

REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE
MINISTRE DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR ET DE LA RECHERCHE
SCIENTIFIQUE
UNIVERSITE AKLI MOHAND OULHADJDE BOUIRA



FACULTE DES SCIENCE ET SCIENCES APLIQUEES
DEPARTEMENT DE PHYSIQUE

MÉMOIRE PREPARE POUR L'OPTENTION DU DIPLÔME
DE MASTER EN PHYSIQUE
OPTION
Physique Théorique

THEME

Ondes Acoustiques Ioniques Associées à un plasma quantique à deux espèces

Présenté par :
NACERI AICHA
HAMMAL SOUMIA

Devant le jury composé de :

D.Zerirgui	MCB	UAMOB	Président
A. Merriche	MAA	UAMOB	Encadrant
S. Mahdid	MAA	UAMOB	Examinatrice
R. Zaamoum	MCB	UAMOB	Examinateur
R. Amour	MCA	USTBH	Examinateur

Année Universitaire 2018/2019

Remerciements

Ce Mémoire présente les résultats plus d'une année d'étude au sien du département de l'université Akli Mohaned Oulhadj de Bouira , du département de physique de la faculté des sciences et des sciences appliquées .

Avant tout, nous tiens à exprimer nos gratitudees à toutes les personnes qui nous ont apporté leur soutien, leur compréhension et leur aide, pour la réalisation de ce travail de recherche.

Nous saisissons cette occasion pour témoigner notre grande reconnaissance à tous ceux qui ont contribué de près ou de loin à la réalisation de ce mémoire.

Nous adressons tout d'abord nos plus vifs remerciements à Monsieur le directeur de mémoire **A.MERRICHE** , maître assistant classe A à l'université Akli Mohaned Oulhadj de Bouira, qui nous a offert l'opportunité de travailler sur les plasmas . Nous le remercions également pour l'honneur qu'il nous a fait en acceptant d'être notre rapporteur, ainsi que les conseils précieux qu'il a su nous donner, et pour son aide efficace et constante tout au long de notre travail de recherche.

Nos remerciements s'adressent également à Monsieur **D.ZERIRGUI** d'avoir bien voulu présider le jury.

Mes remerciements s'adressent aussi à Monsieur **R. ZAAMOUME**, à Monsieur **R.AMOUR**, et à Madame **S. MAHDID**, pour leur contribution à l'évaluation de ce travail. Qu'ils trouvent ici toute nos gratitudees .

Enfin , nous adressons nos plus sincères remerciements à tous nos proches et amis qui nous ont toujours soutenu et encouragé au cours de la réalisation de ce mémoire.

Contents

Introduction	3
1 Intitulé du premier paragraphe	3
2 Intitulé du second paragraphe	3
2.1 Premier sous-paragraphe	4
2.2 Second sous-paragraphe	4
2.3 Troisième sous-paragraphe	4
3 Intitulé du troisième paragraphe	4
4 Intitulé du premier paragraphe	4
Conclusion	5
Annexe : Intitulé de l'annexe	5

List of Figures

List of Tables

(Chapter head:)*
Introduction
Texte de l'introduction

Les références seront citées de la manière suivante pour un article [1] ,
pour une thèse de Doctorat [2] ou un mémoire de Magister [3] et pour une
conférence nationale [5] ou une conférence internationale [6].

(Chapter head:)Intitulé du premier chapitre

1 Intitulé du premier paragraphe

Texte du chapitre

Exemple de formule:

$$ax^2 + bx + c = 0 \tag{1}$$

Faire référence aux équations d la façon suivante: Le discriminant de l'équation (1) s'écrit:

$$\Delta = b^2 - 4ac \tag{2}$$

La figure ?? est un exemple de présentation de figure.

2 Intitulé du second paragraphe

Texte du second paragraphe.....

2.1 Premier sous-paragraphe

Texte.....

2.2 Second sous-paragraphe

Texte.....

2.3 Troisième sous-paragraphe

Texte....

3 Intitulé du troisième paragraphe

Texte du troisième paragraphe.....

(Chapter head:)Intitulé second chapitre

4 Intitulé du premier paragraphe

Texte du second chapitre.....

(Chapter head:)*
Conclusion
Texte de la conclusion.
(Chapter head:)*
Annexe :
Texte de l'annexe (si une annexe est nécessaire).....

References

- [1] J. Bardeen, L.N.Cooper et J.R.Schrieffer, Phys. Rev. **108**, P1175 (1957) .
- [2] A.B. EtudiantX, Thèse de Doctorat, USTHB, 1999.
- [3] Y. EtudiantY, Mémoire de Magister, USTHB, 2011.
- [4] P. Ring and P. Schuck, "The Nuclear Many-Body Problem" (Springer, Berlin, 1980)
- [5] X. Auteur, Conférence Nationale sur les Rayonnements et leurs Applications (CNRA'2006), Alger, Novembre 2006.
- [6] Y. Auteur, Conférence Internationale XXXX, Ville (Pays), Mois Année.

Table des matières

Introduction	3
1 Généralité sur les plasmas	6
1.1 Introduction	6
1.1.1 Densité des espèces	7
1.1.2 Température des espèces	7
1.1.3 Plasmas thermiques et plasmas hors équilibre thermodynamique	7
1.2 Définition	8
1.2.1 Quasi- neutralité	8
1.2.2 Effets collectifs	8
1.3 Degré d'ionisation	9
1.4 Grandeurs caractéristiques du plasma	9
1.4.1 Longueur de Debye	9
1.4.2 Fréquence plasma	10
1.4.3 Paramètre de couplage Γ_C	11
1.5 Classification des plasmas	12
1.6 Descriptions mathématiques d'un plasma	13
1.6.1 Description fluide d'un plasma	14
1.6.2 Description cinétique d'un plasma	15
1.7 Approximation Plasma	16
1.7.1 Solitons	17
1.8 Equation de Korteweg-de Vries (K-dV)	18
1.8.1 Historique	18
1.9 Physique des plasmas quantiques	20
1.9.1 Propriétés des plasmas quantiques	21
1.9.2 Statistique quantique	22
1.9.3 Gaz complètement dégénéré ($T = 0$)	23
1.9.4 Le système de Wigner-Poisson	24

1.9.5	Validité du système de Wigner- Poisson	25
1.9.6	Le système de Schrödinger- Poisson	26
1.9.7	Modèle fluide quantique	27
2	Ondes Acoustiques Ioniques dans un plasma à deux espèces	30
2.1	Introduction	30
2.2	Modèle hydrodynamique et relation de dispersion des ondes linéaires	30
2.2.1	Ondes acoustiques ioniques de faible amplitude	32
2.3	Ondes Acoustiques ioniques de large amplitude (méthode pseudo- potentiel)	34
2.3.1	Solitons et conditions d'existence	35
3	Ondes Acoustiques Ioniques Quantiques dans un plasma à deux espèces	37
3.1	Introduction	37
3.2	Modèle mathématique et équations de base	38
3.3	Etude linéaire et relation de dispersion	39
3.4	Etude faiblement non linéaire et équation de Korteweg- de Vries (K-dV)	41
3.5	Etude non linéaire des solitons acoustiques ioniques quantiques " Méthode pseudo- potentiel"	46
3.5.1	Analyse du pseudo- potentiel	47
3.6	Résultats numériques et discussions	49
	Conclusion	55

Introduction

Pour les grecs de l'antiquité, le monde est constitué de quatre éléments essentiels, à savoir, la terre, l'eau, l'air et le feu. Les trois premiers correspondent à nos états solide, liquide et gazeux. Mais l'état physique correspondant au feu n'est apparu que récemment. C'est en 1928, que les physiciens Langmuir et Tonks ont introduit pour la première fois le terme plasma pour désigner un gaz ionisé contenu dans un tube à décharge [1]. Par la suite, ce mot a été utilisé, surtout en astrophysique [2, 1], pour désigner un état dilué de la matière, analogue à un gaz, mais constitué de particules chargées, électrons et ions, et des particules en proportions telles que le milieu soit globalement neutre. La physique des plasmas est la partie de la physique de l'interface entre plusieurs disciplines comme la thermodynamique, la physique statistique, la physique atomique et la mécanique quantique. Cette science a été développée, notamment, par des astrophysiciens et des géophysiciens, à raison qu'il est admis actuellement qu'environ 99% de toute la matière de l'univers visible existe sous forme de plasma [4].

Les plasmas classiques se trouvent naturellement dans l'espace [5]- [7], à savoir, l'environnement solaire, les étoiles, les atmosphères, les nébuleuses, l'espace interplanétaire et interstellaire. Plus près de nous, on le rencontre dans les explosions et les flammes. Ils peuvent également se créer de façon artificielle, dans des réacteurs et en laboratoire, à titre d'exemple, la décharge des plasmas radiofréquence [8], gravure des films, production des couches minces [9] et les plasmas cristaux [10]. Ces plasmas sont des gaz ionisés dans lesquels les particules chargées se déplacent sous l'influence de forces électromagnétiques à longue portée.

Bien que les particules individuelles, parfois, obéissent aux lois de la mécanique quantique, la nature ondulatoire des particules n'a pratiquement aucun effet sur le mouvement collectif dans le cas des plasmas classiques, en raison des grandes distances inter-particules, le plasma peut être alors décrit de manière adéquate en utilisant les équations de Maxwell pour les champs électromagnétiques, des approximations basées sur la description fluide (hydrodynamique) et en employant, souvent, la statistique de Maxwell-Boltzmann (MB).

La matière quantique ionisée se trouve naturellement dans les objets astrophysiques denses tels que les noyaux stellaires, les naines blanches et brunes, les étoiles à neutrons et à l'intérieur des planètes géantes [11]. De même, les électrons de conduction dans les métaux et les électrons dans les semi-conducteurs excités à travers la bande interdite se comportent de manière très similaire aux plasmas et peuvent être traités comme un gaz d'électrons [12]. Ces électrons dans tels systèmes constituent un plasma dégénéré qui se trouve souvent dans des conditions extrêmes de densité.

L'étude des plasmas classiques s'est principalement basée sur des régimes à hautes ou basses températures et à basses densités où les effets quantiques ne jouent aucun rôle. Cependant, l'étude des plasmas à basses températures et à hautes densités exige une contrepartie de ces effets où la mécanique quantique joue un rôle très important. Les effets quantiques deviennent importants quand l'approximation du corpuscule n'est pas possible, c-à-d, toutes les fois que la longueur d'onde de Broglie ne disparaît pas. Dans ce type de plasmas (quantiques) une nouvelle loi de pression établie à partir de la fonction de distribution de Fermi-Dirac et une nouvelle force dérivant du potentiel de Bohm quantique. Cette équation d'état qui prend en compte le caractère fermionique des électrons et cette force affectent de manière significative le comportement collectif des plasmas quantiques. La modélisation de ces derniers s'est basé sur le modèle hydrodynamique quantique (QHD), en identifiant un paramètre mesurant les effets de la diffraction quantique.

Dans de nombreuses situations, l'accès aux caractéristiques d'un plasma pour en comprendre le comportement et l'évolution passe par l'utilisation d'ondes. Ainsi, l'analyse des informations extractibles à partir d'une onde ayant traversé un plasma inclut intrinsèquement le fait que l'historique de cette onde est connu ou suppose d'être capable de le reconstituer pour fournir une interprétation appropriée des données engrangées durant son passage à travers du plasma [13]. L'un des modes d'un plasma à deux espèces [14] est l'onde acoustique ionique. Celle-ci a fait l'objet de nombreuses études théoriques et expérimentales [15]. Les différentes investigations ont montré l'existence de structures acoustiques solitaires dans les plasmas dont la toute première a été observée expérimentalement par Ikezi et al. [16].

Le but du présent mémoire consiste à étendre, au moyen d'une approche analytique et numérique, le modèle de l'onde acoustique ionique au cas quantique. Pour ce faire, nous avons utilisé les équations de base du modèle hydrodynamique quantique (QHD) qui, rappelons-le, a permis la mise en évidence de nouveaux modes

de propagation ou plutôt de modes de propagation modifiés par les corrections quantiques. Nous nous sommes particulièrement intéressés aux conditions d'existence et de formation des structures solitaires. Ces structures qui peuvent être alors étudiées grâce à la méthode bien connue de Sagdeev ou du pseudo-potentiel (amplitude arbitraire) [17] et à la technique de la perturbation réductive de Washimi et Taniuti (amplitude faible mais finie) [18].

Notre mémoire est composé des chapitres suivants :

Nous commencerons d'abord par donner quelques définitions et concepts de base de l'état plasma, nous introduirons quelques propriétés et grandeurs qui caractérisent . Au deuxième lieu, nous introduirons les plasmas quantiques ainsi que l'approche hydrodynamique quantique. Nous rappellerons le système Wigner-Poisson, ainsi que le modèle de Schrödinger- Poisson. La statistique quantique y sera aussi présentée.

Le deuxième chapitre sera consacré à l'étude des ondes acoustiques ioniques linéaires dans un plasma composé de deux fluides en dérivant la relation de dispersion. Ensuite, afin d'analyser le comportement non linéaire de l'onde acoustique ionique stationnaire localisée, nous considérons le cas d'un plasma composé d'ions froids et d'électrons chauds supposés maxwelliens. Nous nous intéresserons aussi bien au cas de faibles amplitudes qu'à celui d'amplitude arbitraire.

Au cours du troisième chapitre, nous nous intéresserons à l'onde acoustique ionique associée à un plasma quantique à deux espèces. Pour ce faire, nous utiliserons le modèle hydrodynamique quantique. Dans les différents régimes d'études, nous examinerons à chaque fois l'influence des effets quantiques sur les propriétés de l'onde acoustique ionique quantique solitaire non linéaire associée à tel plasma. Nous rechercherons, à travers des investigations numériques et analytiques, dans quelle mesure et sous quelles conditions le paramètre quantique peut-il affecter et modifier les propriétés intrinsèques de l'onde acoustique ionique quantique dans un tel modèle plasma.

Nous terminerons notre mémoire par une conclusion et une présentation succincte de nos perspectives.

Chapitre 1

Généralité sur les plasmas

1.1 Introduction

La physique des plasmas, science du 20^{ième} siècle, est née de l'étude des décharges dans les gaz [19]. Depuis 1920 cette discipline s'est considérablement développée en raison de son intérêt (milieux naturels, applications industrielles), intégrant l'essentiel des connaissances de la physique moderne. Dans la nature, le plasma constitue le quatrième état de la matière et fait suite, dans l'ordre croissant des températures, aux états solides, liquides et gazeux. La phase plasma correspond, à l'équilibre thermodynamique, à l'ionisation totale d'un gaz par collision entre les particules neutres. Cette situation ne peut être atteinte, dans ces conditions, qu'à très haute température (supérieur à 50000 K) afin que l'énergie d'agitation thermique soit du même ordre que le seuil d'ionisation des particules neutres. L'appellation plasma devrait être réservée aux gaz complètement ionisés et globalement neutres, les particules chargées (ions, électrons) en interaction générant des champs locaux de charge d'espace.

Les plasmas sont souvent présentés comme un « 4ième état » de la matière et font suite dans l'ordre croissant des températures, aux états solides, liquides et gazeux. le passage d'un état à l'autre étant réalisé par un certain apport d'énergie ΔE . Il existe de nombreux types de plasmas naturels : étoiles, vent solaire, foudre, ionosphère, la magnétosphère. Elle est très rare sur terre. Par contre on trouve souvent du plasma artificiels dans les laboratoires : décharges dans un gaz, arcs électriques, plasma produit par laser, par onde de choc, plasmas de fusion thermonucléaire, les lampes à néons.

Généralement, un plasma peut être caractérisé par sa température électronique et sa densité notées respectivement T_e et n_e . Ces deux quantités, peuvent varier respectivement de 0.1 à $10^7 eV$ et de 1 à $10^{22} cm^{-3}$ selon la nature (astrophysique

ou de laboratoire) et les différentes applications du plasma. Dans ce qui suit, nous allons donner, quelques définitions qui nous semblent nécessaires.

1.1.1 Densité des espèces

Un plasma est un gaz dilué ionisé, formé de particules chargées (ions et électrons) et éventuellement de particules neutres, ce qui donne lieu à des phénomènes de transport dus aux interactions électromagnétiques entre les différentes particules. Ces interactions se traduisent par la création de champs électriques et magnétiques, suivant les équations de Maxwell, qui sont les équations fondamentales de l'électromagnétisme. Le milieu plasma se caractérise alors par le nombre d'espèces qu'il contient. On associe à chaque espèce une densité qui est le nombre de particules par unité de volume. Les densités peuvent varier de 1 à 10^{22} cm^{-3} selon la nature (astrophysique ou de laboratoire) et les différentes applications du plasma.

1.1.2 Température des espèces

Il apparaît qu'un gaz chauffé suffisamment passe à l'état plasma : pour cette raison, cet état est souvent considéré comme le quatrième état de la matière. La température dont l'unité est le Kelvin (K) constitue un paramètre important pour un plasma. Comme pour les densités, on associe à chaque espèce une température, T_i la température ionique et T_e la température électronique. En physique des plasmas, l'énergie cinétique d'une espèce est souvent exprimée par sa température en eV (électron-Volt) ($1eV \approx 10^{-19}J \approx 11605K$). Exactement c'est la quantité $k_B T$ qui est exprimée en eV , où k_B est la constante de *Boltzmann* ($k_B = 1.385 \cdot 10^{-23} JK^{-1}$). Les températures peuvent varier de 0.1 à $10^6 eV$.

1.1.3 Plasmas thermiques et plasmas hors équilibre thermodynamique

Les plasmas thermiques sont, en général, en équilibre thermodynamique global ou local. Toutes les espèces constituant les plasmas sont caractérisées par une température unique. Autrement dit, l'énergie cinétique est bien répartie entre toutes ces particules. L'état d'équilibre thermodynamique est vérifié lorsque le nombre de collisions est assez important et aussi lorsque chaque processus qui se produit dans le plasma est équilibré par son processus inverse.

Lors d'une décharge électrique, la température des électrons peut rester très supérieure à celle des particules lourdes. En effet, à cause de leur mobilité, les électrons sont accélérés par les champs électriques et leur température augmente rapidement. Ces électrons chauds ne cèdent qu'une faible partie de leur énergie cinétique aux particules lourdes, les collisions étant rares. Ces plasmas sont appelés plasmas réactifs ou plasmas hors équilibre thermodynamique.

