

# SIMULATION DE L'ÉCOULEMENT D'EAU PLUVIALE SUR UN CANAL A GEOMETRIE COMPLEXE TYPE MARCHES D'ESCALIERS

S. Benmamar & K. Kherbache & M. Gafsi & A. Kettab

Ecole Nationale Polytechnique - Laboratoire de Recherche des Sciences de l'eau

Département d'hydraulique, 10 Avenue Hassen badi, 16000 Alger- Algérie

Email : [Benmamar@yahoo.fr](mailto:Benmamar@yahoo.fr), [kherbache\\_khadidja@yahoo.fr](mailto:kherbache_khadidja@yahoo.fr)

## Résumé

L'objectif de ce travail est la conception d'un outil permettant de simuler les écoulements à surface libre dans les canaux d'évacuations des eaux pluviales à géométrie complexe type marches d'escaliers.

En partant des équations fondamentales de la mécanique des fluides : équation de continuité et de la conservation de la quantité de mouvement, en tenant compte de certaines hypothèses simplificatrices et en ayant recours à un modèle de turbulence à deux équations de transport « modèle k- $\epsilon$  », un modèle mathématique régissant l'écoulement extrêmement turbulent a été établi. Un outil de simulation numérique de l'écoulement extrêmement turbulent a été élaboré en utilisant la méthode des volumes finis. Le modèle mathématique a été discrétisé en utilisant le schéma totalement implicite pour la discrétisation temporelle et le schéma de la loi de puissance pour la discrétisation spatiale et résolu à l'aide de l'algorithme Simple. L'outil élaboré a été appliqué sur un canal à profil complexe type marches d'escaliers, et permet ainsi de déterminer les différents variables de l'écoulement dans ce type de canaux.

Mots clés : canal – Marches d'escalier – modèle k- $\epsilon$  - réseaux d'assainissement- eau pluviale.

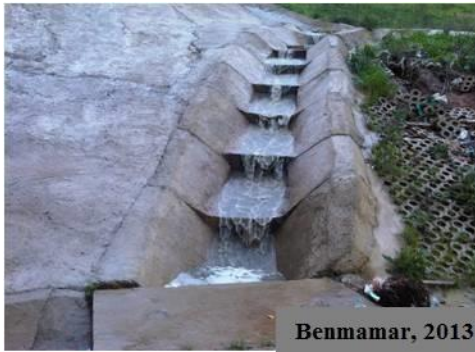
## 1. Introduction

L'urbanisation croissante et l'imperméabilisation des sols qui en découle, sont un facteur aggravant du risque d'inondation en milieu urbain, notamment par ruissellement pluvial.

De ce fait, les réseaux pluviaux font face à un excédent d'eau qui dépasse leur capacité d'absorption. En effet, le dimensionnement des réseaux d'assainissement a traditionnellement été calculé pour absorber des pluies de période de retour de dix ans environ. Cependant, cent ans après les premières réalisations du réseau d'assainissement, ces calculs n'ont plus beaucoup de valeur et le comportement hydraulique du système dans son ensemble n'est pas connu pour pouvoir qualifier sa réponse à des pluies exceptionnelles.

A la différence des dispositifs classiques d'évacuation des eaux pluviales à profils lisses, les canaux en marches d'escaliers sont constitués d'une série de marches disposées le long du canal (Photo 1). Ils sont destinés à faire déverser des débits d'eau importants par-dessus les structures tout en contribuant à dissiper une quantité considérable de l'énergie de l'écoulement permettant ainsi de réduire d'autant les dimensions et les coûts des ouvrages de dissipation [Benmamar, 2006].

Nous montrons dans ce papier de quelle manière la géométrie du domaine d'écoulement peut influencer ce dernier.



Benmamar, 2013



Benmamar, 2013

Photos 01 : Canal à géométrie complexe d'eau pluviale.

