

ÉCOULEMENT SUPERCRITIQUE A TRAVERS UNE CONTRACTION SYMETRIQUE DE CANAL SUPERCRITICAL FLOW THROU A SYMETRICAL CHANNEL CONTRACTION -PARAMETRICAL STUDY-

A. BERREKSI^{1,2} & A. KETTAB², B. REMINI³, S. BENMAMAR² & T. IKNI⁴

¹Université de Bejaia - ²Laboratoire de Recherches en Sciences de l'Eau "LRS-EAU" (E. N. Polytechnique d'Alger) - ³Université de Blida - ⁴ Université de M'Sila (Algérie)

Ali_Berreksi@yahoo.fr, Kettab@yahoo.fr, Reminib@yahoo.fr, Benmamar@yahoo.fr, Ikni_Tahar@yahoo.fr

Résumé

Les écoulements supercritiques dans une contraction de canal à ciel ouvert sont gouvernés par les équations bidimensionnelles des écoulements non permanents, données par Saint Venant. Ces équations sont résolues numériquement par le schéma aux différences finies explicite de MacCormack. Les profils de la ligne d'eau au niveau de l'axe de symétrie et de la paroi de la contraction sont déterminés dans une première étape. Dans une seconde étape, une analyse sur l'effet de la variation du nombre de Froude et du nombre de Manning sur l'écoulement sera présentée.

Mots clés : Contraction de canal - Supercritique - Saint Venant - Simulation numérique - Schéma Explicite - MacCormack.

Abstract

The supercritical flows throw open channel contractions were governed by the two dimensional unsteady Saint Venant equations. The equations of motion are solved numerically by the MacCormack explicit finite difference scheme. The surface water profiles along the symmetrical axes and along the solid side wall of the contraction are calculated in the first case. In the second time, the study of the effect of the variation of the Froude and the Manning numbers are presented.

Key words : Channel contraction - Supercritical - Saint Venant - Numerical simulation - Explicit scheme - MacCormack.

1. Introduction

L'étude des écoulements de l'eau représente un axe de recherche assez vaste et assez complexe ; en particulier, si ces écoulements sont à ciel ouvert, car la présence d'une surface libre engendre souvent des variations des sections liquides le long de la longueur du courant, et ceci même dans le cas d'obstacles insignifiants. Cette complexité est d'autant plus importante si les écoulements à ciel ouvert sont bidimensionnels non permanents et supercritiques et traversant des structures hydrauliques convergentes -Contraction de canal- appelées souvent transitions du fait qu'elles sont utilisées sur de courtes distances seulement.

Ces structures, qui sont très utilisées dans le domaine de l'hydraulique, notamment dans les coursiers d'évacuateurs de crues, sont le siège d'apparition des ondes transversales engendrant une grande perturbation de l'écoulement dans la contraction dû au passage d'un écoulement supercritique.

Dans le but de simuler ce type d'écoulements, le modèle mathématique représenté par les équations d'un écoulement bidimensionnel non permanent à surface libre donné par Barré de Saint Venant a été utilisé.

Vu la nature des équations du mouvement, qui sont du type hyperbolique non linéaire, une solution théorique est vraiment impossible, par conséquent une solution numérique s'impose. La résolution de ce système d'équations est alors faite moyennant un schéma aux différences finies explicite du type "prédicteur-correcteur" de second ordre, à savoir le schéma de MacCormack.

Le modèle numérique ainsi élaboré a été utilisé pour analyser un écoulement supercritique dans une contraction rectiligne symétrique.

Dans une première étape, on déterminera les profils des lignes d'eau le long de l'axe de symétrie et le long de la paroi latérale de la transition.

Dans une seconde étape, on passera à une étude paramétrique, dans laquelle on analysera l'influence de la variation du nombre de Froude et du nombre de Manning sur l'allure de la surface libre dans la contraction en question.

