

INFLUENCE DE LA VARIATION DU NOMBRE DE MANNING SUR LE PROFIL DE LA LIGNE D'EAU DANS UNE CONTRACTION A SURFACE LIBRE

A. Berreksi¹, A. Kettab², B. Remini³, S. Benmamar⁴ et M. Belhocine⁵

*¹ Enseignant Chercheur à l'Université de Bejaia
Laboratoire de Recherches en Sciences de l'Eau "LRS-EAU" (E. N. P. d'Alger)*

*² Professeur à l'E.N. Polytechnique d'Alger (Algérie)
Directeur du laboratoire de Recherches en Sciences de l'Eau "LRS-EAU" (E. N. P. d'Alger)*

*³ Professeur à l'Université de Blida
Laboratoire de Recherches LARHYSS, Université de Biskra*

*⁴ Maître de Conférences à l'E. N. Polytechnique d'Alger
Laboratoire de Recherches en Sciences de l'Eau "LRS-EAU" (E. N. P. d'Alger)*

*⁵ Enseignant Chercheur à l'Université de Bejaia
Laboratoire de Recherches "Hydraulique Appliquée et Environnement" (Université de Bejaia)*

Ali_berreksi@yahoo.fr, Kettab@yahoo.fr, Reminib@yahoo.fr, Banmamar@yahoo.fr, Belho.med57@yahoo.fr

RESUME

Les contractions de canaux à surface libre sont souvent utilisées dans pas mal d'applications hydrauliques et principalement dans les coursiers d'évacuateurs de crue de surface. L'écoulement de l'eau dans de telles structures hydrauliques est très complexe, il engendre des ondes et des perturbations assez désagréables surtout lorsque le régime est supercritique, qui est caractérisé par des vitesses d'écoulement très importantes. Les équations du mouvement régissant ce type d'écoulement sont celles de Saint Venant en régime non permanent et à caractère bidimensionnel, qui n'ont malheureusement pas de solutions analytiques. La résolution du système d'équations se fera alors par l'utilisation du schéma numérique aux différences finies de MacCormack. L'objectif de la présente étude est de déterminer dans un premier lieu, l'allure de la surface d'eau dans une telle structure, et dans un second lieu, d'analyser l'influence de la variation du nombre de Manning sur la forme de cette ligne d'eau dans la contraction en question. Plusieurs valeurs du coefficient de rugosité de Manning seront prises en compte dans l'étude.

Mots clés

Contraction de canal ; Saint Venant ; Supercritique ; Non permanent ; Bidimensionnel ; Différences finies ; MacCormack ; Manning.

ABSTRACT

The open channel contractions are often used in many hydraulic applications and mainly in the spillways chutes. The flow of water in such hydraulic structures is very complex, it generates rather unpleasant waves and disturbances especially when the flow is supercritical, which is characterized by high velocity flow. The equations of motion governing this flow are the unsteady two dimensional Saint Venant equations which do not have unfortunately analytical solutions. The resolution of the system of equations will be done then by the use of the MacCormack finite differences scheme. The objective of this study is to determine in a first step, the profile of the water surface in such a structure, and in a second step, to analyze the influence of the variation of the Manning number on the form of this water surface in the contraction studied in the present case. Several values of the roughness coefficient of Manning will be taken into account in the study.

Keywords

Channel contraction ; Saint Venant ; Supercritical ; Unsteady ; Two dimensional ; Finite differences ; MacCormack ; Manning.

1. Introduction

L'étude des écoulements à ciel ouvert est assez compliquée car la présence d'une surface libre engendre souvent des variations des sections liquides le long de la longueur du courant. A cette complexité s'ajoute le caractère non permanent, bidimensionnel et supercritique de l'écoulement lui-même, qui peut traversé entre autre une structure rétrécie appelée contraction, dont l'utilisation se trouve principalement dans les coursiers d'évacuateurs de crues à surface libre.

En effet, tout changement de section ou de direction d'un canal considéré entraîne une surface d'écoulement irrégulière et ondulée. Les irrégularités ainsi générées sont négligeables pour des écoulements fluviaux, mais deviennent très importantes pour des écoulements torrentiels ou supercritiques (*Ippen et Dawson, 1951 ; Hager, 1992*). Ces irrégularités sont caractérisées par des ondes transversales qui sont fréquemment présentes dans des canaux non prismatiques pour des écoulements en régime supercritique (*Sturm, 1985 ; Hager et Bretz, 1987*), notamment les rétrécissements rectilignes de canaux.

