCorrelation.
<b>ACP :</b>	AutoCorrélation Partielle.
<b>ADF :</b>	Augmented Dickey - Fuller.
<b>AIC :</b>	Critère d'Information d'Akaike .
<b>AR(p) :</b>	Processus AutoRegressif d'ordre p.
<b>ARMA :</b>	Processus AutoRegressif et Moyenne Mobile.
<b>DS :</b>	Diference Stationnary.
<b>FACP :</b>	Fonction d'autoCorrélation Partiel.
<b>LED :</b>	Lissage Exponentiel Double .
<b>LES :</b>	lissage Exponentiel Simple.
<b>LHW :</b>	Lissage Exponentiel de Holt - Winters.
<b>MA(q) :</b>	Moyenne Mobile d'ordre q.
<b>PAC :</b>	AutoCorrélation Partielle .
<b>SSR :</b>	Sum of Squared Error .
<b>RMSE :</b>	Root Mean Squared Error.
<b>TS :</b>	Trend Stationary.

# Table des figures

1.1	<i>un micro onde</i> . . . . .	11
3.1	<i>Graphe de la série 180W</i> . . . . .	32
3.2	Le résultat du LED Pour la série 180W . . . . .	32
3.3	Le résultat de LHW Pour la série 180W . . . . .	32
3.4	<i>Le correlogramme et correlogramme partiel des résidus sur Eviews</i> . . . . .	34
3.5	<i>Le tableau du modèle 3 sur Eviews</i> . . . . .	34
3.6	<i>Le tableau du modèle 2 sur Eviews</i> . . . . .	35
3.7	<i>Le tableau du modèle 1 sur Eviews</i> . . . . .	35
3.8	<i>Graphe de la série originale de puissance 300W</i> . . . . .	41
3.9	<i>Graphe de la série originale de puissance 450W</i> . . . . .	41
3.10	<i>Graphe de La série originale de puissance 600W</i> . . . . .	42
3.11	<i>Graphe de La série originale de puissance 900W</i> . . . . .	42
3.12	<i>Résultat de LED et LHW de 300W sur Eviews</i> . . . . .	43
3.13	<i>la résultat de LED et LHW de 450W sur Eviews</i> . . . . .	43
3.14	<i>Résultat de LED et LHW de 600W sur Eviews</i> . . . . .	44
3.15	<i>Résultat de LED et LHW de 900W sur Eviews</i> . . . . .	44
3.16	<i>Le correlogramme et correlogramme partiel des résidus pour la série 300W sur Eviews</i> . . . . .	45
3.17	<i>Le correlogramme et correlogramme partiel des résidus pour la série 450W sur Eviews</i> . . . . .	45
3.18	<i>Le correlogramme et correlogramme partiel des résidus pour la série 600W sur Eviews</i> . . . . .	45
3.19	<i>Le correlogramme et correlogramme partiel des résidus pour la série 900W sur Eviews</i> . . . . .	46

# Liste des tableaux

2.1	Différentes méthodes de lissage exponentiel. . . . .	24
2.2	Méthode de Holt- Winters additive et multiplicative. . . . .	28
3.1	Résumé des modèles validés pour chaque série . . . . .	33
3.2	les résultats de test de Box et Ljung . . . . .	36
3.3	Résumés des résultats de LWH . . . . .	37
3.4	les données collectées d'une expérimentation de séchage des feuilles de laurier sur un micro onde . . . . .	40

# Table des matières

liste des figures	1
Liste des tableaux	1
<b>Introduction Générale</b>	<b>5</b>
<b>1 Notion générale sur le séchage :</b>	<b>7</b>
1.1 Historique . . . . .	7
1.2 Définition du séchage : . . . . .	7
1.3 Objectif : . . . . .	8
1.4 Les avantages et les inconvénients de séchage . . . . .	8
1.4.1 Les avantages de séchage : . . . . .	8
1.4.2 Les inconvénients du séchage . . . . .	9
1.5 Principe du séchage . . . . .	9
1.5.1 Mode Mécanique : . . . . .	9
1.5.2 Mode Chimique : . . . . .	9
1.5.3 Mode Thermique : . . . . .	9
1.6 Les types de séchages : . . . . .	10
1.6.1 Le séchage naturel : . . . . .	10
1.6.2 Le séchage artificiel : . . . . .	10
1.7 Séchage par micro onde : . . . . .	10
1.7.1 Définition de micro-onde : . . . . .	10
1.7.2 Définition de séchage par micro-onde : . . . . .	10
1.7.3 Les avantages spécifiques des micro-onde : . . . . .	11
1.7.4 Mécanisme de séchage par micro onde : . . . . .	11
1.7.5 Technologie de séchage combinées aux micro ondes : . . . . .	12
1.7.6 Extraction de séchage . . . . .	12
1.8 Séchage et modélisation mathématique . . . . .	12
<b>2 Séries chronologiques</b>	<b>14</b>
2.1 Composantes d'une série chronologique . . . . .	14
2.2 Les modèles des séries temporelles . . . . .	15
2.2.1 Modèle Additifs . . . . .	15
2.2.2 modèle multiplicatif . . . . .	15

2.3	Stationnarité . . . . .	15
2.3.1	Définitions . . . . .	15
2.4	Non Stationnarité . . . . .	16
2.4.1	Processus TS (Trend Stationary) : . . . . .	16
2.4.2	Processus DS ( Differency Stationary ) . . . . .	16
2.5	Fonction d'autocovariance , Fonction d'autocorrélation et corrélogrammes . . . . .	17
2.5.1	Définitions . . . . .	17
2.5.2	Propriétés . . . . .	17
2.6	Les modèles d'une série chronologique . . . . .	18
2.6.1	Les processus autorégressifs d'ordre p . . . . .	18
2.6.2	Les processus des moyennes mobiles MA(q) . . . . .	19
2.6.3	Les processus ARIMA . . . . .	21
2.7	Test d'adéquation ( ou de validation) du modèle . . . . .	21
2.8	Lissage exponentiel . . . . .	24
2.8.1	Lissage Simple . . . . .	24
2.8.2	Lissage Exponentiel Double . . . . .	26
2.8.3	Lissage de Holt Winters . . . . .	27
<b>3</b>	<b>Modélisation du séchage du laurier par Lissage exponentiel</b>	<b>30</b>
3.1	Présentation des données : . . . . .	30
3.2	Modélisation statistique . . . . .	31
3.2.1	Le logiciel utilisé . . . . .	31
3.2.2	Modélisation la série de puissance 180W . . . . .	31
3.2.3	Résultats du lissage des séries de puissance 300W.450W.600W.900W : . . . . .	33
3.3	Examen des Résidus . . . . .	33
3.3.1	Test sur les Résidus de la série 180W : . . . . .	34
3.3.2	Résultat de l'analyse des résidus des autres séries . . . . .	36
3.4	Conclusion . . . . .	36
	<b>Conclusion Générale</b>	<b>38</b>
	<b>Annexes</b>	<b>39</b>
	<b>Bibliographie</b>	<b>47</b>

# Introduction Générale

La recherche opérationnelle est une discipline dont le but est de fournir des méthodes pour répondre à un type précis de problème dans lesquels la décision doit être la plus profitable, c'est-à-dire élaborer une démarche universelle pour un type de problème qui aboutit là où les solutions sont plus efficaces. En effet, dans le monde dans lequel on vit est plein de problèmes auxquels la solution est désavantagée par pas mal de contraintes liées à l'incertain, à des données structurelles complexes et un ensemble de choix variés, d'où la nécessité d'outils permettant de modéliser ces situations complexes et ainsi répondre à toutes les questions de décision relatives. L'industrie alimentaire est l'un de ces champs qui suscite beaucoup de questions dont on ne peut répondre que si un bon modèle mathématique est établi. Dans ce travail, on abordera un problème précis de l'industrie alimentaire qui consiste à la conservation des aliments par séchage.

Le séchage d'aliments est un processus mécanique très complexe basé essentiellement sur le transfert de chaleur (facteur externe) et de matière (l'eau contenu dans l'aliment (facteur interne)), par convection ou à l'air chaud. Néanmoins l'importance de cette méthode a engendré des développements technologiques de la technique de séchage ; il existe actuellement le séchage par micro-ondes.

La modélisation mathématique du séchage est une des tâches les plus complexes pour cause d'insuffisances en équations théoriques décrivant les lois régissant ce système. La recherche dans cette axe est alors limitée dans le côté empirique et il n'existe pas de modèle théorique pour unifier tous ces calculs[1].

Dans ce travail, une modélisation du séchage sera proposée, basée sur l'analyse des séries temporelles, un outil très puissant de modélisation statistique, et des données expérimentales recueillies dans le laboratoire LBBBS<sup>1</sup> de l'université de Béjaïa durant l'expérimentation sur le séchage du laurier sur micro-ondes.

L'étude des séries temporelles correspond à l'analyse statistique d'observations régulièrement espacées dans le temps. Les méthodes qui en découlent se basent essentiellement sur les composantes d'une série temporelle. En effet, cette dernière est composée selon les théoriciens de trois composantes principales : une composante expliquant le comportement à long terme de la série, à savoir si la série va à la hausse ou la baisse, appelée tendance, une composante saisonnière qui explique des aspects du processus qui se répètent à des périodes régulières

---

1. LBBBS : Laboratoire de Biomathématique Biophysique Biochimie et Scientométrie

tout au long de l'horizon d'observation de la série et enfin une composante irrégulière appelée résidus et représente tous ce qui ne peut être expliqué par les deux autres composantes[10].

Afin d'atteindre nos objectifs , nous avons structuré notre travail en 3 chapitre :

Le premier évoquera les notions générales du séchage .

Le deuxième chapitre portera sur la présentation des notions générales d'une série chronologique, ainsi que les éléments théoriques indispensables à l'élaboration des modèles de prévision. On exposera brièvement les méthodes qu'on utilisera dans la modélisation des données recueillies. Dans ce cadre, la méthode de lissage exponentiel sera présentée.

Le dernier chapitre sera consacré à l'application du lissage exponentiel. Deux approches sont testées sur le logiciel Eviews et comparées pour en conclure sur le meilleur modèle à retenir.

Le mémoire sera achevé par une conclusion générale des résultats obtenus et des perspectives de travail.

# Chapitre 1

## Notion générale sur le séchage :

### Introduction :

Le séchage est l'une des plus principales opérations de conservation de nombreux produits alimentaires. Il constitue souvent la dernière opération (après généralement l'opération d'évaporation) du procédé de fabrication d'un produit. C'est une opération de séparation thermique qui consiste à retirer tout ou une partie d'un liquide imprégnant un corps dit "humide" par vaporisation de ce solvant. Le produit final est un solide qualifié de "sec" même s'il contient une humidité résiduelle.

### 1.1 Historique

Le séchage est une technique très anciennement utilisée pour la conservation des produits agricoles et alimentaires (céréales, graines, viandes, poissons, figes, noix, tabac, plantes médicinales... etc), pour l'élaboration des matériaux (briques, céramiques, poterie avant cuisson, bois...), ou pour les textiles et les peaux. Pour ces applications traditionnelles, on fait encore beaucoup appel au séchage par l'air ambiant dit "naturel".

Le séchage dit artificiel avec apport d'énergie, n'étant qu'une technique complémentaire apportant une plus grande régularité face aux aléas climatiques, ou bien apportant de nouveaux services (lait sec ou café dits "instantané", pâtes alimentaires séchés à longue conservation, ...etc.)[12].

### 1.2 Définition du séchage :

Nous appelons séchage, l'opération ayant pour but d'éliminer partiellement ou totalement l'eau d'un corps humide par évaporation de cette eau. Le corps humide en jeu peut être solide ou liquide, mais le produit final est solide (sauf dans le cas particulier de la déshydratation d'un liquide non volatile : séchage des huiles), ce qui distingue le séchage de la concentration d'un liquide par évaporation, cas dans lequel le produit final est un concentré liquide. Cette définition appelle deux remarques :

1. Le séchage peut se produire à titre accessoire lorsqu'on effectue d'autres opérations telles que la cuisson, la torréfaction, le stockage à température ordinaire, la congélation, la surgélation, le broyage.
2. Il est à noter que la plupart des lois du séchage sont aussi valables pour l'élimination par évaporation de toute substance volatile d'un mélange (élimination du solvant dans l'extraction de l'huile des graines oléagineuses.....).

Au cours du séchage, l'eau contenue dans le matériau disparaît peu à peu dans l'air ambiant sous l'action de deux phénomènes : l'évaporation de l'eau et sa diffusion à l'intérieur du matériau[7].