2. Ecoulement dans une contraction

Tout changement de section ou de direction d'un canal considéré entraîne une surface d'écoulement irrégulière et ondulée. Les irrégularités ainsi générées sont négligeables pour des écoulements fluviaux, mais deviennent très importantes pour des écoulements torrentiels ou supercritiques (Engelund and Munch-Peterson, 1953 ; Hager, 1992). Ces irrégularités sont caractérisées par des ondes transversales qui sont fréquemment présentes dans des canaux non prismatiques pour des écoulements en régime supercritique (Sturm, 1985 ; Heggen, 1988).

De ce fait, on peut dire que la conception des rétrécissements de canaux dans un écoulement supercritique engendre plusieurs complications contrairement à un cas subcritique. En effet, des ondes transversales obliques prennent naissance et peuvent se propager loin à l'aval nécessitant ainsi des hauteurs considérables des parois du canal ; à moins que la transition soit conçue de manière à minimiser ce phénomène, qui peut entraîner beaucoup d'air et un bassin d'amortissement situé à l'extrémité du coursier peut aussi souffrir d'un écoulement entrant dissymétrique (Ippen and Dawson, 1951 ; Berreksi et Kettab, 2002).

L'amélioration des conditions de l'écoulement dans une contraction rectiligne symétrique, afin d'éviter l'apparition des perturbations à l'aval dépend principalement d'un choix correct de l'angle de contraction. Une contraction bien conçue se caractérise par un écoulement presque uniforme dans la partie du canal rétrécie (Hager and Bretz, 1987 ; Berreksi et al., 2006).

3. Equations du mouvement

Les écoulements supercritiques à travers une contraction de canal sont gouvernés par les équations bidimensionnelles d'un écoulement graduellement varié en régime non permanent dans des canaux découverts. Ces équations de bases données par Saint Venant, sont obtenues en appliquant les principes de conservation de la masse et de la quantité de mouvement moyennant certaines hypothèses simplificatrices (Abbot, 1979 ; Garci and Kahawita, 1986 ; Berreksi, 1998). Elles sont comme suit :

$$\frac{\partial h}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}(u h) + \frac{\partial}{\partial y}(v h) = 0$$

$$\frac{\partial}{\partial t}(u h) + \frac{\partial}{\partial x}\left(u^2 h + g \frac{h^2}{2}\right) + \frac{\partial}{\partial y}(u v h) = g h (S_{ox} - S_{fx}) \quad (1)$$

$$\frac{\partial}{\partial t}(v h) + \frac{\partial}{\partial x}(u v h) + \frac{\partial}{\partial y}\left(v^2 h + g \frac{h^2}{2}\right) = g h (S_{oy} - S_{fy})$$

Où $S_{0(x,y)}$ et $S_{f(x,y)}$ sont dans l'ordre, les pentes de fond du canal et les pentes de frottement suivant x et y.

$$S_{ox} = \sin \alpha_x \quad (2) \quad S_{oy} = \sin \alpha_y \quad (3)$$

$$S_{fx} = \frac{n^2 u \sqrt{u^2 + v^2}}{h} \left(\frac{b+h}{bh}\right)^{1/3} \quad (4) \quad S_{fy} = \frac{n^2 v \sqrt{u^2 + v^2}}{h} \left(\frac{b+h}{bh}\right)^{1/3} \quad (5)$$

4. Résolution numérique

Les écoulements non permanents à surface libre sont régis par un système d'équations aux dérivées partielles du type hyperbolique, non linéaire. De telles équations ne peuvent être résolues théoriquement que dans des cas particuliers (problèmes très simples ou de géométrie très particulière), difficilement retrouvés dans la réalité.

Ainsi, on peut dire que plusieurs problèmes en hydraulique exigent, par manque de solution analytique, une solution numérique des équations aux dérivées partielles, et l'une des méthodes classiques pour approcher cette solution est l'utilisation de la méthode des différences finies.

On optera dans notre cas pour les schémas aux différences finies explicites du type "prédicteur-correcteur" du second ordre, où on utilisera le schéma numérique de MacCormack (MacCormack, 1971 ; Fennema and Chaudhry, 1990 ; Berreksi et Benmamar, 1998).