L'écoulement étudié dans le présent travail est gouverné par les équations bidimensionnelles en régime non permanent, données par Saint Venant.

A cause de la nature très complexe des équations du mouvement, qui n'ont malheureusement pas de solutions algébriques, l'utilisation d'une méthode numérique de résolution est plus que nécessaire. Pour cela, il a été opté pour la méthode des différences finies moyennant le schéma explicite de MacCormack.

Le but principal de cette analyse est dans une première étape, de calculer la forme de la ligne d'eau dans une contraction rectiligne de canal, et dans une seconde étape, d'étudier l'influence de la variation du nombre de Manning sur l'allure de la surface libre dans la dite structure hydraulique.

2. Mise en équations

Les équations du mouvement régissant les écoulements en régime non permanent à deux dimensions spatiales dans des canaux découverts, traités dans la présente étude, ne sont autres qu'une généralisation des équations classiques de Jean Claude Barré de Saint Venant. Ces équations sont cependant obtenues à partir de l'intégration suivant la profondeur des équations tridimensionnelles de Navier Stokes en utilisant évidemment certaines hypothèses simplificatrices (*Yen, 1973 ; Zienkiewicz et Taylor, 2000 ; Wu, 2008*). Les équations de base écrites sous une forme conservative (*Bhallamudi et Chaudhry, 1992 ; Molls et Zhao, 2000 ; Berreksi et Kettab, 2002 ; Rao, 2004 ; Berreksi et al., 2008 ; Berreksi et al., 2010*) sont comme suit :

$$\frac{\partial h}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}(u h) + \frac{\partial}{\partial y}(v h) = 0 \quad (1)$$

$$\frac{\partial}{\partial t}(u h) + \frac{\partial}{\partial x}\left(u^2 h + g \frac{h^2}{2}\right) + \frac{\partial}{\partial y}(u v h) = g h (S_{ox} - S_{fx}) \quad (2)$$

$$\frac{\partial}{\partial t}(v h) + \frac{\partial}{\partial x}(u v h) + \frac{\partial}{\partial y}\left(v^2 h + g \frac{h^2}{2}\right) = g h (S_{oy} - S_{fy}) \quad (3)$$

Où, S_{ox} et S_{oy} sont respectivement les pentes du fond du canal selon les directions x et y , tandis que S_{fx} et S_{fy} représentent les pentes de frottement selon les mêmes directions. Par ailleurs, les quantités h , u , v et g désignent respectivement la profondeur de l'écoulement, la vitesse longitudinale suivant la direction x , la vitesse transversale suivant la direction y et l'accélération de la pesanteur. En outre, nous pouvons écrire les relations suivantes :

$$S_{ox} = \sin \alpha_x \quad (4)$$

$$S_{oy} = \sin \alpha_y \quad (5)$$

Où, α_x et α_y sont les angles d'inclinaison du fond du canal selon les directions x et y respectivement.

Les pentes de frottement S_{fx} et S_{fy} , déduites de la formule de Manning, s'expriment dans l'ordre par :

$$S_{fx} = \frac{n^2 u \sqrt{u^2 + v^2}}{h} \left(\frac{b+h}{bh} \right)^{1/3} \quad (6)$$

$$S_{fy} = \frac{n^2 v \sqrt{u^2 + v^2}}{h} \left(\frac{b+h}{bh} \right)^{1/3} \quad (7)$$

Dans les relations (6) et (7), n et b désignent le coefficient de rugosité de Manning et la largeur du canal.