### 1.3 Objectif :

L'utilisation du séchage dans les industries agro-alimentaires a de multiples buts dont le principal est de prolonger la durée de conservation des produits (viandes, poissons, fruits, graines, pâtes, épices, thé, champignons.....).

- inhibition de l'activité des microorganismes, des enzymes ou des ferments de la matière ; stabiliser les produits agricoles (maïs, riz, lait, tomate) et amortir le caractère saisonnier de certaines activités.
- diminuer l'activité de l'eau de divers matériaux périssables qui consiste de convertir ce dernier en produits stabilisés.
- Le séchage permet aussi de diminuer la masse et le volume des aliments pour réduire leur encombrements et faciliter leurs emballages et transports.

## 1.4 Les avantages et les inconvénients de séchage

### 1.4.1 Les avantages de séchage :

Les principaux avantages du procédé de séchage sont :

- La simplicité de la méthode avec généralement un bon rendement.
- L'universalité du procédé, accessible à tous, y compris pour les particuliers.
- Une durée de conservation des aliments déshydratés qui peut être de plusieurs mois.
- La désactivation de la croissance des micro-organismes grâce à la réduction de l'activité d'eau.
- Sa capacité à être utilisée à des fins commerciales permettant de limiter les pertes de récoltes.
- La diminution des coûts financiers et environnementaux liés au transports des marchandises en raison de la réduction massique[13].

## 1.4.2 Les inconvénients du séchage

Comme tous les traitements thermique, le séchage peut entraîner, en particulier, des pertes d'arômes, de vitamines et de pigments, des réactions de brunissement, des durcissements superficiels, des modification irréversibles de texture et donc de capacité à la réhydratation, des pertes de constituants volatils et la modification de la répartition de l'humidité dans le produit. En général, le séchage a globalement moins d'inconvénients que d'autres procédés de conservation (appertisation, congélation, ou traitement aseptique).

Le séchage des fruits, des légumes et des épices reste encore une méthode très répandue de conservation de ces aliments[13].

## 1.5 Principe du séchage

La première idée qui vient à l'esprit pour sécher un produit est de le porter à la température d'ébullition de l'eau, qui alors se vaporise. En réalité, ce principe n'est pas le plus employé et l'on préfère souvent opérer à température moins élevée en utilisant l'air comme gaz d'entraînement. Trois modes de séchage peuvent être distingués[12][11] :

### 1.5.1 Mode Mécanique :

C'est l'élimination du liquide par des forces purement mécaniques (pressage, centrifugation...). Certains processus de pré concentration et de pré séchage peuvent se réaliser sans transfert thermique mais par simple transfert de quantité de mouvement.

### 1.5.2 Mode Chimique :

C'est un procédé basé sur l'utilisation de produits déshydratants (chlorure de calcium, ...) pour extraire l'eau.

### 1.5.3 Mode Thermique :

Ce type d'opération est essentiellement un transfert de masse nécessitant au préalable une "activation" de l'eau par une certaine quantité d'énergie apportée par un transfert de chaleur. Les deux transferts se dédoublent en une phase externe et une phase interne :

- Transfert de chaleur interne, de la source de chaleur vers la surface du produit.
- Transfert de chaleur interne, de la surface vers le cœur du produit.
- Transfert de masse interne, du cœur vers la surface du produit.
- Transfert de masse externe de la surface du produit vers le milieu extérieur.

## 1.6 Les types de séchages :

### 1.6.1 Le séchage naturel :

Effectué en plein air représente le moyen le plus ancien et le plus simple. Il est encore utilisé pour des matériaux dont le séchage est aisé comme les briques, mais présente des insuffisances et des inconvénients :

- L'exposition des produits à des conditions climatiques défavorables et irrégulières.
- Une longue durée de séchage.
- L'impossibilité d'obtenir un degré d'humidité précis.
- L'attaque par les champignons et les insectes ( cas du bois ).

Toutes ces raisons ont conduit les professionnels à s'orienter vers le séchage artificiel.

### 1.6.2 Le séchage artificiel :

Le séchage artificiel permet, dans une certaine mesure de pallier les inconvénients du séchage naturel : il permet de réduire considérablement la durée du séchage et d'atteindre l'humidité souhaitée des matériaux. Les méthodes de séchage les plus utilisées dans l'industrie sont les suivantes :

- Le séchage à la vapeur surchauffée.
- Le séchage par pompe à chaleur.
- Le séchage par chambre chaude.
- Le séchage sous vide.

Les deux derniers procédés de séchage sont utilisés en particulier pour le séchage du bois.

## 1.7 Séchage par micro onde :

### 1.7.1 Définition de micro-onde :

Les micro-ondes sont des rayonnements électromagnétiques de longueur d'onde intermédiaire entre l'infrarouge et les ondes de radiodiffusion.

Le terme de micro-onde provient du fait que ces ondes ont une longueur d'onde plus courte que celles de la bande VHF (very high frequency), utilisée par les radars pendant la seconde Guerre mondiale[8].

### 1.7.2 Définition de séchage par micro-onde :

Le séchage par micro-ondes appartient au type de séchage par ébullition et obéit à un transfert de chaleur par rayonnement. Ce rayonnement, issu des ondes électromagnétiques, a une fréquence qui se situe entre celle de la lumière infrarouge et celle des ondes de télévision. Sa longueur d'onde est comprise entre 1 *mm* et 1 *m*, et sa fréquence varie de 300 *Mhz* à 300 *Ghz*, en utilisant comme énergie primaire, l'électricité. Dans le spectre, elles se situent dans les hyperfréquences, entre les ondes radios (108 *Hz*) et l'infrarouge (1012 *Hz*).



FIGURE 1.1 – *un micro onde*

Le fonctionnement d'un four à micro-onde est simple. L'énergie électrique apportée à l'aliment le magnétron qui convertit l'énergie électrique en champ électromagnétique et par un guide d'ondes (tube rectangulaire en métal), les micro-ondes produites sont dirigées vers l'agitateur d'onde et pénètrent dans l'enceinte métallique où se trouve l'aliment à chauffer sur une plaque tournante, qui permet au produit alimentaire d'être exposé aux micro-ondes qui pénètrent l'aliment pour atteindre les molécules d'eau.

### 1.7.3 Les avantages spécifiques des micro-onde :

Le séchage par micro-onde présente bel et bien d'avantages, entre autre l'opération de séchage très rapide dans le temps, permettant des économies d'énergie, et une qualité du produit plus élevée. Ce séchage est très élargi dans divers applications comme l'inactivation, la stérilisation enzymatique et la pasteurisation des produits alimentaires (jus de fruit ; laits, purée alimentaire, viande.....).

### 1.7.4 Mécanisme de séchage par micro onde :

Au vu des caractéristiques des matériaux communément employés dans la production pharmaceutique, l'énergie des micro-ondes est parfaitement adaptée au séchage des formules pharmaceutiques (par exemple le séchage de feuille *laurus nobilis*). Le transfert de chaleur sous chauffage micro ondes est complètement inversé par rapport au chauffage conventionnel, La chaleur du chauffage conventionnel se transmet de l'extérieur vers l'intérieur, Sous chauffage micro onde, le volume traité devient lui même source de chaleur. On parle de dégagement de la chaleur de l'intérieur vers extérieur.

Sur cette base le phénomène fondamental est la dégradation par dissipation d'une partie de l'énergie transportée par l'onde électromagnétique. Un matériau diélectrique est un isolant donc un mauvais conducteur d'électricité, il s'échauffe du fait de la polarisation et de la rotation de ses dipôles puis de leur relaxation lorsqu'ils sont soumis à des champs électriques alternatifs. Le dégagement de chaleur résultant diffère fondamentalement du chauffage par effet Joule qui est provoqué par des frictions internes entre les électrons et les molécules. De plus, contrairement au chauffage classique, il a lieu dans le volume, d'où son appellation de chauffage volumique.

### 1.7.5 Technologie de séchage combinées aux micro ondes :

Pour comparer les différentes techniques de séchage, quatre aspects principaux du processus peuvent être pris en considération. Il s'agit de la vitesse de déshydratation, de la qualité et les caractéristiques du produit final, des coûts énergétiques et économiques du processus.

Le séchage micro onde peut être combiné au :

- ✓ Le séchage micro ondes combiné à la lyophilisation ;
- ✓ Le séchage en lit fluidisé combiné aux micro ondes ;
- ✓ Le séchage micro ondes combiné à l'air chaud ;
- ✓ Le séchage sous vide combiné aux micro ondes ;[8, 15]

### 1.7.6 Extraction de séchage

L'extraction assistée par micro-ondes (**ESAM**) consiste à traiter par micro-ondes un solide sec ou humide, en contact avec un solvant partiellement ou totalement transparent. Les micro-ondes permettent d'accélérer la cinétique d'extraction et de réduire le ratio solvant charge ( **Michel S et al., 2003**)[9].

L'extraction par micro-ondes est une technique qui a été développée pour réduire le volume des solvants nécessaires, améliorer le rendement de la récupération des polyphénols, et réduire le temps d'extraction et de diminuer le coût.

## 1.8 Séchage et modélisation mathématique

le séchage est le processus qui sépare le liquide d'un milieu solide par évaporation. Un des important changement physique subit par l'aliment durant le processus de séchage est la réduction de son volume : la perte en eau cause un stress au niveau de la structure interne de la cellule menant à un changement de forme et décroissance en dimension. Ceci dépend essentiellement de :

- Le transfert de chaleur,
- séchage en continu ou en discontinu,
- la direction des fluides chauffés respectivement à l'aliment (pression atmosphérique, surface profonde ou légère).

De plus le séchage implique deux types de transferts :

1. **La diffusion de chaleur** : l'équation de diffusion est définie par :

$$\frac{T}{t} + u \frac{T}{x} = \alpha \frac{T}{x^2}$$

2. **Le transfert de matière** : d'équation :

$$\frac{M}{t} + u \frac{M}{x} = \alpha \frac{M}{x^2}$$

La vitesse de séchage est liée à ces deux équations. Ainsi la modélisation du processus de séchage s'articulera sur la variation du taux d'humidité de l'aliment tout au long du processus de séchage.

## **conclusion**

Parmi toutes la méthodes de conservation des aliments,le séchage reste une opération très avantageuse en raison de la durée de conservation longue, la facilité de stockage à température ambiante et de la réduction de masse (transport).

Ces points ont incité les praticiens à concevoir des modèles mathématiques pour contrôler ce phénomène.

Dans le chapitre suivant on présentera un outil puissant de modélisation mathématique qui nous permettra de proposer un modèle mathématique de séchage.

# Chapitre 2

## Séries chronologiques

### Introduction

Une série chronologique est une suite formée d'observations au cours du temps. L'analyse des série chronologique est un outil couramment utilisé de nos jours pour la prédiction de données futures, il est appliqué dans beaucoup de domaines à savoir en finance en médecine en économétrie et en météorologique et dans bien d'autre domaines.

La prévision se base sur la connaissance du passé et du présent. L'analyse des séries chronologiques, présente plusieurs méthodes entre d'autre le lissage exponentiel et les modèles basés sur les processus aléatoires linéaires (modèles ARIMA). dans la suite on présentera les notions de base des séries chronologiques nécessaire à la compréhension de la suite du mémoire. Pour une connaissance approfondie de ces notions, on conseille de lire Bourbonnais[3] et Brillinge[2].

### 2.1 Composantes d'une série chronologique

Le but de la décomposition d'une série chronologique est de distinguer son évolution : une tendance "générale " ; des variation "saisonnnières" qui se répètent chaque période, des variations accidentelles imprévisibles et des variations cycliques.

**La tendance (trend) :** représente l'évaluation à court et moyen terme du phénomène étudié ; cette tendance peut être à la hausse ou à la baisse.

**Les variation saisonnières :** se sont des fluctuations périodique à l'intérieur de l'historique de la série, et qui se reproduisent de façon plus ou moins permanente d'une période à l'autre.

**Les variations accidentelles ou résiduelles :** sont des fluctuations irrégulières et imprévisibles. Elles sont supposées en générale de faibles amplitudes. Elles proviennent de circonstance non prévisible : catastrophes naturelles, crise boursière, grèves . . . .

**Les variation cycliques :** ces variation se trouvent généralement dans des séries de longues durées.

## 2.2 Les modèles des séries temporelles

On peut citer deux types de modèles :

### 2.2.1 Modèle Additifs

Dans un modèle additif, on suppose que les quatre composantes : tendance, variations saisonnières, variations accidentelles et variations cycliques sont indépendantes les unes des autres. On considère que la série  $y_t$  s'écrit comme la somme des ces 04 composantes :

$$Y_t = T_t + S_t + \varepsilon_t + C_t. \quad (2.1)$$

tel que :

$T_t$  : désigne la tendance.