5. Applications

a. Contraction rectiligne symétrique

On se propose dans ce premier cas, d'analyser un écoulement supercritique à travers une contraction rectiligne symétrique de canal à ciel ouvert et à section transversale rectangulaire. Ce cas a été étudié expérimentalement par Coles et Shintaku (Bhallamudi and Chaudhry, 1992 ; Berreksi et al., 2004) et numériquement par Bhallamudi et Chaudhry, 1992.

Les principales données du problème sont :

- La largeur à l'amont de la contraction est de 0.61 m.
- La largeur à l'aval de la contraction est de 0.305 m.
- La longueur de la transition est de 1.45 m.
- Les conditions aux limites de la transition sont : $h_0=0.0305$ m, $u_0=2.188$ m/s et $v_0=0$ m/s.
- Les pentes de fond et de frottement sont supposées négligeables.

Les profils des lignes d'eau au niveau de l'axe de symétrie et le long de la paroi latérale sont donnés dans les figures (1) et (2) respectivement.

A travers ces figures, on constate que les résultats que nous avons obtenus en utilisant une discrétisation avec le schéma aux différences finies explicite de MacCormack, concordent bien avec les résultats numériques obtenus par Bhallamudi et Chaudhry (1992) en utilisant le même schéma.

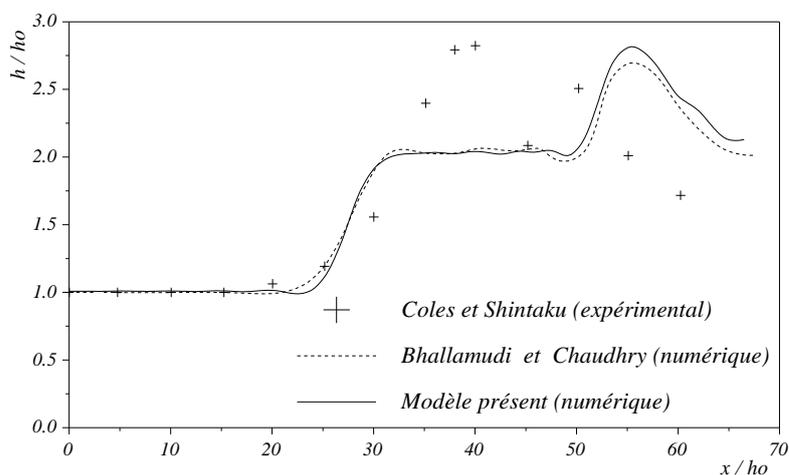


Figure 1 : Ligne d'eau au niveau de l'axe de symétrie dans la contraction rectiligne

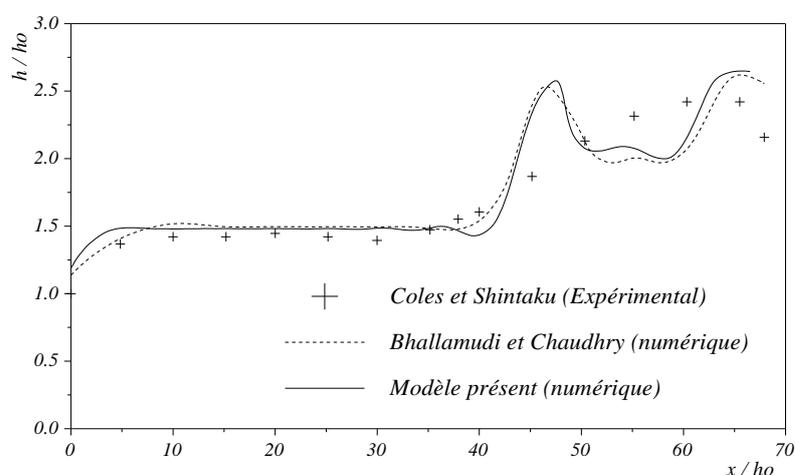


Figure 2 : Ligne d'eau au niveau de la paroi latérale dans la contraction rectiligne