1.2 Définition

Un plasma est un gaz ionisé quasi- neutre des particules chargées et neutres qui présentent un comportement collectif.

Nous devons donc définir le terme quasi- neutralité et également qu'est-ce qu'il veut dire "comportement collectif ou les effets collectifs".

1.2.1 Quasi- neutralité

De façon générale, on dit qu'un plasma est un milieu macroscopiquement quasi-neutre (sous-entendu, neutre sur un volume plus grand que la sphère de Debye) et, de ce fait, il y a autant de charges positives que négatives. Cette neutralité de charge se traduit par l'équation suivante

$$\sum_j q_j n_j = 0 \quad (1.1)$$

où q_j et n_j représentent, respectivement la charge et la densité de l'espèce j (électrons, ions, ...).

1.2.2 Effets collectifs

Ce que l'on entend par comportement collectif est le suivant : considérons, d'abord les forces agissant sur une molécule de l'air ordinaire, puis trouvons la différence avec l'état plasma. Comme cette molécule est neutre, il n'exerce aucune force électromagnétique et la force de gravité est négligeable. Dans ce cas là, la molécule se déplace suivant une ligne droite jusqu'à rencontrer une autre molécule, et cette collision contrôle et détermine la nouvelle trajectoire par conséquent les différentes caractéristiques du mouvement de la particule. Cette situation est totalement différente dans le système plasma là où il y a assez des particules chargées. Lorsque ces dernières se déplacent, elles peuvent générer au sein de celui-ci des concentrations locales de charge positive et de charge négative (charges d'espace) qui

donnent naissance à des champs électriques. Le mouvement des particules chargées génère aussi des courants et crée, par conséquent, des champs électromagnétiques. Ces champs électromagnétiques affectent et perturbent le mouvement d'autres particules chargées, qui à leur tour peuvent influencer le reste des particules du plasma. On parle donc de comportement ou effets collectifs.

1.3 Degré d'ionisation

Les gaz sont des isolants électriques car ils se composent uniquement de molécules neutres. Cependant, un plasma est un gaz ionisé, contenant n_e électrons, n_i ions positifs et n_n atomes neutres par unité de volume. Le degré d'ionisation, noté α , est défini par le rapport [20]

$$\alpha = \frac{n_e}{n_e + n_n} = \frac{n_i}{n_i + n_n} \quad (1.2)$$

La valeur du degré d'ionisation varie depuis des valeurs très faibles, de l'ordre de 10^{-10} jusqu'à 1. Ce paramètre permet de distinguer deux grandes familles des plasmas :

- Les plasmas faiblement ionisés : lorsque ce rapport $\alpha \ll 1$ (inférieur à 10^{-4}), c'est le domaine des plasmas froids (l'ionosphère, les plasmas industriels ...). Dans ce cas l'équation (1.2) peut aussi s'écrire comme suit

$$\alpha = \frac{n_e}{n_n} = \frac{n_i}{n_n}$$

- Les plasmas fortement ionisés [21] : Au-dessus de la limite $\alpha = 10^{-4}$, c'est le domaine des plasmas chauds.

Quand le degré d'ionisation est égal à l'unité ($\alpha \approx 1$), la densité des molécules est nulle. On dit que le gaz est totalement ionisé [21] par exemple les plasmas thermonucléaires et les plasmas stellaires.

1.4 Grandeurs caractéristiques du plasma

Les plasmas sont caractérisés principalement par les paramètres suivants :

1.4.1 Longueur de Debye

Un milieu plasma garde sa neutralité électronique, suite aux différentes forces électrostatiques, sur une échelle spatiale définie par la longueur de Debye (λ_D).

C'est la distance d'écrantage du potentiel d'un ion positif est entouré d'un nuage électronique dont la densité décroît en fonction de la distance r à l'ion en : $\exp(\frac{-r}{\lambda_D})$ [22]. Il apparaît alors que la décroissance du potentiel électrostatique créé par une charge est plus rapide dans un plasma que dans le vide ($\sim 1/r$). C'est le phénomène d'écrantage de Debye (Debye shielding) propre aux plasmas. Cette longueur représente, en fait, le seuil au-dessus duquel l'individualité des particules disparaît, et l'ensemble des particules est perçu comme un nuage électronique. La longueur de Debye ne dépend que de la température électronique et de la densité électronique n_e . L'expression de cette longueur est donnée par [19]

$$\lambda_D = \sqrt{\frac{\epsilon_0 K_B T_e}{n_e e^2}} \quad (1.3)$$

Où ϵ_0 est la permittivité du vide ($\epsilon_0 = 8.84 \cdot 10^{-12} \text{ Fm}^{-1}$) et e la charge de l'électron.

La valeur numérique de la longueur de Debye peut être facilement calculée en utilisant la formule suivante :

$$\lambda_D = 7.434 \cdot 10^3 \sqrt{\frac{T_e}{n_e}} \quad (1.4)$$

Où la température T_e est exprimée en eV et la densité en m^{-3} . Pour un plasma ayant une température électronique T_e de 1 eV et une densité de $10^{16} m^{-3}$, λ_D vaut $7.4 \cdot 10^{-5} m$.

1.4.2 Fréquence plasma

Le comportement collectif des plasmas se manifeste lorsqu'on écarte le plasma à la neutralité. Si l'on introduit une perturbation locale sous la forme d'un excès de charge électrique positive ou négative, les électrons vont osciller autour de leur position d'équilibre à une fréquence caractéristique appelée fréquence plasma électronique " ω_{pe} ". L'équation décrivant la dynamique des électrons est la suivante [23]

$$\frac{d^2x}{dt^2} + \omega_{pe}^2 x = 0 \quad (1.5)$$

Celle-ci représente l'équation d'un oscillateur harmonique oscillant à la pulsation ω_{pe} , appelée la fréquence plasma électronique ou la fréquence de Langmuir dont son expression est donnée par [24]

$$\omega_{pe} = \sqrt{\frac{n_e e^2}{\epsilon_0 m_e}} \simeq 56.4 \sqrt{n_e} (s^{-1}) \quad (1.6)$$

Cette grandeur traduit le caractère collectif des forces coulombiennes. L'équation précédente (Eq. 1.5) décrit une force de rappel linéaire, opérant sur une échelle de temps ω_{pe}^{-1} . Bien que cette force de rappel ait tendance à restaurer la neutralité du plasma, elle ne peut y parvenir car à l'instant où la particule regagne sa position initiale, l'énergie potentielle du déplacement est convertie en énergie cinétique et le résultat est une oscillation autour de la position assurant la neutralité. De la même façon, des oscillateurs ioniques peuvent apparaître à la pulsation plasma ionique [24]

$$\omega_{pi} = z \sqrt{\frac{n_i^2 e^2}{\epsilon_0 m_i}} \simeq 1.32z \sqrt{\frac{n_i}{A}} (s^{-1})(s^{-1}) \quad (1.7)$$

où z désigne l'état de charge et A le nombre atomique.

La pulsation totale pour un plasma contenant des électrons et d'ions de charge ze est donnée par

$$\omega_p^2 = \omega_{pe}^2 + \omega_{pi}^2 \quad (1.8)$$

1.4.3 Paramètre de couplage Γ_C

Le compromis entre une tendance au désordre, due à l'agitation thermique, et une tendance à l'organisation, due à l'aspect collectif de l'interaction coulombienne, peut être quantifié par un paramètre sans dimension, le paramètre plasma ou paramètre de couplage Γ_C . Considérons un plasma de densité électronique n et de température électronique T . L'ordre de grandeur de la densité volumique d'énergie cinétique moyenne, $\langle E_c \rangle$, est donné par : $\langle E_c \rangle \approx 3nk_B T/2$. Ce premier nombre est une mesure de l'agitation thermique et du contenu en énergie incohérente. L'ordre de grandeur de la densité volumique d'énergie potentielle électrostatique, $\langle E_p \rangle$, a pour valeur $|\langle E_p \rangle| \approx n^{4/3} e^2 / 4\pi \epsilon_0$. Ce deuxième nombre est une mesure de l'énergie d'interaction coulombienne disponible dans le milieu pour organiser des structures ordonnées tel qu'un cristal ionique. Le rapport de ces deux nombres définit le paramètre de couplage Γ_C ou paramètre plasma

$$\Gamma_C \approx \frac{\langle E_p \rangle}{\langle E_c \rangle} \approx \frac{e^2 n^{1/3}}{\epsilon_0 K_B T} \sim \left(\frac{1}{n \lambda_D^3} \right)^{2/3} \quad (1.9)$$

Ce paramètre permet de distinguer

- Les plasmas faiblement couplés, cinétiques ou idéaux, $\Gamma_C \ll 1$, où le désordre domine.
- Les plasmas fortement couplés ou fortement corrélés, $\Gamma_C \geq 1$, dont la structure

est de nature fluide voir cristalline, c'est-à-dire plus ou moins ordonnée.

1.5 Classification des plasmas

La classification des plasmas peut se faire suivant différents critères, en particulier, selon leur formation, naturelle ou provoquée. En effet, s'il existe des plasmas dans des milieux naturels, notamment astrophysiques, nous parvenons aujourd'hui à les créer en laboratoire à des fins expérimentales ou industrielles : le découpage, le dépôt des couches minces et le traitement de surface dans les nanotechnologies...etc. Cette dernière application est devenue aujourd'hui très courante à cause, notamment, du développement rapide que connaît l'électronique. Une classification plus physique consiste à faire une distinction entre les plasmas chauds, froids et les plasmas thermiques. Enfin, les plasmas peuvent être classés selon leur densité et température électronique car ces deux paramètres déterminent en grande partie les propriétés des plasmas. Les plasmas classiques (dites aussi cinétiques) couvrent une très large intervalle de densité électronique allant de 1 à plus de 10^{25} électrons par centimètre cube pour des températures électroniques de quelques centièmes d'électrons-volts à plus de 1 MeV . Nous distinguons, également, les plasmas relativistes dans lesquels l'énergie d'agitation thermique est de l'ordre de l'énergie de masse au repos des électrons c'est-à-dire $T_e \geq m_e c^2$ (de l'ordre de quelques MeV). Cette valeur ($T_e = m_e c^2 \sim 5.97 \cdot 10^9 K$) représente la limite du domaine d'application de la mécanique classique non relativiste. La limite du domaine d'application des théories non quantiques l'énergie d'agitation thermique est supérieure à l'énergie de Fermi d'un gaz dégénéré donnée par [19]

$$K_B T = \varepsilon_F = \frac{\hbar^2}{2m} (3\pi^2 n_e)^{2/3}$$

Comme la température du système T est petite en comparant avec la température de Fermi ($T \ll T_F$), le système est considéré comme un système quantique où les effets quantiques sont importants. Ceci nous mène donc à remplacer la distribution de Maxwell- Boltzmann par la distribution de Fermi- Dirac et également la vitesse thermique classique par la vitesse thermique de Fermi

$$v_F = \sqrt{\frac{K_B T_F}{m_e}}$$

On peut aussi mesurer l'effet quantique grâce à une longueur de nature quantique qui est la longueur d'onde thermique de de Broglie

$$\lambda_B = \frac{\hbar}{m_e v_F}$$

En d'autre terme, lorsque la distance moyenne entre les particules est inférieure à cette longueur λ_B , le plasma est classique, et au-dessus de cette longueur le système (plasma) devient quantique.

Le diagramme ci-dessous (**Figure 1.1**) montre les différents types de plasmas selon leur température (en K) et leur densité (en cm^{-3}) dans une échelle logarithmique [19].

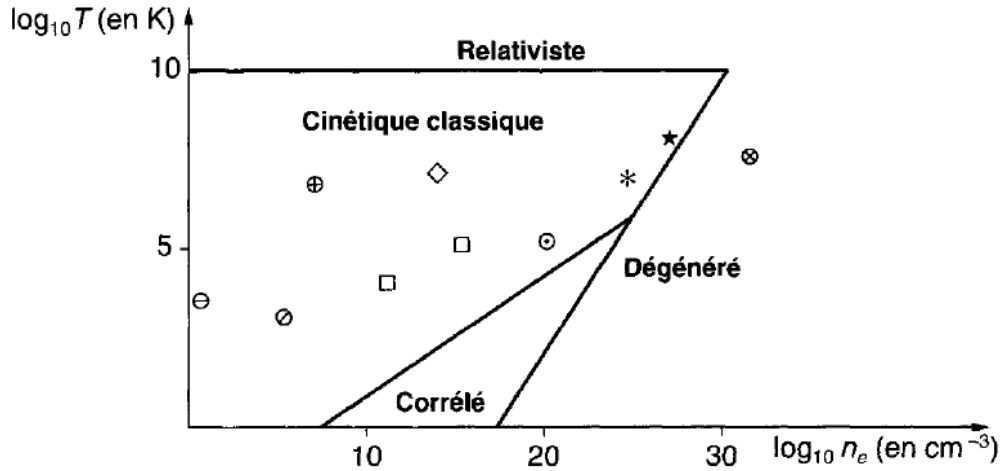


Figure 1.1 : Diagramme de classification des plasmas

1.6 Descriptions mathématiques d'un plasma

La description de la dynamique d'un plasma se fait, en général, grâce à deux approches : la première considère le plasma comme étant un fluide caractérisé par un certain nombre de grandeurs macroscopiques telles que la densité, la vitesse du fluide, la pression...etc., appelée approche hydrodynamique ou fluide. Cette dernière n'est plus valable ou insuffisante si on s'intéresse à la description microscopique du plasma. Pour cela, on fait appel à l'approche cinétique. Cette approche tient compte de la nature moléculaire du fluide, en introduisant des grandeurs telles que les fonctions de distribution des vitesses qui donnent une description microscopique du plasma.

1.6.1 Description fluide d'un plasma

Dans ce type de description, on suit le mouvement de petits éléments de volume de plasma, sans tenir compte des phénomènes microscopiques qui s'y déroulent. Cela suppose que ce volume est suffisamment petit pour que la description spatiale soit précise et que celui-ci contient suffisamment de particules pour que les fluctuations par rapport aux valeurs moyennes y soient négligeables. Ainsi, le plasma sera considéré comme un fluide qui se meut avec une vitesse \mathbf{v} , dont l'évolution est décrite par les équations hydrodynamiques ou fluides. Ces dernières peuvent être déduites en explicitant les lois de conservation de la masse et de l'impulsion

$$\frac{dM}{dt} = \frac{d}{dt} \int_V \rho dV \quad (1.10)$$

$$\frac{d\mathbf{P}}{dt} = \frac{d}{dt} \int_V \rho \mathbf{v} dV = \sum \mathbf{F} \quad (1.11)$$

\mathbf{F} représente l'ensemble des forces externes (pesanteur, pression, forces électriques...etc.) qui s'exercent sur l'élément de volume V . L'application du théorème de la divergence et de celui du gradient permet d'obtenir les deux équations fluides suivantes

$$\frac{\partial n_\alpha}{\partial t} + \nabla \cdot (n_\alpha \mathbf{v}_\alpha) = 0 \quad (1.12)$$

$$\frac{\partial \mathbf{v}_\alpha}{\partial t} + (\mathbf{v}_\alpha \cdot \nabla) \mathbf{v}_\alpha = \frac{q_\alpha}{m_\alpha} (\mathbf{E} + \mathbf{v}_\alpha \times \mathbf{B}) - \frac{\nabla p}{m_\alpha n_\alpha} + \mathbf{g} \quad (1.13)$$

$\alpha = i, e$ dénote l'espèce de particules considérées, \mathbf{E} , \mathbf{B} , \mathbf{g} et p représentent, respectivement, le champ électrique, le champ magnétique, l'accélération de la pesanteur et la pression. La première équation, dite *équation de continuité* pour un fluide, représente la conservation du nombre de particules. La seconde, dite *équation de mouvement*, rend compte de l'ensemble des forces externes auxquelles est soumis le fluide. Dans le but d'avoir autant d'équations que d'inconnues, nous complétons le système précédent à l'aide de trois équations supplémentaires : une équation d'état qui relie la pression et la densité

$$\frac{d(p_\alpha n_\alpha^{-\gamma})}{dt} = 0 \quad (1.14)$$

Et deux *équations de Maxwell*

$$\nabla \times \mathbf{E} = - \frac{1}{c} \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \quad (1.15)$$

$$\nabla \times \mathbf{B} = \mu_0 \mathbf{j} + \frac{1}{c^2} \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} \quad (1.16)$$

qui relie le champ électrique \mathbf{E} et le champ magnétique \mathbf{B} . Les deux autres équations de *Maxwell*

$$\nabla \cdot \mathbf{E} = \frac{\rho}{\varepsilon_0} \quad (1.17)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{B} = 0 \quad (1.18)$$

Où ρ représente la densité de charge électrique, n'apportent pas d'informations supplémentaires et peuvent être considérées comme conditions initiales des deux premières.

1.6.2 Description cinétique d'un plasma

La description fluide de la dynamique (ondes et oscillations) du plasma ne convient pas toujours et peut même parfois s'avérer incorrecte. Elle suppose en effet que toutes les particules chargées du plasma interagissent de manière identique avec les champs électromagnétiques selfs consistants présents dans le plasma. En fait, le modèle fluide n'est valable que si les vitesses de phase des ondes sont bien plus grandes que les vitesses d'agitations thermiques des particules. Aussi, la description hydrodynamique (fluide) d'un plasma fait intervenir des grandeurs macroscopiques telle la température, la pression, etc. Ces grandeurs sont des moyennes calculées à partir d'une fonction de distribution $f(t, \mathbf{r}, \mathbf{v})$ des vitesses microscopiques des particules. Cette fonction de distribution s'obtient dans le cadre de la théorie cinétique des gaz, et permet d'établir un rapport entre les propriétés macroscopiques et microscopiques.