$C_t$  : est le cycle.

$S_t$  : est la composante saisonnière.

$\varepsilon_t$  : la composante résiduelle.

### 2.2.2 modèle multiplicatif

Dans ce modèle les mouvements saisonniers ont une amplitude proportionnelle à la tendance, il est de la forme :

$$Y_t = T_t * S_t * \varepsilon_t * C_t. \quad (2.2)$$

## 2.3 Stationnarité

### 2.3.1 Définitions

**Définition 2.3.1.** Un processus  $(y_t)_{t \in Z}$  est stationnaire (au second ordre) si :

1. pour tout  $t \in Z$ ,  $E(y_t) = \mu$ , constante indépendante du temps.  $E(y_t^2) = a$ , constante indépendante du temps.
2. pour tout  $t \in Z$ ,  $V(y_t) = \gamma_0 < \infty$ , constante finie indépendante du temps.
3. pour tout  $t \in Z$ ,  $cov(y_t, y_{t-\tau}) = \gamma_\tau$ , constante indépendante du temps.

**Définition 2.3.2.** Un processus  $(y_t)_{t \in Z}$ , sera appelé bruit blanc s'il est centré, homoscedastique ( de variance constante ) et non autocorrélé, c'est à dire ( $E(y_t y_s) = 0$ , pour  $t \neq s$ ). Si de plus, il suit une loi normale alors on parle de bruit blanc gaussien.

**Remarque 2.3.1.** À partir de la définition 3.2, un processus bruit blanc est un processus stationnaire.

## 2.4 Non Stationnarité

Il existe en pratique deux types de processus générant les séries temporelles : les processus stationnaires et ceux non stationnaires. L'analyse des processus stationnaires est plus facile à établir et donne de très bons résultats quant aux résultats théoriques vis à vis ceux expérimentaux, c'est pour cela que tout processus non stationnaire se doit d'être stationnarisé.

On constate en pratique deux schémas pour les processus non stationnaires, reconnus sur tous les logiciels statistiques :

### 2.4.1 Processus TS (Trend Stationary) :

Un processus TS (Trend Stationary) selon la terminologie proposée par Nelson et Plosser (1982) est défini comme suit :

**Définition 2.4.1.**  $(x_t, t \in Z)$  est un processus TS s'il peut s'écrire sous la forme :

$$x_t = f(t) + \varepsilon_t$$

Où  $f(t)$  est une fonction du temps et  $\varepsilon_t$  est un processus stochastique stationnaire (un bruit blanc). Pour stationnariser un processus de type TS on estime  $f(t)$  par les moindres carrés ordinaires, puis on retranche les valeurs estimées de la série initiale. Avec un processus TS l'effet produit par un choc est transitoire, la chronique retrouve son mouvement de long terme[5].

### 2.4.2 Processus DS (Differency Stationary )

**Définition 2.4.2.** Un processus non stationnaire  $(x_t, t \in Z)$  est un processus DS (Differency Stationary) d'ordre  $d$ , où  $d$  désigne l'ordre d'intégration, si le processus filtré défini par  $(1 - D)^d x_t$  est stationnaire. On dit aussi que  $(x_t, t \in Z)$  est un processus intégré d'ordre  $d$ , noté  $I(d)$ .  $D$  est dit opérateur de retard

Ainsi, on peut définir une classe de processus stochastique qui ne satisfont pas les conditions de la stationnarité, mais dont la différence à l'ordre  $d$  satisfait les propriétés de la stationnarité[5].

**Définition 2.4.3.** Un processus non stationnaire  $(x_t, t \in Z)$  est un processus DS intégré d'ordre  $d$ , noté  $I(d)$ , si le polynôme  $\Phi(D)$  défini suivant l'opérateur de retard  $D$ , associé à sa composante autorégressive admet  $d$  racines unitaires :

$$\Phi(D)x_t = \varepsilon_t \text{ avec } \Phi(D) = (1 - D)^d \hat{\Phi}(D).$$

Où  $\varepsilon_t$  est un processus stationnaire, et si les racines du polynôme  $\hat{\Phi}(D)$  sont toutes supérieures strictement à l'unité en module[5]

## 2.5 Fonction d'autocovariance , Fonction d'autocorrélation et corrélogrammes

### 2.5.1 Définitions

**Définition 2.5.1. La fonction d'autocovariance :**

Pour une série  $(x_t), t \in Z$ , on définit la fonction d'autocovariance, pour tout  $t \in Z$ , par :

$$\tau \longrightarrow \gamma_\tau = cov(x_t, x_{t-\tau}) = E((x_t - E(x_t))(x_{t-\tau} - E(x_{t-\tau}))).$$

Dans le cas d'un processus stationnaire :

$$E(x_t) = E(x_{t-\tau})$$

et donc :

$$\gamma_\tau = cov(x_t, x_{t-\tau}) = E((x_t - E(x_t))(x_{t-\tau} - E(x_{t-\tau})))$$

L'expression de  $\gamma_t$  est estimée par l'autocovariance empirique :

$$\hat{\gamma}_\tau = \frac{1}{n} \sum_{t=\tau+1}^n (x_t - \bar{x})(x_{t-\tau} - \bar{x})$$

Où  $\bar{x}$  désigne la moyenne de la série calculée sur  $n$  périodes .

**Définition 2.5.2. la Fonction d'autocorrélation**

Pour une série  $(x_t)$ , on définit la fonction d'autocorrélation , pour tout  $t \in Z$ , par :

$$\tau \rightarrow \rho_\tau = corr(x_t, x_{t-\tau}) = \frac{\gamma_\tau}{\gamma_0}$$

L'expression de  $\rho_\tau$  est estimée par l'autocorrélation empirique :

$$\hat{\rho}_\tau = \frac{\sum_{t=\tau+1}^n (x_t - \bar{x})(x_{t-\tau} - \bar{x})}{\sum_{t=1}^n (x_t - \bar{x})^2}$$

**Définition 2.5.3. Le corrélogramme**

Le graphique de la suite  $\rho_\tau$  constitue le corrélogramme .

### 2.5.2 Propriétés

Un processus est stationnaire si et seulement si les coefficients d'autocorrélation  $\rho_\tau$  tendent vers 0 lorsque  $\tau$  tend vers l'infini, autrement dit, dans le cas où le corrélogramme ne laisse apparaître aucune décroissance vers 0 de ses terme.

Cette propriété sera souvent utilisée pour reconnaître un processus stationnaire .

## intervalle de confiance de $\rho_\tau$ au seuil de signification $\alpha$ .

Lorsque nous étudions les fonctions d'autocorrélation d'une série chronologique, la question qui se pose est de savoir quels sont les termes  $\rho_\tau$  qui sont significativement différents de 0. En effet, si par exemple aucun terme n'est significativement différents de 0, on peut conclure que le processus étudié ne comporte ni tendance ni saisonnalité et donc le processus est stationnaire. Si par contre la série est trimestrielle, elle présentera une valeur élevée pour  $\rho_4$  (correlation entre  $y_t$  et  $y_{t-4}$ ), la série étudiée est certainement affectée d'un mouvement saisonnier.

Quenouille (1949)[3], a démontré que l'intervalle de confiance  $\rho_\tau$  est, dans le cas d'un échantillon de loi normale ou de taille importante ( $n > 30$ )est :

$$\left[ -\frac{Z_{\frac{\alpha}{2}}}{\sqrt{n}}, \frac{Z_{\frac{\alpha}{2}}}{\sqrt{n}} \right].$$

Où la valeur de  $Z_{\frac{\alpha}{2}}$  est lue dans la table de la loi normale centrée réduite. Si le coefficient calculé  $\rho_\tau$  est à l'extérieur de cette intervalle de confiance, il est significativement différent de 0 au seuil  $\alpha$  ( en général  $\alpha = 0.005$ ). Ainsi, pour avoir un bruit blanc gaussien, il est nécessaire que tous les termes  $\rho_\tau$  soient à l'intérieur de cet intervalle. La plupart des logiciels fournissent, avec le corrélogramme, l'intervalle de confiance de  $\rho_\tau$ , ce qui autorise une interprétation instantanée.

### Définition 2.5.4. la fonction d'autocorrélation partielle :

Pour la série  $(x_t)$ , on définit la fonction d'autocorrélation partielle, pour tout  $t \in Z$ , par :

$$\tau \rightarrow r_\tau = \frac{\text{cov}(x_t - x_t^*, x_{t-\tau} - x_{t-\tau}^*)}{V(x_t - x_t^*)}$$

Où  $x_t^*$  désigne l'observation estimée de la variable à expliquer  $x_t$  par une régression linéaire multiple :

$$x_t = a_1x_{t-1} + a_2x_{t-2} + \dots + a_{t-1}x_{t-(t-1)},$$

et  $x_{t-\tau}^*$  désigne l'observation estimé de la variable à expliquer  $x_{t-\tau}$  par le modèle de régression linéaire multiple :

$$x_t = b_1x_{t-1} + b_2x_{t-2} + \dots + b_{t-1}x_{t-(t-1)} + v_t.$$

Il s'agit de coefficient de corrélation entre  $x_t$  et  $x_{t-\tau}$ , l'influence des autres variables  $x_{t-1}, x_{t-2}, \dots, x_{t-(t-1)}$  ayant été retirée .

**Définition 2.5.5. Le corrélogramme partiel :** Le graphe de la suite  $r_\tau$ , constitue le corrélogramme partiel. L'intérêt pratique des fonctions d'autocorrélation partielles se retrouve dans l'étude des processus stationnaires tels que les processus autorégressifs (notée AR ), les processus de moyenne mobile (notée MA) et les processus mixtes autorégressifs et moyenne mobile (notée ARMA ).

## 2.6 Les modèles d'une série chronologique

### 2.6.1 Les processus autorégressifs d'ordre p

Un processus autorégressif ( autorégressive modèle) d'ordre  $p$  retrace la façon dont est générée l'observation présente  $y_t$  à partir de ses observations passées  $y_{t-1}y_{t-2}\dots, y_{t-p}$ . Il est dit

autorégressif d'ordre  $p$ , et on le note  $AR(p)$ , s'il vérifie une relation de la forme :

$$y_t = \phi_1 y_{t-1} + \phi_2 y_{t-2} + \dots + \phi_p y_{t-p} + \varepsilon_t.$$

Ou encore , en introduisant l'opérateur de décalage  $D$  tel que  $D^i y_t = y_{t-i}$ , on aura :

$$\Phi(D)y_t = \varepsilon_t$$

Où  $\phi_1, \phi_2, \dots, \phi_p$  désignent les paramètres du modèle,  $(\varepsilon_t)$  est un bruit blanc et

$$\Phi(D) = (1 - \phi_1 D - \phi_2 D^2 - \dots - \phi_p D^p).$$

Un processus  $AR(p)$  peut aussi comporter un terme constant .

### • Identification d'un processus AR(p)

Le processus  $(y_t)$  s'écrit

$$y_t = \phi_1 y_{t-1} + \phi_2 y_{t-2} + \dots + \phi_p y_{t-p} + \varepsilon_t$$

En multiplions cette équation par  $y_{t-\tau}$ , en prenant l'espérance mathématique et en divisant par  $\gamma_0$  on obtient :

pour  $\tau > 0$

$$\rho_\tau \phi_1 \rho_{\tau-1} - \dots - \phi_p \rho_{\tau-p}$$

A partir de cette équation, il est possible de montrer le résultat suivant :

un processus  $AR(p)$  est caractérisé par une décroissance exponentielle ou sinusoidale amortie de sa fonction d'autocorrélation et par le fait que sa fonction d'autocorrélation partielle est tronquée au delà de l'ordre  $p$  :  $r_\tau = 0$  pour  $\tau > p$ .

### • Estimation des paramètre du processus AR(p)

Considérons le modèle autorégressif d'ordre  $p$  suivant :

$$y_t = \phi_1 y_{t-1} + \phi_2 y_{t-2} + \dots + \phi_p y_{t-p} + \varepsilon_t$$

Où  $(\varepsilon_t)$  désigne un bruit blanc. Afin d'estimer les paramètre  $\phi_1, \phi_2, \dots, \phi_p$  l'application de la méthode classique des MCO est licite si le nombre d'observation est suffisant (dans la pratique  $n > 15$ ).