3. Résolution des équations du mouvement

Les écoulements non permanents à surface libre sont régis par un système d'équations aux dérivées partielles du type hyperbolique non linéaire qui a rarement une solution théorique ; par conséquent et dans de tels cas, une solution numérique s'impose d'elle-même. De ce fait, et afin de résoudre les équations du mouvement, on a opté pour l'utilisation d'un schéma aux différences finies explicite du type "Prédicteur-Correcteur", précis à l'ordre deux, en espace et en temps, en l'occurrence le schéma de MacCormack (*MacCormack, 1971 ; Garcia et Kahawita, 1986 ; Fennema et Chaudhry, 1990 ; Bhallamudi et Chaudhry, 1992 ; Berreksi et al., 2008 ; Berreksi et al., 2009*). Ce schéma est composé d'une étape de Prédiction, d'une étape de Correction et d'une étape de Solution au nouveau pas de temps ($k+1$) dans laquelle on utilise les valeurs calculées dans les deux premières étapes. Par ailleurs, les schémas aux différences finies explicites sont très instables, ce qui nous a conduit à utiliser la condition de stabilité (CFL) de Courant-Friedrichs-Lewy (*Fennema et Chaudhry, 1986 ; Bhallamudi et Chaudhry, 1992 ; Nujic, 1995 ; Rahman et Chaudhry, 1997*).

4. Application

Contraction rectiligne symétrique

Dans cette première partie, On se propose d'analyser un écoulement supercritique à travers une contraction rectiligne symétrique de canal à ciel ouvert et à section transversale rectangulaire (Figure (1)). Ce cas a été étudié expérimentalement par *Coles et Shintaku (Ippen et Dawson, 1951 ; Bhallamudi et Chaudhry, 1992 ; Berreksi et al., 2008)* et numériquement par *Bhallamudi et Chaudhry, 1992*.

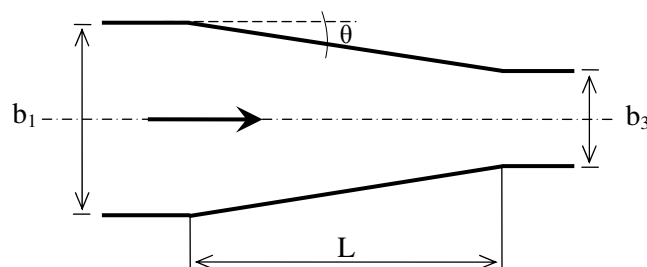


Figure (1) : Contraction rectiligne symétrique

Les principales données du problème sont :

- La largeur à l'amont de la contraction est : $b_1 = 0.61$ m.
- La largeur à l'aval de la contraction est : $b_3 = 0.305$ m.
- La longueur de la transition est : $L = 1.45$ m.
- L'angle de déviation de la paroi est : $\theta \approx 6^\circ$ (plus exactement $\theta = 6.0038^\circ$).

- Les conditions aux limites sont : $h_0 = 0.0305$ m, $u_0 = 2.188$ m/s et $v_0 = 0$ m/s.
- Le canal est horizontal.
- Le nombre de Manning est pris égal à zéro.

Les profils des lignes d'eau au niveau de l'axe de symétrie et le long de la paroi latérale sont donnés dans les figures (2) et (3) respectivement.

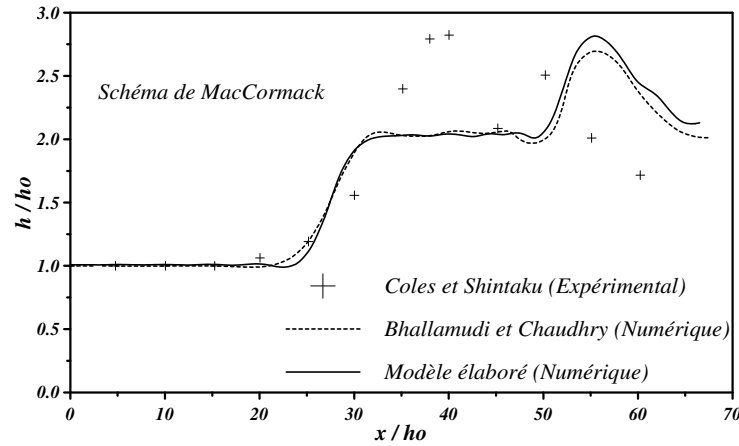


Figure (2) : Ligne d'eau le long de l'axe de symétrie dans une contraction rectiligne symétrique

