

See discussions, stats, and author profiles for this publication at: <https://www.researchgate.net/publication/254089771>

# Numerical Simulation of Two Dimensional Torrential Flows Through Progressive Channel Expansion

Article · January 2009

CITATIONS

2

READS

34

## 3 authors:



**Ali Berreksi**

Research Laboratory of Applied Hydraulics and Environment, University of Bejaia, Fa...

51 PUBLICATIONS 53 CITATIONS

SEE PROFILE



**A. Kettab**

Université de Bouira

391 PUBLICATIONS 420 CITATIONS

SEE PROFILE



**Boualem Remini**

University of Blida 1 Algeria

383 PUBLICATIONS 1,337 CITATIONS

SEE PROFILE

## Some of the authors of this publication are also working on these related projects:



Politique et gestion des ressources en eau [View project](#)



gestion et managment des ressorces en eau - Water managment [View project](#)

## **Numerical Simulation of Two Dimensional Torrential Flows Through Progressive Channel Expansion**

**Ali Berreksi**

*Enseignant Chercheur à l'université de Bejaia, Algérie Laboratoire de Recherches en Sciences de l'Eau : LRS-EAU, Ecole Nationale Polytechnique d'Alger, Algérie Département d'Hydraulique, Faculté de Technologie, Université de Bejaia  
Targa Ouzemmour, 06000, Bejaia, Algérie  
E-mail: Ali\_Berreksi@yahoo.fr*

**Ahmed Kettab**

*Professeur à l'Ecole Nationale Polytechnique d'Alger, Algérie, Directeur du Laboratoire de Recherches en Sciences de l'Eau : LRS-EAU, Ecole Nationale Polytechnique d'Alger Département d'Hydraulique, Faculté de Technologie, Université de Bejaia  
Targa Ouzemmour, 06000, Bejaia, Algérie  
E-mail: Kettab@yahoo.fr*

**Boualem Remini**

*Professeur à l'Université de Blida, Algérie, Laboratoire de Recherches, LARHYSS, Université de Biskra, Algérie Département d'Hydraulique, Faculté de Technologie, Université de Bejaia, Targa Ouzemmour, 06000, Bejaia, Algérie  
E-mail: Reminib@yahoo.fr  
Tel: +213-773467009; Fax: +213-34215105*

### **Abstract**

The analysis of the supercritical flows in open channel expansions represents a field of rather vast and complicated study. The flow of water through these hydraulic structures often called "transitions" can involve the apparition of cross-waves generally rather unpleasant, because they can cause considerable damage in the channel. Free surface transitions are found in several hydraulic applications, in particular in the spillways chutes. The equation of motion governing this flows which are given by Saint Venant, are generalized to the unsteady two-dimensional case. They are obtained by applying the continuity equation and momentum principle with making some simplifying assumptions. The resulting equations which are of the nonlinear hyperbolic type are solved numerically by the MacCormack explicit finite differences scheme. The irregular physical domain is transformed into a rectangular computational one by using geometric transformation. The finite differences schemes are unstable numerically, thus the Courant-Friedrichs-Lewy's (CFL) stability condition is used. The elaborate numerical model is tested on a free surface symmetrical progressive expansion channel. The objective of this application is to determine the profiles of the water surface along the symmetrical axis and along the wall, as well as, the flow pattern in the transition. The results obtained compared with the experimental and numerical results found in the literature specialized in this field are very satisfactory that it is along the symmetrical axis or along the solid side wall.

**Keywords:** Torrential flow, Channel expansion, Finite differences methods, MacCormack scheme, Numerical simulation.

## 1. Introduction

La complexité de l'écoulement de l'eau dans les canaux découverts est d'autant plus importante si ces canaux sont à géométrie variable. En effet, tout changement de section ou de direction d'un canal, tel qu'un rétrécissement ou un élargissement, provoque une surface d'écoulement irrégulière et ondulée. Ces irrégularités peuvent donner naissance à des particularités du type ondes, appelées ondes transversales, qui sont souvent assez désagréables et assez dangereuses. Une transition bien conçue, permet d'éliminer ou de minimiser l'ampleur de ces ondes.

Les élargissements de canaux à ciel ouvert appelés souvent transitions, sont fréquemment utilisés dans plusieurs applications hydrauliques, notamment dans les coursiers d'évacuateurs de crue.