Equation cinétique

La description cinétique d'un plasma repose sur l'analyse de l'évolution des fonctions de distribution des vitesses des particules. On doit donc utiliser l'équation cinétique des plasmas. Ces équations contiennent, en général, des effets de corrélation (ou de collisions). Mais ceux-ci peuvent être séparés de l'effet principal collectif d'interaction des particules avec les champs électromagnétiques selfs consistants. Alors, il est possible de décrire notre plasma dans le cadre des équations de *Vlasov- Maxwell*. Pour cela, chaque composante α du plasma est caractérisée par une fonction de distribution $f_\alpha(\mathbf{r}, \mathbf{v}, t)$ définie telle que $f_\alpha(\mathbf{r}, \mathbf{v}, t) d\mathbf{r}d\mathbf{v}$ représente le nombre de particules d'espèce α localisées dans l'élément de volume de l'espace des phases $d\mathbf{r}d\mathbf{v}$ centré en (\mathbf{r}, \mathbf{v}) , à l'instant t . Cette fonction de distribution des vitesses nous permet de calculer, pour chaque position \mathbf{r} et au temps t , la valeur

moyenne de certaines propriétés du plasma. Dans la mesure où les corrélations discrètes de la particule sont négligeables, l'évolution de $f_\alpha(\mathbf{r}, \mathbf{v}, t)$ est régie par l'équation de *Vlasov* qui s'écrit sous la forme [25]

$$\frac{\partial f_\alpha(\mathbf{r}, \mathbf{v}, t)}{\partial t} + \mathbf{v} \cdot \nabla_{\mathbf{r}} f_\alpha(\mathbf{r}, \mathbf{v}, t) + \frac{\mathbf{F}(\mathbf{r}, t)}{m_\alpha} \nabla_{\mathbf{v}} f_\alpha(\mathbf{r}, \mathbf{v}, t) = 0 \quad (1.19)$$

Où m_α représente la masse de la particule d'espèce α . L'équation (1.19) décrit l'évolution incompressible de $f_\alpha(\mathbf{r}, \mathbf{v}, t)$ dans l'espace des phases (\mathbf{r}, \mathbf{v}) en présence d'une force $\mathbf{F}(\mathbf{r}, t)$ agissant sur les particules. Cette force est la somme des forces externes et de la force due au champ électrique collectif produit par toutes les particules du plasma. En l'absence de champs externes, la force $\mathbf{F}(\mathbf{r}, t)$ qui s'exerce sur une particule d'espèce α et de charge q_α est donnée par

$$\mathbf{F}(\mathbf{r}, t) = -q_\alpha \nabla_\alpha \phi(\mathbf{r}, t) \quad (1.20)$$

Où ϕ est le potentiel du champ moyen donné par

$$\nabla^2 \phi = -\frac{1}{\varepsilon_0} \sum_\alpha q_\alpha \int f_\alpha(\mathbf{r}, \mathbf{v}, t) d\mathbf{v} \quad (1.21)$$

La sommation porte sur toutes les espèces de particules présentes dans le plasma. Cette description consiste à traiter les particules du plasma comme interagissant seulement à travers leur potentiel de champ moyen n'est correcte qu'en présence d'un nombre suffisant et important de particules.

1.7 Approximation Plasma

Les particules chargées doivent être si proches que chaque particule doit influencer un grand nombre de particules proches plutôt que réagir réciproquement juste avec la particule la plus proche (l'effet collectif est caractéristique du plasma). L'approximation plasma a un effet plus important chaque fois que les électrons sont comptés dans le champ effectif appelé " la sphère de Deby " ayant un rayon de grosses particules appelé " longueur de Debye ". Dans un plasma, il est généralement possible de supposer que $n_i = n_e$ et $\nabla \cdot \mathbf{E} \neq 0$ en même temps [14]. L'approximation du plasma est presque la même que l'hypothèse de quasi-neutralité mentionnée auparavant, mais elle a une signification plus exacte. Alors que la quasi- neutralité se reporte à une tendance générale pour un plasma à être neutre dans son état de repos. L'approximation plasma est un raccourci mathématique qu'on peut utiliser même pour les mouvements des ondes. Tant

que le mouvement de ces ondes est suffisamment lent pour que les ions et les électrons aient le temps de bouger, il est bon de remplacer l'équation de Poisson par l'équation de neutralité ($n_i = n_e$). En effet, si une seule espèce peut se déplacer et que l'autre ne peut pas suivre, comme dans le cas des ondes électroniques à haute fréquence, alors l'approximation plasma ne sera pas valable et le champ électrique E doit être dérivé à partir des équations de Maxwell plutôt que des équations de mouvement des ions et des électrons.

Il est important de rappeler que l'approximation plasma est partout valide seulement dans une couche mince [13].

1.7.1 Solitons

Les solitons représentent l'un des aspects les plus importants des phénomènes non linéaires dans la recherche en physique des plasmas. Par définition, les solitons sont des ondes spatialement localisées, dont les propriétés de stabilité sont spectaculaires. Ces structures cohérentes sont une manifestation étonnante de la nature résultant d'un équilibre entre la non linéarité et la dispersion. Les solitons sont des ondes, capables de se déplacer sur de très grandes distances en conservant leurs formes initiales. C'est l'ingénieur écossais John Scott-Russell, en **1834**, qui a observé pour la première fois les solitons. Il remarqua qu'une barge, en s'arrêtant soudainement produisait une vague fascinante qui continuait à se propager en aval du canal, sans déformation. Plusieurs expériences ont été réalisées par la suite (expérience de Henry Bazin en **1863** sur des solitons plus contrôlés). A cette époque, les théories fondées sur des approches linéarisées montraient que le soliton ne pouvait pas exister. La première interprétation mathématique et théorique a été faite par D.J Korteweg et G. de Vries [26], en 1895, en proposant une équation connue par la suite sous le nom d'équation de Korteweg de Vries (K-dV). L'étude de cette dernière a permis de comprendre les idées fondamentales de la notion de soliton. En 1965, Gardner et Morikawa [27] ont redécouvert que l'équation K-dV est également valable pour l'étude des ondes magnétohydrodynamiques non linéaires se propageant perpendiculairement à un champ magnétique externe. Depuis, les ondes acoustiques solitaires non linéaires ont été intensément étudiées dans le domaine de la physique des plasmas.

1.8 Equation de Korteweg-de Vries (K-dV)

1.8.1 Historique

Les équations de (K- dV) jouent un rôle très important dans la recherche scientifique, en tant que des phénomènes naturels compliqués pour les physiciens et an tant que un problème des équations différentielles partielles non linière à résoudre pour les mathématiciens. En fait, dans la physique moderne les équations de (kdv) sont un point de départ au développement explosif de compréhension totale de notre monde.

La première observation scientifique de ce phénomène date de 1834 [22] est faite par le scientifique et l'ingénieur naval : John Scott russel .

Par la suite, plusieurs travaux ont été réalisées, à savoir les travaux de Kruskal ,Miura et Zabusky étaient numériques et ne contenaient pas une méthode de démonstration claire. C'est pour ca qu'il fallu attendre encore jusqu'à 1968 pour obtenir une démonstration grâce aux travaux de Lax : à l'aide d'un opérateur différentiel, Lax [22] a montré qu'il existe un changement de variables qui transformait l'équation K- dV en une équation linéaire dont la solution pouvait être calculée explicitement. Alors, depuis 1965, l'équation K- dV est devenue un point de départ pour des grandes recherches mathématiques et physiques. Les travaux de Russel et celle de Kortweg et De Veries en 1985 (Ils découvraient l'équation non linéaire décrivant les ondes à la surface d un canal étroit et peu profond et qui est devenue une équation très célèbre avec le nom K- dV).

La première équation qui porte le Nom d'équation K- dV s'écrit :

$$\partial_t u + \partial_x^3 u + 6u\partial_x u = 0 \quad (1.22)$$

C'est une équation sous forme canonique, u est le champ de vitesse avec la direction x .

La forme générale d'une equation de type K- dV est donnée par :

$$\frac{\partial U}{\partial \tau} + \alpha U \frac{\partial U}{\partial \xi} + b \frac{\partial^3 U}{\partial \xi^3} = 0 \quad (1.23)$$

Où ξ et τ sont des variables indépendantes et a et b des constantes réelles non nulles.

L'équation (1.23) est à la fois non linéaire et dispersive : le terme convectif $U \partial U / \partial \xi$ traduit la non linéarité tandis que $\partial^3 U / \partial \xi^3$ reflète la dispersion.

Dans le cas général, ces deux équations fondamentales ou classiques de (K- dV)

décrivent un modèle de propagation unidirectionnel pour les ondes longues à la surface d'eau et en faible profondeur, l'équation (1.23) fut établie par Korteweg et de Vries en relation avec un problème d'onde de surface dans un canal d'eau à profondeur finie. D'autres auteurs montrèrent que (1.23) pouvait aussi bien décrire la propagation unidimensionnelle d'ondes acoustiques dans les cristaux que fournir une description faiblement non linéaire de perturbations sonores se propageant à une vitesse voisine de celle du son et c'est à partir de là et dans un effort de généralisation que Su et Gardner montrèrent que (1.23) pouvait s'appliquer à une large classe de systèmes dispersifs et faiblement non linéaires à l'instar de l'équation de Burgers dans les milieux dissipatifs et faiblement non linéaires. L'équation (1.23) peut être réécrite sous la forme généralement rencontrée dans la littérature

$$\frac{\partial U}{\partial \tau} + U \frac{\partial U}{\partial \xi} + \frac{\partial^3 U}{\partial \xi^3} = 0 \quad (1.24)$$

Moyennant les changements de variables $\xi \rightarrow \xi b^{1/3}$ et $\frac{U}{ab^{-1/3}}$. Notons que pour des ondes acoustiques ioniques se propageant avec une vitesse proche de celle du son, le terme $U \partial U / \partial \xi$ de l'équation (1.24) provient du terme non linéaire convectif $V_i \wedge \nabla V_i$ de l'équation de mouvement des ions. De plus, le terme linéaire de troisième ordre $\partial^3 U / \partial \xi^3$ est dû au fait que dans un repère se déplaçant avec la vitesse du son, les corrections de la relation de dispersion sont proportionnelles à k^3 , où k représente le vecteur d'onde de la perturbation acoustique. Remarquons que si $\partial^3 U / \partial \xi^3$ le terme dispersif est omis dans l'équation (1.24), alors admettra comme solution

$$U(\xi, \tau) = U(\xi - U(\xi, \tau), 0) \quad (1.25)$$

Celle ci indique que toute perturbation initiale se déformera de manière continue dans les régions $\partial U(\xi, 0) / \partial \xi < 0$, où et éventuellement deviendra physiquement inacceptable. En réalité, le terme dispersif de l'équation (1.24) limite et prévient cette déformation illimitée.

Avant d'aller plus loin, il convient de discuter les solutions solitaires de l'équation (1.25). A ce propos, moyennant le changement de variable $x = \xi - c\tau$ où c est une constante, l'équation (1.24) peut être deux fois intégrée pour obtenir

$$\left[\frac{dU(x)}{dx} \right]^2 = \frac{1}{3} U^2(x) [3c - U(x)] \quad (1.26)$$

Où les conditions aux limites $U(x) \rightarrow 0$, $dU(x)/dx \rightarrow 0$ et $d^2U(x)/dx^2 \rightarrow 0$ lorsque $x \rightarrow 0$ ont été utilisées. L'équation (1.26) peut alors être intégrée pour

donner

$$U(\xi - c\tau) = 3c \operatorname{sech}^2(\sqrt{c/2}(\xi - c\tau)) \quad (1.27)$$

Dans l'équation (1.27), la hauteur, la largeur et la vitesse du pulse sont proportionnelles à c , $c^{1/2}$ et c respectivement. De nombreuses études numériques de l'équation (1.25) indiquent que les solutions en ondes solitaires (soliton) données par (1.27) jouent un rôle intrinsèque dans l'évolution temporelle du système pour une variété de conditions initiales. Pour des données initiales localisées, un nombre fini de solitons émergent avec différentes hauteurs $3c_1, 3c_2 \dots$ etc. chaque soliton se propageant vers la droite. Ces solitons interagissent en préservant leurs identités. Lorsque $\tau \rightarrow \infty$, les solitons se réarrangent dans l'ordre des hauteurs croissantes (le plus grand soliton se trouvant alors à l'extrême droite).

L'investigation expérimentale des propriétés de la solution en onde solitaire de l'équation (1.25) a été réalisée par Ikezi. Ils ont alors rapporté l'existence d'un désaccord entre l'observation expérimentale et la description théorique basée sur une image simplifiée du soliton de Korteweg de Vries. Plus tard, certains auteurs ont tenté de réduire cet écart en prospectant l'effet d'une température ionique finie et l'effet des grandes amplitudes.

1.9 Physique des plasmas quantiques

Le domaine de plasmas quantiques a attiré une attention considérable [30]- [33], avec un très champ d'application interdisciplinaire des applications potentielles, allant de la science à l'échelle nanométrique dans la matière condensée à l'échelle d'objets astrophysiques. Par exemple, la dynamique self consistant d'un gaz de Fermi [34], L'expansion d'un gaz des électrons quantique dans le vide [29], la correction quantique des trous électroniques [32], les équations de Zakharov quantiques modifiées [33].

Les plasmas quantiques sont à la pointe de beaucoup de questions intrigantes sur la transition du microscopique au macroscopique modélisation des systèmes des particules chargées en général.

Dans ce qui suit, nous allons passer en revue différentes approches de la modélisation des effets quantiques dans les plasmas sans collision. On voit que les effet quantiques sont inclus à travers l'équation d'état et le potentiel de Böhm.

Le modèle cinétique complet est fourni par l'équation de Wigner, qui est l'analogue quantique de l'équation de Vlasov. Le modèle de Wigner peut être exprimé en termes d'équations de Schrödinger à une particule, couplées par l'équation de Poisson.

1.9.1 Propriétés des plasmas quantiques

Les plasmas quantiques sont des plasmas dont l'énergie de Fermi E_F est supérieure à l'énergie d'agitation thermique. De ce fait, la distribution statistique de Fermi-Dirac est utilisée plutôt que la distribution de Maxwell-Boltzmann dans les plasmas classiques [35]. Nous allons, dans ce qui suit, donner un certain nombre des paramètres représentant le type échelles de longueur, de temps et de vitesse dans un plasma quantique.

Ceux-ci sont basés sur l'analyse dimensionnelle. En particulier, nous rechercherons des paramètres définissant si un plasma est quantique, et si elle est dominée par des effets collective (plasma classique). Nous considérons un plasma de densité n , composé de particules (typiquement des électrons e et des ions i) de masse m et de charge électrique e , interagissant via forces de Coulomb. Avec ces quatre paramètres, nous sommes capable de mesurer les effets quantiques par la longueur d'onde de Broglie des particules composant le plasma [36]

$$\lambda_B = \frac{\hbar}{mv_F}$$

Dans ce cas les effets quantiques [37] jouent alors un rôle très important dans le comportement des particules chargées du plasma . Lorsque la longueur d'onde de Broglie est supérieure ou de l'ordre de la distance moyenne interparticulaire $d = n^{-1/3}c'$ est-à-dire quand

$$n\lambda_B^3 \geq 1$$

La température de Fermi T_F peut être exprimée en terme de densité à l'équilibre comme

$$K_B T_F \equiv E_F = \frac{\hbar^2}{2m} (3\pi^2 n)^{2/3} \quad (1.28)$$

Lorsque T s'approche de T_F , le changements significatifs dans la distribution statistique de Maxwell-Boltzmann à Fermi-Dirac. Maintenant, on définit le paramètre de dégénérescence qui est lié à la distance $d = n^{-1/3}$ comme

$$\chi = \frac{T_F}{T} = \frac{1}{2} (3\pi^2)^{2/3} (n\lambda_B^3)^{2/3} \quad (1.29)$$

$$\chi = \frac{T_F}{T} \text{ et } T_F \geq T \Rightarrow \chi \geq 1$$

Ainsi, les effets quantiques deviennent importants lorsque $\chi \geq 1$.

Pour faire la comparaisons entre les temperature (T_F, T), ne peuvent être trouvées que dans les cas limites :

Si $T \geq T_F$: nous utilisons la statistique de Fermi-Dirac.

Si $T \leq T_F$: nous utilisons la statistique de Maxwell-Boltzmann.

La vitesse de Fermi définit comme

$$v_F = \left(\frac{2E_F}{m} \right)^{1/2} = \frac{\hbar}{m} (3\pi^2 n)^{1/3} \quad (1.30)$$

En raison de hautes valeurs de densité dans les plasmas quantiques, la fréquence plasma c'est le même dans le plasma classique

$$\omega_p = \left(\frac{4\pi n e^2}{m} \right)^{1/2} \quad (1.31)$$

Avec la fréquence du plasma ω_p et la vitesse de Fermi v_F , nous pouvons définir une échelle de longueur de Fermi

$$\lambda_F = \frac{v_F}{\omega_p} = \left(\frac{2\epsilon_0 E_F}{3n e^2} \right)^{1/2} \quad (1.32)$$

Le paramètre de couplage quantique peut être défini comme le rapport de l'interaction énergie E_{int} à l'énergie cinétique moyenne $E_{cin} \equiv E_F$ comme

$$\Gamma_Q \equiv \frac{E_{int}}{E_F} = \frac{2}{(3\pi^2)^{2/3}} \frac{e^2 m}{\hbar^2 \epsilon_0 n^{1/3}} \sim \left(\frac{1}{n \lambda_F^3} \right)^{2/3} \sim \left(\frac{\hbar \omega_p}{E_F} \right)^2 \quad (1.33)$$

Pour faire le passage de paramètre de couplage quantique tend vers le paramètre de couplage classique on succédanés la $\lambda_F \rightarrow \lambda_D$.

1.9.2 Statistique quantique

Les effets quantiques deviennent importants, lorsque les systèmes sont à des températures suffisamment basses. La nature bosonique ou fermionique des particules constituant le système devient essentielle et influe fortement sur l'état du système qui doit respecter le postulat de symétrisation [38].

Nous allons présenter, à l'aide de la distribution de Fermi-Dirac

$$\frac{1}{\exp\left(\frac{\epsilon - \mu}{K_B T}\right) + 1} \quad (1.34)$$

Le nombre de particules (fermions) n contenues dans un volume V en coordonnées

sphériques est donné par l'expression suivante [39]

$$n = \frac{4\pi gV}{h^3} \int_0^\infty \frac{P^2 dP}{\exp\left(\frac{\varepsilon - \mu}{K_B T}\right) + 1} \quad (1.35)$$

En utilisant la relation $\varepsilon = \frac{P^2}{2m}$, L'équation ci-dessus permet la densité des fermions $N = \frac{n}{V}$ qui est définie par

$$N = \frac{2\pi gV}{h^3} (2m)^{\frac{3}{2}} \int_0^\infty \frac{\sqrt{\varepsilon} d\varepsilon}{\exp\left(\frac{\varepsilon - \mu}{K_B T}\right) + 1} \quad (1.36)$$

Où $g = 2S + 1$ est le facteur de dégénérescence dû au spin S des fermions, ε l'énergie de la particule, μ le potentiel chimique, K_B la constante de Boltzmann, T la température thermique.