D'autre part, en comparant nos résultats avec les mesures expérimentales faites par Coles et Shintaku (Bhallamudi et Chaudhry, 1992 ; Berreksi et al., 2004), on constate qu'ils sont assez bons au niveau de la paroi latérale de la transition, et relativement moins bons au niveau de l'axe médian, où il ya un décalage entre le pic de la ligne d'eau calculée et le pic observé expérimentalement. Cette différence est due essentiellement à la violation d'une répartition hydrostatique des pressions.

b. Etude paramétrique

Dans cette seconde étape, on va analyser l'influence de la variation de quelques paramètres sur l'allure de la ligne d'eau dans la contraction étudiée. On signale que les résultats obtenus

seront comparés avec ceux obtenus dans la première application, qui sera considérée comme application de référence.

i. Variation du nombre de Froude amont

Dans l'application de référence, on a utilisé un nombre de Froude égal à 4. Dans le but d'étudier l'effet de ce paramètre sur l'écoulement, on prendra des valeurs de 3,5 et 8.

Les profils des lignes d'eau le long de l'axe et de la paroi pour les différentes valeurs prises, sont regroupés successivement dans les figures (3) et (4).

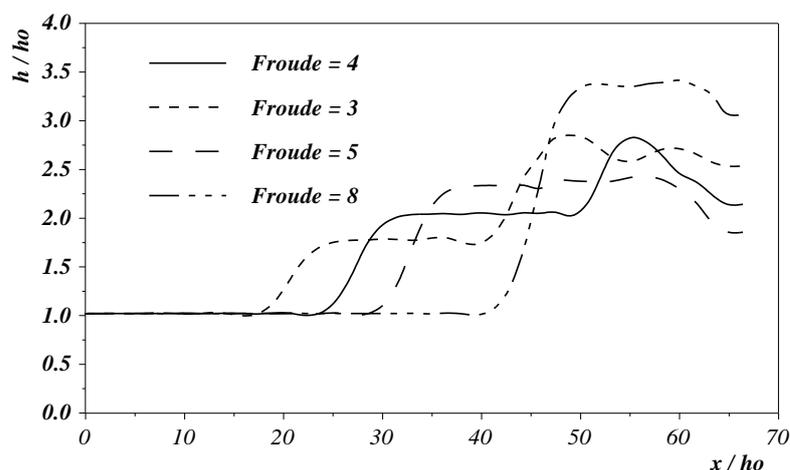


Figure 3 : Ligne d'eau au niveau de l'axe de symétrie dans la contraction -Variation du nombre de Froude-

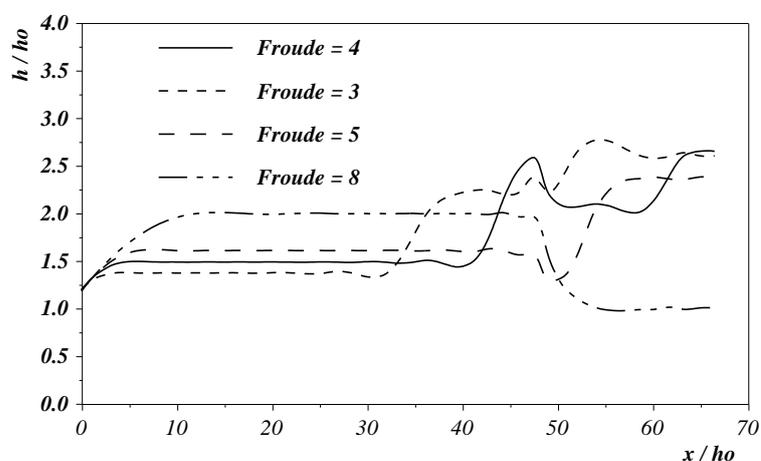


Figure 4 : Ligne d'eau au niveau de la paroi latérale dans la contraction -Variation du nombre de Froude-

On constate alors que :

▪ Le long de l'axe médian

- Pour **Froude = 3** : la ligne d'eau présente deux surélévations distinctes semblables à celles obtenues pour Froude égal à 4, mais elles surviennent dans des sections avancées par rapport au cas précédent (Froude = 4). Elle présente cependant, une surface ondulée dans le canal aval rectangulaire.