Le modèle mathématique gouvernant les écoulements bidimensionnels supercritiques est obtenu en appliquant le principe de conservation de la masse et le théorème de la quantité de mouvement en prenant en considération certaines hypothèses simplificatrices. Ce modèle hydrodynamique est donné par les équations bidimensionnelles de Saint Venant en régime d'écoulement non permanent. Etant donné que les équations obtenues sont souvent insolubles par les méthodes algébriques, une résolution par des méthodes numériques s'impose. La résolution est alors faite en utilisant la méthode des différences finies avec un schéma explicite du type "Prédicteur-Correcteur", précis à l'ordre deux, en espace et en temps, à savoir, le schéma de MacCormack.

L'utilisation des techniques de différences finies afin de résoudre les équations du mouvement des écoulements dans des zones de transitions peut conduire à des difficultés à cause de la géométrie irrégulière de ces dernières. Afin d'y remédier à cette contrainte, une transformation géométrique dans laquelle le domaine physique irrégulier est transformé en un domaine de calcul rectangulaire est appliquée. Par suite, un nouveau système d'équations écrit en fonction des coordonnées transformées est déterminé.

Les schémas aux différences finies explicites sont connus comme étant des schémas numériquement instables; ainsi, une condition de stabilité est nécessaire. La condition utilisée est celle de Courant-Friedrichs-Lewy (CFL). Le pas de temps est alors calculé à partir de cette condition de stabilité.

Une analyse d'un écoulement supercritique à travers un élargissement progressif de canal appelé souvent "élargissement de Rouse" est faite. L'objectif de cette analyse est la détermination de l'allure de la surface libre le long de l'axe de symétrie et le long de la paroi latérale dans l'élargissement en question. Le réseau d'écoulement dans la dite transition, sera aussi déterminé.

Les résultats obtenus, que ce soit au niveau de l'axe médian ou au niveau de la paroi latérale solide, seront comparés avec les résultats numériques et expérimentaux retrouvés dans la littérature spécialisées dans ce domaine.

## 2. Elargissement de canal

Un élargissement de canal dans un écoulement supercritique est fréquemment utilisé aux endroits où l'écoulement sort avec une grande vitesse à partir d'une vanne de fond, d'un évacuateur de crue ou d'un déversoir à pente raide (Hager, 1992).

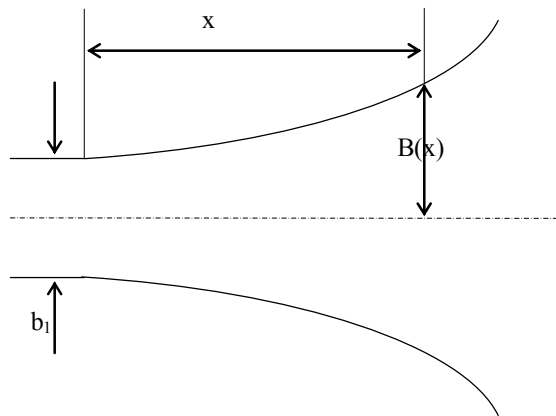
Par opposition à un rétrécissement de canal, où la vitesse moyenne diminue et la hauteur d'eau augmente, la vitesse dans des canaux à parois divergentes augmente et la hauteur diminue. Par conséquent, de tels écoulements n'entraînent pas des variations rapides de la hauteur d'eau (Rouse et al, 1951).

Les premières études des élargissements sont l'œuvre de Rouse (Rouse et al, 1951); et c'est pour cette raison d'ailleurs qu'on rencontre souvent l'appellation "Élargissement de Rouse". Ces chercheurs ont étudié expérimentalement des élargissements de canaux dans des conditions d'écoulement torrentielles et ont déterminé par suite une forme limite définie par l'équation suivante (Hager, 1992; Mazumder et Hager, 1993, Berreksi et al, 2005):

$$\frac{B(x)}{b_1} = \frac{1}{2} \left( 1 + f_e \left( \frac{x}{b_1 F_1} \right)^{3/2} \right) \quad (1)$$

Où,  $B(x)$  est la largeur du canal à une distance longitudinale  $x$ ,  $b_1$  est la largeur amont de la transition,  $f_e$  est le paramètre de courbure de la paroi et  $F_1$  est le nombre de Froude incident. Pour  $f_e = 1$ , l'élargissement obtenu est appelé généralement "élargissement de Rouse". Il a été considéré en premier comme le plus efficace, car la divergence des parois est tellement progressive (Figure 1) que la distribution des pressions est hydrostatique ou pouvant être considérée comme telle, et que la formation des ondes transversales est réduite (Berreksi et Kettab, 2003).