Posons : $x = \frac{\varepsilon}{K_B T}$, $\eta = \frac{\mu}{K_B T}$, $S = \frac{1}{2}$ et $g = 2$, alors

$$N = \frac{2\pi gV}{h^3} (2m)^{\frac{3}{2}} (K_B T)^{\frac{3}{2}} \int_0^\infty \frac{x^{\frac{1}{2}} dx}{\exp(x - \eta) + 1} \quad (1.37)$$

Si nous introduisons les intégrales de Fermi $I_\nu(\eta)$ qui sont contenues dans l'équation (1.37) de la forme suivantes

$$I_\nu(\eta) = \int_0^\infty \frac{x^\nu dx}{\exp(x - \eta) + 1} \quad (1.38)$$

1.9.3 Gaz complètement dégénéré ($T = 0$)

Nous appelons un gaz de Fermi complètement dégénéré lorsque la température est nulle, l'énergie totale est minimale et les particules occupent les niveaux à une particule les plus bas et en respectant le principe d'exclusion de Pauli [38]. Nous ordonnons les occupations des fermions à partir du niveau d'énergie le plus haut s'appelle le niveau de Fermi et l'énergie correspondante l'énergie de Fermi. La fonction (1.37) est une fonction "marche d'escalier" qui vaut : $\begin{cases} 1 & \text{si } \varepsilon < \mu \\ 0 & \text{si } \varepsilon > \mu \end{cases}$.

La densité des particules initiales N_0 est donnée pour $T = 0$

$$\begin{aligned} N_0 &= \frac{n_0}{V} = \frac{4\pi}{h^3} (2m)^{\frac{3}{2}} \int_0^{\varepsilon_F} \sqrt{\varepsilon} d\varepsilon \\ &= \frac{8\pi}{3h^3} (2m\varepsilon_F)^{\frac{3}{2}} \end{aligned} \quad (1.39)$$

L'énergie de Fermi vaut explicitement

$$\varepsilon_F = \frac{P_F}{2m} = (3\pi^2 N_0)^{\frac{2}{3}} \left(\frac{\hbar^2}{2m} \right) \quad (1.40)$$

Avec : P_F est l'impulsion de Fermi.

1.9.4 Le système de Wigner-Poisson

Dans les plasmas quantiques on a des fonctions et des systèmes qui jouent le même rôle que les plasmas classiques ; par exemple l'équation de Schrödinger ent remplace l'équation de Newton et le système de Wigner- Poisson est l'analogue du système de Vlasov- Poisson.

Pour calculer les quantités macroscopiques ,comme le nombre et des densités de courant , nous utilisons la fonction de Wigner [36] . Pour plus simplicité , on commence par un état pur dans un système quantique unidimensionnelle à une particule décrit par une fonction d'onde $\Psi(x, t)$. Dans ce cas, la fonction de Wigner $f = f(x, v, t)$ est définie [36] comme

$$f = \frac{m}{2\pi\hbar} \int ds \exp\left(\frac{imvs}{\hbar}\right) \Psi^*\left(x + \frac{s}{2}, t\right) \Psi\left(x - \frac{s}{2}, t\right) \quad (1.41)$$

où ; x est la position, v la vitesse, t le temps, m la masse de la particule et $\hbar = \frac{h}{2\pi}$ la constante de Planck reduite.

La fonction Wigner fournit une description de phase- espace du système quantique où toutes les quantités physiques peuvent être trouvées à partir du $k^{\acute{e}me}$ moment d'ordre $\int dv v^k f(x, v, t)$. La densité de probabilité est donnée par

$$n(x, t) = |\Psi(x, t)|^2 = \int dv f(x, v, t) \quad (1.42)$$

et le courant de probabilité

$$j(x, t) = \frac{i\hbar}{2m} \left(\Psi \frac{\partial \Psi^*}{\partial x} - \Psi^* \frac{\partial \Psi}{\partial x} \right) = \int f(x, v, t) v dv \quad (1.43)$$

Que nous obtenons facilement à partir des moments d'ordre, $k = 0$, $k = 1$, respectivement , de la fonction de Wigner. La fonction de Wigner est toujours réelle, contrairement à la fonction d'onde qui est complexe.

Généralement dans un état mixte, le système est représenté par un mélange statistique quantique de N-particules décrit par $\{\Psi_\alpha^N(x_1, x_2, \dots, x_N, t), P_\alpha\}$, ces ensemble sont normalisées et sont distribuées avec des probabilités $P_\alpha, \alpha = 1, 2, \dots, M$ à

condition $P_\alpha \geq 0, \sum_{\alpha=1}^M P_\alpha = 1$.

La fonction de Wigner à N- particules associée s'écrit

$$f^N(x_1, v_1, \dots, x_N, t) = N \left(\frac{m}{2\pi\hbar}\right)^N \sum_{\alpha=1}^M p_\alpha \int ds_1 \dots, ds_N \exp \frac{im \sum_{i=1}^N v_i s_i}{\hbar} \quad (1.44)$$

$$\times \Psi_\alpha^{N*}(x_1 + \frac{s_1}{2}, \dots, x_N + \frac{s_N}{2}, t) \times \Psi_\alpha^N(x_1 - \frac{s_1}{2}, \dots, x_N - \frac{s_N}{2}, t)$$

Le facteur N dans (1.44) est inséré de sorte que

$$\int dx_1 dv_1, \dots, dx_N dv_N f^N(x_1, v_1, \dots, x_N, t) = N \quad (1.45)$$

L'équation d'évolution de distribution de Wigner à N-corps (1.44) obéit à l'équation d'évolution unidimensionnelle à un corps suivante

$$\frac{\partial f}{\partial t} + v \frac{\partial f}{\partial x} + \frac{em}{2\pi i \hbar^2} \int \int ds dv' \exp \left(\frac{im(v-v')s}{\hbar} \right) \left[\phi(x + \frac{s}{2}, t) - \phi(x - \frac{s}{2}, t) \right] f(x, v', t) = 0 \quad (1.46)$$

Où ϕ est le potentiel électrostatique auto-cohérent. L'équation (1.46) couplée à l'équation de Poisson à deux espace

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} = 4\pi e \left(\int f dv - n_0 \right) \quad (1.47)$$

1.9.5 Validité du système de Wigner- Poisson

Tout comme dans le cas du système Vlasov-Poisson se la physique classique , le système Wigner-Poisson associé à plasma quantique est sans collision . Les interactions longue portée dû à la possibilité au potentiel électrostatique auto-cohérent dominer sur les interactions de collision à courte portée entre deux particules ou plus.

Les corrélations entre particules ne peuvent pas être négligées, si l'énergie potentielle moyenne entre deux électrons deviennent comparables à l'énergie cinétique moyenne. Nous connaissons les conditions de validité de l'approximation.

Pour les plasmas quantiques les collisions peuvent être ignorées

$$\Gamma_Q = \frac{U_{pot}}{K_Q} = \frac{e^2 n_0^{\frac{1}{3}}}{\varepsilon_0 K_B T_F} \sim \frac{me^2}{\varepsilon_0 \hbar^2 n_0^{\frac{1}{3}}} \ll 1 \quad (1.48)$$

où Γ_Q est le paramètre de couplage quantique. Lorsque $\Gamma_Q \ll 1$, contient un gaz

électrons quantiques qui est décrit par le système Wigner-Poisson. Nous avons généralement, dans le cas des électrons dans le métal, les valeurs suivantes qui donnent le paramètre de couplage quantique d'unité de l'ordre

$$n_0 \simeq 10^{29} m^{-3}, v_F \simeq 10^6 m.s^{-1}, \omega_p \simeq 10^{16} s^{-1}, \lambda_F \simeq 10^{-10} m.$$

Notons que si ($\Gamma_Q \approx 1$), les énergies cinétique et potentielle sont du même ordre, les corrélations et les effets de spin ne peuvent être négligés.

1.9.6 Le système de Schrödinger- Poisson

Nous considérons un plasma à une dimension, dans lequel les électrons sont décrits par un états quantique mixte, chaque fonction d'onde $\{\Psi_\alpha(x, t), P_\alpha\}$, $\alpha = 1, 2, 3$, obéissant à la système de Schrödinger-Poisson [40]

$$i\hbar \frac{\partial \Psi_\alpha}{\partial t} = -\frac{\hbar^2 \partial^2 \Psi_\alpha}{2m \partial x^2} - e\Phi \Psi_\alpha \quad (1.49)$$

De plus, l'équation de Poisson est réécrit comme

$$\frac{\partial^2 \Phi}{\partial x^2} = \frac{e}{\epsilon_0} \left(\sum_{\alpha=1}^M n_\alpha - n_0 \right) \quad (1.50)$$

Peut être reformulée de manière fluide la foction d'onde

$$\Psi_\alpha = A_\alpha \exp \left(\frac{iS_\alpha}{\hbar} \right) \quad (1.51)$$

Où $A_\alpha = \sqrt{n_\alpha}$ et S_α l'amplitude et la phase réelles respictivement.

Si on injecte l'équation (1.51) dans l'équation de Schrödinger (Eq. 1.49), on obtient les équations suivantes pour les inconnues n et $v_\alpha m_e = \frac{\partial S_\alpha}{\partial x}$

$$\frac{\partial n_\alpha}{\partial t} + \frac{\partial(n_\alpha v_\alpha)}{\partial x} = 0 \quad (1.52)$$

$$\frac{\partial v_\alpha}{\partial t} + v_\alpha \frac{\partial v_\alpha}{\partial x} = \frac{e}{m} \frac{\partial \Phi}{\partial x} + \frac{\hbar^2}{2m^2} \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial^2 \sqrt{n_\alpha}}{\partial x^2} \right) \quad (1.53)$$

L'équations (1.52) constitue un terme dit potentiel de Bohm $\left\{ \frac{\hbar^2}{2m^2} \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial^2 \sqrt{n_\alpha}}{\partial x^2} \right) \right\}$.

L'équations (1.50) -(1.53) constituent le modèle mathématique qui doit être complété par des conditions initiales et limites appropriées les solutions stationnaires

du système de Schrödinger-Poisson.

1.9.7 Modèle fluide quantique

Pour commodité, nous réécrivons l'équation (1.46)

$$\frac{\partial f}{\partial t} + v \frac{\partial f}{\partial x} + \frac{em}{2\pi i \hbar^2} \int \int ds dv' \exp\left(\frac{im(v-v')s}{\hbar}\right) \left[\phi\left(x + \frac{s}{2}, t\right) - \phi\left(x - \frac{s}{2}, t\right)\right] f(x, v', t) = 0 \quad (1.54)$$

Pour obtenir un ensemble d'équations macroscopiques pour les plasmas quantiques, nous allons d'abord dériver un système d'équations fluides, qui est caractérisé par les grandeurs suivantes : la densité, la vitesse moyenne, et la pression. En prenant des moments de système de Wigner- Poisson et en integrant plus d'espace, de vitesse respectivement. Pour cela nous introduisons les définitions standard des grandeurs physiques de modèle fluide [40] qui sont données par

$$n(x, t) = \int f dv \quad (1.55)$$

$$u(x, t) = \frac{1}{n} \int f v dv \quad (1.56)$$

$$P(x, t) = m \int v^2 f dv - nu^2 \quad (1.57)$$

Après d'intégration , nous obtenons

$$\frac{\partial n}{\partial t} + \frac{\partial(nu)}{\partial x} = 0 \quad (1.58)$$

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} = \frac{e}{m} \frac{\partial \phi}{\partial x} - \frac{1}{mn} \frac{\partial P}{\partial x} \quad (1.59)$$

Nous remarquons que les equations (1.58) et (1.59) ne diffèrent pas des équations d'évolution ordinaires pour un fluide classique. Dans ce système la nateur quantique est cachée par le terme de pression. En utilisant une décomposition de Madelung, il est prouvé que le terme de pression figurant dans les équations des fluides puisse être séparés en une partie classique et une partie quantique.

Pour un mélange quantique d'états $\Psi_\alpha(x, t)$ [40], on obtient de (1.56)-(1.59)

$$n = N \sum_{\alpha=1}^M P_\alpha |\Psi_\alpha|^2 \quad (1.60)$$

$$n = \frac{i\hbar N}{2m} \sum_{\alpha=1}^M P_{\alpha} \left(\Psi_{\alpha} \frac{\partial \Psi_{\alpha}^*}{\partial} - \Psi_{\alpha}^* \frac{\partial \Psi_{\alpha}}{\partial} \right)$$

La fonction d'onde Ψ_{α} associée à la probabilité $P_{\alpha}, \alpha = 1 \dots M$, pour obtenue l'expression de la pression nous introduisons les expressions (1.60), (??) dans l'expression de la pression (1.57) et nous utilisons la décomposition de Madelung, il est donné sous la forme

$$P = \frac{N^2}{2mn} \sum_{\alpha, \beta=1}^M P_{\alpha} P_{\beta} A_{\alpha}^2 A_{\beta} \left(\frac{\partial S_{\alpha}}{\partial x} - \frac{\partial S_{\beta}}{\partial x} \right)^2 + \frac{N\hbar^2}{2m} \sum_{\alpha=1}^M P_{\alpha} \left[\left(\frac{\partial A_{\alpha}}{\partial x} \right)^2 - A_{\alpha} \frac{\partial^2 A_{\alpha}}{\partial x^2} \right] \quad (1.61)$$

Nous utilisons la définition des vitesses cinétiques u_{α} et osmotique u_{α}^0 associées à la fonction d'onde $\Psi_{\alpha}(x, t)$ [40]

$$u_{\alpha} = \frac{1}{m} \frac{\partial S_{\alpha}}{\partial x} \quad (1.62)$$

$$u_{\alpha}^0 = \frac{\hbar}{m} \frac{\partial A_{\alpha} / \partial X}{A_{\alpha}} \quad (1.63)$$

on peut vérifier que la pression peut être écrit par trois termes (cinétique P^K , osmotique P^0 et quantique P^Q) comme

$$P = P^K + P^0 + P^Q \quad (1.64)$$

Avec

$$P^K = \frac{mn}{2} \sum_{\alpha, \beta=1}^M \tilde{P}_{\alpha} \tilde{P}_{\beta} (u_{\alpha} - u_{\beta})^2 \quad (1.65)$$

$$P^0 = \frac{mn}{2} \sum_{\alpha, \beta=1}^M \tilde{P}_{\alpha} \tilde{P}_{\beta} (u_{\alpha}^0 - u_{\beta}^0)^2 \quad (1.66)$$

$$P^Q = -\frac{\hbar^2 n}{4m} \frac{\partial^2 \ln n}{\partial x^2} \quad (1.67)$$

Où, $\tilde{P}_{\alpha} = \tilde{P}_{\alpha}(x, t)$ l'ensemble modifié de probabilités

$$\tilde{P}_{\alpha} = \frac{NP_{\alpha}A_{\alpha}^2}{n} \quad (1.68)$$

Les equations (1.65) et (1.66) décrivent la partie classique de la pression qui dépend que de la densité

$$P^K + P^0 = P^C(n) \quad (1.69)$$

Donc, la pression s'écrit sous la forme

$$P = P^C(n) - \frac{\hbar^2 n}{4m} \frac{\partial^2 \ln n}{\partial x^2} \quad (1.70)$$

Avec

$$P^C = \frac{mv_F^2}{3n_0^2} n^3 \quad (1.71)$$

On écrira finalement les équations (1.69) et (1.59) comme

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} = -\frac{1}{mn} \frac{\partial P^C(n)}{\partial x} + \frac{e}{m} \frac{\partial \phi}{\partial x} - \frac{1}{mn} \frac{\partial P^Q}{\partial x}$$

En utilisant l'identité suivante

$$\frac{1}{mn} \frac{\partial P^Q}{\partial x} = -\frac{\hbar^2}{2m^2} \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial^2(\sqrt{n})/\partial x^2}{\sqrt{n}} \right)$$

En conclusion, nous pouvons réécrire le modèle fluide quantique pour les plasmas comme [37]

$$\frac{\partial n}{\partial t} + \frac{\partial(nu)}{\partial x} = 0 \quad (1.72)$$

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} = \frac{e}{m} \frac{\partial \phi}{\partial x} - \frac{1}{mn} \frac{\partial P^C(n)}{\partial x} + \frac{\hbar^2}{2m^2} \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial^2(\sqrt{n})/\partial x^2}{\sqrt{n}} \right) \quad (1.73)$$

Chapitre 2

Ondes Acoustiques Ioniques dans un plasma à deux espèces

2.1 Introduction

Les ondes acoustiques ioniques solitaires sont des ondes qui se propagent dans un plasma non magnétisé, c'est à dire le champ électrique qui permet la propagation des surpressions et dépressions. Elles sont des ondes de basses fréquences ($f \leq 20-30Hz$) contrairement aux autres modes propres. Cette basse fréquence permet de prendre en compte la réaction des ions au passage de l'onde. En effet, la pulsation propre de ces ondes ω est proche de la pulsation propre du plasma ionique ω_{pi} . À cet effet, on tient compte, au mouvement des ions, tandis que , les électrons se contentent de suivre le mouvement de celui-ci pour assurer la quasi-neutralité.