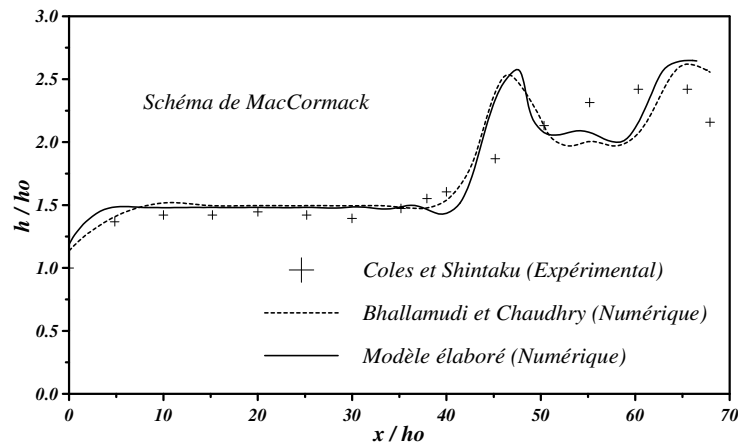


Figure (3) : Ligne d'eau le long de la paroi latérale solide dans une contraction rectiligne symétrique

Au regard de ces deux figures, on peut remarquer d'une part, que les résultats que nous avons obtenus en utilisant une discrétisation avec le schéma aux différences finies explicite de MacCormack, concordent bien avec les résultats numériques obtenus par *Bhallamudi et Chaudhry (1992)* en utilisant le même schéma. D'autre part, en comparant nos résultats avec les mesures expérimentales faites par *Coles et Shintaku (Ippen et Dawson, 1951 ; Bhallamudi et Chaudhry, 1992 ; Berreksi et al., 2008)*, on constate qu'ils sont assez bons au niveau de la paroi latérale de la transition, et relativement moins bons au niveau de l'axe médian, où il y a un décalage entre le pic de la ligne d'eau calculé et le pic observé expérimentalement. Cette différence est due essentiellement à la violation d'une répartition hydrostatique des pressions.

Variation du coefficient de rugosité de Manning

Dans cette seconde partie, on étudiera l'influence de la variation du coefficient de rugosité de Manning sur l'écoulement dans la contraction rectiligne en question. On prendra les nombres de Manning suivants : $n = 0.011$ (ciment lisse : bon état), $n = 0.013$ (ciment lisse : mauvais état) et $n = 0.014$ (canaux revêtus de béton : bon état) et $n = 0.016$ (canaux revêtus de béton :

assez bon état). Les résultats obtenus seront comparés avec la ligne d'eau correspondant à une valeur du nombre de Manning nulle, calculée dans la première partie.

Les figures (4) et (5) ci-après donnent les profils de la surface libre au niveau de l'axe médian et de la paroi pour les différentes valeurs du nombre de Manning prises en considération.

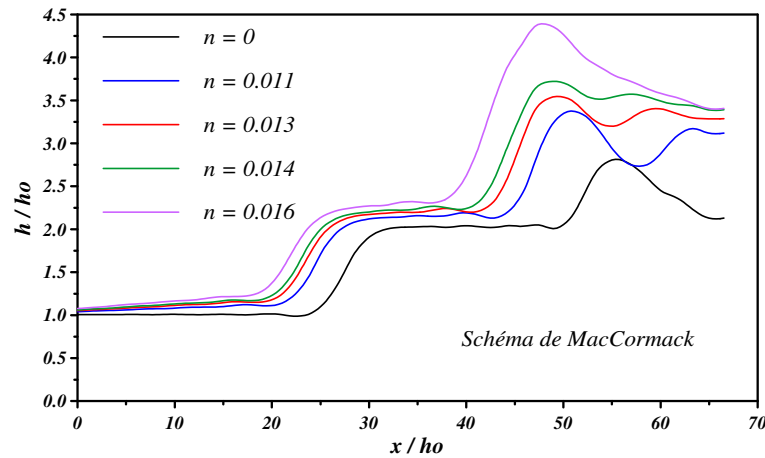


Figure (4) : Effet de la variation du nombre de Manning sur la surface d'eau dans une contraction rectiligne (Axe de symétrie)