**Figure 1:** Elargissement de Rouse



### 3. Modélisation mathématique

La solution des problèmes scientifiques passe par une représentation mathématique des phénomènes mis en jeu. Les équations de base régissant le phénomène étudié ne sont autres que les équations bidimensionnelles d'un écoulement en régime non permanent données par Saint Venant. Ces équations sont obtenues en appliquant le principe de conservation de la masse et le théorème de la quantité de mouvement moyennant certaines hypothèses simplificatrices (Chaudhry, 1987) dont :

- Le fluide est incompressible;
- La distribution des pressions est hydrostatique;
- La répartition des vitesses est uniforme sur une verticale;
- Les contraintes tangentielles au fond sont prépondérantes sur les autres contraintes;
- La pente de fond du canal est faible.

Les équations du mouvement en coordonnées cartésiennes (Rahman et Chaudhry, 1997; Prasada, 2004, Berreksi et al, 2006) sont :

- **Equation de continuité :**

$$\frac{\partial h}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} (u h) + \frac{\partial}{\partial y} (v h) = 0 \quad (2)$$

- **Equation dynamique suivant la direction  $x$  :**

$$\frac{\partial}{\partial t}(u h) + \frac{\partial}{\partial x}(u^2 h + g \frac{h^2}{2}) + \frac{\partial}{\partial y}(u v h) = g h (S_{ox} - S_{fx}) \quad (3)$$

- **Equation dynamique suivant la direction y :**

$$\frac{\partial}{\partial t}(v h) + \frac{\partial}{\partial x}(u v h) + \frac{\partial}{\partial y}(v^2 h + g \frac{h^2}{2}) = g h (S_{oy} - S_{fy}) \quad (4)$$

Où  $S_{ox}$  et  $S_{oy}$  sont respectivement les pentes du fond du canal selon les directions  $x$  et  $y$ , tandis que  $S_{fx}$  et  $S_{fy}$  sont les pentes de frottement selon les mêmes directions. Par ailleurs, les quantités  $h$ ,  $u$ ,  $v$  et  $g$  désignent respectivement la profondeur de l'écoulement, la vitesse longitudinale suivant la direction  $x$ , la vitesse transversale suivant la direction  $y$  et l'accélération de la pesanteur. En outre, nous pouvons écrire les relations suivantes:

$$S_{ox} = \sin \alpha_x \quad (5)$$

$$S_{oy} = \sin \alpha_y \quad (6)$$

Où,  $\alpha_x$  et  $\alpha_y$  sont les angles d'inclinaison du fond du canal selon les directions  $x$  et  $y$  respectivement.

Les pentes de frottement  $S_{fx}$  et  $S_{fy}$ , déduites de la formule de Manning, s'expriment respectivement par:

$$S_{fx} = \frac{n^2 u \sqrt{u^2 + v^2}}{h} \left(\frac{b+h}{bh}\right)^{1/3} \quad (7)$$

$$S_{fy} = \frac{n^2 v \sqrt{u^2 + v^2}}{h} \left(\frac{b+h}{bh}\right)^{1/3} \quad (8)$$

Dans les relations (7) et (8),  $n$  et  $b$  désignent le coefficient de rugosité de Manning et la largeur du canal.

## 4. Modélisation numérique

Les écoulements non permanents à surface libre sont régis par un système d'équations aux dérivées partielles du type hyperbolique, non linéaire. De telles équations ne peuvent être résolues théoriquement que dans des cas particuliers (problèmes très simples ou de géométrie très particulière), rarement rencontrés dans la pratique. Par conséquent, plusieurs problèmes en hydrauliques exigent par manque de solution analytique, une solution numérique des équations aux dérivées partielles.

Pour résoudre les équations du mouvement, un schéma aux différences finies explicite du type "Prédicteur-Correcteur", précis à l'ordre deux, en espace et en temps, en l'occurrence le schéma de MacCormack (MacCormack, 1971; Fennema et Chaudhry, 1990; Molls et Zhao, 2000; Berreksi et al, 2006) est utilisé.