## 2. Écoulements dans un canal à géométrie complexe type marches d'escalier

Considérons l'écoulement dans un canal en marches d'escaliers, à l'amont, une couche limite turbulente se développe le long du coursier, et atteint la surface libre au point appelé point d'inception, marquant le début de la zone d'écoulement aéré. En aval de ce point, l'accroissement de la quantité d'air entraînée est graduel et continu, on obtient un régime d'écoulement graduellement varié aéré et le régime d'écoulement uniforme aéré [Chanson, 1992 ; Chanson, 1993; Benmamar, 2006 et Kherbache, 2008].

## 3. Modèle mathématique de l'écoulement à l'aval du point d'inception

Pour la modélisation mathématique de l'écoulement à l'aval du point d'inception, nous avons considéré que (Benmamar, 2006 et Kherbache, 2008):

- L'écoulement est bidimensionnel, turbulent et aéré,
- La masse volumique considérée est celle du mélange air-eau,
- La distribution de la pression est hydrostatique,
- Les forces rotationnelles de Coriolis et centrifuge sont négligeables devant la force de gravité pour ne tenir compte que des forces gravitationnelles.

Les équations régissant l'écoulement sont alors [Chanson, 1992 ; Benmamar, 2006 et Kherbache, 2008] :

### a. Equation de continuité et équations de quantité de mouvement

Les équations régissant l'écoulement turbulent basées sur les équations fondamentales de la mécanique des fluides sont [Schiestel, 1998; Benmamar, 2006 et Kherbache, 2008] :

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial \rho U_i}{\partial x_i} = 0 \quad (1)$$

$$\frac{\partial \rho U_i}{\partial t} + U_j \frac{\partial \rho U_i}{\partial x_j} = \rho F_i - \frac{\partial P}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ (\mu + \mu_t) \frac{\partial U_i}{\partial x_j} \right] + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ \mu_t \frac{\partial U_j}{\partial x_i} \right] - \frac{2}{3} \frac{\partial}{\partial x_j} (\delta_{ij} \rho k) \quad (2)$$

$$\frac{\partial \rho k}{\partial t} + U_j \frac{\partial \rho k}{\partial x_j} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left( \frac{\mu_t}{\sigma_k} \frac{\partial k}{\partial x_j} \right) + \mu_t \left[ \left( \frac{\partial U_i}{\partial x_j} + \frac{\partial U_j}{\partial x_i} \right) \frac{\partial U_i}{\partial x_j} \right] - \rho \varepsilon \quad (3)$$

$$\frac{\partial \rho \varepsilon}{\partial t} + U_j \frac{\partial \rho \varepsilon}{\partial x_j} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left( \frac{\mu_t}{\sigma_\varepsilon} \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_j} \right) + C_{\varepsilon_1} C_{\mu} \rho k \left[ \left( \frac{\partial U_i}{\partial x_j} + \frac{\partial U_j}{\partial x_i} \right) \frac{\partial U_i}{\partial x_j} \right] - C_{\varepsilon_2} \rho \frac{\varepsilon^2}{k}$$

avec :  $i, j = 1, 2$  et  $\mu_t = \rho C_{\mu} \frac{k^2}{\varepsilon}$ ,  $\delta_{ij}$  : Symbole de Kronecker :  $\delta_{ij} = 1$  si  $i = j$  et  $\delta_{ij} = 0$  si  $i \neq j$