## 2.6.2 Les processus des moyennes mobiles MA(q)

On appelle processus moyenne mobile (moving average ) d'ordre  $q$ , notée  $MA(q)$ , un processus vérifiant la relation :

pour tout  $t \in Z$

$$y_t = \varepsilon_t - \theta_1 \varepsilon_{t-1} - \theta_2 \varepsilon_{t-2} - \dots - \theta_q \varepsilon_{t-q}$$

Où encore, en introduisant l'opérateur de décalage  $D$  :

$$D^j \varepsilon_t = \varepsilon_{t-j},$$

$$y_t = \Theta(D)\varepsilon_t$$

Où  $\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_q$  désignent les paramètres du modèle,  $\varepsilon_t$  est un bruit blanc et

$$\Theta(D) = (1 - \theta_1 D - \theta_2 D^2 - \dots - \theta_q D^q)$$

Contrairement au processus  $AR(p)$ , les processus  $MA(q)$  sont toujours des processus stationnaires puisque  $y_t$  s'écrit comme combinaison linéaire des  $\varepsilon_t$ .

• **La fonction d'autocorrélation d'un processus MA(q)**

La fonction d'autocorrélation d'un processus MA (q) est de la forme générale :

$$\rho_\tau = \begin{cases} \frac{(-\theta_1 + \theta_1 \theta_{\tau+1} + \dots + \theta_{q-\tau} \theta_q)}{1 + \theta_1^2 + \dots + \theta_q^2} & \text{si } \tau = 1, \dots, q \\ 0 & \text{si } \tau > q \end{cases}$$

La fonction d'autocorrélation est donc tronquée au delà de l'ordre  $q$ .

• **La fonction d'autocorrélation partielle d'un processus MA(q)**

Contrairement aux processus  $AR(p)$ , on montre que la fonction d'autocorrélation partielle d'un processus  $MA(q)$  n'est pas tronquée au-delà de l'ordre  $q$ .

En faisant varier  $t$  de 1 à  $q$  et en remplaçant  $\rho_t$  par  $\hat{\rho}_t$ , on obtient un système non linéaire de  $q$  inconnues à  $q$  équation suivant :

$$\begin{cases} \hat{\rho}_1 = \frac{(-\theta_1 + \theta_1 \theta_2 + \dots + \theta_{q-1} \theta_q)}{1 + \theta_1^2 + \dots + \theta_q^2} \\ \hat{\rho}_2 = \frac{(-\theta_2 + \theta_2 \theta_1 + \dots + \theta_{q-2} \theta_q)}{1 + \theta_1^2 + \dots + \theta_q^2} \\ \hat{\rho}_q = \frac{-\theta_q}{1 + \theta_1^2 + \dots + \theta_q^2} \end{cases}$$

L'estimation préliminaire des paramètres  $\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_q$  d'un processus MA (q) s'obtient en résolvant ce système .

### 2.6.3 Les processus ARIMA

Les modèles *AR*, *MA* et *ARIMA* ne sont représentatifs que des processus stationnaires en tendance et corrigés des variances saisonnières. Si le processus étudiés n'est pas stationnaire en tendance, il convient de le stationnariser par passage aux différences selon l'ordre d'intégration  $d$  ( c'est -à -dire le nombre de fois qu'il faut différencier le processus pour le rendre stationnaire) par la transformation :

$$\Phi(D)\Delta^d y_t = \theta(D)\varepsilon_t$$

avec :

$$y_t = y_t - y_{t-1} = (1 - D)y_t$$

$$\Delta^2 y_t = \Delta(\Delta y_t)$$

$$= (1 - D)^2 y_t$$

$$\Delta^d y_t = (1 - D)^d y_t$$

$\Delta^d$  est appelé l'opérateur de différenciation à l'ordre  $d$  ( le but de cet opérateur est donc d'éliminer la tendance ).

Par définition, on appelle modèle ARIMA (autoregressive integrated moving average model) de paramètre  $p,d,q$  un modèle de la forme :

$$\Phi(D)\Delta^d y_t = \Theta(D)\varepsilon_t$$

Où

$$\Phi(D) = (1 - \phi_1 D - \phi_2 D^2 - \dots - \phi_P D^P)$$

et

$$\Theta(D) = (1 - \phi_1 D - \phi_2 D^2 - \dots - \phi_q D^q)$$

## 2.7 Test d'adéquation ( ou de validation) du modèle

On suppose que le processus  $\varepsilon_t$  est un bruit blanc, afin de valider le modèle estimé, on doit retrouver un résultat analogue sur les résidus  $e_t$ . Le test de Box et Pierce permet d'identifier le processus de bruit blanc, il se repose sur le coefficient d'autocorrélation empirique :

$$\hat{\rho}_\tau = \frac{\sum_{t=\tau+1}^n \varepsilon_t \varepsilon_{t-\tau}}{\sum_{t=1}^n \varepsilon_t^2}, \tau = 1, \dots, M$$

Cette statistique permet de tester  $H_0 = \rho_\tau = \text{corr}(\varepsilon_t, \varepsilon_{t-\tau}) = 0$ , pour tout  $\tau \in 1, \dots, M$ , et pour effectuer ce test, on utilise la statistique  $Q$  (due à Box et Pierce) qui est donnée par :

$$Q = n \sum_{j=1}^M \hat{\rho}_j^2$$

Où  $M$  est la partie entière de  $\min\left(\frac{n}{2}, 3\sqrt{n}\right)$  et  $n$  est le nombre d'observation.

Asymptotiquement sous  $H_0$  la statistique  $Q$  suit la loi du Khi-deux [14] à  $M$  degrés de liberté.

Si  $Q > X_M^2(\alpha)$  alors nous rejetons l'hypothèse de bruit blanc au seuil de signification  $\alpha$ , le modèle estimé n'est pas bon, la valeur de  $x_M^2(\alpha)$  est lue dans la table du  $\chi^2$  (Khi-deux) à  $M$  degrés de liberté au seuil de signification  $\alpha$ .

On peut également utiliser la statistique de Ljung et Box (dont les propriétés sont meilleures) :

$$Q = n(n+2) \sum_{j=1}^M \frac{\rho_j^2}{n-j},$$

qui est aussi distribué selon un  $\chi^2$  à  $M-K$  degrés de liberté,  $K$  étant le nombre de paramètres du modèle. Dans le cas d'un modèle ARMA  $(p, q)$  on a  $K=p+q$ . Dans ce cas, nous rejetons l'hypothèse de bruit blanc au seuil de signification  $\alpha$  si

$$Q_* > x_{M-K}^2(\alpha)$$

### ✓ Test de Dickey et Fuller

Fuller et Dickey (1976) sont les premiers [3] à fournir un ensemble d'outils statistiques formels pour détecter la présence d'une racine unitaire dans un processus purement autorégressif du premier ordre. Cette procédure de test, maintenant bien connue, est fondée sur l'estimation par les MCO, sous l'hypothèse alternative, de trois modèles autorégressifs du premier ordre dont les erreurs sont identiquement et indépendamment distribuées : le modèle sans constante, le modèle avec constante et tendance.

Les implications de la racine unitaire sur les paramètres du modèle de régression sous l'hypothèse nulle, joueront un rôle primordial dans l'élaboration d'une stratégie de test.

Dickey et Fuller ont pu calculer les valeurs critiques de la distribution non standard de la statistique du test par des méthodes de simulation [3].

Dickey et Fuller sont les premiers à fournir un ensemble d'outils statistiques formels pour détecter la présence d'une racine unitaire dans un processus autorégressif du premier ordre, ce test permet de tester l'hypothèse. Le test est basé sur les hypothèses suivantes :

$$\begin{cases} H_0 : \text{Le modèle a une racine unitaire.} \\ H_1 : \text{Le modèle n'a pas de racine unitaire.} \end{cases}$$

Ce test est regroupé en 4 cas :

$$y_t = \rho y_{t-1} + \varepsilon_t$$

$$H_0 : \rho = 1.$$

$$\begin{array}{ll}
y_t = \alpha + \rho y_{t-1} + \varepsilon_t & H_0 : \alpha = 0 \quad \text{et} \quad \rho = 1. \\
y_t = \alpha + \rho y_{t-1} + \varepsilon_t & H_0 : \alpha \neq 0 \quad \text{et} \quad \rho = 1. \\
y_t = \alpha + \beta t + \rho y_{t-1} + \varepsilon_t & H_0 : \alpha = 0, \beta = 0, \rho = 1
\end{array}$$

### ✓La procédure de test de Dickey et Fuller Augmenté

Cette procédure de test est fondée sur l'estimation par les MCO, sous l'hypothèse alternative, de trois modèles autorégressifs d'ordre p obtenus en soustrayant  $y_{t-1}$  aux deux membres des modèles (1), (2), (3) et en ajoutant p-1 retards en différences premières.

Les tests de l'hypothèse nulle de la racine unitaire est le test de significativité du coefficient p dont la distribution asymptotique est une loi Normale sous les hypothèses nulles et alternatives et peuvent donc faire l'objet de tests standards de significativité permettant d'évaluer l'ordre p du processus autorégressif.

Said et Dickey (1984) généralisent ensuite cette procédure de test à des processus autorégressifs moyennes mobiles d'ordre inconnu k. Un problème se pose toutefois lorsqu'en pratique il faut fixer K, puisque Said et Dickey ne donnent aucune indication, autre qu'asymptotique, sur ce sujet pourtant crucial dans les applications empiriques, d'autant plus que les résultats des tests sont sensibles à la valeur retenue [14].

Campbell et Perron (1991) et Perron (1993) proposent cependant une stratégie séquentielle fondée sur la significativité des coefficients des retards en différences premières permettant d'attribuer à k une valeur dans les études empiriques : elle consiste à fixer a priori une borne supérieure pour k notée max et à effectuer ensuite la régression augmentée d'ordre k max [14].

Dickey et Fuller en 1981 étendent ensuite cette procédure de test [3] des processus autorégressifs d'ordre p.

Ce test permet de tester :

$$\begin{cases}
H_0 : \text{Le modèle a une racine unitaire.} \\
H_1 : \text{Le modèle n'a pas de racine unitaire.}
\end{cases}$$

Ce test peuvent être regroupés en 4 cas :

$$\begin{array}{ll}
y_t = \rho y_{t-1} + \sum_{i=1}^p \alpha_i y_{t-i} + \varepsilon_t & H_0 : \rho = 1 \\
y_t = \alpha + \rho y_{t-1} + \sum_{i=1}^p \alpha_i y_{t-i} + \varepsilon_t & H_0 : \alpha = 0, \rho = 1 \\
y_t = \alpha + \rho y_{t-1} + \sum_{i=1}^p \alpha_i + \varepsilon_t & H_0 : \alpha \neq 0, \rho = 1 \\
y_t = \alpha + \beta t + \rho y_{t-1} + \sum_{i=1}^p \alpha_i y_{t-i} + \varepsilon_t & H_0 : \alpha = 0, \beta = 0, \rho = 1
\end{array}$$

Pour simplifier, on écrira :

$$\Delta y_t = \phi y_{t-1} + \sum_{i=1}^p \alpha_i \Delta y_{t-i} + \varepsilon_t \quad \phi = \rho - 1 \text{ "Modèle [1] "}.$$

$$\Delta y_t = \alpha + \phi y_{t-1} + \sum_{i=1}^p \alpha_i \Delta y_{t-i} + \varepsilon_t \quad \text{"Modèle[2]"}.$$

$$\Delta y_t = \alpha + \beta t + \phi y_{t-1} + \sum_{i=1}^p \alpha_i \Delta y_{t-i} + \varepsilon_t \quad \text{"Modèle[3]"}.$$

## 2.8 Lissage exponentiel

Les techniques de lissage exponentiel ont été introduites par Holt en 1957 ainsi que par Winters en 1960. Elles sont popularisées par le livre de Brown en 1963[3] qui utilisa pour la première fois cette méthode pour la prévision des pièces de recharge et pour la gestion des stocks[?][3]. Les méthodes de lissage constituent l'ensemble des techniques empiriques de prévision et leur principe se base sur le fait que pour le calcul des prévisions, on accorde plus de poids ( plus d'importance ) aux valeurs de l'historique par ordre décroissant d'une façon exponentielle au futur et à mesure qu'on remonte dans le passé. En d'autres termes, les informations récentes sont jugées plus indispensables pour le calcul des prévisions.

Tout lissage repose sur le choix d'une fonction de prévision c'est -à-dire d'une fonction mathématique qui va servir à l'extrapolation. Cette fonction qui peut être linéaire, exponentielle, sinusoïdale *ldots*, constitue le premier facteur de différenciation de ces méthodes (lissage simple, double, triple ).

La fonction choisie le plus souvent empiriquement, dépend d'un certain nombre de paramètres  $a_0, a_1, \dots, a_k$ , qui sont calculés à partir de l'historique disponible et mis à jour à l'arrivée de chaque nouvelle observation.