2.2 Modèle hydrodynamique et relation de dispersion des ondes linéaires

Considérons un plasma composé d'ions froids et d'électron maxwelliens de densités n_i et n_e , de masses m_i et m_e et de températures T_i et T_e , respectivement. Les oscillations acoustiques ioniques de faible vitesse de phase v_p ($v_{ti} = \sqrt{T_i/m_i} < v_p < v_{te} = \sqrt{T_e/m_e}$, v_{ti} et v_{te} les vitesses thermiques des ions et des électrons) associées à un tel modèle de plasma peuvent être décrites par les équations de base fluides suivantes

$$\frac{\partial n_i}{\partial t} + \frac{\partial (n_i v_i)}{\partial x} = 0 \quad (2.1)$$

$$m_i n_i \left[\frac{\partial v_i}{\partial t} + v_i \frac{\partial v_i}{\partial x} \right] = -\nabla \Phi e n_i - \gamma_i K_B T_i \frac{\partial n_i}{\partial x} \quad (2.2)$$

$$\gamma_e K_B T_e = \nabla \Phi e n_i \quad (2.3)$$

En utilisant l'analyse de Fourier , nous écrivons

$$n_i = n_0 + n_1 \exp i [kx - \omega t]$$

$$v_i = v_1 \exp i [kx - \omega t]$$

$$\Phi = \Phi_1 \exp i [kx - \omega t]$$

Nous injectons dans les équations différentielles (2.1)- (2.3) . En supposant que les grandeurs varient avec x et t comme $\exp(ikx)$ et $\exp(-i\omega t)$, ou k étant le vecteur d'onde et ω sa pulsation , nous trouvons alors

$$i\omega n_1 = n_0 i k v_1 \quad (2.4)$$

$$-i\omega m_i n_0 v_1 = -e n_0 k \Phi_1 - \gamma_i K_B T_i i k n_1 \quad (2.5)$$

Dans ce cas le champ $\vec{B} = 0$, alors que la densité obéit à la loi de Maxwell-Boltzmann

$$n_e = n_0 \exp \left(\frac{e\phi_1}{K T_e} \right) = n_0 \left(1 + \frac{e\phi_1}{K T_e} + \dots \right) \quad (2.6)$$

La densité des électrons est donnée , par la linéarisation de relation Boltzmann (2.6) , comme sent

$$n_e = \frac{e\phi_1}{K_B T_e} n_0 \quad (2.7)$$

En remplaçant les valeurs des n_e et ϕ_1 dans l'équation (2.4) nous obtenons la relation de dispersion des ondes acoustiques ioniques

$$\frac{\omega}{k} = \left(\frac{K_B T_i + \gamma_i K_B T_i}{m_i} \right)^{1/2}$$

Où T_e et T_i sont les températures électronique et ionique respectivement. γ_e et γ_i sont les indices adiabatiques électronique et ionique, m_i est la masse des ions. Avec $\omega^2 = k^2 v_s^2$ où v_s est la vitesse de phase de l'onde acoustique ionique. La vitesse de phase pour les ondes acoustiques ioniques appelées aussi la vitesse du son modifiée.

2.2.1 Ondes acoustiques ioniques de faible amplitude

Considérons un plasma non collisionnel (toutes les collisions sont négligables) et non magnétisé composé d'ions froids et d'électrons maxwelliens. En l'absence de perturbation à l'équilibre , la condition de quasi-neutralité recquient ; $n_{i0} = n_{e0}$. Le système d'équations unidimensionnelles décrivant l'onde acoustique ionique est donc le suivant [22]

$$\frac{\partial N_i}{\partial T} + \frac{\partial(N_i V_i)}{\partial X} = 0 \quad (2.8)$$

$$\frac{\partial V_i}{\partial T} + V_i \frac{\partial V_i}{\partial X} = -\frac{\partial \Phi}{\partial x} \quad (2.9)$$

$$\frac{\partial^2 \Phi}{\partial X^2} = N_e - N_i \quad (2.10)$$

Les densités $N_{i,e}$, la vitesse fluide des ions V_i , le potentiel électrostatique Φ , le temps T et la variable d'espace X sont normalisés, respectivement, par n_{i0} (valeur à l'équilibre de la densité des ions), $C_s = (T_e/m_i)^{1/2}$ (vitesse acoustique ionique), T_e/e , $\omega_{pi}^{-1} = (\epsilon_0 m_i / n_{i0} e^2)^{1/2}$ (la période plasma ionique) et $\lambda_D = (\epsilon_0 K_B T_e / n_{i0} e^2)^{1/2}$ (longueur de Debye).

La densité des électrons maxwelliens est donnée par l'expression suivante

$$N_e = \exp(\Phi) \approx 1 + \Phi + \frac{1}{2}\Phi^2 \quad (2.11)$$

Pour étudier les ondes acoustiques ioniques dans le cas de faibles amplitudes, en s'appuyant sur le système d'équations précédent , nous utilisons technique de la perturbation réductive de Washimi et Taniuti [18] . Afin d'établir l'équation de type K- dV, nous introduisons les deux variables indépendantes suivantes [41]

$$\xi = \varepsilon^{\frac{1}{2}}(X - V_p T) \text{ et } \tau = \varepsilon^{\frac{3}{2}} T$$

où V_p est la vitesse ou de la dispersion de phase . Et ε est un paramètre mesurant la faiblesse de l'amplitude. Egalement, les variables dynamiques N_i , V_i et Φ sont développées en séries de puissances de ε autour de leurs états d'équilibre [41]

$$N_i = 1 + \sum \varepsilon^m N_i^{(m)} \quad (2.12)$$

$$V_i = V_0 + \sum \varepsilon^m V_i^{(m)} \quad (2.13)$$

$$\Phi = \sum \varepsilon^m \Phi^{(m)} \quad (2.14)$$

En remplaçant, dans les équations (2.8), (2.9) et (2.10), les variables dynamiques

par leurs développements en série de puissance en ε , nous obtenons

$$\begin{aligned} & \varepsilon \frac{\partial}{\partial \tau} \left[1 + \varepsilon N_i^1 + \varepsilon^2 N_i^{(2)} \right] - V_p \frac{\partial}{\partial \xi} \left[1 + \varepsilon N_i^{(1)} + \varepsilon^2 N_i^{(2)} \right] \\ & + N_i \frac{\partial}{\partial \xi} \left[V_0 + \varepsilon V_i^{(1)} + \varepsilon^2 V_i^{(2)} \right] + V_i \frac{\partial}{\partial \xi} \left[1 + \varepsilon N_i^1 + \varepsilon^2 N_i^{(2)} \right] = 0 \end{aligned} \quad (2.15)$$

$$\begin{aligned} & \varepsilon \frac{\partial}{\partial \tau} \left[\varepsilon V_i^{(1)} + \varepsilon^2 V_i^{(2)} \right] - V_p \frac{\partial}{\partial \xi} \left[V_0 + \varepsilon V_i^{(1)} + \varepsilon^2 V_i^{(2)} + 0(\varepsilon^3) \right] \\ & + \left[V_0 + \varepsilon V_i^{(1)} + \varepsilon^2 V_i^{(2)} \right] \frac{\partial}{\partial \xi} \left[V_0 + \varepsilon V_i^{(1)} + \varepsilon^2 V_i^{(2)} \right] \\ & + \frac{\partial}{\partial \xi} \left[0 + \varepsilon \Phi^{(1)} + \varepsilon^2 \Phi^{(2)} + 0(\varepsilon^3) \right] = 0 \end{aligned} \quad (2.16)$$

$$\varepsilon \frac{\partial^2}{\partial \xi^2} \left[\varepsilon \Phi^{(1)} + \varepsilon^2 \Phi^{(2)} \right] = 1 + \frac{3}{2} \varepsilon \Phi^{(1)} + 2\varepsilon^2 \Phi^{(2)} + \varepsilon N_i^{(1)} + \varepsilon^2 N_i^{(2)} \quad (2.17)$$

À partir de ces dernières équations et en égalisant les termes de même puissance en ε , nous obtenons :

A l'ordre le plus faible en ε

$$N_i^{(1)} = V_i^{(1)} = \Phi^{(1)} \quad (2.18)$$

À l'ordre suivant en ε

$$\frac{\partial N_i^{(1)}}{\partial \tau} - \lambda \frac{\partial N_i^{(2)}}{\partial \xi} + \frac{\partial V_i^{(2)}}{\partial \xi} + \frac{\partial N_i^{(1)} V_i^{(1)}}{\partial \xi} = 0 \quad (2.19)$$

$$\frac{\partial V_i^{(1)}}{\partial \tau} - \lambda \frac{\partial V_i^{(2)}}{\partial \xi} + V_i^{(1)} \frac{\partial V_i^{(1)}}{\partial \xi} = -\frac{\partial \Phi^{(2)}}{\partial \xi} \quad (2.20)$$

$$\frac{\partial^2 \Phi^{(1)}}{\partial \xi^2} = \frac{1}{2} (\Phi^{(1)})^2 + \Phi^{(2)} - N_i^{(2)} \quad (2.21)$$

Où $\lambda = V_p - V_0$.

En combinant les équations (2.21)- (2.20) avec l'équation (2.18) et nous éliminons les termes de second ordre ainsi que $N_i^{(1)}$ et $V_i^{(1)}$, nous aboutissons à l'équation de Korteweg-de Vries (K- dV), qui décrit l'évolution des variables dynamiques d'un plasma faiblement non linéaire et faiblement dispersif

$$\frac{\partial \Phi}{\partial \tau} + \Phi \frac{\partial \Phi}{\partial \xi} + \frac{1}{2} \frac{\partial^3 \Phi}{\partial \xi^3} = 0 \quad (2.22)$$

Avec $\Phi \equiv \Phi^{(1)}$. Le deuxième terme de l'équation de K- dV $\Phi(\partial\Phi/\partial\xi)$ décrit la non linéarité du plasma, alors que le troisième terme $\partial^3\Phi/\partial\xi^3$ représente les effets dispersifs du plasma.

Ce type d'équations admet des ondes solitaires comme solutions. Utilisons à présent le changement de variable $\eta = \xi - u_0\tau$ où u_0 est la vitesse de l'onde normalisée par C_s . La solution est alors donnée par

$$\Phi(\xi, \tau) = 3u_0 \operatorname{sech}^2 \left[\frac{\eta}{\sqrt{2}/u_0} \right] \quad (2.23)$$

2.3 Ondes Acoustiques ioniques de large amplitude (méthode pseudo-potentiel)

Dans le but d'analyser les ondes acoustiques ioniques solitaires d'amplitude arbitraire, nous introduisons la variable $\xi = x - Mt$, où M est la vitesse de l'onde normalisé par C_s appelé nombre de Mach. Dans ce nouveau système de coordonnées, les équations (2.8), (2.9) et (2.10) deviennent

$$-M \frac{dN_i}{d\xi} + \frac{d}{d\xi}(N_i V_i) = 0 \quad (2.24)$$

$$-M \frac{dV_i}{d\xi} + V_i \frac{dV_i}{d\xi} = -\frac{d\Phi}{d\xi} \quad (2.25)$$

$$\frac{d^2\Phi}{d\xi^2} = N_e - N_i \quad (2.26)$$

En intégrant maintenant les équations (2.24) et (2.25) et en imposant les conditions aux limites appropriées aux solutions localisées ($\Phi \rightarrow 0$, $V_i \rightarrow 0$, $N_i \rightarrow 1$ lorsque $|\xi| \rightarrow \infty$), nous obtenons la relation suivante pour la densité

$$N_i = \left(1 - \frac{2\Phi}{M^2} \right)^{-1/2} \quad (2.27)$$

En portant celle-ci dans l'équation de Poisson (2.26), en multipliant chaque membre de l'équation résultante par $d\Phi/d\xi$ en intégrant une fois et en imposant à nouveau les conditions aux limites appropriées aux solutions localisées ($\Phi \rightarrow 0$, $d\Phi/d\xi \rightarrow 0$ lorsque $|\xi| \rightarrow \infty$), nous obtenons la quadrature

$$\frac{1}{2} \left(\frac{d\Phi}{d\xi} \right)^2 + V(\Phi) = 0 \quad (2.28)$$

Où $V(\Phi)$ représente le potentiel de Sagdeev ou pseudo- potentiel

$$V(\Phi) = 1 - N_e + M^2 \left[1 - \left(1 - \frac{2\Phi}{M^2} \right)^{1/2} \right] \quad (2.29)$$

L'équation (2.28) peut être regardée comme étant l'équation du mouvement d'une pseudo- particule de masse unité, de position Φ et de vitesse $d\Phi/d\xi$, oscillant dans un potentiel $V(\Phi)$.

2.3.1 Solitons et conditions d'existence

Pour qu'une onde solitaire puisse se propager dans un plasma, il faut que le pseudo- potentiel $V(\Phi)$ satisfait les conditions d'existence suivantes :

- 1- $V(\Phi) |_{\Phi=0} = 0$,
- 2- $\partial V/\partial\Phi |_{\Phi=0} = 0$,
- 3- admet un extremum non nul noté Φ_m tel que : $V(\Phi) < 0$ pour $0 < \Phi < \Phi_m$,
- 4- $\partial V/\partial\Phi |_{\Phi=\Phi_m} > 0 (< 0)$ pour $\Phi > 0 (< 0)$.

Il est aisé de vérifier , à partir de l'équation (2.29) , que les deux premières conditions sont toujours satisfaites. Les conditions 3 et 4 impliquent que notre modèle de plasma admet uniquement des solutions solitaires compressives ($\Phi > 0$) pourvu que

$$\left(1 - \frac{2\Phi_m}{M^2} \right)^{-1/2} = \exp(\Phi_m) \quad (2.30)$$

Nous pouvons obtenir une relation de dispersion non linéaire en exprimant, à partir de (2.29), la vitesse du soliton M en terme de son amplitude Φ_m comme suit

$$M^2 = \frac{1}{2} \frac{[\exp(\Phi_m) - 1]^2}{\exp(\Phi_m) - 1 - \Phi_m} \quad (2.31)$$

Il serait alors souhaitable de voir s'il existe une limite supérieure de M au delà de laquelle les structures solitaires n'existent plus, à partir de l'expression de la densité ionique N_i (Eq. 2.27), nous pouvons voir que celle-ci reste partout réelle pour

$$\Phi_m < \Phi_{cr} = \frac{M^2}{2} \quad (2.32)$$

Comme $V(\Phi_m) = 0$, une condition équivalente pour $V(\Phi)$ est la suivante

$$V(\Phi_{cr}) = 1 + M^2 - \exp(M^2/2) > 0 \quad (2.33)$$

L'analyse numérique de cette dernière équation révèle que $M < M_{\max} = 1.58$ [13].

Cette dernière condition (avec M^2 est donné dans (2.31) conduit à $\Phi_m \approx 1.3$. Nous pouvons aussi déterminer M_{\min} en faisant un développement limité de $V(\Phi)$ pour $\Phi \ll 1$ de sorte

$$V(\Phi) \approx -\frac{M^2 - 1}{M^2}\Phi^2 + \frac{3 - M^4}{6M^4}\Phi^3 \quad (2.34)$$

Il en résulte que $V(\Phi) < 0$ pour $M^2 < 1$. Par conséquent, la condition d'existence des ondes acoustiques ioniques d'amplitude arbitraire est

$$1 < M < 1.58 \quad (2.35)$$

Par conséquent, le plasma à deux composantes (ions fluides et électrons maxwellien) étudié dans ce chapitre admet la propagation des ondes solitaires supersonique à potentiel positif (solitons de compression) seulement.

Chapitre 3

Ondes Acoustiques Ioniques Quantiques dans un plasma à deux espèces

3.1 Introduction

Récemment, un grand intérêt a été porté sur les ondes acoustiques ioniques dans les plasmas quantiques [42], [43], [44], [45]. Haas et al. [37] sont considérés comme les premiers qui ont étudié l'analogie quantique des ondes acoustiques ioniques, en utilisant un modèle hydrodynamique quantique basé sur le système Wigner-Poisson. Dans cette approche, nous retrouvons les effets de la statistique quantique et de la diffraction quantique qui se manifestent, respectivement, à travers l'équation d'état et le terme du potentiel de Bohm [43]

Dans ce présent chapitre, on se propose d'étudier l'analogie quantique de l'onde acoustique ionique associé à un plasma quantique à deux composantes. L'accent sera mis sur l'influence des effets quantiques sur le domaine d'existence et de réalisation possible des ondes acoustiques ioniques solitaires associées à un plasma quantique à deux espèces. A ce propos, nous analysons les ondes acoustiques ioniques quantique dans le cadre du modèle hydrodynamique quantique (QHD) à deux espèces. Nous effectuons en premier temps une analyse linéaire où la relation de dispersion appropriée à notre modèle plasma sera étudiée, l'étude faiblement non linéaires afin d'établir l'équation de type K-dV, et nous terminerons par l'analyse des OAIQ solitaire de large amplitude.

La méthode de large amplitude nous permet, à travers une étude analytique et numérique, de savoir sous quelles conditions et dans quelles mesures le forme soliton acoustique ionique peut exister dans le modèle de plasma considéré.

3.2 Modèle mathématique et équations de base

Considérons un plasma non collisionnel et non magnétisé contenant deux espèces, électrons quantiques et ions fluides à charge unique positive. Pour ce faire, nous utilisons le modèle hydrodynamique quantique (QHD), appliqué aux ondes acoustiques ioniques, où la densité des particules est élevée et la température est très basse. Les effets quantiques apparaissant dans ce modèle sont mesurés par la statistique quantique de Fermi-Dirac et le paramètre de diffraction quantique qui peut être interprétée comme le terme de pression quantique ou en tant que potentiel quantique de Bohm.