### b. Equation de conservation de la masse pour l'air

L'équation de conservation de la masse, pour la phase d'entraînement d'air dans l'écoulement, s'écrit [Chanson, 1992 ; Chanson, 1993; Benmamar, 2006 et Kherbache, 2008] :

$$\frac{dC_{\text{moy}}}{dx} = (1 - C_{\text{moy}})^2 (C_n - C_{\text{moy}}) \frac{U_r \cos \alpha}{q} \quad (5)$$

avec,  $U_r$  : Vitesse limite d'ascension des bulles d'air prise égale à 0,4 cm/s,  $C_n$  : concentration moyenne en air pour l'écoulement uniforme donnée par l'expression suivante:

$$C_n = 0,9 \sin \alpha \quad \text{si} \quad \alpha < 50^\circ$$

$$C_n = 1,44 \sin \alpha - 0,08 \quad \text{si} \quad 6^\circ < \alpha < 34^\circ \quad \text{et} \quad 0,1 < k_s < 0,35 \quad \text{où, } k_s : \text{Rugosité uniforme du canal, } k_s = h \cos \alpha$$

### c. Equation de la profondeur d'eau pure

L'équation de la profondeur d'eau basée sur le principe de la conservation de l'énergie est exprimée par la relation suivante [Chanson, 1992 ; Chanson, 1993; Benmamar, 2006 et Kherbache, 2008]:

$$\frac{d}{dx} d = \frac{\sin \alpha d^3 - f \left( \frac{q^2}{8g} \right) \left( \frac{f_e}{f} \right)}{\cos \alpha d^3 - 1,05 \left( \frac{q^2}{g} \right)} \quad (6)$$

avec,  $f$  : Coefficient de frottement de l'écoulement non aéré et  $f_e$ , coefficient de frottement de l'écoulement aéré donnée par l'expression suivante :  $\left( \frac{f_e}{f} \right) = \frac{1}{(1 - 3,2 \sqrt{f} \log_{10}(1 - C_{\text{moy}}))^2}$

### d. Coordonnées du point d'inception

Les coordonnées du point d'inception sur le canal en marches d'escaliers sont données par les formules de Chanson [Chanson, 1992]:

$$\frac{l_1}{k_s} = 9,72 (F_r)^{0,71} (\sin \alpha)^{0,08} \quad (7) \quad \frac{d_1}{k_s} = \frac{0,42}{(\sin \alpha)^{0,04}} F_r^{0,59} \quad (8) \quad \text{où, } F_r = \frac{q}{\sqrt{g \sin \alpha (h \cos \alpha)^3}} \quad (9)$$

où,  $L_i$  : représente la distance séparant le point de début de l'ascension de la couche limite du point d'inception,  $d_i$  : représente la hauteur d'eau au point d'inception avec,  $F_r$  : Nombre de Froude;  $h$  : Hauteur de la marche;  $\alpha$  : Pente du canal et  $k_s$  : Rugosité uniforme du canal.

#### 4. Modélisation numérique de l'écoulement extrêmement turbulent

Le modèle numérique régissant l'écoulement extrêmement turbulent a été établi en utilisant la méthode des volumes finis. Le système d'équations (1) ÷ (6) a été discrétisé en adoptant le schéma totalement implicite pour la discrétisation temporelle et le schéma de la loi de puissance pour la discrétisation spatiale. Les systèmes d'équations algébriques qui résultent de cette discrétisation sont résolus en utilisant l'algorithme de Thomas. L'adéquation entre les champs de pression et de vitesse est assurée par l'algorithme SIMPLE [Patankar, 1980 ; Kherbache, 2008] :

Le système d'équations algébrique est exprimé par les relations suivantes :

$$(\rho_M - \rho_M^0) \frac{\Delta y \Delta x}{\Delta t} + (\rho U)_e \Delta y - (\rho U)_o \Delta y + (\rho V)_n \Delta x - (\rho V)_s \Delta x = 0 \quad (10)$$

$$a_M^\varphi \varphi_M = a_E^\varphi \varphi_E + a_O^\varphi \varphi_O + a_N^\varphi \varphi_N + a_S^\varphi \varphi_S + b^\varphi \quad (11)$$

$$C_{\text{moy}}(i) = C_{\text{moy}}(i-1) + \Delta x \left[ (1 - C_{\text{moy}}(i-1))^2 (C_n - C_{\text{moy}}(i-1)) \frac{U_r \cos \alpha}{q} \right] \quad (12)$$

$$d(i) = d(i-1) + \Delta x \frac{(d(i-1))^3 \sin \alpha - f \left( \frac{q^2}{8g} \right) \left( \frac{f_e}{f} \right)(i)}{(d(i-1))^3 \cos \alpha - 1,05 \left( \frac{q^2}{g} \right)} \quad (13)$$

La variable  $\varphi$  peuvent être égale à :  $U, V, k$  ou  $\varepsilon$ .