- Pour **Froude = 5** : la ligne d'eau subit une seule élévation supérieure mais décalée par rapport à celle obtenue avec "Froude = 4". Elle présente par ailleurs, une certaine stabilité à la sortie de la contraction.
 - Pour **Froude = 8** : la ligne d'eau présente une seule surélévation brusque décalée encore plus loin vers l'aval avec une hauteur plus grande par rapport au cas de référence (Froude=4).
- Le long de la paroi
- Pour **Froude = 3** : la ligne d'eau présente aussi deux surélévations, l'une à l'intérieur de la transition, et l'autre plus importante au début du canal aval. Cette ligne d'eau présente des perturbations qui disparaissent plus loin dans le canal rectangulaire.
 - Pour **Froude = 5** : le profil de la surface libre à l'intérieur de la contraction est stable avec une hauteur un peu élevée que celle correspondant à Froude égal à 4. Mais, vers la sortie, le profil présente une légère diminution de hauteur avant d'enregistrer une élévation plus importante que la première sans pour autant atteindre la hauteur du pic du profil de référence (Froude = 4).
 - Pour **Froude = 8** : la surface libre subit une élévation brusque au début, suivie d'une certaine stabilité, puis on constate une nette diminution en aval (canal rectangulaire).

En conclusion, on peut dire que l'allure de surface libre change en variant le nombre de Froude amont. Pour un nombre de Froude supérieur à 5, la hauteur d'eau sera plus élevée au niveau de l'axe de symétrie, et moins élevée au niveau de la paroi. Ces grandeurs sont constatées dans le canal aval rectangulaire.

ii. Variation du nombre de Manning

A présent, on analysera l'effet de la variation du nombre de Manning sur l'écoulement dans la contraction en question. On prendra les nombres de Manning suivants : $Mn=0.011$ (ciment lisse : bon état), $Mn=0.013$ (ciment lisse : mauvais état) et $Mn=0.014$ (canaux revêtue de béton : bon état).

Les figures (5) et (6) donnent les profils de la surface libre au niveau de l'axe médian et de la paroi pour les différentes valeurs du nombre de Manning.

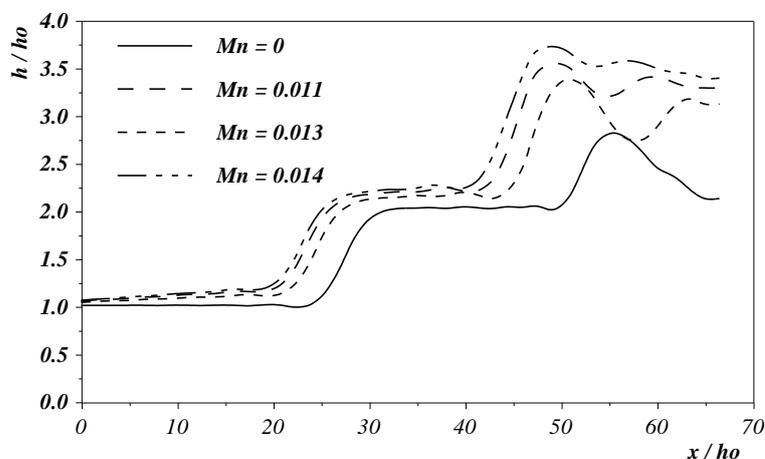


Figure 5 : Ligne d'eau au niveau de l'axe de symétrie dans la contraction -Variation du nombre de Manning-