Par conséquent, la dynamique non linéaire des ondes acoustiques ioniques quantiques est régie par le système hydrodynamique quantique suivant [37]

$$\frac{\partial n_i}{\partial t} + \frac{\partial (n_i v_i)}{\partial x} = 0 \quad (3.1)$$

$$m_i \left(\frac{\partial v_i}{\partial t} + v_i \frac{\partial v_i}{\partial x} \right) = -e \frac{\partial \phi}{\partial x} + \frac{\hbar^2}{2m_i} \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial^2 \sqrt{n_i} / \partial x^2}{\sqrt{n_i}} \right) \quad (3.2)$$

$$m_e \left(\frac{\partial v_e}{\partial t} + v_e \frac{\partial v_e}{\partial x} \right) = e \frac{\partial \phi}{\partial x} - \frac{1}{n_e} \frac{\partial P_e}{\partial x} + \frac{\hbar^2}{2m_e} \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial^2 \sqrt{n_e} / \partial x^2}{\sqrt{n_e}} \right) \quad (3.3)$$

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} = \frac{e}{\epsilon_0} (n_e - n_i) \quad (3.4)$$

Où : $n_{e,i}$ les densités électroniques et ioniques, $v_{e,i}$ les densités des fluides électroniques et ioniques, ϕ le potentiel scalaire, $m_{e,i}$ les masses d'électrons et d'ions et v_{Fe} la vitesse de Fermi et $P_e = P(n_e)$ est la pression du fluide électronique.

$$P_e = \frac{m_e v_{Fe}^2}{3n_0^2} n_e^3 \quad (3.5)$$

Pour écrire les équations précédentes (3.1)-(3.4) dans un système simple sans dimension, nous appliquons les nouvelles variables suivantes

$$\begin{aligned} \bar{X} &= \frac{\omega_{pe} x}{v_{Fe}}; \quad \bar{T} = \omega_{pi} t; \quad \bar{N}_e = \frac{n_e}{n_0}; \quad \bar{N}_i = \frac{n_i}{n_0}; \quad \bar{V}_i = \frac{v_i}{C_s}; \quad \bar{V}_e = \frac{v_e}{C_s} \\ \bar{\Phi} &= \frac{e\phi}{K_B T_{Fe}}; \quad C_S = \left(\frac{2K_B T_{Fe}}{m_i} \right)^2; \quad \omega_{pi} = \left(\frac{q_i^2 n_{i0}}{\epsilon_0 m_i} \right)^{1/2} \end{aligned}$$

On obtient les équations normalisées [37]

$$\frac{\partial \bar{N}_i}{\partial \bar{t}} + \frac{\partial (\bar{N}_i \bar{V}_i)}{\partial \bar{x}} = 0 \quad (3.6)$$

$$\left(\frac{\partial V_i}{\partial T} + V_i \frac{\partial V_i}{\partial X}\right) = -\frac{\partial \Phi}{\partial X} + \left(\frac{m_e}{m_i}\right) \frac{H_e^2}{2} \frac{\partial}{\partial X} \left(\frac{\partial^2 \sqrt{N_i}/\partial X^2}{\sqrt{N_i}}\right) \quad (3.7)$$

$$\left(\frac{m_e}{m_i}\right) \left(\frac{\partial V_e}{\partial T} + V_e \frac{\partial V_e}{\partial X}\right) = \frac{\partial \Phi}{\partial X} - N_e \frac{\partial N_e}{\partial X} + \frac{H_e^2}{2} \frac{\partial}{\partial X} \left(\frac{\partial^2 \sqrt{N_e}/\partial X^2}{\sqrt{N_e}}\right) \quad (3.8)$$

$$\frac{\partial^2 \Phi}{\partial X^2} = (N_e - N_i) \quad (3.9)$$

Où : $H_e = \frac{\hbar \omega_{pe}}{K_B T_{Fe}}$ est appelé paramètre diffractif , il représente le rapport entre l'énergie plasmon électronique et l'énergie de Fermi électronique.

Il convient de noter que la limite $H_e \rightarrow 0$ ne représente pas l'approximation classique $\hbar \rightarrow 0$, car $H_e \rightarrow 1 \sim \hbar$. La limite $H_e \rightarrow 0$ peut être approchée dans les régimes à haute densité , il indique simplement que les effets de diffraction quantique ne sont pas pris en compte, bien que les effets statistiques quantiques (statistiques de Fermi– Dirac) soient toujours pris en compte dans le choix de l'équation d'état (3.5) .

Comme le rapport $\frac{m_e}{m_i} \ll 1$, les équations (3.6)-(3.9) deviennent

$$\frac{\partial N_i}{\partial T} + \frac{\partial (N_i V_i)}{\partial X} = 0 \quad (3.10)$$

$$\frac{\partial V_i}{\partial T} + V_i \frac{\partial V_i}{\partial X} = -\frac{\partial \Phi}{\partial X} \quad (3.11)$$

$$\frac{\partial^2 \Phi}{\partial X^2} = (N_e - N_i) \quad (3.12)$$

$$\frac{\partial \Phi}{\partial X} - N_e \frac{\partial N_e}{\partial X} + \frac{H_e^2}{2} \frac{\partial}{\partial X} \left(\frac{\partial^2 \sqrt{N_e}/\partial X^2}{\sqrt{N_e}}\right) = 0 \quad (3.13)$$

En intégrant une fois l'équation (3.13) et en imposant les conditions aux limites , l'équation (3.13) devient

$$\Phi = \frac{N_e^2}{2} - \frac{H_e^2}{2\sqrt{N_e}} \frac{\partial^2 \sqrt{N_e}}{\partial X^2} - \frac{1}{2} \quad (3.14)$$

Ainsi, les équations (3.10)-(3.14) fournissent une forme réduite de quatre équations dans lesquelles quatre quantités inconnues sont N_e , N_i , Φ et V_i .

3.3 Etude linéaire et relation de dispersion

Si nous nous intéressons aux ondes de très faibles amplitudes, nous procédons la linéarisation utilisée précédemment et nous aboutissons alors à la relation de

dispersion suivante

$$\omega^2 = \frac{k^2 (1 + H^2 k^2 / 4)}{1 + k^2 (1 + H^2 k^2 / 4)} \quad (3.15)$$

L'équation (3.15) décrit l'analogie quantitatif du modèle classique (relation de dispersion de l'onde acoustique ionique dans un plasma classique à deux espèces) avec l'ajoute d'une nouvelle limite de la vitesse acoustique quantique et d'une limite de correction pour les effets de diffraction quantique d'où le nom du modèle d'ions acoustiques quantiques. Comme dans le cas des ondes acoustiques ioniques dans le plasma classique, ce modèle montre les oscillations des électrons et des ions aux basses fréquences. Cette équation (3.15) décrit donc la contrepartie quantique du mode acoustique ionique classique, la vitesse de Fermi remplaçant la vitesse thermique avec une correction des effets de diffraction quantique.

La **figure 3.1** montre la relation de dispersion de l'onde acoustique ionique quantique obtenue à partir de l'équation (3.15) pour différentes valeurs du paramètre quantique H ($H = 0$, $H = 2$, $H = 4$). Lorsque le nombre d'onde est petit ($k \leq 1$), cela donne $\omega = k$, ou, en réintroduisant les variables physiques originales, une onde se propageant à la vitesse acoustique des ions quantique ($C_S = (2K_B T_{Fe}/m_i)^{1/2}$). Dans le cas opposé ($k \geq 1$), l'équation (3.15) donne des oscillations à la fréquence du plasma ionique ω_{pi} . Egalement, Toutes les valeurs de H partagent pour des petites valeurs de la longueur d'onde k est la même que la ligne droite, mais elle commence à se diviser à mesure que la longueur d'onde augmente. Il est constaté aussi que la valeur asymptotique $\omega \rightarrow \omega_{pi}$ (sur la figure $\omega \rightarrow 1$ car ω ici est une grandeur normalisée) est atteinte plus vite quand le paramètre de diffraction quantique H devient important.

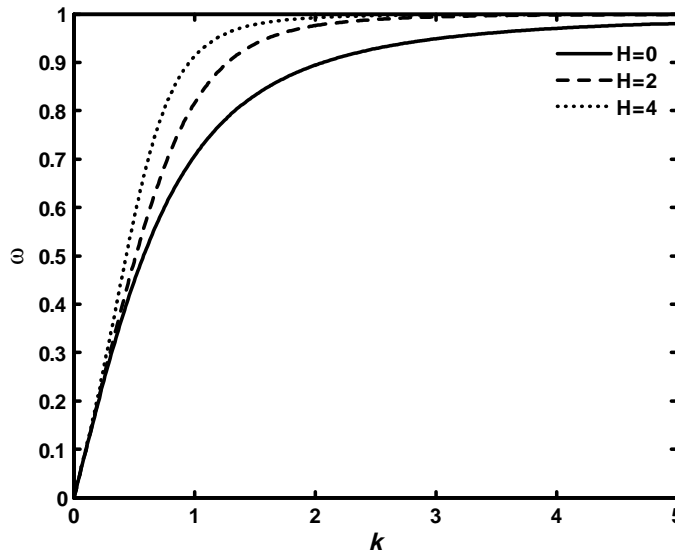


Figure 3.1 : Relation de la dispersion pour les ondes acoustiques ioniques

quantique pour différentes valeurs du paramètre H .

3.4 Etude faiblement non linéaire et équation de Korteweg- de Vries (K-dV)

Pour étudier l'existence des solitons du système à ions acoustique quantiques (3.10)-(3.14) dans le cadre du modèle faiblement non linéaire, en utilisant la méthode de la perturbation réductive pour établir l'équation de type Korteweg-de Vries (K- dV), donc nous introduisons les changements des variables suivants :

$$\xi = \varepsilon^{1/2} (X - T) \text{ et } \tau = \varepsilon^{3/2} T \quad (3.16)$$

Où ε est un paramètre mesurant la faiblesse de l'amplitude.

Dans ce nouveau système de coordonnées (ξ et τ), les équations(3.10)-(3.14) deviennent

$$\Phi = -\frac{1}{2} + \frac{N_e^2}{2} - \frac{H_e^2 \varepsilon}{2\sqrt{N_e}} \frac{\partial^2 \sqrt{N_e}}{\partial \xi^2} \quad (3.17)$$

$$\varepsilon^{3/2} \frac{\partial N_i}{\partial \tau} - \varepsilon^{1/2} \frac{\partial N_i}{\partial \xi} + \varepsilon^{1/2} \frac{\partial (N_i V_i)}{\partial \xi} = 0 \quad (3.18)$$

$$\varepsilon^{3/2} \frac{\partial V_i}{\partial \tau} - \varepsilon^{1/2} \frac{\partial V_i}{\partial \xi} + \varepsilon^{1/2} V_i \frac{\partial V_i}{\partial \xi} = -\varepsilon^{1/2} \frac{\partial \Phi}{\partial \xi} \quad (3.19)$$

$$\varepsilon \frac{\partial^2 \Phi}{\partial \xi^2} = N_e - N_i \quad (3.20)$$

En choisissant un développement en séries de puissances de ε autour de l'état d'équilibre de la forme suivante

$$N_i = 1 + \sum \varepsilon^m N_i^{(m)} \quad (3.21)$$

$$N_e = 1 + \sum \varepsilon^m N_e^{(m)} \quad (3.22)$$

$$V_i = \sum \varepsilon^m V_i^{(m)} \quad (3.23)$$

En insérant ces développements dans le système (3.17)-(3.20), on obtient le système d'équations suivant

$$\Phi = \varepsilon N_e^{(1)} + \varepsilon^2 N_e^{(2)} - \frac{H_e^2}{2} \left(1 - \varepsilon \frac{N_e^{(1)}}{2} \right) \frac{\partial^2}{\partial \xi^2} \left(1 + \varepsilon \frac{N_e^{(1)}}{2} \right) \quad (3.24)$$

$$\varepsilon^{3/2} \left(\frac{\partial V_i^{(1)}}{\partial \xi} - \frac{\partial N_i^{(1)}}{\partial \xi} + V_i^{(1)} \frac{\partial N_i^{(1)}}{\partial \xi} \right) + \varepsilon^{5/2} \left(\frac{\partial N_i^{(1)}}{\partial \tau} + N_i^{(1)} \frac{\partial V_i^{(1)}}{\partial \xi} - \frac{\partial N_i^{(2)}}{\partial \xi} + \frac{\partial V_i^{(2)}}{\partial \xi} \right) = 0 \quad (3.25)$$

$$\varepsilon^{3/2} \left(-\frac{\partial V_i^{(1)}}{\partial \xi} + \frac{\partial N_e^{(1)}}{\partial \xi} \right) + \varepsilon^{5/2} \left(\frac{\partial V_i^{(1)}}{\partial \tau} - \frac{\partial V_i^{(2)}}{\partial \xi} + V_i^{(1)} \frac{\partial V_i^{(1)}}{\partial \xi} + \frac{\partial N_e^{(2)}}{\partial \xi} - \frac{H_e^2}{4} \frac{\partial^3 N_e^{(1)}}{\partial \xi^3} \right) = 0 \quad (3.26)$$

$$\varepsilon^2 \left(\frac{\partial^2 N_e^{(1)}}{\partial \xi^2} - N_e^{(2)} - N_i^{(2)} \right) - \varepsilon \left(N_e^{(1)} + N_i^{(1)} \right) = 0 \quad (3.27)$$

À partir de ces dernières équations et en égalisant les termes de même puissance en ε , au premier ordre en ε , on trouve l'égalité suivante

$$N_e^{(1)} = N_i^{(1)} = V_i^{(1)} = V \quad (3.28)$$

Au second ordre en ε , on obtient

$$\frac{\partial V}{\partial \tau} - \frac{\partial N_i^{(2)}}{\partial \xi} + \frac{\partial V_i^{(2)}}{\partial \xi} + 2V \frac{\partial V}{\partial \xi} = 0 \quad (3.29)$$

$$\frac{\partial V}{\partial \tau} - \frac{\partial V_i^{(2)}}{\partial \xi} + 2V \frac{\partial V}{\partial \xi} + \frac{\partial N_i^{(2)}}{\partial \xi} - \frac{H_e^2}{4} \frac{\partial^3 V}{\partial \xi^3} = 0 \quad (3.30)$$

$$\frac{\partial^2 V^{(1)}}{\partial \xi^2} - N_e^{(2)} - N_i^{(2)} = 0 \quad (3.31)$$

À partir desquelles nous établissons l'équation de type Korteweg – de Vries (KdV) suivante

$$\frac{\partial \Phi}{\partial \tau} + A \Phi \frac{\partial \Phi}{\partial \xi} + B \frac{\partial^3 \Phi}{\partial \xi^3} = 0 \quad (3.32)$$

Avec $\Phi \equiv V$, $A = 2$ et $B = \frac{1}{2} \left(1 - \frac{H_e^2}{4} \right)$ représentent, respectivement, les coefficients non linéaire et dispersif, dont l'équilibre entre ces deux phénomènes (la non linéarité et la dispersion) donne lieu à la formation du soliton. H_e^2 est le terme responsable de la présence des effets quantiques.

Ce type d'équation(3.32) admet des ondes solitaires comme solutions. Utilisant le changement de variable $\eta = \xi - u_0 \tau$ où u_0 la vitesse de l'onde normalisée par C_s , et en imposant les conditions aux limites stationnaire appropriées ($\Phi \rightarrow 0, \frac{\partial \Phi}{\partial \eta} \rightarrow 0$ et $\frac{\partial^2 \Phi}{\partial \eta^2} \rightarrow 0$ lorsque $|\eta| \rightarrow \infty$), la solution est alors donnée comme suit

$$\Phi = \Phi_m \operatorname{sech} h^2 \left(\frac{\eta}{\Delta} \right) \quad (3.33)$$

Avec

$$\Phi_m = \frac{3u_0}{A} = \frac{3}{2}u_0; \quad \Delta = \left(\frac{4B}{u_0}\right)^{1/2} = \sqrt{2\frac{(1-H^2/4)}{u_0}}$$

Φ_m et Δ représentent, respectivement, l'amplitude et la largeur de l'onde solitaire. Notons que Φ_m ne dépend pas de H_e mais elle dépend uniquement de la vitesse normalisée u_0 . Le modèle plasma n'admet que des structures compressives, comme le montre clairement la figure **3.2b**.

Cette figure indique que la largeur du soliton diminue à mesure que le paramètre de diffraction quantique augmente dans le plasma. Cela signifie que les effets quantiques contribuent à minimiser les effets dispersifs de l'onde acoustique ionique, par conséquent apparition d'onde de type coronal.

Afin de montrer comment la largeur du soliton est affectée par les effets quantiques, nous avons tracé, alors, la variation de Δ en fonction de H_e (figure **3.2a**). Cette dernière montre clairement que la largeur diminue à mesure que les effets quantiques deviennent plus forts.

Ces résultats sont confirmés dans les figures **3.2b** et **3.3b** où nous avons tracé le potentiel électrostatique en fonction de la coordonnée spatiale η .

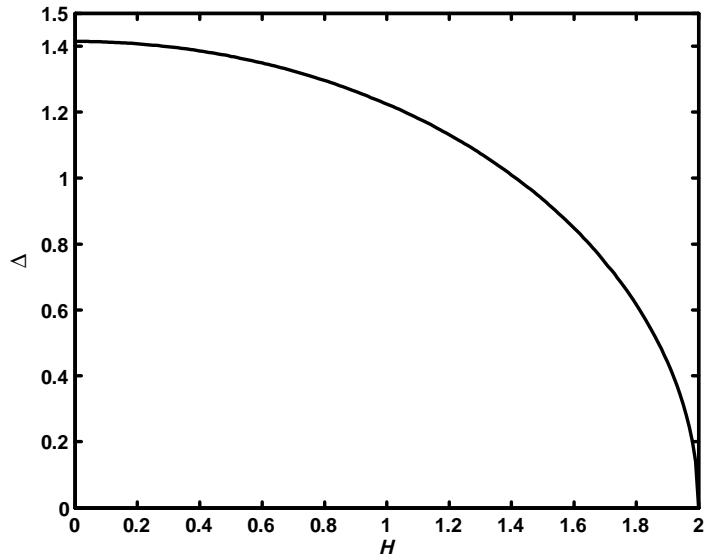


Figure 3.2a : Variation de la largeur de l'onde solitaire Δ en fonction de H_e avec $u_0 = 1$.