#### 5. Essais numériques et analyse des résultats

Des essais numériques ont été effectués sur un canal en marches d'escaliers. Ce canal est caractérisé par [Benmamar, 2006 et Kherbache, 2008] : La longueur totale du coursier est de 20 m ; La hauteur de la marche est :  $h = 0,1\text{m}$ ; Le coefficient de Strickler est  $K_s = 50$  ; Le profil du déversoir est du type Greager, caractérisé par un coefficient de débit  $C_d = 0,52$  ; la pente du canal varie entre  $30^\circ, 40^\circ$  et  $50^\circ$ .

Dans le tableau 1, sont donnés les résultats concernant les coordonnées du point d'inception pour  $q = 0,5\text{m}^2/\text{s}$ ,  $q = 1,0\text{m}^2/\text{s}$  et pour différentes pentes.

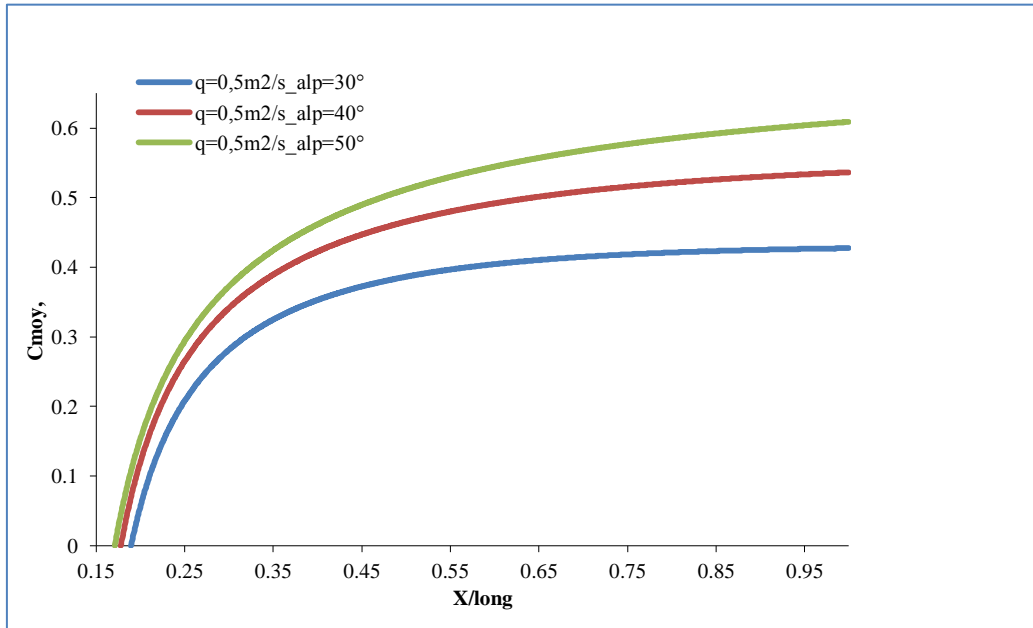
**Tableau 1** : Localisation du point d'inception

	$q = 0,5\text{m}^2/\text{s}$			$q = 1,0\text{m}^2/\text{s}$		
	$\alpha = 30^\circ$	$\alpha = 40^\circ$	$\alpha = 50^\circ$	$\alpha = 30^\circ$	$\alpha = 40^\circ$	$\alpha = 50^\circ$
$L_i$ (m)	3,787	3,557	3,420	6,196	5,818	5,594
$D_i$ (m)	0,133	0,121	0,112	0,202	0,184	0,170