Nous présentons trois types de lissage exponentiel :

- Lissage exponentiel simple qui ajuste la série si elle ne présente ni tendance ni saisonnalité .
- Le lissage exponentiel Double qui ajuste une tendance.
- Le lissage de Holt Winters qui ajuste une série avec tendance et saisonnalité .

Tendance	Saisonnalité	Méthode de lissage
Non	Non	Simple
Oui	Non	Double
Oui	Oui	Holt-Winters

TABLE 2.1 – Différentes méthodes de lissage exponentiel.

### 2.8.1 Lissage Simple

Le lissage exponentiel simple permet d'effectuer des prévisions pour des séries chronologiques dont la tendance est constante et sans saisonnalité.

Soit  $y_t$  une telle série dont on observe les  $T$  premiers instant  $y_1, \dots, y_T$  pour  $T \in \mathbb{N}^*$ . Le modèle considéré [6] :

$$y_t = a + \varepsilon_t \quad (2.3)$$

avec :  $a$  est un constante .

$\varepsilon_t$  est la composante irrégulière.

On cherche à prévoir la valeur  $y_{T+h}$  : c'est à dire faire une prévision de la série à l'horizon  $h$ . étant donné un réel  $\alpha$  tel que  $\alpha \in [0,1]$  comme la tendance est constante, on cherche une prévision  $\hat{y}_T(h)$  sous la forme d'une constante qui s'ajuste le mieux au sens des moindres carrés pondérés au voisinage de  $T$ , c'est -à-dire la solution du problème de minimisation :

$$\min_{\alpha} \sum_{j=0}^{T-1} \alpha^j (y_{T-j} - a)^2 \quad (2.4)$$

**Définition 2.8.1.** La prévision  $\hat{y}_T(h)$  est construite :

- En prenant en compte tout l'historique de la chronique.
- Plus on s'éloigne de la base  $T$  de la prévision, moins l'influence des observations correspondantes est importante, cette décroissance de l'influence est de type exponentiel. De là vient le nom de la technique.

on se donne  $\alpha$  appelé constante de lissage, avec  $0 < \alpha < 1$ , et on définit :

$$\hat{y}_T(h) = (1 - \alpha) \sum_{j=0}^{T-1} \alpha^j y_{T-j}. \quad (2.5)$$

$\hat{y}_T(h)$  est une moyenne des observations passées où le poids de chaque observation décroît de façon exponentielle avec la tendance[6].

### La formule de mise à jour[3]

La définition précédent vérifie les formules suivants :

$$\hat{y}_T(h) = \alpha y_{T-1}(h) + (1 - \alpha) \hat{y}_T = \hat{y}_{T-1}(h) + (1 - \alpha)(y_T - \hat{y}_{T-1}(h)) \quad (2.6)$$

La première équation montre que la prévision au temps  $T$  est une moyenne pondérée de la prévision au temps  $T - 1$  et de l'observation de la série au temps  $T$ . Elle permet de faire une mise à jour très simple, la deuxième relation définit la prévision au temps  $T$  comme la prévision au temps  $T - 1$  corrigée de l'erreur de prévision commise au temps  $T - 1$  amortie d'un facteur  $\alpha$ .

### L'initialisation

L'utilisation des formules récursives nécessite d'initialiser la récurrence, une manière habituelle d'initialiser  $\hat{y}_T(h)$  est de le choisir égale à la moyenne arithmétique des observations, ou de choisir  $\hat{y}_1(h) = y_1$ , on remarque que pour  $T$  assez grand, la valeur initiale a peu d'influence.

## Choix de la constante de lissage [6]

Un problème important en pratique est celui du choix de la constante de lissage  $\alpha$  qui est en générale très subjectif et varie selon le contexte de l'étude et/ou le type de prévision souhaité. En pratique, si on souhaite faire une prévision rigide, on choisira  $\alpha \in [0.7; 0.99]$ , et si au contraire on souhaite une prévision souple, on choisira  $\alpha \in [0.01; 0.3]$ , une autre solution dictée par les données, consiste à choisir  $\alpha$  comme la solution du problème des moindres carrés ordinaires suivant :

$$\sum_{t=1}^{T-h} (y_{t+h} - \hat{y}_t(h))^2 = (y_{1+h} - \hat{y}_1(h))^2 + \dots + (y_T - \hat{y}_{T-h}(h))^2, \quad (2.7)$$

C'est -à-dire de minimiser la somme des carrés des erreurs de prévision aux dates  $1, \dots, T - h$ . On peut aussi ne considérer que les écarts obtenus sur la deuxième moitié de la série, afin de ne pas tenir compte de l'initialisation ; On cherche alors  $\alpha$  qui minimise :

$$\sum_{[(T-h)/2]}^{T-h} (y_{t+h} + \hat{y}_t(h))^2 \quad (2.8)$$

### 2.8.2 Lissage Exponentiel Double

Holt (1957) à étendu le lissage exponentiel simple au cas du lissage exponentiel linéaire. l'idée est d'ajuster par un droite au lieu d'une constante dans l'approximation locale de la série[3].

**Définition 2.8.2.** On ajuste le voisinage de  $T$  par une droite d'équation[6] :

$$y_t = a + b + (t - T).$$

La proposé par Brown s'écrit sous la forme :

$$\hat{y}_T(h) = \hat{a}_T + \hat{b}_T(h)$$

Les coefficients  $\hat{a}_T$  et  $\hat{b}_T$  sont solution de :

$$\sum_{j=0}^{T-1} \alpha^j (y_{T-j} - (\hat{a} - \hat{b}_{2j}))^2 = \inf_{a \in R, b \in R} \sum_{j=0}^{T-1} \alpha^j (y_{T-j} - (a_1 - b_{2j}))^2. \quad (2.9)$$

Notant la série lissée  $s_1$  et la série doublement lissée  $s_2$  définies par :

$$\begin{cases} S_1(t) = (1 - \alpha) \sum_{j=0}^{t-1} \alpha^j y_{t-j}. \\ S_2(t) = (1 - \alpha) \sum_{j=0}^{t-1} \alpha^j S_1(t - j). \end{cases} \quad (2.10)$$

On a la définition suivant :

**Définition 2.8.3.** La prévision de la série  $h.\hat{y}_T(h)$  fournie par la méthode de lissage exponentiel double est donnée par [6] :

$$\hat{y}(h) = \hat{a}_T + h.\hat{b}_T. \quad (2.11)$$

le couple  $(\hat{a}_T, \hat{b}_T)$  est donnée par :

$$\begin{cases} \hat{a}_T = 2S_1(T) - S_2(T). \\ \hat{b}_T = \frac{1 - \alpha}{\alpha}(S_1(T) - S_2(T)). \end{cases} \quad (2.12)$$

### formule de mise à jour [3]

Les formules de mise à jour s'obtient à partir de ces expression :

$$\begin{cases} \hat{a}(T) = \hat{a}(T-1) + \hat{b}(T-1) + (1 - \alpha^2)(y_T - \hat{y}_{T-1}) \\ \hat{b}(T) = \hat{b}(T-1) + (1 - \alpha^2)(y_T - \hat{y}_{T-1}) \end{cases} \quad (2.13)$$

### 2.8.3 Lissage de Holt Winters

La méthode de lissage exponentiel double permet de traiter des séries présentant une tendance linéaire mais sans saisonnalité, on peut également définir des lissages exponentiels généralisés sur le même principe que les techniques de LES et LED permettant de traiter des séries avec saisonnalité et sans saisonnalité.

#### Séries non saisonnière [4]

La méthode de Holt Winters sans saisonnalité est fondée comme la méthode de lissage double, sur l'hypothèse d'ajuster le voisinage de  $T$  par une droite quelconque, la nuance se fait au niveau des formules de mise à jour, qui prennent la forme suivante :

$$\hat{a}_T = (1 - \beta)y_T + \beta(\hat{y}_{T-1} + \hat{y}_{T-1}), \quad (2.14)$$

$$\hat{b}_T = (1 - \gamma)(\hat{y} - \hat{y}_{T-1}) + \gamma\hat{b}_{T-1}. \quad (2.15)$$

$\gamma, \beta \in [0, 1]$  La formule (2.14) est une moyenne pondérée de deux informations sur le niveau  $a$  de la série à la date  $T$  l'observation  $y_t$  et la prévision faite à  $T-1$ .

La formule (2.15) est une moyenne pondérée de deux information sur la pente  $b$ , de la série à la date  $T$  : la différence entre les niveaux estimés à  $T-1$  et  $T$ , et la pente estimer en  $T-1$ .

Toutefois ces deux relations ne peuvent être utilisées qu'après initialisation, qui se fait généralement de la façon suivante :

$$\begin{cases} \hat{a}(T) = y_2 \\ \hat{b}(T) = y_2 - y_1 \end{cases} \quad (2.16)$$

La prévision à l'horizon  $h$  faite à la date  $T$  est donnée par :

$$\hat{y}_T(h) = \hat{a}(T) + h\hat{b}(T). \quad (2.17)$$

Cette méthode est plus flexible que la méthode du lissage exponentiel double dans la mesure où elle fait intervenir deux constantes ( $\beta; \gamma$ ) au lieu d'une ( $\alpha$ )[3].

$$\begin{cases} \hat{a}(T) = (1 - \alpha^2)y_T + \alpha^2[\hat{a}(T - 1) + \hat{b}(T - 1)] \\ \hat{b} = \hat{b}(T - 1) + \frac{(1 - \alpha)^2}{1 - \alpha^2}[\hat{a}(T) - \hat{a}(T - 1) + \hat{b}(T - 1)] \end{cases} \quad (2.18)$$

Ces deux équations sont identiques aux équations des formules de mise à jour de lissage double si on prend :

$$\beta = \alpha^2; \quad \gamma = \frac{(1 - \alpha)^2}{1 - \alpha^2} = \frac{2\alpha}{1 + \alpha}$$

### Séries saisonnières :

Ce sont les méthodes à privilégier parmi les techniques de lissage exponentiel dans le cas de séries d'observations présentant à la fois un terme de tendance et une saisonnalité. Elles opèrent le lissage simultané de 3 termes correspondant respectivement à des estimations locales du niveau de la série désaisonnalisée  $a_t$  de la pente de la tendance  $b_t$  et de la saisonnalité  $s_t$  qui représente la saisonnalité de période  $s$ . On peut citer au mois deux méthodes dont l'une est adaptée aux séries admettant une décomposition multiplicative et l'autre correspondant aux décomposition additives[4].

	<b>Modèle additif</b>	<b>Modèle multiplicatif</b>
<b>Modèle</b>	$y_t = a + (t - T)b + S_t + \varepsilon_t$	$y_t = [a + (t - T)b]S_t * \varepsilon_t$
<b>Fonction de Prévission</b>	$\hat{y}(h) = \hat{a}(T) + h\hat{b}(T) + \hat{S}_{T+h-s}$ $1 \leq h \leq s$ $\hat{y}(h) = \hat{a}(T) + h\hat{b}(T) + \hat{S}_{T+h-2s}$ $s + 1 \leq h \leq 2s$ et ainsi de suite pour $2s < h$	$\hat{y}_t(h) = \hat{a}(T) + h\hat{b}(T) + \hat{S}_{T+h-s}$ $1 \leq h \leq s$ $\hat{y}(h) = \hat{a}(T) + h\hat{b}(T) + \hat{S}_{T+h-2s}$ $s + 1 \leq h \leq 2s$ et ainsi de suite pour $2s < h$
<b>Mise à jour</b>	$\hat{a}(T) = (1 - \beta)(y_T - \hat{S}_{T-s}) + \beta$ $[\hat{a}(T - 1) + \hat{b}(T - 1)]$ $\hat{b}(T) = (1 - \gamma)[\hat{a}(T) - \hat{a}(T - 1)]$ $+ \gamma\hat{b}(T - 1)$ $\hat{S}_T = (1 - \sigma)[y_T - \hat{a}(T)] + \sigma\hat{S}_{T-s}$	$\hat{a}(T) = (1 - \beta)\frac{y_T}{\hat{S}_{T-1}} + \beta$ $[\hat{a}(T - 1) + \hat{b}(T - 1)]$ $\hat{b}(T) = (1 - \gamma)[\hat{a}(T) - \hat{a}(T - 1)]$ $+ \gamma\hat{b}(T - 1)$ $\hat{S}_T = (1 - \sigma)\frac{y_T}{\hat{a}(T)} + \sigma\hat{S}_{T-s}$

TABLE 2.2 – Méthode de Holt- Winters additive et multiplicative.

La première formule de mise à jour s'interprète comme une moyenne pondérée de la différence des niveaux estimés aux instants  $T$  et  $T - 1$  et la pente estimée à l'instant  $T - 1$ .