### 4.1. Schéma de MacCormack

Une classe de méthodes aux différences finies étudiée par Lax et Wendroff (Dautray et Lions, 1988) est devenue très populaire dans le calcul de la dynamique des fluides. Ces méthodes sont basées essentiellement sur un développement d'ordre deux dans le temps en série de Taylor. Au milieu de celle-ci, on trouve le schéma explicite de MacCormack (MacCormack, 1971), qui est l'un des plus utilisés dans l'intégration des équations du mouvement du type hyperbolique non linéaire.

### 4.2. Formulation générale du schéma de MacCormack

La méthodologie du schéma de MacCormack consiste à discrétiser les équations de base en deux séquences, une séquence de *Prédiction* et une autre de *Correction*. Le but est de calculer les valeurs des

variables de l'écoulement au niveau du pas de temps  $(k + 1)$  sachant que leurs valeurs sont connues au pas de temps  $k$ .

En vue d'illustrer les principales étapes de calcul du schéma de MacCormack, les équations du mouvement en termes des variables d'écoulement  $U = (h, uh, vh)^t$  sont écrites en coordonnées cartésiennes et sous la forme conservative suivante :

$$U_t + E_x + F_y + S = 0 \quad (9.a)$$

Avec,

$$E_x = \begin{bmatrix} u h \\ u^2 h + g \frac{h^2}{2} \\ u v h \end{bmatrix}; F_y = \begin{bmatrix} v h \\ u v h \\ v^2 h + g \frac{h^2}{2} \end{bmatrix}; S = \begin{bmatrix} 0 \\ -g h (S_{0x} - S_{fx}) \\ -g h (S_{0y} - S_{fy}) \end{bmatrix} \quad (9.b)$$

Le schéma de MacCormack appliqué au système ci-dessus se compose de deux principales étapes, à savoir :

- **Etape de Prediction**

$$\tilde{U}_{i,j} = U_{i,j}^k - \tau_x (E_{i+1,j}^k - E_{i,j}^k) - \tau_y (F_{i,j+1}^k - F_{i,j}^k) - \Delta t S_{i,j}^k \quad (10)$$

- **Etape de Correction**

$$\hat{U}_{i,j} = \tilde{U}_{i,j} - \tau_x (\tilde{E}_{i,j} - \tilde{E}_{i-1,j}) - \tau_y (\tilde{F}_{i,j} - \tilde{F}_{i,j-1}) - \Delta t \tilde{S}_{i,j} \quad (11)$$

Où,  $\tau_x = \Delta t / \Delta x$  et  $\tau_y = \Delta t / \Delta y$

Dans lesquelles  $\tilde{U}$  et  $\hat{U}$  sont les valeurs intermédiaires de  $U$ . La valeur de la variable  $U$  au pas de temps  $(k+1)$  est telle que :

$$U_{i,j}^{k+1} = \frac{1}{2} (U_{i,j}^k + \hat{U}_{i,j}) \quad (12)$$

Les indices  $i$  et  $j$  correspondent aux points du maillage suivant les directions  $x$  et  $y$  respectivement.

Dans l'exemple développé ci-dessus, auquel le schéma de MacCormack a été appliqué, les différences finies *Avants* sont utilisées pour approximer les dérivées partielles spatiales dans l'étape *Prediction* et les différences finies *Arrières* utilisant les variables prédites, sont utilisées dans l'étape correction. Cependant, il est possible d'utiliser les différences finies *Arrières* dans l'étape *Prediction* et les différences finies *Avants* dans l'étape *Correction*, comme il est possible d'alterner la direction de différenciation d'un pas de temps à l'autre.

## 5. Transformation géométrique

Afin de résoudre les équations du mouvement par la technique des différences finies, il est nécessaire de remplacer les limites de la transition étudiée par des limites plus régulières. Pour cela, le domaine physique est transformé en un domaine de calcul rectangulaire (Bhallamudi et Chaudhry, 1992) par la transformation géométrique suivante :

$$\xi = x \quad (13)$$

$$\eta = \frac{y}{b(x)} \quad (14)$$

Où,  $B(x)$  est la distance entre la ligne de symétrie et la limite supérieure de la transition à la distance  $x$ .