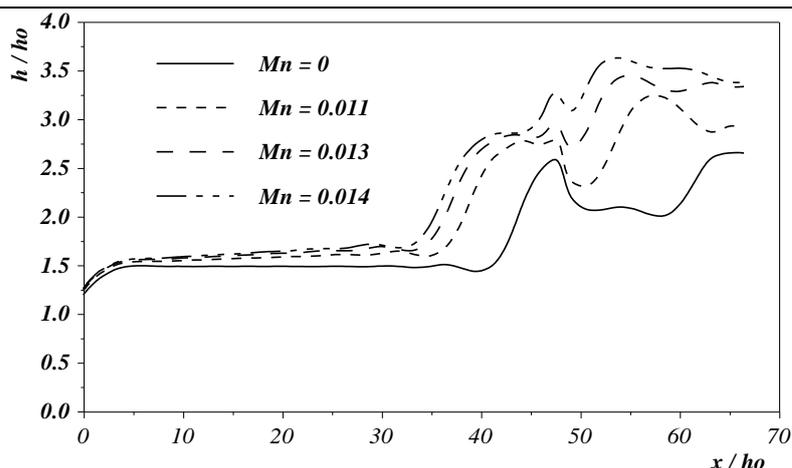


Figure 6 : Ligne d'eau au niveau de la paroi latérale dans la contraction -Variation du nombre de Manning-

A travers ces figures, on constate que :

▪ Le long de l'axe de symétrie

- Pour **Mn=0.011** : Il y a un décalage (avancement) du profil de la surface libre par rapport à celui de référence (Mn=0). Les hauteurs dans ce cas sont élevées, avec la présence d'un deuxième pic loin à l'aval.
- Pour **Mn=0.013** : Les mêmes observations sont constatées ici, avec une ligne d'eau plus élevée. A l'aval, la surface libre présente un deuxième pic avec des perturbations.
- Pour **Mn =0.014** : Une augmentation de la hauteur du profil de la surface libre est constatée aussi dans cette variante. Le profil est avancé par rapport aux autres profils (Mn=0.011, Mn=0.013 et Mn=0). A l'aval, on observe aussi des perturbations de la surface libre.

▪ Le long de la paroi latérale :

- Pour **Mn =0.011** : La ligne d'eau dans ce cas est plus élevée que celle de Mn=0, avec un avancement par rapport toujours à la courbe de référence. Il y a aussi la présence d'un deuxième pic plus important, loin à l'aval (dans le canal rectangulaire).
- Pour **Mn=0.013** : la hauteur de la surface libre est plus élevée que celles de Mn=0.011 et Mn=0. A l'aval, le profil augmente de nouveau et le sommet est à un point avancé par rapport au sommet correspondant à Mn=0. Des perturbations sont observées sur la surface libre.
- Pour **Mn=0.014** : l'allure de la ligne d'eau ici, est plus élevée que toutes les lignes précédentes, avec un avancement aussi. Les pics observés sont encore plus importants. La surface libre présente des perturbations à l'aval.

En conclusion, on peut dire que le profil de la surface libre change d'allure pour chaque variation du nombre de Manning. Plus on augmente la valeur du nombre de Manning, plus la ligne d'eau est décalée par rapport à celle correspondant à Mn=0, et plus la hauteur d'eau augmente aussi (élévation plus importante par rapport au cas pris comme référence). On constate aussi l'apparition des perturbations à l'aval, dans le canal rectangulaire.

6. Conclusion

L'intérêt accordé aux problèmes des écoulements supercritiques dans des canaux découverts, à travers les différents travaux de recherches relevés dans la littérature spécialisée dans ce domaine dénote l'importance que revêt ce sujet.

On a présenté une analyse sur les écoulements supercritiques traversant des canaux à ciel ouvert non prismatiques. Ce type d'écoulement est très complexe du moment qu'il engendre toujours des surfaces libres irrégulières et ondulées.

Un modèle mathématique qui permet la simulation de ce phénomène a été présenté. Il est constitué d'un système d'équations aux dérivées partielles du type hyperbolique, non linéaire, qui a rarement une solution théorique.

La résolution de ces équations a été faite en employant un schéma aux différences finies du type "prédicteur-correcteur", précis à l'ordre deux, en espace et en temps, en l'occurrence, le schéma explicite de MacCormack.

Le calcul de la ligne d'eau dans un convergent rectiligne symétrique donne des résultats satisfaisants avec le schéma numérique de MacCormack, le long de la paroi latérale, et de moins bons résultats le long de l'axe médian du canal, où l'hypothèse d'une distribution hydrostatique des pressions n'est plus valide (présence de chocs).