La deuxième comme une moyenne pondérée de l'observation  $y_t$  ( à laquelle on a retranché la composante saisonnière estimée à l'étape précédente ) et l'estimation de la tendance faite à l'instant  $T - 1$ .

La troisième comme une moyenne pondérée de l'observation  $y_t$  ( à la quelle on a retranché le niveau à l'instant T)et de la composante saisonnière calculée à l'instant  $T - s$ . [6]

## Conclusion

L'étude des séries chronologiques offre un arsenal important d'analyse et de modélisation de phénomènes complexes.

Ce qui est présenté dans ce chapitre n'est qu'une infime partie de cet arsenal, et le chapitre suivant portera sur l'application du lissage pour modéliser un phénomène complexe qui est le séchage d'aliments en se basant sur des données expérimentales.

# Chapitre 3

## Modélisation du séchage du laurier par Lissage exponentiel

### Introduction

dans ce chapitre, on modélisera des données expérimentales relatives au séchage d'une plante très utilisée dans le quotidien des l'être humain. la modélisation se fera sur le logiciel Eviews ; un logiciel très puissant dans l'analyse des séries chronologiques et simple d'utilisation.

### 3.1 Présentation des données :

les données sont présentées dans le Tableau <sup>1</sup>. Elles ont été collectées durant une expérimentation du séchage de souche de laurier<sup>2</sup> sur micro onde à différentes puissances (180W, 300W, 450W, 600W, 900W) et températures. l'expérimentateur entre sa souche dans le micro onde puis attend jusqu'à ce que l'humidité (M) de la souche atteint un certain seuil d'humidité dite humidité d'équilibre (Meq) et ce suivant une puissance et température donnée du micro onde. L'expérience est refaite avec la même température sur trois source différentes et pour quatre puissances différentes.

Pour chaque puissance on calcule la moyenne des trois essais, on obtient les séries représentées dans l'annexe 1. La complexité de cette tache rends nécessaire un modèle mathématique pour l'estimation de l'humidité à des instants et des puissances données.

Dans la suite, on essayera de proposer un modèle mathématique pour estimé l'évolution du taux d'humidité basé sur le lissage exponentiel.

---

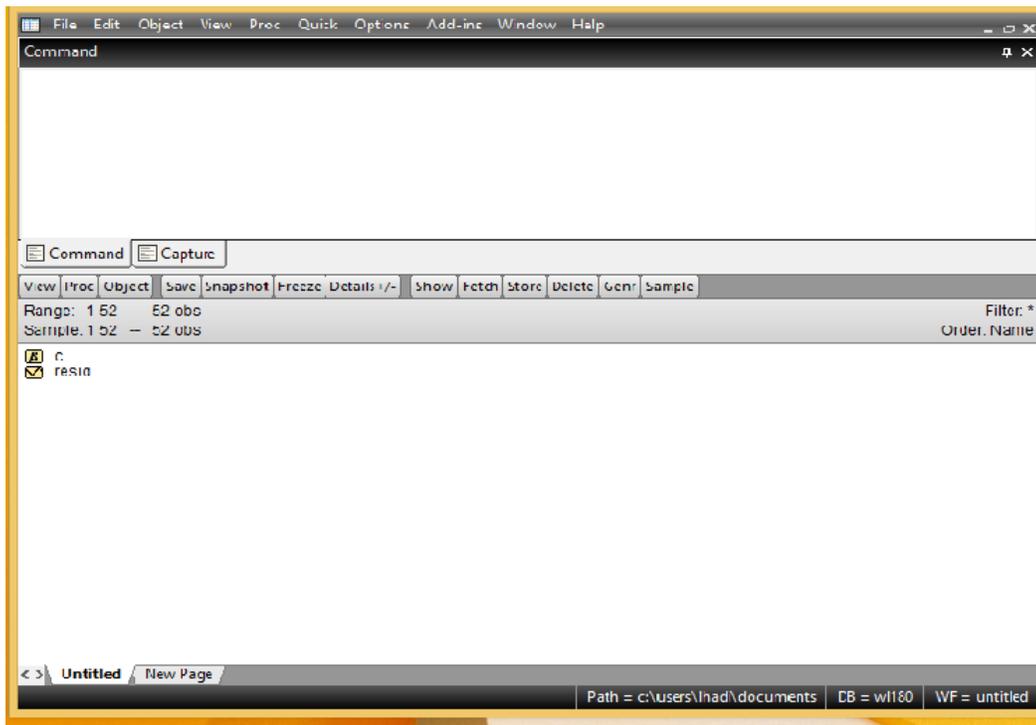
1. voir le Tableau 3.1 Annexe 1

2. Arbre de la famille des lauracées à feuilles persistantes utilisées comme condiment[14]

## 3.2 Modélisation statistique

### 3.2.1 Le logiciel utilisé

Comme sus-cité, notre analyse des données se fera sur le logiciel Eviews. Le logiciel se présente comme suit :



Eviews offre un vaste éventail de fonctionnalités pour la manipulation de données, de statistiques et d'analyses économétriques, ainsi que pour la réalisation de prévisions, de simulations et de présentations analytiques de données en plus de sa simplicité.

C'est l'outil idéal pour tout étudiant, professeur, chercheur ou analyste travaillant avec les séries temporelles, des données de panel ou des données longitudinales... Avec Eviews, il est aisé de manipuler efficacement vos données, de réaliser des analyses statistiques et économétriques, de générer des prévisions ou des simulations, et de produire des graphiques de qualité publiable qui pourront être intégrés à des articles ou des rapports.

Les plus importantes fonctionnalités de ce logiciel sont celles contenues dans le menu **Quick**. L'analyse des séries temporelles et de régression linéaire s'y trouvent.

### 3.2.2 Modélisation la série de puissance 180W

On notera cette série  $y_t$  qui représente la perte de masse de feuille de laurier durant le temps de séchage. Les données collectées sont représentées dans le graphe suivant :

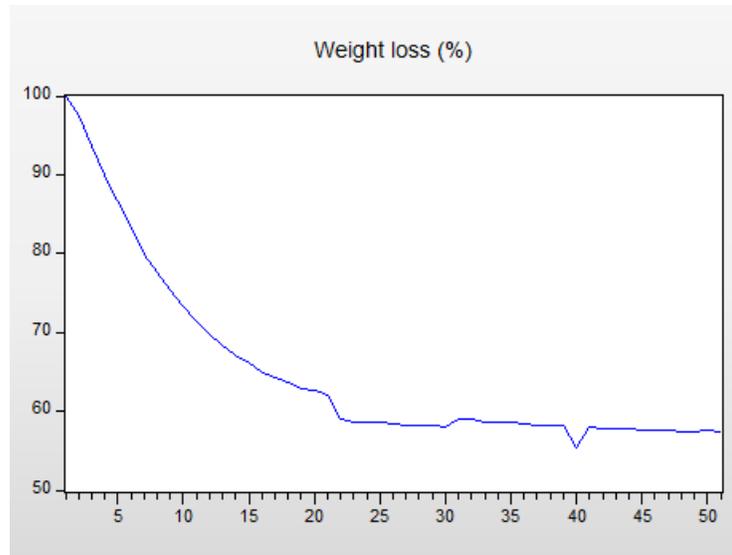


FIGURE 3.1 – *Grappe de la série 180W*

D'après le graphe, la série présente une tendance non linéaire, par contre elle ne présente aucune saisonnalité.

Dans ce cas la méthode la mieux adaptée et la plus simple pour décrire le phénomène du transfert de matière de cette série est le modèle de Lissage exponentiel Double et de Holt - Winters.

l'examen de ces deux modèle sur le logiciel Eviews, nous donne les résultats suivants

Parameters:	Alpha	0.5680
	Sum of Squared Residuals	139.4221
	Root Mean Squared Error	1.653410

FIGURE 3.2 – Le résultat du LED Pour la série 180W

Parameters:	Alpha	0.8200
	Beta	0.4899
	Sum of Squared Residuals	41.65068
	Root Mean Squared Error	0.903703

FIGURE 3.3 – Le résultat de LHW Pour la série 180W

Ces résultats montrent que le modèle de Holt non saisonnier est le mieux adapté car il donne une variance des résidus la plus faible.

Le modèle retenu pour la série 180 W est alors :

$$\left\{ \begin{array}{l} a_1 = y_1 = 97.41. \\ b_1 = 100 - 97.41 = 3.59. \\ \text{et pour } t \geq 1 : \\ a_t = 0.8200y_t + (1 - 0.8200)(a_{t-1} + b_{t-1}) = 0.8200y_t + 0.1800(a_{t-1} + b_{t-1}). \\ b_t = 0.4899(a_t - a_{t-1}) + (1 - 0.4899)b_{t-1} = 0.4899(a_t - a_{t-1}) + 0.5101b_{t-1}. \end{array} \right.$$

### 3.2.3 Résultats du lissage des séries de puissance 300W.450W.600W.900W :

On procède de la même manière que la série 180 W. Les figures des graphes des séries et les résultats obtenus du logiciel Eviews sont présenté en Annexe 1.

On résume les modèles validés pour chaque série dans le tableau suivant :

La Série	Lissage exponentiel double	lissage expontiel de holt -winters
<b>300W</b>	$a_t = 0.6440y_t + 0.3560a_{t-1}$ $b_t = 0.6440a_t + 0.3560b_{t-1}$ Résidus : $SSR = 279.0493$ ; $RMSE = 2.7462$	$a_t = 0.9800y_t + 0.0200(a_{t-1} + b_{t-1})$ $b_t = (a_t - a_{t-1})$ Résidus : $SSR = 25.4483$ ; $RMSE = 0.8293$
<b>450W</b>	$a_t = 0.6720y_t + 0.3280a_{t-1}$ $b_t = 0.6720a_t + 0.3280b_{t-1}$ Résidus : $SSR = 249.2954$ ; $RMSE = 2.8358$	$a_t = y_t + (1 - 1)(a_{t-1} + b_{t-1})$ $b_t = (a_t - a_{t-1})$ Résidus : $SSR = 19.5442$ ; $RMSE = 0.7940$
<b>600W</b>	$a_t = 0.6020y_t + 0.3980a_{t-1}$ $b_t = 0.6720a_t + 0.0.3980b_{t-1}$ Résidus : $SSR = 178.5687$ ; $RMSE = 2.5253$	$a_t = 0.5600y_t + 0.4000(a_{t-1} + b_{t-1})$ $b_t = (a_t - a_{t-1})$ Résidus : $SSR = 104.0199$ ; $RMSE = 1.9274$
<b>900W</b>	$a_t = 0.60800y_t + 0.4000a_{t-1}$ $b_t = 0.6080a_t + 0.4000b_{t-1}$ Résidus : $SSR = 148.1975$ ; $RMSE = 2.4849$	$a_t = 0.8000y_t + 0.2000(a_{t-1} + b_{t-1})$ $b_t = 0.4899(a_t - a_{t-1}) + 0.5110b_{t-1}$ Résidus : $SSR = 135.6086$ ; $RMSE = 2.3770$

TABLE 3.1 – Résumé des modèles validés pour chaque série

## 3.3 Examen des Résidus

Nous allons dans cette section vérifier que les résidus du lissage des séries ci-dessus forment bien un bruit blanc, en opérant sur ces derniers les tests de Dickey Fuller (ADF) et de Box et Ljung

### 3.3.1 Test sur les Résidus de la série 180W :

#### Correlogramme et correlogramme partiel de la série

Le correlogramme et correlogramme partiel des résidus de cette série sont obtenu avec Eviews :

Autocorrelation	Partial Correlation	AC	PAC	Q-Stat	Prob	
		1	0.313	0.313	5.2045	0.023
		2	0.174	0.084	6.8458	0.033
		3	-0.025	-0.113	6.8799	0.076
		4	-0.104	-0.092	7.4857	0.112
		5	-0.072	0.005	7.7823	0.169
		6	-0.095	-0.056	8.3196	0.216
		7	-0.065	-0.030	8.5738	0.285
		8	-0.069	-0.042	8.8697	0.353
		9	-0.033	-0.004	8.9382	0.443
		10	-0.026	-0.020	8.9808	0.534
		11	-0.003	-0.003	8.9816	0.624
		12	-0.015	-0.028	8.9962	0.703
		13	-0.038	-0.043	9.0957	0.766
		14	-0.074	-0.066	9.4865	0.799
		15	-0.117	-0.088	10.509	0.787
		16	0.003	0.074	10.510	0.839
		17	0.013	0.006	10.524	0.880
		18	0.071	0.026	10.935	0.897
		19	0.052	-0.004	11.165	0.918
		20	0.030	-0.005	11.245	0.940
		21	-0.002	-0.030	11.245	0.958
		22	-0.021	-0.015	11.287	0.970
		23	-0.061	-0.057	11.648	0.976
		24	-0.079	-0.045	12.273	0.977

FIGURE 3.4 – *Le correlogramme et correlogramme partiel des résidus sur Eviews*

L'examen du correlogramme et du correlogramme partiel des résidus montrent clairement que les résidus sont tous dans l'intervalle de confiance des résidus. Cela nous laisse supposé que les résidus forment un processus stationnaire. Le test de Dickey fuller nous permettra de confirmer cette constatation.