Les équations du mouvement sont ainsi transformés et écrites en fonction des nouvelles coordonnées  $\xi$  et  $\eta$  (Bhallamudi et Chaudhry, 1992; Berreksi, 1998) selon la forme conservative ci-après :

- **Equation de continuité :**

$$\frac{\partial h}{\partial t} + \frac{\partial(uh)}{\partial \xi} - \frac{\eta}{b(\xi)} b'(\xi) \frac{\partial(uh)}{\partial \eta} + \frac{1}{b(\xi)} \frac{\partial(vh)}{\partial \eta} = 0 \quad (15)$$

- **Equation dynamique suivant la direction  $\xi$  :**

$$\frac{\partial(uh)}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial \xi} \left( u^2 h + g \frac{h^2}{2} \right) - \frac{\eta}{b(\xi)} b'(\xi) \frac{\partial}{\partial \eta} \left( u^2 h + g \frac{h^2}{2} \right) + \frac{1}{b(\xi)} \frac{\partial(uvh)}{\partial \eta} = gh(S_{o\xi} - S_{f\xi}) \quad (16)$$

- **Equation dynamique suivant la direction  $\eta$  :**

$$\frac{\partial(vh)}{\partial t} + \frac{\partial(uvh)}{\partial \xi} - \frac{\eta}{b(\xi)} b'(\xi) \frac{\partial(uvh)}{\partial \eta} + \frac{1}{b(\xi)} \frac{\partial}{\partial \eta} \left( v^2 h + g \frac{h^2}{2} \right) = gh(S_{o\eta} - S_{f\eta}) \quad (17)$$

Avec,

$$b'(\xi) = \frac{\partial b(\xi)}{\partial \xi} \quad (18)$$

## 6. Condition de stabilité

La majorité des schémas aux différences finies explicites sont numériquement instables. Le schéma de MacCormack n'est stable que si la condition de Courant-Friedrichs-Lewy (CFL) est vérifiée. Pour un écoulement bidimensionnel, cette condition est donnée par la relation ci-dessous (Bhallamudi et Chaudhry, 1992; Cevza et al, 2005) :

$$C_n = \frac{(V + \sqrt{gh}) \Delta t}{b(\xi) \Delta \xi \Delta \eta} \sqrt{\Delta \xi^2 + [b(\xi) \Delta \eta]^2} \quad (19)$$

Où,  $V$  est la vitesse résultante au point du maillage,  $C_n$  est le nombre de courant,  $\Delta \xi$  et  $\Delta \eta$  sont les pas de discrétisation suivant l'axe  $\xi$  et l'axe  $\eta$  respectivement et  $\Delta t$  représente le pas de temps.

Pour le schéma de MacCormack, la valeur du nombre de Courant est inférieure ou égale à l'unité ( $C_n \leq 1$ ). Le pas de temps  $\Delta t$  est déterminée pour chaque itération à partir de la condition (CFL).

## 7. Application

### 7.1. Etude d'un élargissement de canal

Le but de cette application est d'étudier un écoulement supercritique à travers un élargissement progressif symétrique. L'équation donnant la forme de cet élargissement appelé souvent "Elargissement de Rouse" (Rouse et al, 1951; Mazumder et Hager, 1993; Berreksi, 1998) est obtenue par l'équation (1) pour  $f_e = 1$ , soit :

$$B(x) = \frac{b_1}{2} \left( \left( \frac{x}{b_1 F_1} \right)^{1.5} + 1 \right) \quad (20)$$

L'objectif de cette application est la détermination d'une part, des profils des lignes d'eau au niveau de l'axe de symétrie du canal ainsi que le long de ses parois latérales, et le tracé d'autre part, du réseau d'écoulement bidimensionnel dans la structure étudiée. Lors de cette application, les données suivantes ont été considérées :