En variant le nombre de Froude amont (condition au limite amont), on a constaté que pour chaque variation de ce nombre, il ya une variation de la forme la surface libre. Pour des valeurs inférieures à la valeur de référence ($Fr=4$), la surface libre présente des ondulations (perturbations), mais pour des valeurs supérieures à la valeur de référence, on aura des lignes d'eau avec des hauteurs plus grandes.

La variation du nombre de Manning influe aussi sur l'allure de la surface libre dans la contraction étudiée, que ce soit au niveau de l'axe ou au niveau de la paroi. Plus on augmente le nombre de Manning, plus la ligne d'eau présente des hauteurs plus importantes par rapport à celle de référence correspondant à un nombre de Manning nul.

Références bibliographiques

Ippen, A., T., and Dawson, J., H., 1951. *Design of channels contractions. Symposium on High-Velocity Flow in Open Channels*, Trans. Amer. Soc. Civ. Engrs., Vol. 116, pp. 326-346.

Engelund, F., and Munch-Peterson, J., 1953. *Steady flow in contracted and expanded rectangular channels*. La Houille Blanche, Vol. 8, No. 4, pp. 464-474.

MacCormack, R. W., 1971. *Numerical solution of the interaction of a shock wave with laminar boundary layer*. Lecture Notes in Physics, Springer-Verlag, Vol. 8.

Abbot, M. B., 1979. *Computational hydraulics: Element of the theory of free surface flow*. Pitman Publishing limited Edition, London.

Sturm, T. W., 1985. *Simplified design of contractions in supercritical flow*. Jour. of Hydr. Engrg., ASCE, Vol. 111, No. 5, pp. 871-875.

Garcia, R., and Kahawita, R. A., 1986. *Numerical solution of the Saint Venant equations with the MacCormack finite-difference scheme*. Inter. Jour. for Num. Meth.

in Fluids, Vol. 6, pp. 259-274.

Hager, W. H., and Bretz, N. V., 1987. ***Discussion to : Simplified design of contractions in supercritical flow.*** Jour. of Hydr. Engrg., ASCE, Vol. 113, No. 3, pp. 422-425.

Heggen, R. J., 1988. ***Choke angle in supercritical contractions.*** Jour. of Hydr. Engrg., ASCE, Vol. 114, No. 4, pp. 441-444.

Fennema, R. J., and Chaudhry, M. H., 1990. ***Explicit methods for 2-D transient free-surface flows.*** Jour. of Hydr. Engrg., ASCE, Vol. 116, No. 8, pp. 1013-1034.

Bhallamudi, S. M., and Chaudhry, M. H., 1992. ***Computation of flows in open channel transitions.*** Jour. of Hydr. Research, Vol. 30, No. 1, pp. 77-93.

Hager, W. H., 1992. ***Spillways, shockwaves and air entrainment. Review and Recommendation,*** Commission Internationale des Grands Barrages, CIGB, bulletin 81, Paris.

Berreksi, A., 1998. Simulation des écoulements à surface libre dans des canaux à faible et à forte pente à géométrie variable. Thèse de Magister, E. N. Polytechnique, Alger.

Berreksi, A., et Benmamar, S., 1998. Simulation des écoulements à surface libre dans des canaux non prismatiques à faible pente. Troisième Séminaire National sur l'Hydraulique, Biskra, Algérie.

Berreksi, A., et Kettab, A., 2002. Simulation numérique des écoulements non permanents à surface libre -Etude d'un rétrécissement rectiligne symétrique -. Colloque International sur l'Eau dans le Bassin Méditerranéen : Ressources et Développement Durable, Monastir, Tunisie.

Berreksi, A., Kettab, A., Remini, B. et Ikni, T., 2004. Contraction de canal en écoulement supercritique. Premier Séminaire National sur les Sciences de la Terre au Service du Développement Durable, Tébessa, Algérie.

Berreksi, A., Kettab, A. et Remini, B., 2006. Ecoulement torrentiel à travers une contraction de canal à pente variable. Troisième Conférence Internationale sur l'Eau dans le Bassin Méditerranéen, WATMED 3, Liban.