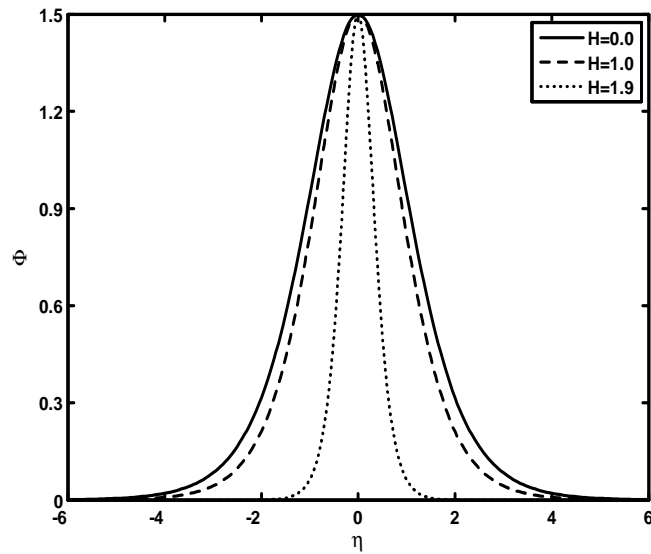


Figure 3.2b : Solution stationnaire et localisée de l'équation (K- dV) pour différentes valeurs de H_e , avec $u_0 = 1$

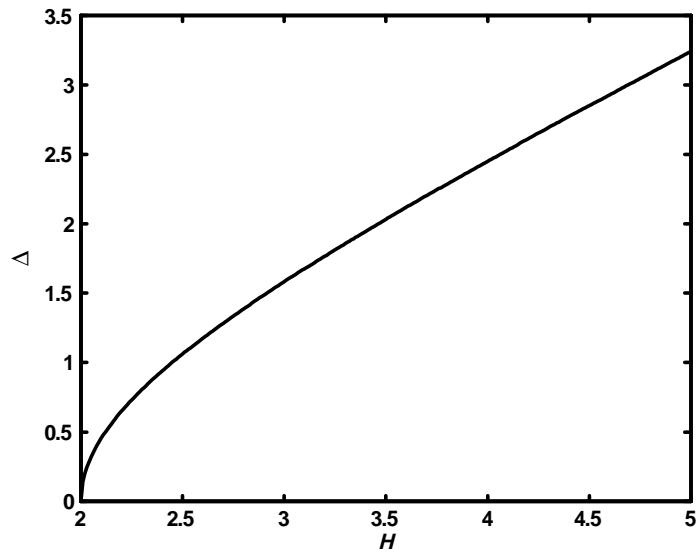


Figure 3.3a :Variation de la largeur de l'onde solitaire Δ en fonction de H_e avec $u_0 = -1$.

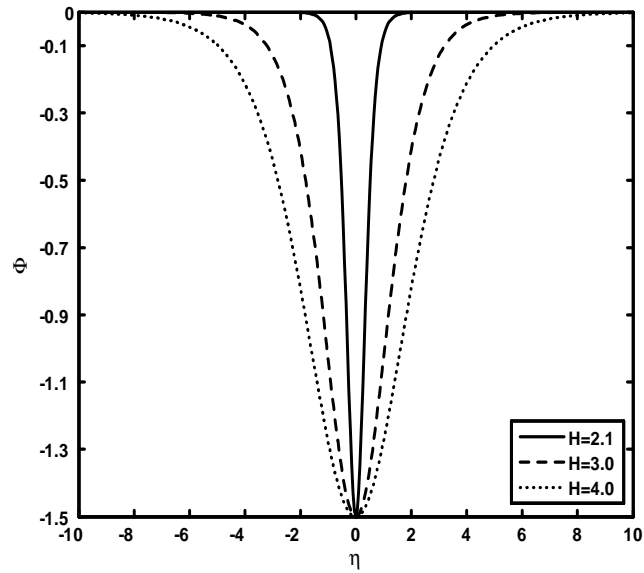


Figure 3.3b : Solution stationnaire et localisée de l'équation (K-dV) pour différentes valeurs de H_e avec $u_0 = -1$

3.5 Etude non linéaire des solitons acoustiques ioniques quantiques " Méthode pseudo-potentiel"

Dans le but d'étudier les propriétés de l'onde acoustique ionique quantique de large amplitude susceptibles de se propager dans un tel modèle de plasma, on introduit la variable self-similaire suivante ,

$$\xi = (X - MT) \quad (3.34)$$

où M est appelé nombre de Mach (vitesse de propagation du soliton / C_s) .

Les dérivées des expressions des opérateurs sont donc données comme suit

$$\frac{\partial}{\partial T} \rightarrow -M \frac{\partial}{\partial \xi} \quad (3.35)$$

$$\frac{\partial}{\partial X} \rightarrow \frac{\partial}{\partial \xi}; \quad \frac{\partial^2}{\partial X^2} \rightarrow \frac{\partial^2}{\partial \xi^2} \quad (3.36)$$

En injectant ces dernières expressions (3.35 et 3.36) dans les équations (3.10)-(3.14), on obtient les équations suivantes

$$\Phi = -\frac{1}{2} + \frac{N_e^2}{2} - \frac{H^2}{2\sqrt{N_e}} \frac{\partial^2 \sqrt{N_e}}{\partial \xi^2} \quad (3.37)$$

$$-M \frac{\partial N_i}{\partial \xi} + \frac{\partial (N_i V_i)}{\partial \xi} = 0 \quad (3.38)$$

$$-M \frac{\partial V_i}{\partial \xi} + V_i \frac{\partial V_i}{\partial \xi} = -\frac{\partial \Phi}{\partial \xi} \quad (3.39)$$

$$\frac{\partial^2 \Phi}{\partial \xi^2} = (N_e - N_i) \quad (3.40)$$

En imposant des conditions aux limites appropriées aux solutions localisées ($\Phi \rightarrow 0$, $V_i \rightarrow 0$, $N_i \rightarrow 1$ quand $\xi \rightarrow \pm\infty$) , nous obtenons à partir des équations (3.38) et (3.39), respectivement, les relations suivantes

$$N_i = \frac{M}{M - V_i} \quad (3.41)$$

et

$$V_i = M \pm (M^2 - 2\Phi)^{1/2} \quad (3.42)$$

En portant (3.42) dans l'équation (3.41), on obtient

$$N_i = \frac{M}{M\sqrt{1 - \frac{2\Phi}{M^2}}} \quad (3.43)$$

Dont on exprime la densité des ions en fonction du potentiel électrostatique.

On pose maintenant $N_e = A^2$, et en utilisant la dernière relation (Eq. 3.43), l'équation de Poisson (3.40) ainsi l'équation (3.37) peuvent s'écrire donc comme suit

$$\frac{\partial^2 A}{\partial \xi^2} = \frac{A}{H^2} (-1 + A^2 - 2\Phi) \quad (3.44)$$

$$\frac{d^2 \Phi}{d\xi^2} = A^2 - \frac{M}{\sqrt{M^2 - 2\Phi}} \quad (3.45)$$

Ces dernières représentent un système de deux équations différentielles ordinaires du second ordre où la densité des électrons et le potentiel électrostatique sont couplés. Une solution exacte ne peut être obtenue, il est donc nécessaire de procéder à une intégration numérique pour résoudre notre problème.

En multipliant chaque membre de l'équation (3.45) par $\frac{d\Phi}{d\xi}$; en intégrant une fois par rapport à Φ et en imposant les conditions aux limites appropriées aux solutions localisées ($\Phi \rightarrow 0, d\Phi/d\xi \rightarrow 0$ quand $\xi \rightarrow \pm\infty$), nous obtenons la quadrature

$$\frac{1}{2} \left(\frac{d\Phi}{d\xi} \right)^2 + V(\Phi) = 0 \quad (3.46)$$

où $V(\Phi)$ est le pseudo- potentiel ou le potentiel de Sagdeev , il est donnée par ;

$$V(\Phi) = - \int_0^\Phi A^2 d\Phi - M (M^2 - 2\Phi)^{1/2} + M^2 \quad (3.47)$$

3.5.1 Analyse du pseudo- potentiel

Afin de déterminer la gamme du nombre de Mach M pour laquelle les solitons acoustiques ioniques peuvent exister et se propager dans notre système (plasma quantique à deux espèces ; ions fluides et électrons quantiques), nous nous proposons de considérer quelques aspects analytiques de l'équation (3.44). Nous supposons l'approximation plasma (la neutralité de la charge électrique mentionnée dans le premier chapitre et Réf [14]), nous obtenons à partir de l'équation (3.45)

$$-2\Phi = \frac{M^2}{A^4} - M^2 \quad (3.48)$$

En portant l'expression (3.48) dans l'équation (3.44)

$$\frac{d^2 A}{d\xi^2} = \frac{A}{H_e^2} \left(-1 + A^4 + \frac{M^2}{A^4} - M^2 \right) \quad (3.49)$$

En multipliant chaque membre de l'équation (3.49) par $\frac{dA}{d\xi}$ et on intègre, on trouve

$$\frac{1}{2} \left(\frac{dA}{d\xi} \right)^2 = \frac{1}{2H_e^2} \left(\frac{A^6}{3} - (1 + M^2)A^2 - \frac{M^2}{A^2} + C^{ste} \right) \quad (3.50)$$

Maintenant, on remplace A par $\sqrt{N_e}$, alors $\frac{dA}{d\xi}$ par $\frac{1}{2\sqrt{N_e}} \frac{dN_e}{d\xi}$ et en imposant les conditions aux limites appropriée aux solution localisées ($N_e \rightarrow 1$, $\frac{dN_e}{d\xi} \rightarrow 0$, $\xi \rightarrow \pm\infty$), nous obtenons la quadrature

$$\frac{1}{2} \left(\frac{dN_e}{d\xi} \right)^2 + W(N_e) = 0 \quad (3.51)$$

où

$$W(N_e) = \frac{2}{H_e^2} \left\{ -\frac{N_e^4}{3} + (1 + M^2)N_e^2 - 2 \left(\frac{1}{3} + M^2 \right) N_e + M^2 \right\} \quad (3.52)$$

est le pseudo- potentiel ou potentiel de Sagdeev.

Nous rappelons qu'une onde solitaire peut se propager dans notre plasma, si le pseudo- potentiel $W(N_e)$ doit satisfaire les conditions d'existence des solutions en onde solitaire. L'analyse de l'équation (3.52) montre que notre type de plasma peut, en effet, admettre des ondes solitaires acoustiques ionique.

Il est aisé de vérifier que $W(N_e)$ et $\left(\frac{dW(N_e)}{dN_e} \right)$ sont nuls en $N_e = 1$. Ensuite, la condition :

$$\left(\frac{d^2 W}{dN_e^2} \right)_{N_e=1} = \frac{4}{H_e} (M^2 - 1) < 0 \quad (3.53)$$

Nous permet d'imposer que les valeurs permises du nombre de Mach M sont celles qui satisfont la relation

$$M < 1 \quad (3.54)$$

Il est évident (d'après Eq. 3.54) que seuls des solitons acoustiques ioniques sub-soniques sont susceptibles de se propager dans notre modèle de plasma.

Intéressons nous maintenant à la nature de ces structures solitaires (compression ou raréfaction). Cette nature peut être mise en évidence en développant le potentiel de Sagdeev $W(N_e)$ à l'ordre trois en séries de Taylor pour $N_e \sim 1$. Les paramètres critiques sont ceux pour lesquels le terme quadratique est nul. A ce

moment là, si le terme cubique est négatif, le puits de potentiel $W(N_e)$ se trouvera du côté de densité négative ($N_e \leq 1$) (et le soliton est de type raréfactif) . Dans le cas inverse, le puits de potentiel $W(N_e)$ se trouvera du côté de densité positives ($N_e \geq 1$) (ce qui permettra l'existence des solitons de compression) . Dans notre cas, le nombre de Mach critique pour lequel le terme quadratique du développement de $W(N_e)$ change de signe, est égal à

$$M_c^2 = \frac{1}{3} \quad (3.55)$$

Le terme cubique est donné par

$$\left(\frac{d^3 W(N_e)}{dN_e^2} \right)_{N_e=1} = -\frac{16}{H_e^2} \quad (3.56)$$

Ce qui indique clairement que le terme cubique est négatif. Nous justifions que seulement des structures de densité électronique basses sont impliquées et donc le puits de potentiel $W(N_e)$ se trouvera du côté des densités ($0 < N_e \leq 1$).

Maintenant, l'équation (3.48) peut alors être réécrite sous la forme suivante

$$2\Phi = M^2 \left(1 - \frac{1}{A^4} \right) \quad (3.57)$$

Comme $A^2 \leq 1$, nous trouvons que

$$\Phi < 0 \quad (3.58)$$

Par conséquent , notre modèle de plasma quantique admet seulement des potentiels solitaires négatifs associées aux ondes acoustiques ioniques quantiques non linéaires.

3.6 Résultats numériques et discussions

Nous allons passer maintenant à la présentation de nos résultats numériques. Le système d'équations précédent (Eqs. 3.44 et 3.45) peut être résolu soit comme un problème aux valeurs limites, soit comme un problème aux valeurs initiales. L'exécution numérique des problèmes aux valeurs limites pose des difficultés exceptionnelles en programmation sans compter que le fait qu'elles sont numériquement chères [28]. Afin de résoudre notre problème, les équations (3.44) et (3.45) sont alors intégrées numériquement en faisant appel à un schéma d'intégration numérique adéquat pour les problèmes hautement non linéaires dits problèmes

raides ou "stiff problems" [28]. Notons que plusieurs livres et articles traitent les problèmes raides ou "stiff problems" [plus de détails voir [46], [47], [48]]. Par souci de simplicité, nous avons choisi de résoudre le système d'équations comme un problème aux valeurs initiales. Le potentiel de Sagdeev est obtenu donc numériquement grâce à la méthode de Runge–Kutta de quatrième ordre [36]. Il est à noter que les schémas d'intégrations numérique pose tant de défis et de difficultés de calcul , à savoir , la méthode utilisée, les conditions initiales, ... etc. Le système de deux d'équations différentielles (3.44) et (3.45) est intégrée donc numériquement pour différentes valeurs du paramètre de diffraction quantique des électrons H_e ainsi que le nombre de Mach M en supposant les valeurs initiales, $N_e(\xi = 0) = A_0(\xi = 0) = 1$, $(\partial A/\partial \xi)_{\xi=0} = -10^{-10}$, $\Phi_0(\xi = 0) = 0$ et le champ électrique $E_0 = (-\partial \Phi/\partial \xi)_{\xi=0} = 0$.

Notons que la signification physique de $(\partial A/\partial \xi)_{\xi=0} = -10^{-10}$ est la limite de gradient de densité qui est petite et presque négligeable qui doit être maintenu différente de zéro afin de commencer l'intégration numérique. Cela rencontre d'une manière ou d'une autre les suppositions initiales quand en traitant des problèmes de valeurs initiales itératifs dépendants du temps. Notons aussi qu'on peut initialiser la simulation en supposant à $\xi = 0$, l'amplitude A et le potentiel électrostatique sont légèrement perturbés de leurs propres équilibres $(\partial A/\partial \xi)_{\xi=0} = (\partial \Phi/\partial \xi)_{\xi=0} = 0$ [28].

La résolution numérique du système précédent nous permet de voir l'évolution du potentiel électrostatique en fonction de la coordonnée spatiale ξ . Dans le but de montrer l'influence du paramètre quantique non dimensionnel H et du nombre de Mach M , nous avons tracé le profil spatiale $\Phi(\xi)$ pour différentes valeurs du paramètre H en gardant la valeur du nombre de Mach M constante et vice versa. Nous allons d'abord considérer le cas classique (plasma contenant des ions fluides et d'électrons maxwelliens) pour discuter ensuite notre cas (plasma quantique). Il a été démontré pour le premier cas (plasma classique) que, dans un tel plasma, les ondes acoustiques ionique solitaires n'existent que pour M compris entre 1 et 1.58 [13]. Egalement, ce type de plasma n'admet que des ondes solitaires de compression ($\Phi > 0$) [13].

Les résultats numériques indiquent la formation des structures spatialement localisées (ondes solitaires) de raréfaction et subsoniques (**Fig. 3.4a** et **Fig. 3.5a**) dont l'existence est confirmée par le profil en forme de puits de potentiel $V(\Phi)$ qui leur est associé (**Fig. 3.4b** et **Fig. 3.5b**). Il convient de noter que les valeurs de différents paramètres ont été choisis de telle manière à ce que les conditions d'existence de structures solitaires (les conditions étudiées dans la section "Analyse du

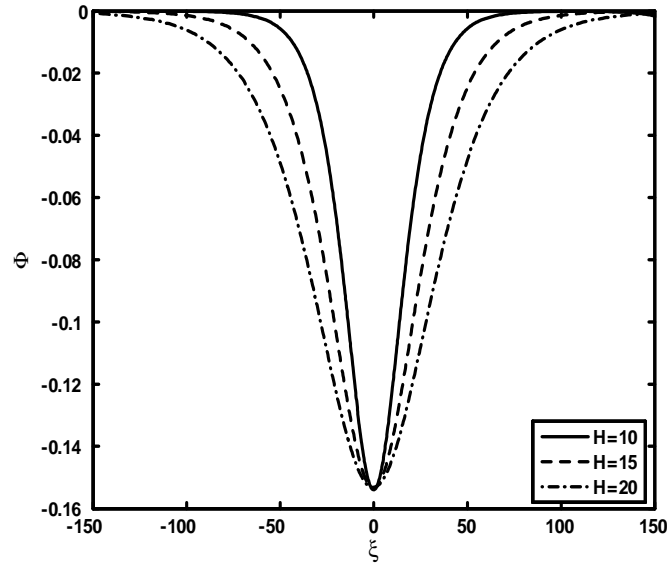
pseudo- potentiel") soient satisfaites.

La figure **3.4a** (ainsi la forme de puits de potentiel $V(\Phi)$ qui lui est associé Fig. **3.4b**) montre que le paramètre quantique H affecte le profil spatial de l'onde acoustique ionique subsonique ($M = 0.9$) où la largeur du soliton augmente à mesure que le paramètre quantique H augmente, tandis que son amplitude reste insensible à ce dernier. Par conséquent, les effets quantiques relativement importantes rend la structure solitaire plus large.

Par ailleurs, en maintenant H constant ($H = 15$) et on étudie l'effet du nombre de Mach M sur le profil de l'onde acoustique ionique quantique. Nos résultats numériques révèlent que le nombre de Mach M affecte de manière significative le profil spatial du soliton ; une augmentation de la valeur de M induit une diminution de la profondeur de la structure solitaire ainsi un élargissement de sa largeur comme le montre le profil du potentiel (**Fig. 3.4a**) et de pseudo- potentiel qui lui est associé (**Fig. 3.5b**).

Enfin, il est important de mentionner que notre investigation numérique montre que notre modèle de plasma admet seulement l'existence des ondes solitaires subsoniques ($M < 1$) de raréfaction ($\Phi < 0$) ce qui est conforme aux conditions d'existence obtenues lorsqu'on a utilisé l'approche de neutralité (approximation plasma) afin d'analyser du pseudo- potentiel, mais avec des valeurs plus élevées du paramètre de diffraction quantique des électrons H .

M09



^{7.pdf}
Figure 3.4a : Potentiel électrostatique solitaire Φ associé à l'onde acoustique ionique quantique pour différentes valeurs du paramètre quantique, avec $M = 0.9$.