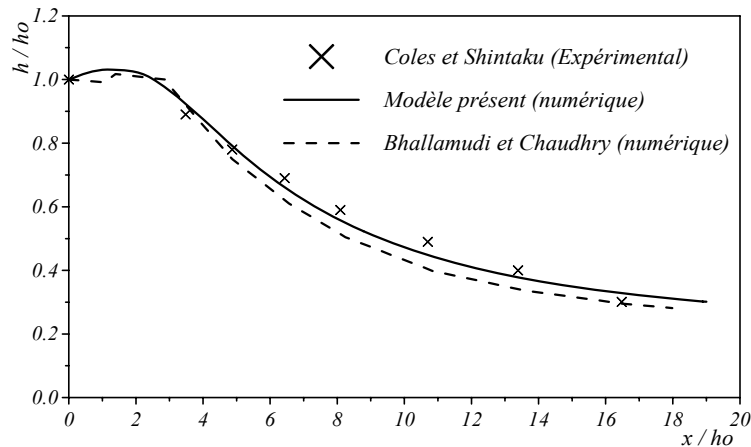
- La hauteur d'eau à l'amont  $h_o = 0.0305$  m
- La vitesse longitudinale d'écoulement à l'amont  $u_o = 1.094$  m/s
- La vitesse transversale d'écoulement à l'amont  $v_o = 0$  m/s
- Le canal est horizontal correspondant à  $S_{ox} = S_{oy} = 0$
- Le coefficient de rugosité de Manning  $n = 0.012$
- $h_o/b_1 = 0.25$ , correspondant à une largeur  $b_1 = 0.122$  m
- Le nombre de Froude incident  $F_1 = 2$

h. Le maillage considéré est  $\Delta\xi = 0.0483\text{m}$  et  $\Delta\eta = 0.0476\text{ m}$

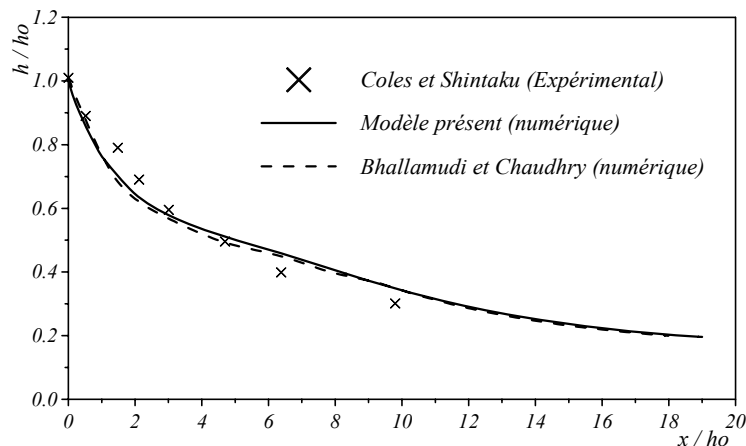
i. Le nombre de Courant est égal à 0.8

Les résultats obtenus sont traduits graphiquement sur les figures 2 et 3 ci-dessous.

**Figure 2:** Ligne d'eau le long de l'axe de symétrie dans l'élargissement progressif défini par la relation (20)



**Figure 3:** Ligne d'eau le long de la paroi de l'élargissement progressif défini par la relation (20)

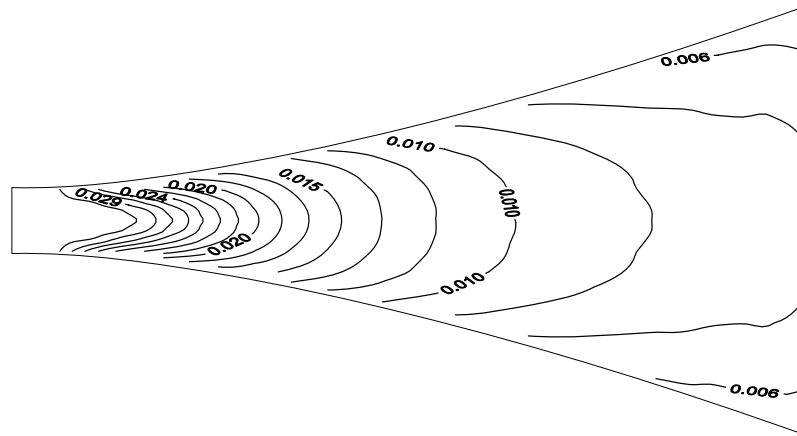


Au regard des figures 2 et 3, les principales remarques suivantes peuvent être indiquées :

- Le long de l'axe médian, la ligne d'eau diminue en fonction de la distance. Cette diminution est progressive au début de l'élargissement.
- Au niveau de la paroi, la surface libre diminue aussi en fonction de la distance, mais elle est plus rapide comparée à celle de l'axe de symétrie.
- Les résultats obtenus par le modèle numérique élaboré avec le schéma aux différences finies explicite de MacCormack présentent un bon accord avec les résultats numériques obtenus par Bhallamudi et Chaudhry (1992) le long de l'axe et de la paroi.
- En comparant à présent les résultats obtenus avec les résultats expérimentaux obtenus par Coles et Shintaku (Bhallamudi et Chaudhry, 1992), une bonne concordance est aussi constaté ici, que ce soit le long de l'axe médian ou le long de la paroi latérale.
- Aucune perturbation de l'écoulement n'est observée dans cette transition. En effet, l'augmentation de l'angle de déviation de la paroi de l'élargissement est suffisamment graduelle et ne cause par conséquent, aucun changement brusque de la profondeur de l'écoulement à n'importe qu'elle section du canal.