#### Test de Dickey fuller

Ce test nous confirme si la série comporte une tendance : il vérifie trois modèles. Eviews nous donne les résultats suivant :

	t-Statistic	Prob.*
Augmented Dickey-Fuller test statistic	-5.180742	0.0005
Test critical values:		
1% level	-4.156734	
5% level	-3.504330	
10% level	-3.181826	

\*Mackinnon (1996) one-sided p-values.

Augmented Dickey-Fuller Test Equation  
 Dependent Variable: D(RESIDUS)  
 Method: Least Squares  
 Date: 11/18/18 Time: 11:54  
 Sample (adjusted): 2 50  
 Included observations: 49 after adjustments

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
RESIDUS(-1)	-0.727293	0.140384	-5.180742	0.0000
C	-0.389203	0.679815	-0.572512	0.5698
@TREND("1")	0.025119	0.024144	1.040394	0.3036

FIGURE 3.5 – *Le tableau du modèle 3 sur Eviews*

	t-Statistic	Prob.*
Augmented Dickey-Fuller test statistic	-5.087356	0.0001
Test critical values:		
1% level	-3.571310	
5% level	-2.922449	
10% level	-2.599224	

\*MacKinnon (1996) one-sided p-values.

Augmented Dickey-Fuller Test Equation  
 Dependent Variable: D(RESIDUS)  
 Method: Least Squares  
 Date: 11/18/18 Time: 11:57  
 Sample (adjusted): 2 50  
 Included observations: 49 after adjustments

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
RESIDUS(-1)	-0.686829	0.135007	-5.087356	0.0000
C	0.229401	0.329858	0.695454	0.4902

FIGURE 3.6 – *Le tableau du modèle 2 sur Eviews*

	t-Statistic	Prob.*
Augmented Dickey-Fuller test statistic	-5.071480	0.0000
Test critical values:		
1% level	-2.613010	
5% level	-1.947665	
10% level	-1.612573	

\*MacKinnon (1996) one-sided p-values.

Augmented Dickey-Fuller Test Equation  
 Dependent Variable: D(RESIDUS)  
 Method: Least Squares  
 Date: 11/18/18 Time: 11:55  
 Sample (adjusted): 2 50  
 Included observations: 49 after adjustments

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
RESIDUS(-1)	-0.677922	0.133673	-5.071480	0.0000

FIGURE 3.7 – *Le tableau du modèle 1 sur Eviews*

### Interprétation des Résultats :

#### Modèle 3 :

La probabilité de la tendance est supérieure au niveau 5% : ( $0.3036 > 0.05$ ), donc les résidus ne contiennent pas une tendance .

La probabilité de la constante est supérieure au niveau 5% : ( $0.5698 > 0.05$ ), donc pas de constante dans les résidus.

La probabilité de la racine unitaire est inférieure au niveau 5% : ( $0.0005 < 0.05$ ). donc les résidus n'admettent pas de racine unitaire.

#### Modèle 2 :

La probabilité de la constante est supérieure au niveau 5% : ( $0.4902 > 0.05$ ), pas une constante dans le modèle.

La probabilité de la racine unitaire est inférieure au niveau 5% : ( $0.0001 < 0.05$ ), donc le modèle n'admet pas une racine unitaire.

#### Modèle 1 :

La probabilité de la racine unitaire est inférieure au niveau 5% : ( $0.000 < 0.05$ ) les résidus sont sans racine unitaire.

Ces résultats nous laisse supposer que les résidus de la série 180W forment un bruit blanc, le test de Box et Ljung nous confirmera ce résultat :

### Test de Box et Ljung

D'après Eviews, la valeur empirique de la statistique de Box et Ljung est  $Q_{24}^* = 12.27$ . Au niveau de signification  $\alpha = 0.05$  la valeur critique lue sur la table de Khi-deux est  $X_{(24,0.05)}^2 = 23.34$ .

Comme  $Q^* = 12.27$  est inférieur à la valeur théorique du Khi-deux alors les résidus de la série 180W forment un bruit blanc.

### 3.3.2 Résultat de l'analyse des résidus des autres séries

On opèrent de la même manière sur les résidus des autres séries, on btient les résultats suivant :

Les séries	Test de Box et Ljung
<b>300W</b>	* La valeur empirique de la statistique de Box et Ljung $Q_{16}^* = 14.62$ . est inférieur de la valeur Théorique du Khi-deux $X_{(16,0.05)}^2 = 15.34$ . alors les résidus forment un bruit blanc.
<b>450W</b>	* La valeur empirique de la statistique de Box et Ljung $Q_{16}^* = 5.13$ . est inférieur à la valeur Théorique du Khi-deux $X_{(12,0.05)}^2 = 11.34$ . alors les résidus forment un bruit blanc.
<b>600W</b>	* La valeur empirique de la statistique de Box et Ljung $Q_{16}^* = 3.83$ . est inférieur de la valeur Théorique du Khi-deux $X_{(12,0.05)}^2 = 11.34$ . alors les résidus forment un bruit blanc.
<b>900W</b>	* La valeur empirique de la statistique de Box et Ljung $Q_{16}^* = 6.18$ . est inférieur de la valeur Théorique du Khi-deux $X_{(12,0.05)}^2 = 11.34$ . alors les résidus forment un bruit blanc.

TABLE 3.2 – les résultats de test de Box et Ljung

Ces résultats nous confirment bien que les résidus de toutes les séries modélisées ci-haut par le lissage exponentiel forment un bruit blanc ce qui confirme la qualité de l'ajustement.

## 3.4 Conclusion

D'après les résultats du tableau précédent le modèle le mieux adapté est le modèle de Holt Winters non saisonnier car il donne une variance de résidus (SSR , RMSE) la plus faible. Les modèles retenus pour la modélisation du séchage du laurier est le modèle de Holt Winters non saisonnier. On résume dans le tableau suivant toutes les équations retenues :

La Série	lissage exponentiel de holt -winters
<b>180W</b>	équation $a_1 = 97.41, b_1 = 3.59$ ; pour $t \geq 1$ $a_t = 0.8200y_t + 0.1800(a_{t-1} - b_{t-1}); b_t = 0.4899(a_t - a_{t-1}) + 0.5101b_{t-1}$ Résidus : SSR=41.65 ; RMSE=0.900
<b>300W</b>	équation : $a_1 = 95.09, b_1 = 4.91$ ; pour $t \geq 1$ $a_t = 0.9800y_t + 0.0200(a_{t-1} + b_{t-1}); b_t = (a_t - a_{t-1})$ Résidus : SSR=25.4483 ; RMSE=0.8293
<b>450W</b>	équation : $a_1 = 93.83, b_1 = 6.17$ et pour $t \geq 1$ $a_t = y_t; b_t = (a_t - a_{t-1})$ Résidus : SSR =19.5442 ; RMSE=0.7940
<b>600W</b>	équation : $a_1 = y_t = 94.77; b_1 = 100 - 94.77 = 5.23$ ; pour $t > 1$ $a_t = 0.5600y_t + 0.4000(a_{t-1} + b_{t-1}); b_t = (a_t - a_{t-1})$ Résidus : SSR=104.0199 ;RMSE= 1.9274
<b>900W</b>	équation : $a_1 = y_t = 95.34; b_1 = 4.66$ ; pour $t > 1$ $a_t = 0.8000y_t + 0.2000(a_{t-1} + b_{t-1}); b_t = 0.4899(a_t - a_{t-1}) + 0.5110b_{t-1}$ Résidus : SSR=135.6086 ; RMSE=2.3770

TABLE 3.3 – Résumés des résultats de LWH

# Conclusion Générale

Ce mémoire traite de l'application des méthodes de la recherche opérationnelle dans le domaine de l'industrie alimentaire. En effet, la recherche opérationnelle nous offre plusieurs outils de modélisation surtout ceux du traitement de données expérimentales.

L'analyse des séries chronologique, avec la variété de ces méthodes d'analyse et de modélisation des données qu'elle présente, est un atout très pratique pour tout praticien qui recueille et stocke des données sur un phénomène physique ou économique, dans le but de le comprendre et cerner pour profiter au mieux de son utilisation.

Le praticien fait recours à l'expérimentation et au collecte de données que si le phénomène étudié est complexe et les équations mathématiques devant le décrire sont in-identifiables par le théoricien. Le séchage d'aliments en fait partie de ces systèmes complexes, qui nécessite une bon compréhension de son mécanisme vu son intérêt dans le stockage de beaucoup d'aliments. Dans ce mémoire, on a pu modéliser la courbe de perte de masse (perte en humidité) du laurier durant son séchage par micro-onde par le lissage exponentiel, un méthode très robuste d'analyse de séries chronologiques et de prévision. L'analyse des résidus de chaque ajustement montre que ces derniers forment un bruit blanc dans chaque modèle estimé, ainsi le choix de la modélisation par lissage exponentiel s'est avérée intéressante.

Néanmoins, le travail réalisé dans ce mémoire ne traite du problème de séchage que du point de vue de la modélisation des courbes du transfert de matière dans l'aliment. Il devrait être complété par une analyse sur l'effet de la variation du paramètre de contrôle puissance (température) sur la variation de la vitesse de décroissance. Ce point sera donc comme perspective essentielle dans la suite de travail.

Comme autres perspectives de travail, on se propose de :

- réaliser d'autres ajustements via d'autres modèles d'analyse de séries chronologiques
- comparer ces derniers pour en sélectionner le meilleur selon des critères statistiques.

# Annexes

## Données Brutes

le temps(s)	la série 180W	la série 300W	la série 450W	la série 600W	900W
0	100	100	100	100	100
10	97.41	95.09	93.83	94.77	95.34
20	93.56	87.94	86.02	88.10	95.08
30	90.04	81.51	79.33	80.63	82.23
40	86.65	75.88	72.37	79.75	76.24
50	83.2	71.31	67.27	68.60	71.85
60	79.88	67.21	63.1	63.71	67.83
70	77.7	64.03	59.59	60.1	64.26
80	75.44	61.31	57.27	57.5	61.37
90	73.45	59.26	55.62	55.98	59.78
100	71.39	57.87	54.23	54.59	58.27
110	69.67	56.81	53.24	53.07	56.81
120	68.34	55.82	52.44	52.22	55.81
130	67.08	55.16	51.98	51.48	54.95
140	66.02	54.56	51.25	51.02	54.02
150	64.96	53.96	50.59	50.22	52.95
160	64.23	53.7	50.19	50.16	52.22
170	63.57	53.24	49.93	49.9	51.62
180	62.91	52.97	49.53	49.63	51.16
190	62.57	52.57	49.33	49.5	49.83
200	62.04	52.51	49.13	49.3	49.56
210	58.93	52.31	48.93	49.1	49.56
220	58.66	52.24	48.8	49.04	
230	58.66	52.04	48.53	48.84	
240	58.53	52.98	48.47	48.77	
250	58.4	51.65	48.27	48.64	
260	58.27	51.65	48.27	48.64	
270	58.13	51.38	48.2	48.64	
280	58.13	51.38	48.14		
290	58	51.78	48.14		
300	59	51.78			

le temps(s)	la série 180W	la série 300W	la série 450W	la série 600W	900W
310	58.93	51.78			
320	58.66	58.92			
330	58.66	58.92			
340	58.53	50.85			
350	58.4	50.85			
360	58.27	50.85			
370	58.13				
380	58.13				
390	55.27				
400	57.93				
410	57.87				
420	57.8				
430	57.67				
450	57.67				
460	57.67				
470	57.47				
480	57.47				
490	57.54				
500	57.47				

TABLE 3.4 – les données collectées d’une expérimentation de séchage des feuilles de laurier sur un micro onde