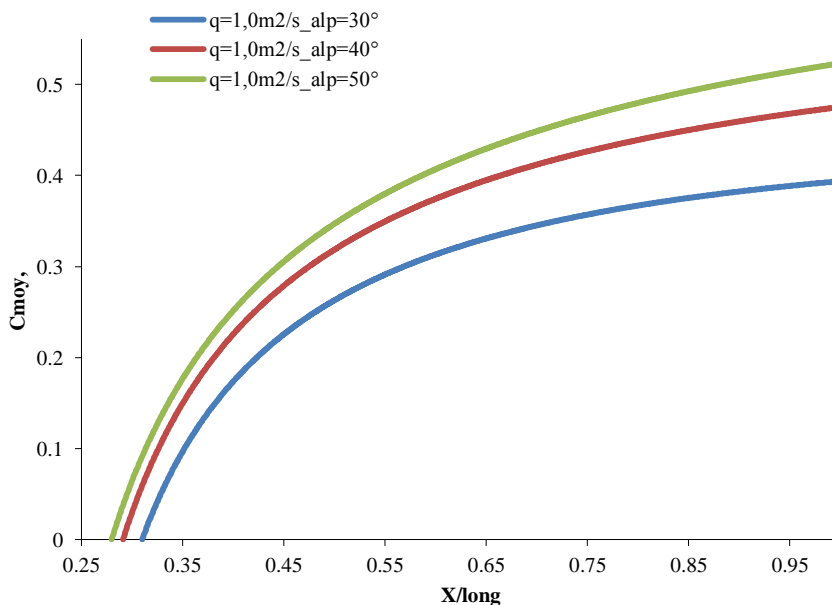
Il en ressort que :

- Le point d'inception s'approche de la crête du déversoir avec l'augmentation des pentes.
- Le point d'inception s'éloigne de la crête du déversoir avec l'augmentation des débits.

Dans les figures 2 et 3, est donnée la variation de la concentration en air moyenne dans un canal à forte pente pour deux débits  $q = 0,5\text{m}^2/\text{s}$ ,  $q = 1,0\text{m}^2/\text{s}$  et pour différents pentes.



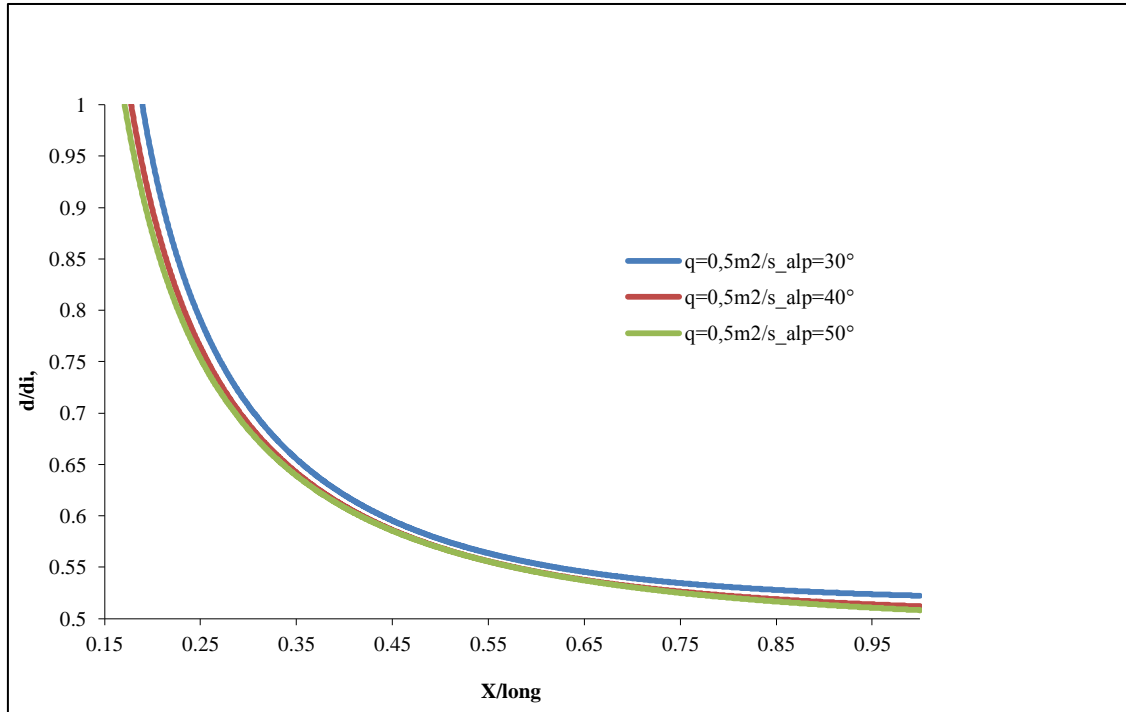
**Figure 2 :** Profils de la concentration moyenne en air sur un canal en marches d'escaliers pour  $\alpha=30^\circ$ ,  $\alpha=40^\circ$ ,  $\alpha=50^\circ$  et  $q = 0,5 \text{ m}^2/\text{s}$ .