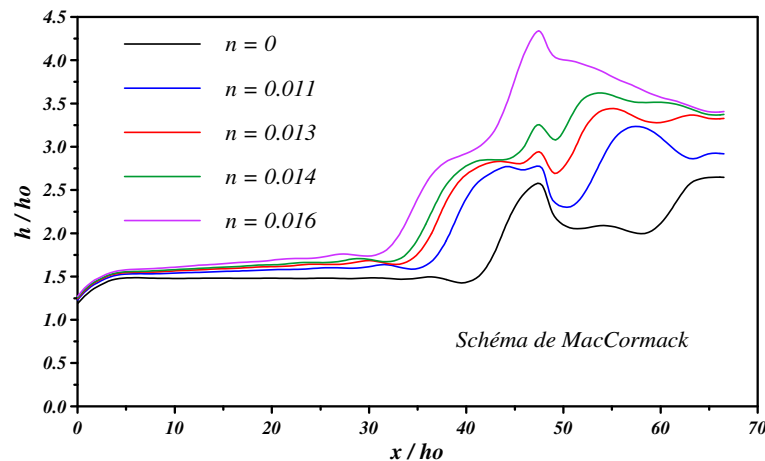


Figure (5) : Effet de la variation du nombre de Manning sur la surface d'eau dans une contraction rectiligne (Paroi latérale)

A travers ces figures, on remarque que toutes les lignes d'eau calculées pour les valeurs du nombre de Manning de 0.011, 0.013, 0.014 et 0.016, ont deux surélévations apparentes, que ce soit au niveau de l'axe ou au niveau de la paroi, à l'instar de celles de références, déterminées avec une valeur de Manning nulle. Tous les profils sont d'une part, plus élevés que celui de référence, et d'autre part, ils présentent un avancement par rapport au profil de base ($n = 0$) le long de l'axe et du mur. L'élévation de la ligne d'eau est d'autant plus importante que la valeur du coefficient de rugosité de Manning augmente.

On dira alors, que le profil de la surface libre change d'allure pour chaque variation du nombre de Manning. Plus on augmente la valeur de ce coefficient, plus la ligne d'eau enregistre une élévation plus importante par rapport au cas pris comme référence ($n = 0$), et plus cette ligne se décale vers l'amont. Il y a aussi naissance de perturbations dans le canal aval rectangulaire.

5. Conclusion

On a présenté une analyse sur les écoulements supercritiques traversant des canaux à ciel ouvert non prismatiques. Ce type d'écoulement est très complexe, du moment qu'il engendre toujours des surfaces libres irrégulières et ondulées, entraînant la naissance d'ondes transversales souvent assez dangereuses dans ce type de canaux.

Un modèle mathématique qui permet la simulation de ce phénomène a été donné. Il est constitué du système d'équations aux dérivées partielles non linéaires du type hyperbolique de Saint Venant, qui a rarement une solution algébrique.

La résolution de ces équations a été faite en employant un schéma aux différences finies du type "Prédicteur-Correcteur", précis à l'ordre deux, en espace et en temps, à savoir, le schéma explicite de MacCormack.

Le calcul de la ligne d'eau dans une contraction rectiligne symétrique donne des résultats satisfaisants avec le schéma numérique de MacCormack, le long de la paroi latérale, et de moins bons résultats le long de l'axe médian de la dite structure hydraulique, où l'hypothèse d'une distribution hydrostatique des pressions n'est plus valide (présence d'ondes transversales).

La variation du nombre de Manning influe sur l'allure de la surface libre dans la contraction étudiée, que ce soit au niveau de l'axe ou au niveau de la paroi. Plus on augmente le coefficient de rugosité de Manning, plus la ligne d'eau présente des hauteurs plus importantes par rapport à celle de référence correspondant à un nombre de Manning nul.