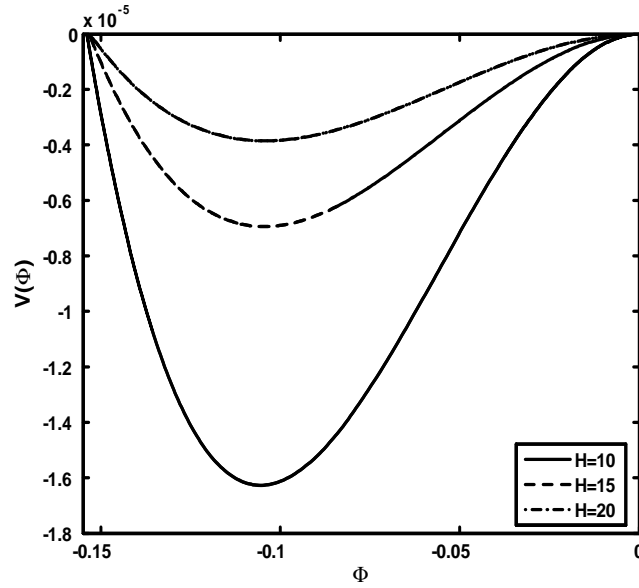


Figure 3.4b : Potentiel de Sagdeev associé au soliton de la figure 3.4b pour différentes valeurs du paramètre H , avec $M = 0.9$.

H15

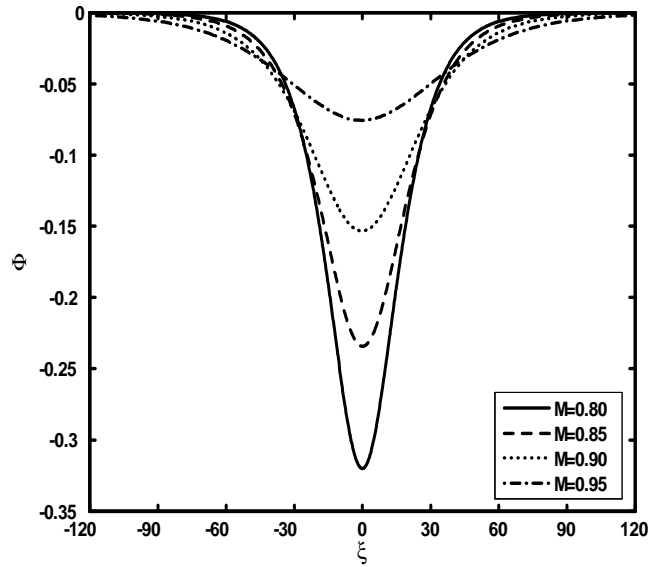


Figure 3.5a : Potentiel électrostatique solitaire Φ associé à l'onde acoustique ionique quantique pour différentes valeurs du nombre de Mach M , avec $H = 15$.

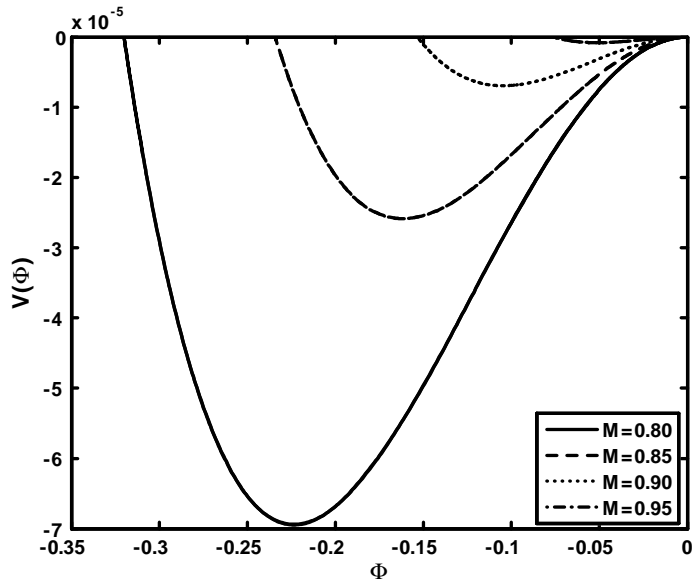


Figure 3.5b : Potentiel de Sagdeev associé au soliton de la figure 3.5a pour différentes valeurs de M , avec $H = 15$.

Conclusion

Pour conclure, notre travail à été consacré à l'étude, à travers des analyses analytiques et numériques, des propriétés linéaires et non linéaires des ondes acoustiques ioniques, dans un plasma classique ensuite dans un plasma quantique à deux composantes , en utilisant le modèle hydrodynamique habituel. Dans ce mémoire , nous nous sommes particulièrement intéressés aux conditions d'existence et de formation des structures solitaires pour les deux types de plasma classique et quantique. Ces structures sont alors étudiées grâce à la méthode bien connue de Sagdeev ou du pseudo- potentiel (amplitude arbitraire) et à la technique de la perturbation réductive de Washimi et Taniuti (faible amplitude).

Le premier chapitre de ce mémoire a été dédié aux quelques définitions, concepts de base et certaines propriétés des plasmas habituels à deux composantes, ainsi que les différentes approches mathématiques employées pour décrire leur dynamique en particulier. Nous sommes passés au cours de ce chapitre, aux plasmas quantiques où nous avons introduit les modèles de Schrödinger- Poisson et Wigner- Poisson utilisés comme approche aux systèmes quantiques. Contrairement aux plasmas classiques, il a été constaté que les échelles quantiques, tel le temps, la vitesse et la longueur sont complètement différentes de celles des plasmas habituels. Egalement, le comportement collectif du plasma dense quantique est affecté par la nouvelle loi de pression de Fermi associé à la fonction de distribution de Fermi- Dirac et à une nouvelle force quantique liée au potentiel de Bohm quantique.

Dans le second chapitre, nous avons abordé le problème des ondes acoustiques ioniques dans un plasma à deux composantes (ions fluides et électrons maxwelliens). En utilisant l'ensemble des équations fluides habituelles (modèle hydrodynamique), la technique de la perturbation réductive nous permet de déduire une équation de type K-dV appropriée à notre modèle plasma. Cette équation qui décrit l'évolution non linéaire de l'onde acoustique ionique de faible amplitude admet des solutions stationnaires localisées dont les propriétés intrinsèques dépendent uniquement de la vitesse de l'onde. La dernière section du deuxième

chapitre a été consacré à l'étude des solitons acoustiques ioniques de large amplitude. L'analyse du potentiel de Sagdeev a révélé la formation et l'existence du ondes solitaire de compression ($\Phi > 0$) supersonique (car $1 < M < 1.58$), et nous a permis de déterminer sous quelles conditions les solitons peuvent exister dans un tel plasma (ions fluides et électrons maxwelliens).

Au cours du dernier chapitre, nous avons, en s'appuyant sur le modèle hydrodynamique quantique(QHD) unidimensionnel qui prend en compte l'effet de la diffraction quantique H_e , étudié l'onde acoustique ionique dans un plasma quantique composé d'ions fluides et d'électrons suivant une distribution de Fermi-Dirac. L'accent était mis sur l'influence du paramètre non dimensionnel quantique H_e sur les propriétés intrinsèques (amplitude, largeur, nature, ...) de l'onde acoustique ionique quantique solitaire ainsi son pouvoir à modifier les domaine d'existence de ce type d'ondes. Nos résultats ont révélé que, dans ce modèle plasma, des structures solitaires peuvent exister où leurs propriétés dépendent du paramètre non dimensionnel quantique H_e . La méthode de la perturbation réductive (amplitude faible) a été utilisée et une équation de type Korteweg-de Vries a été établie où les effets quantiques apparaissent dans le terme de dispersion. Nos résultats ont révélé l'existence du potentiel solitaire de compression (pour $H_e < 2$ et $u_0 > 0$) et de raréfaction (pour $H_e > 2$ et $u_0 < 0$) associé à l'onde acoustique ionique quantique. L'étude en régime arbitraire (large amplitude), nous a montré que seulement les potentiels solitairese de raréfaction ($\Phi < 0$) sont susceptible à se propager dans tel plasma. Notre investigation numérique a motré que les effets quantiques affectent seulement la largeur de l'onde solitaire. Nous avons, par la suite, effectué une analyse du pseudo- potentiel pour étudier la gamme des valeurs permise du nombre de Mach M et nous avons trouvé que seulement des solitons subsonique ($M < 1$) sont possible. Enfin, il est important de rappeler que les résultats numériques sont en accord avec ceux obtenus analytiquement quand on a introduit l'approximation plasma dans l'analyse du pseudo- potentiel associé au plasma quantique à deux espèces.

L'intérêt de nos résultats réside dans la rechercher d'une poursuite permanente à trouver un ajustement acceptable entre les résultats théoriques et expérimentaux. Les perspectives du présent mémoire sont nombreuses. Nous nous proposons, à titre d'exemple, d'étudier notre modèle avec la présence d'un champ magnétique et d'introduire certains phénomènes tel le piègeage, les interactions de longues portées.

Bibliographie

- [1] B. Held, "*Cold plasma Physics*" (Masson, Paris, 1994).
- [2] W. C. Feldman, J. R. Asbridge, S. J. Bame et M. D. Montgomery, *J. Geophys. Res.* **78**, 2017 (1973).
- [3] N. Divine, H. Fetching, T. I. Gombosi *et al.*, *Space Sci. Rev.* **43**, **1** (1986).
- [4] G. Schmidt, "*Physics of High Temperature Plasmas*" (Academic, New York, 1979).
- [5] M. Horanyi et D. A. Mendis, *J. Astrophys.* **294**, 357 (1985).
- [6] D. A. Mendis et M. Rosenberg, *IEEE Trans. Plasma. Sci.* **20**, 929 (1992).
- [7] F. Verheest, *Space. Sci. rev.* **77**, 267(1996).
- [8] J. H. Chu, J. B. Du, et I. Lin, *J. phys.* **D 27**, 296(1994).
- [9] G. S. Selwyn, *Jpn. J. Appl. Phys.* Part 1 **32**, 3068 (1993).
- [10] Y. Hayashi et K. Tachibana, *Jpn. J. Appl. Phys.* Part 2 **33**, L804 (1994).
- [11] G. Chabrier, D. Saumon, A.Y. Potekhin, *J. Phys. A : Math. Gen.* **39** 4411 (2006).
- [12] M. Bonitz, N. Horing, P. Ludwig (eds.), "Introduction to Complex Plasmas", (Springer, Berlin, 2010).
- [13] B. Chouya, "Modèle fluide des ondes acoustiques dans un plasma a deux composantes", Mémoire de Master, Université Akli Mohand Oulhadj de Bouira,(2015).
- [14] F. F. Chen, "Introduction to Plasma Physics and Controlled Fusion", (Springer, New York, 2016).
- [15] N. A. Krall et A. W. Trivelpiece, "Principles of Plasma Physics", (McGraw Hill, New York, 1973).
- [16] R. Taylor, H. Ikezi et D. Baker, *Phys. Rev. Lett.* **25**, 11 (1970).
- [17] R. Z. Sagdeev, *in Reviews of Plasma Physics*, edited by M. A. Leontovich, Vol. **4** , (Consultants Bureau, New York,1966).

- [18] H. Washimi et T. Taniuti, Phys. Rev. Lett. 17, 996 (1966).
- [19] J. L. Delcroix et A. Bers, "Physique des plasmas", volume **1**, (CNRS Editions, Inter Editions, Paris, 1994).
- [20] M. A. Lieberman et A. J. Lichtenberg, "Principles of Plasma Discharges And Materials Processing" ,(Second Edition, U.S.A , 2005).
- [21] A. Berkane, "Modélisation de mécanismes se produisant dans un plasma de dépôt", thèse de doctorat Université Frères Mentouri Constantine, (2015).
- [22] M. Peyrard et Thierry Dauxois , "Physique des solitons", (EDP Sciences, CNRS Editions , Paris, 2004).
- [23] J. M. Rax, "Physique des Plasmas : Cours et applications", (Dunod, Paris, 2005).
- [24] T. Boyd et J. Sanderson, "The Physics of Plasmas", (Cambridge University Press , 2003).
- [25] P. K. Shukla, Phys. Plasmas 1, **1**, 1362 (1994).
- [26] D. J. Kortweg et G. D. Vries, Phil , Mag. 39, 422 (1895).
- [27] C. S. Gardner et G. M. Morikawa, Comm. Pure Appl. Math , 18, 35 (1965).
- [28] S. Ghebache , "Modes électrostatiques dans les plasmas quantiques", Mémoire de Magister , USTHB ,(2009).
- [29] S. Mola, G. Manfredi et M. R. Feix, J. Plasma Phys. 50, 145 (1993).
- [30] N. C. Kluskdahl, A. M. Krizan, D. K. Ferry et C. Ringhofer, Phys. Rev. B 39, 7720 (1989).
- [31] R. Redmer, Phys. Rep. 282, 35 (1997).
- [32] A. Luque, H. Schamel et R. Fedele, Phys. Lett. A 324, 185 (2004).
- [33] L. G. Garcia, F. Haas, L. P. L. de Oliveira et J. Goedert, Phys. Plasmas **12**, 012302 (2005).
- [34] G. Manfredi, F. Haas, Phys. Rev. B 64, 075316 (2001).
- [35] M. Schlanges, D. Kremp et W. D. Kraeft, "Quantum Statistics of Nonideal Plasmas", (Springer-Verlag, Berlin Heidelberg, 2005).
- [36] F. Haas, " Quantum Plasmas : An Hydrodynamic Approach ", (Springer New York Dordrecht Heidelberg London, 2011).
- [37] J. Goedert, F. Haas, L. G. Garcia et J. Manfredi, "Quantum ion-acoustic waves", (Vol. **10**, n ° 10, octobre 2003).
- [38] Jérôme Beugnon, " Physique Statistique Quantique ", (2016).

- [39] C. Ngo et H. Ngo, " Introduction à la Physique statistique ", (Dunod, Paris, 2007).
- [40] F. Haas, G. Manfred et M. Feix, " Multistream model for quantum plasmas ", (Phys.Rev volume **62**, number 2, France , AUGUST 2000).
- [41] R. Amour, M. Bacha, K. Aoutou et M. Tribeche, " Dynamique non linéaire des plasmas", (Faculté de Physique, USTHB, 2016).
- [42] M. Tribeche, S. Ghebache, K. Aoutou et T. H. Zerguini, Phys. Plasmas **15**, 033702 (2008).
- [43] F. Haas, L.G. Garcia, J. Goedert et J. Manfredi, Phys. Plasmas **10**, 3858 (2003).
- [44] K. Ourabah et M. Tribeche, Phys. Rev. E **88**, 045101 (2013).
- [45] S. Singh et T. Honzawa, Phys. Fluids B **5**, 2093 (1993).
- [46] L. F. Shampine et W. Gear, SIAM Rev **21**, **1** (1979).
- [47] R. E. Bank, W. C. Coughran, Jr., W. Fichtner, E. Grosse, D. Rose et R. Smith, IEEE Trans. CAD **4**, 436 (1985).
- [48] E. Hairer, G. Wanner, "Solving ordinary differential equations II, stiff and differential algebraic problems" (Springer- Verlag, 1991).

Résumé

Le travail présenté dans ce mémoire consiste à analyser, au moyen des approches analytiques et numériques, les ondes acoustiques ioniques linéaires et non linéaires qui peuvent se propager dans un plasma sans collisions à deux composantes. L'approche hydrodynamique a été adoptée. Dans une première étape, nous avons dérivé les relations de dispersion qui décrivent la propagation de ces ondes linéaires. Par la suite, nous nous sommes intéressés à l'analyse du comportement non linéaire des ondes acoustiques ioniques solitaires de faibles et de larges amplitudes dans tel plasma. Les résultats obtenus ont révélé que dans un tel plasma, des structures localisées supersoniques et de nature compressive peuvent exister. Par la suite, nous procédons les mêmes analyses sur l'onde acoustique ionique qui peut se propager dans un plasma quantique à deux espèces en se basant, cette fois-ci sur le modèle hydrodynamique quantique (QHD) adéquat à un plasma quantique. Nos résultats ont montré la prédiction et l'existence des structures solitaires localisées de nature raréactive où les effets quantiques affectent de manière significative les propriétés de l'onde ainsi que la gamme de son existence.

Enfin, nous allons récapituler les principales conclusions de notre investigation.

Abstract

Work presented in this memory consists to analysis, by means of the analytic and numeric approaches, the linear and nonlinear ionic acoustic waves that can propagate themselves in plasma without collisions to two components. The streamlined approach has been adopted. In a first stage, we derived the relations of scattering that describe the propagation of these linear waves. Thereafter, we were interested in the analysis of the nonlinear behavior of the lone ionic acoustic waves of weak and of large amplitudes in such plasma. The gotten results revealed that in such plasma, of the structures localized supersonic and of repressive nature can exist. Thereafter, we precede the same analyses on the ionic acoustic wave that can propagate itself in quantum plasma to two species while taking as a basis, this time - here on the quantum streamlined model (QHD) adequate to quantum plasma. Our results showed the prediction and the existence of the lone structures localized of nature raréactive where the quantum effects affect meaningful manner the properties of the wave as well as the range of his/her/its existence.

Finally, we are going to sum up the main findings of our investigating.

ملخص

الموجات الصوتية الأيونية الخطية وغير الخطية التي يمكن أن تنتشر في بلازما دون تصادم مع مكونين. وقد م اعتماد النهج الهيدروديناميكي. استخلصنا علاقات التشتت التي تصف انتشار هذه الموجات الخطية في وقت لاحق، كنا مهتمين بتحليل السلوك غير الخطي للموجات الصوتية الأيونية الانفرادية ذات السعات المنخفضة والكبيرة في مثل هذه البلازما. مثل هذا البلازما قد توجد هياكل أسرع من الصوت ذات طبيعة ضاغطة. بعد ذلك، نجري نفس التحليلات على الموجة الصوتية الأيونية التي يمكن أن تنتشر في بلازما كوانتية ثنائية النوع وهذه المرة على النموذج الهيدروديناميكي الكمي المناسب للبلازما الكمية. أظهرت نتائجنا التنبؤ بوجود هياكل بني انفرادية موضعية ذات طبيعة نادرة حيث تؤثر التأثيرات الكمية بشكل كبير على خصائص الموجة وكذلك على مدى وجودها لتحقيقنا. أخيرًا، سوف نلخص النتائج الرئيسية.