La représentation schématique bidimensionnelle de l'écoulement dans l'élargissement progressif étudié et notamment le réseau de lignes d'égaux hauteurs est indiquée sur la figure 4 ci-après.

**Figure 4:** Courbe Iso-Hauteurs dans un élargissement progressif défini par la relation (20)



Il est clairement constaté que dans une telle structure hydraulique, l'écoulement est dépourvu d'agitations et s'effectue de manière graduelle et non brutale.

## 8. Conclusion

L'étude des écoulements supercritiques dans des canaux découverts représente une importance considérable dans le domaine de l'hydraulique. Leur complexité est d'autant plus importante si la section transversale du canal présente une géométrie irrégulière, tel que les rétrécissements ou les élargissements, appelés souvent transitions.

Un modèle mathématique constitué d'un système d'équations aux dérivées partielles du type hyperbolique non linéaire, qui a rarement une solution analytique, a été présenté. Il s'agit du système d'équations donné par Saint Venant. Ce modèle permet l'étude et la simulation des écoulements supercritiques traversant des structures hydrauliques divergentes et convergentes.

La résolution de ces équations a été faite en utilisant la méthode des différences finies, moyennant un schéma explicite du type "Prédicteur-Correcteur", précis à l'ordre deux en espace et en temps, à savoir, le schéma de MacCormack.

L'analyse d'un écoulement supercritique dans un élargissement progressif appelé souvent élargissement de Rouse a été faite. Le calcul de la ligne d'eau dans cet élargissement de canal donne de très bons résultats, que ce soit au niveau de l'axe de symétrie ou de la paroi latérale, lorsqu'ils sont comparés aux résultats expérimentaux et numériques retrouvés dans la littérature. Ceci est dû essentiellement au fait, que le début de la transition en question est tellement progressif que la distribution des pressions est hydrostatique ou pouvant être considérées comme telle.

Par conséquent, il est remarqué d'une part, que ce type d'élargissement réduit sensiblement l'effet d'une distribution non hydrostatique des pressions, contrairement à une structure convergente, et que d'autre part, l'augmentation de l'angle de déviation de la paroi est suffisamment graduelle pour éviter la naissance des perturbations (formation des ondes transversales souvent assez désagréables) et n'entraîner aucun changement brusque du tirant d'eau à n'importe quelle section du canal.

Le modèle numérique ainsi élaboré peut être utilisé pour dimensionner ce type structure hydraulique.