Bibliographie

- Ippen, A., T., and Dawson, J., H.**, "Design of channels contractions. Symposium on High-Velocity Flow in Open Channels", *Trans. Amer. Soc. Civ. Engrs.*, Vol. 116, pp. 326-346, 1951.
- MacCormack, R. W.**, "Numerical solution of the interaction of a shock wave with laminar boundary layer", *Lecture Notes in Physics, Springer-Verlag*, Vol. 8, 1971.
- Yen, B. C.**, "Open-channel flow equations revisited", *Jour. of the Engrg. Mech. Div., ASCE*, Vol. 99, No. EM5, pp. 979-1009, October 1973.
- Sturm, T. W.**, "Simplified design of contractions in supercritical flow", *Jour. of Hydr. Engrg., ASCE*, Vol. 111, No. 5, pp. 871-875, 1985.
- Garcia, R., and Kahawita, R. A.**, "Numerical solution of the Saint Venant equations with the MacCormack finite-difference scheme", *Inter. Jour. for Num. Meth. in Fluids*, Vol. 6, pp. 259-274, 1986.
- Fennema, R. J. and Chaudhry, M. H.**, "Explicit numerical schemes for unsteady free-surface flows with shocks", *Water Resources Research*, Vol. 22, No. 13, pp. 1923-1930, 1986.
- Hager, W. H., and Bretz, N. V.**, "Discussion to : Simplified design of contractions in supercritical flow", *Jour. of Hydr. Engrg., ASCE*, Vol. 113, No. 3, pp. 422-425, 1987.
- Fennema, R. J., and Chaudhry, M. H.**, "Explicit methods for 2-D transient free-surface flows", *Jour. of Hydr. Engrg., ASCE*, Vol. 116, No. 8, pp. 1013-1034, 1990.
- Bhallamudi, S. M., and Chaudhry, M. H.**, "Computation of flows in open channel transitions", *Jour. of Hydr. Research*, Vol. 30, No. 1, pp. 77-93, 1992.
- Hager, W. H.**, "Spillways, shockwaves and air entrainment", Review and Recommendation, *Commission Internationale des Grands Barrages, CIGB*, Bulletin 81, Paris, 1992.
- Nujic, M.**, "Efficient implementation of non-oscillatory schemes for the computation of free-surface flows", *Journal of Hydraulic Research*, Vol. 33, No. 1, pp. 101-111, 1995.
- Rahman, M. and Chaudhry, M. H.**, "Computation of flow in open-channel transitions", *Jour. of Hydr. Research*, Vol. 35, No. 2, pp. 243-255, 1997.
- Molls, T. and Zhao, G.**, "Depth-averaged simulation of supercritical flow in channel with wavy sidewall", *Journal of Hydraulic Engineering, ASCE*, Vol. 126, No. 6, pp. 437-445, June 2000.

Zienkiewicz, O. C. and Taylor, R. L., "The finite element method, Volume 3: Fluid dynamics", *Fifth Edition, Butterworth-Heinemann Edition*, 334 pages, 2000.

Berreksi, A. et Kettab, A., "Simulation numérique des écoulements non permanents à surface libre -Etude d'un rétrécissement rectiligne symétrique-", *Colloque International sur l'Eau dans le Bassin Méditerranéen, Watmed 2002*, Monastir, Tunisie, pp. 718-722, 10-13 Octobre, 2002.

Rao, P., "A parallel hydrodynamic model for shallow water equations", *Applied Mathematics and Computation*, Vol. 150, pp. 291-301, 2004.

Berreksi, A., Kettab, A., Remini, B., Benmamar, S. et Ikni, T., "Ecoulement supercritique à travers une contraction symétrique de canal -Etude paramétrique-". *Algerian Journal of Technologie, AJOT*, Ecole Nationale Polytechnique d'Alger, pp.61-69, Mars 2008. ISSN : 1111-357X

Wu, W., "Computational river dynamics", *Taylor & Francis Group Edition*, London, 494 pages, 2008.

Berreksi, A., Kettab, A., Remini, B. and Benmamar, S., "Computation of two-dimensional unsteady supercritical flows in open channel contraction of spillway chutes", *Dam Engineering, International Papers of Technical Excellence, Water Power and Dam Construction*, Vol. XIX, Issue 3, pp. 149-168, December 2008.

Berreksi, A., Kettab, A. and Remini, B., "Numerical simulation of two dimensional torrential flows through progressive channel expansion", *European Journal of Scientific Research*, Vol. 26, No. 1, pp. 98-107, January 2009.

Berreksi, A., Kettab, A., Remini, B., Benmamar, S. et Ikni, T., "Calcul des écoulements bidimensionnels torrentiels dans des élargissements de canaux à ciel ouvert -Etude paramétrique-". Cinquième Conférence Internationale sur : Les Ressources en Eau dans le Bassin Méditerranéen, Watmed 5, Université de Lille 1, Lille, France, 26-28 Mai, 2010.