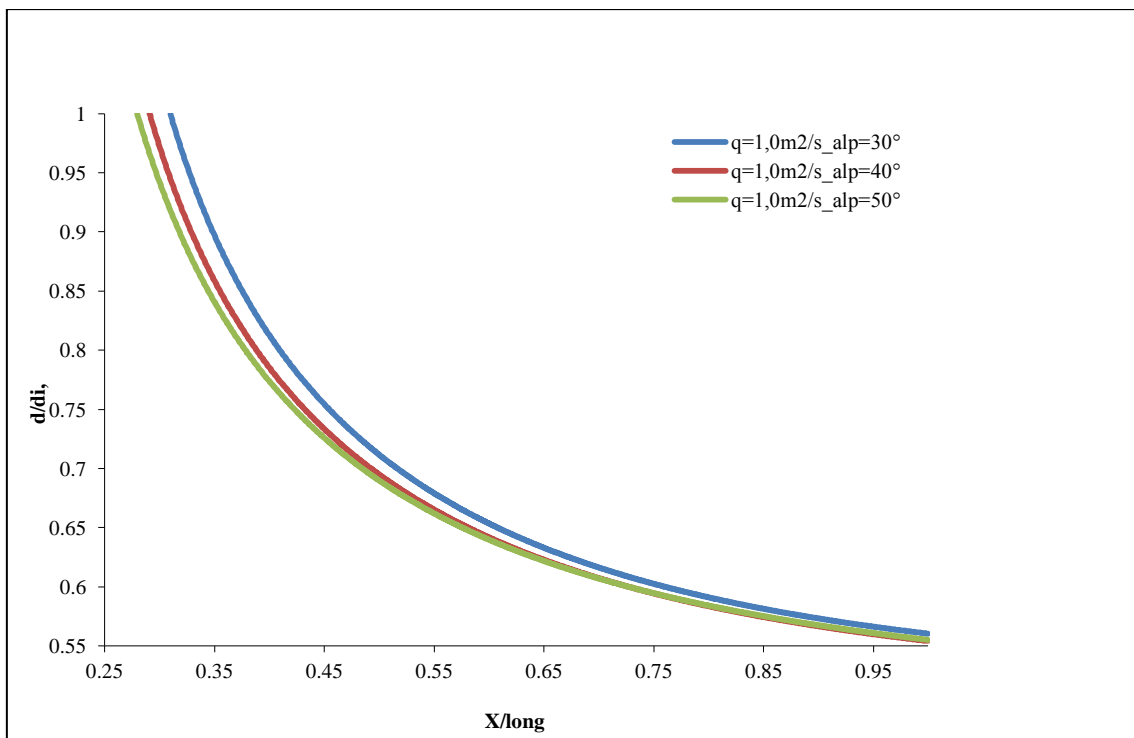
**Figure 3 :** Profils de la concentration moyenne en air sur un canal en marches d'escaliers pour  $\alpha = 30^\circ$ ,  $\alpha = 40^\circ$ ,  $\alpha = 50^\circ$  et  $q = 1,0 \text{ m}^2/\text{s}$ .