## Graphes des séries sur Eviews

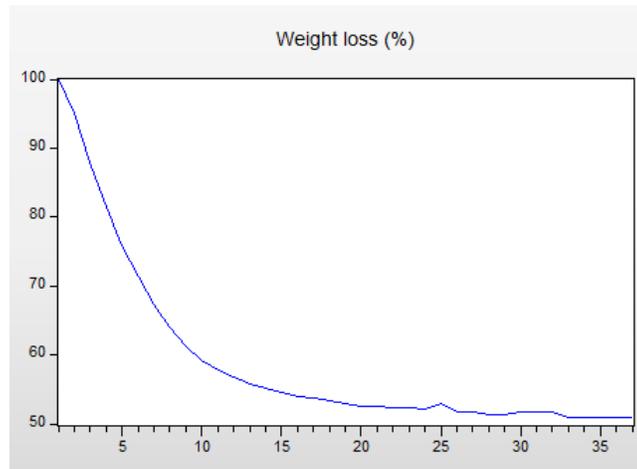


FIGURE 3.8 – *Graphe de la série originale de puissance 300W*

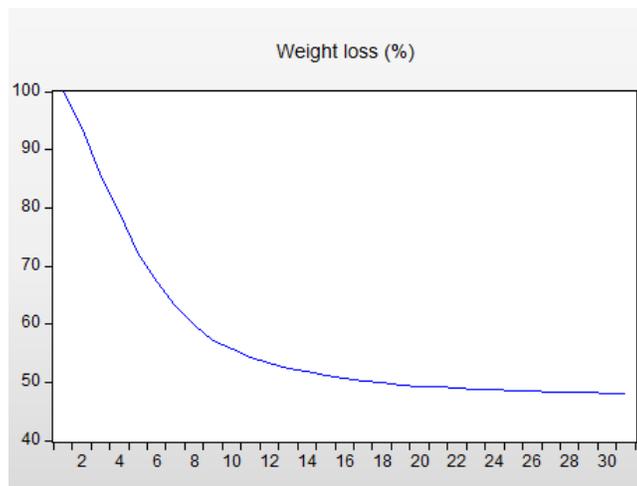


FIGURE 3.9 – *Graphe de la série originale de puissance 450W*

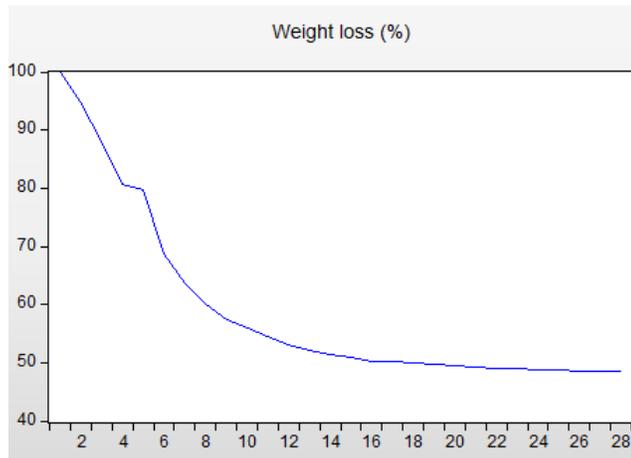


FIGURE 3.10 – *Grappe de La série originale de puissance 600W*

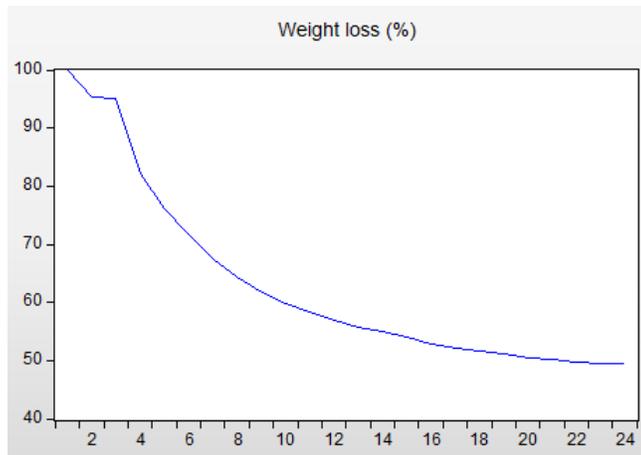


FIGURE 3.11 – *Grappe de La série originale de puissance 900W*

## Résultat du lissage double et de Holt Winter non saisonnier des séries sur Eviews

Parameters:	Alpha	0.6720
	Sum of Squared Residuals	249.2954
	Root Mean Squared Error	2.835805
End of Period Levels:	Mean	48.13279
	Trend	-0.035019

Parameters:	Alpha	1.0000
	Beta	1.0000
	Sum of Squared Residuals	19.54428
	Root Mean Squared Error	0.794015
End of Period Levels:	Mean	48.14000
	Trend	0.000000

FIGURE 3.12 – *Résultat de LED et LHW de 300W sur Eviews*

Parameters:	Alpha	0.6720
	Sum of Squared Residuals	249.2954
	Root Mean Squared Error	2.835805
End of Period Levels:	Mean	48.13279
	Trend	-0.035019

Parameters:	Alpha	1.0000
	Beta	1.0000
	Sum of Squared Residuals	19.54428
	Root Mean Squared Error	0.794015
End of Period Levels:	Mean	48.14000
	Trend	0.000000

FIGURE 3.13 – la résultat de LED et LHW de 450W sur Eviews

Parameters:	Alpha	0.6020
	Sum of Squared Residuals	178.5687
	Root Mean Squared Error	2.525362
End of Period Levels:	Mean	48.62439
	Trend	-0.042838

Parameters:	Alpha	0.5600
	Beta	1.0000
	Sum of Squared Residuals	104.0199
	Root Mean Squared Error	1.927433
End of Period Levels:	Mean	48.60045
	Trend	0.006398

FIGURE 3.14 – Résultat de LED et LHW de 600W sur Eviews

Parameters:			Alpha	0.6080
Sum of Squared Residuals				148.1957
Root Mean Squared Error				2.484919
End of Period Levels:		Mean		49.49923
		Trend		-0.217811

Parameters:			Alpha	0.8000
			Beta	0.4899
Sum of Squared Residuals				135.6086
Root Mean Squared Error				2.377048
End of Period Levels:		Mean		49.48349
		Trend		-0.194278

FIGURE 3.15 – *Résultat de LED et LHW de 900W sur Eviews*

## Correlogrammes et correlogrammes partiels des résidus pour chaque série

Autocorrelation	Partial Correlation	AC	PAC	Q-Stat	Prob	
		1	-0.106	-0.106	0.4514	0.502
		2	0.525	0.520	11.825	0.003
		3	-0.088	-0.008	12.150	0.007
		4	0.027	-0.348	12.181	0.016
		5	-0.106	-0.106	12.686	0.027
		6	-0.108	0.069	13.225	0.040
		7	-0.102	-0.016	13.722	0.056
		8	-0.074	-0.055	13.990	0.082
		9	-0.050	-0.011	14.119	0.118
		10	-0.040	-0.030	14.207	0.164
		11	-0.035	-0.067	14.275	0.218
		12	-0.027	-0.029	14.317	0.281
		13	-0.042	-0.023	14.424	0.345
		14	-0.026	-0.033	14.466	0.416
		15	-0.041	-0.038	14.578	0.482
		16	-0.026	-0.030	14.624	0.552

FIGURE 3.16 – *Le correlogramme et correlogramme partiel des résidus pour la série 300W sur Eviews*

Autocorrelation	Partial Correlation	AC	PAC	Q-Stat	Prob
		1 0.293	0.293	2.5824	0.108
		2 0.138	0.058	3.1822	0.204
		3 0.072	0.018	3.3509	0.341
		4 -0.024	-0.062	3.3700	0.498
		5 -0.040	-0.027	3.4281	0.634
		6 -0.061	-0.039	3.5671	0.735
		7 -0.095	-0.063	3.9182	0.789
		8 -0.077	-0.028	4.1639	0.842
		9 -0.044	-0.001	4.2480	0.894
		10 -0.037	-0.015	4.3101	0.932
		11 0.058	0.079	4.4745	0.954
		12 0.113	0.083	5.1376	0.953

FIGURE 3.17 – Le correlogramme et correlogramme partiel des résidus pour la série 450W sur Eviews

Autocorrelation	Partial Correlation	AC	PAC	Q-Stat	Prob
		1 -0.037	-0.037	0.0398	0.842
		2 -0.192	-0.194	1.1638	0.559
		3 -0.128	-0.150	1.6834	0.641
		4 0.025	-0.031	1.7033	0.790
		5 0.009	-0.049	1.7060	0.888
		6 -0.022	-0.049	1.7243	0.943
		7 -0.076	-0.096	1.9460	0.963
		8 -0.059	-0.099	2.0864	0.978
		9 -0.123	-0.198	2.7382	0.974
		10 -0.014	-0.120	2.7477	0.987
		11 0.100	-0.018	3.2372	0.987
		12 -0.108	-0.217	3.8395	0.986

FIGURE 3.18 – Le correlogramme et correlogramme partiel des résidus pour la série 600W sur Eviews

Autocorrelation	Partial Correlation	AC	PAC	Q-Stat	Prob
		1 0.195	0.195	0.9148	0.339
		2 -0.195	-0.242	1.8796	0.391
		3 -0.310	-0.239	4.4658	0.215
		4 0.027	0.111	4.4861	0.344
		5 -0.033	-0.191	4.5186	0.477
		6 -0.070	-0.099	4.6759	0.586
		7 -0.192	-0.185	5.9506	0.546
		8 0.078	0.062	6.1762	0.627
		9 -0.006	-0.184	6.1776	0.722
		10 -0.005	-0.078	6.1786	0.800
		11 -0.000	0.035	6.1786	0.861
		12 0.007	-0.166	6.1814	0.907

FIGURE 3.19 – Le correlogramme et correlogramme partiel des résidus pour la série 900W sur Eviews

# Bibliographie

- [1] Jean Abadie and D. Travers. Une approche simplifiée de la méthode de box et jenkins pour l'analyse et la prévision des séries temporelles unidimensionnelles (ii). *RAIRO - Operations Research - Recherche Opérationnelle*, 15(1) :51–71, 1981.
- [2] David R. B. *Time Series : Data Analysis and Theory*. SIAM edition, 1981.
- [3] M. Bourbounais, R.and Terraza. *Analyse des séries temporelles applications à l'économie et à la gestion*. 4e édition.
- [4] A. Charpentier. *Cours des série temporelles théorie et application. Introduction à la théorie des processus en temps discret, modèles ARIMA et méthode de Box et Jenkins*. université Dauphine- Paris, 2005.
- [5] H. Christophe. *économétrie appliquée et séries temporelles*. Dunod, 2002.
- [6] M. Fekih. Essai d'application des modèles de prévision univariés sur la consommation d'énergie électrique en algérie, 2011.
- [7] S. Guemouni. Etude comparative du séchage par micro-onde et l'étuve de l'ail "allium sativum", 2016.
- [8] L. Marie Élisabeth. *Extraction sans solvant assistée par micro-ondes conception et application à l'extraction des huiles essentielles*. 2005.
- [9] R Michel. Extraction assistée par micro-ondes. *techniques de l'ingénieur : opérations unitaires du génie industriel*, 2006.
- [10] V. Monbet. *Modélisation de séries temporelles*. Cours de Licence, 2011.
- [11] A. Mouafki. Modélisation simulation du procédé de séchage solaire des feuilles de menthe, 2011.
- [12] B. Said. Modélisation mathématique de séchage indirect des dattes deglet nour réhumidifiées, 2015.
- [13] Nguyen Thu ha. *étude expérimentalement et modélisation du procédé de séchage des végétaux*. Génie de procédés, Université de Bretagne sud, 2015.
- [14] Y. B. Yurtlu. Drying characteristics of bay laurel (*laurus nobilis* l.) fruits in a convective hot-air dryer. *African Journal of Biotechnology* 10(47), 2011.
- [15] L.and Iffourah Z. Zidane. Influence du séchage par micro-onde sur polyphénols des graines d'arachide, 2015.

# Résumé

Dans ce mémoire, on traite une modélisation du séchage du laurier par microonde en utilisant l'analyse des séries temporelles. La modélisation s'est basée sur des données expérimentales obtenues lors du séchage d'une plante de Laurier et deux modèles de lissage exponentiel ont été testés : le modèle de lissage double et celui de Holt Winters non saisonnier. Les résultats ont montrés que le modernier modèle est meilleur pour la modélisation du phénomène de séchage.

**Mots-clés :** Série chronologique, lissage exponentiel, microonde, méthode de Holt Winters, séchage d'aliment, Eviews.

# Abstract

In this work, we modeled the phenomenon of microwave food drying using time series analysis. The modelisation is performed over experimental data obtained during the microwave drying of the Lauris Nubilis. Two models of exponential smoothing are done : the double exponential smoothing and the nonsaisonal Holt Winters models. The results shows that the Holt Winters model is more powerfull for the modeling of the microwave drying phenomenon.

**Keys Words :** Time series analysis, exponential smoothing, microwave, food drying, Eviews.