## References

- [1] Hager, W.H., 1992. "Spillways shockwaves and air entrainment, Review and recommendation". *Commission Internationale des grands Barrages, CIGB*, Bulletin n° 81, Paris.
- [2] Rouse, H., Bhoota, B.V. and Hsu, E.V., 1951. "Design of channels expansions". *Symposium on High-Velocity Flow in Open Channel, Trans. Amer. Soc. Civ. Engrs.*, 116, pp. 347-363.
- [3] Mazumder, S.K. and Hager, W.H, 1993. "Supercritical expansion flow in Rouse modified and reversed transitions". *Jour. of Hydr. Engrg., ASCE*, 119, pp. 201-218.
- [4] Berreksi, A., Kettab, A., Remini, B., Benmamar, S. et Ikni, T., 2005. "Simulation numérique des écoulements supercritiques à travers un élargissement de canal à forte pente". *Algerian Journal of Technology*, Ecole Nationale Polytechnique d'Alger, Algérie, pp. 33-40.
- [5] Berreksi, A. et Kettab, A., 2003. "Simulation numérique des écoulements non permanents à surface libre -Etude d'un élargissement progressif symétrique-". *Colloque International : Eau, Oasis et population*, 22-24 Septembre, Université de Biskra, Algérie, pp. 143-146.
- [6] Chaudhry, M.H., 1987. "Applied hydraulic transients". Van Nostrand Reinhold Company Edition, New York.
- [7] Rahman, M. and Chaudhry, M.H, 1997. "Computation of flow in open-channel transitions". *Jour. of Hydr. Research*, 35, 2, pp. 243-255.
- [8] Prasada, R., 2004. "A parallel hydrodynamic model for shallow water equations". *Applied Mathematics and Computation*, 155, pp. 291-302.
- [9] Berreksi, A., Kettab, A. et Remini, B., 2006. "Ecoulement Supercritique à travers un élargissement progressif de canal". *LARHYSS Journal*, Laboratoire de Recherches d'Hydraulique Souterraine et de Surface, LARHYSS, Université de Biskra, Algérie, 5, pp. 105-112.
- [10] MacCormack, R.W., 1971. "Numerical solution of the interaction of a shock wave with a laminar boundary layer". *Lectures notes in physics, Springer-Verlag*, 8, pp. 151-163.
- [11] Fennema, R.J. and Chaudhry, M.H., 1990. "Explicit methods for 2-D transient free-surface flows". *Jour. of Hydr. Engrg., ASCE*, 116, 8, pp. 1013-1034.
- [12] Molls, M. and Zhao, G., 2000. "Depth averaged simulation of supercritical flow in channel with wavy sidewall". *Journal of Hydraulic Engineering*, pp. 437-445.
- [13] Berreksi, A., Kettab, A., Remini, B., Benmamar, S. et Ikni, T., 2006. "Schéma aux différences finies explicite pour le calcul d'un écoulement non permanent bidimensionnel à travers un convergent à surface libre". *Colloque International sur la Protection et la Préservation des Ressources en eau, ICPPWR*, Février 18-19, Université de Blida, Algérie, pp.145-150.
- [14] Dautray, R. et Lions, J.L., 1988. "Analyse mathématique et calcul numérique pour les sciences et les techniques". Edition Masson, Paris.
- [15] Bhallamudi, S.M. and Chaudhry, M.H, 1992. "Computation of flows in open channel transitions". *Jour of Hydr. Research*, 30, 1, pp. 77-93.
- [16] Berreksi, A., 1998. "Simulation des écoulements à surface libre dans des canaux à faible et à forte pente à géométrie variable". Thèse de Magister, spécialité hydraulique, Ecole Nationale Polytechnique d'Alger, Algérie, 161 pages.
- [17] Cevza, M.K., Miguel, A., Medina, Jr. and Prasada, R., 2005. "On numerical modelling of overland flow". *Applied Mathematics and Computation*, 166, pp. 724-740.

## Notations

$B(x)$	: Largeur de la transition à une distance $x$ [m].
$b_1$	: Largeur amont de l'élargissement [m].
$C_n$	: Nombre de Courant.
$F_1$	: Nombre de Froude incident.
$f_e$	: Paramètre de courbure de la paroi.
$g$	: Accélération de la pesanteur [ $m/s^2$ ].
$h$	: Profondeur d'un écoulement [m].
$n$	: Coefficient de rugosité de <i>Manning</i> .
$S_{ox}$	: Pente de fond du canal suivant la direction $x$ .
$S_{oy}$	: Pente de fond du canal suivant la direction $y$ .
$S_{fx}$	: Pente de frottement suivant la direction $x$ .
$S_{fy}$	: Pente de frottement suivant la direction $y$ .
$t$	: Le temps [s].
$\Delta t$	: Pas de temps [s].
$u$	: Vitesse longitudinale [m/s].
$V$	: Vitesse résultante [m/s].
$v$	: Vitesse transversale [m/s].
$x$	: Coordonnée spatiale longitudinale.
$y$	: Coordonnée spatiale transversale.
$\alpha_x$	: Angle d'inclinaison du fond du canal suivant la direction $x$ ( $^\circ$ ).
$\alpha_y$	: Angle d'inclinaison du fond du canal suivant la direction $y$ ( $^\circ$ ).
$\zeta$	: Coordonnée spatiale transformée.
$\Delta\zeta$	: Pas de discrétisation suivant la direction $\zeta$ .
$\eta$	: Coordonnée spatiale transformée.
$\Delta\eta$	: Pas de discrétisation suivant la direction $\eta$ .