Il en ressort de ces deux figures (2 et 3) que la concentration en air augmente avec la pente du canal et elle diminue avec l'augmentation du débit.

Sur les figures 4 et 5, est représentée la variation de la hauteur d'eau pure dans un canal à forte pente pour  $q = 0,5\text{m}^2/\text{s}$ ,  $q = 1,0\text{m}^2/\text{s}$  et pour différentes pentes.



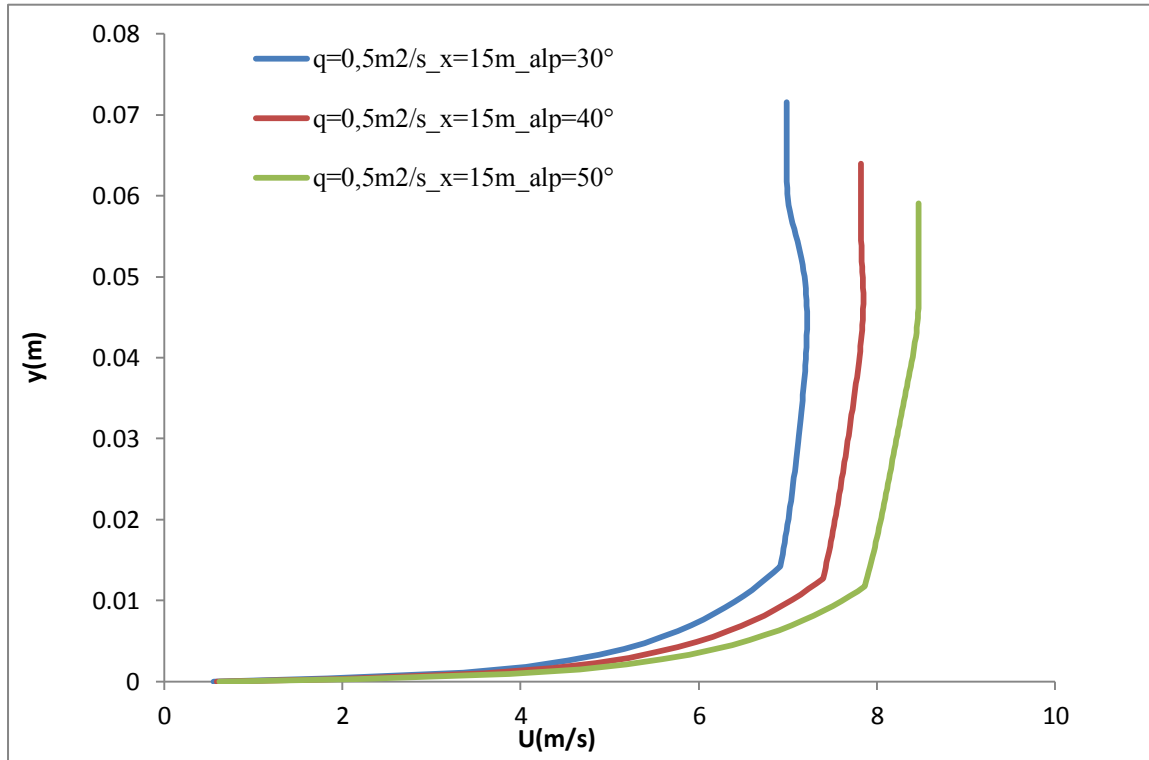
**Figure 4 :** Variation de la ligne d'eau sur un canal en marches d'escaliers pour  $\alpha = 30^\circ$ ,  $\alpha = 40^\circ$ ,  $\alpha = 50^\circ$  et  $q = 0,5\text{ m}^2/\text{s}$ .



**Figure 5 :** Variation de la ligne d'eau sur un canal en marches d'escaliers pour  $\alpha=30^\circ$ ,  $\alpha = 40^\circ$ ,  $\alpha = 50^\circ$  et  $q = 1,0\text{ m}^2/\text{s}$ .

D'après les deux figures (4) et (5), on remarque que pour les deux débits  $q=0,5\text{m}^2/\text{s}$  et  $q=1,0\text{m}^2/\text{s}$  la profondeur d'écoulement diminue avec l'augmentation de la pente.

Nous avons tracé sur la figure (6) le profil de vitesse sur un canal en marches d'escaliers pour  $\alpha=30^\circ$ ,  $\alpha = 40^\circ$ ,  $\alpha = 50^\circ$ ,  $q = 0,5 \text{ m}^2/\text{s}$  et à  $x=15\text{m}$ .



**Figure 6 :** Profil de vitesse pour sur un canal en marches d'escaliers pour  $\alpha=30^\circ$ ,  $\alpha = 40^\circ$ ,  $\alpha = 50^\circ$ ,  $q = 0,5 \text{ m}^2/\text{s}$  à  $x=15\text{m}$ .

Cette figure montre que la valeur de la vitesse augmente avec l'augmentation de la pente.

## 6. Conclusion

A travers cette étude, nous avons vu l'effet important de la pente du canal et de la variation du débit sur le phénomène d'entraînement d'air.

On constate que le point de début de l'aération naturelle de l'écoulement « point d'inception » s'approche de la crête du déversoir avec l'augmentation des pentes, ce qui provoque une accélération du phénomène d'entraînement d'air.

Le point d'inception s'éloigne de la crête du déversoir avec l'augmentation des débits, ce qui provoque le retard de l'apparition de l'eau blanche.

On conclut que l'augmentation de la pente permet de ralentir ou de prévenir les dommages dus à l'érosion par cavitation.

## REFERENCES ET CITATIONS

- 
- [1] Benmamar, S., 2006. « Etude des écoulements dans les conduits à motifs périodique- Application aux évacuateurs de crues ». Thèse de Doctorat d'état, Ecole Nationale Polytechnique d'Alger, 198 pages.
- [2] Chanson, H., 1992. «*Entraînement d'air dans les écoulements à surface libre, application aux évacuateurs de crues de barrages* ». Revue Internationale de l'eau : La Houille Blanche N°4, pp. 277-285.
- [3] Chanson H., 1993. « *Flow resistance in high velocity supercritical flow* ». Australian Civil Engineering Transactions. I.E.Aust., Volume CE35, N°2, June, pp. 141-149 (ISSN 0819-0259).
- [4] Chanson H., 1994. «Hydraulic Design of Stepped Cascades, Channels, Weirs and Spillways». Pergamon, Oxford, UK, Jan. 292 pages.
- [5] Kherbache, K., (2008) « Elaboration d'un code de calcul régissant les écoulements sur les coursiers d'évacuateurs de crues ». Mémoire de magister en hydraulique, Ecole Nationale Polytechnique d'Alger, Algérie, 138pages.
- [6] Patankar, S.V., (1980). «Numerical heat transfer and fluid flow». Publishing Corporation, 196 pages.
- [7] Schiestel, R., (1998). «Les écoulements turbulents: Modélisation et simulation». Edition Hermès, Paris, France, 504 pages.
- [8] Wood I. R., (1983). «Uniform region of self-aerated flow». Journal of Hydraulic Engineering, ASCE, volume 109, N°3, pp. 447-461.