

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية  
République Algérienne Démocratique et Populaire

Ministère de l'Enseignement Supérieur  
et de la Recherche Scientifique

Université Akli Mohand Oulhadj - Bouira -

Tasdawit Akli Muḥend Ulḥağ - Tubirett -

Faculté des Sciences Sociales et Humaines



وزارة التعليم العالي والبحث العلمي  
جامعة أكلي محمد أولحاج  
- البويرة -

كلية العلوم الاجتماعية والإنسانية

## المستوى: السنة الأولى ماستر

التخصص: علم النفس العمل وتسيير الموارد البشرية

المقياس: الاحصاء التطبيقي

اسم الأستاذ(ة): د. حريزي بوجمعة

# المحاضرة الأولى

## مصطلحات ومفاهيم إحصائية

### 1- تعريف الإحصاء:

- **لغة:** الإحصاء لغة هو ، كما ورد في لسان العرب ، : "العَدَّ والحفظ. وأحصى الشيء أحاط به. وفي التنزيل: وأحصى كل شيء عدداً، ... أي أحاط علمه سبحانه باستيفاء عدد كل شيء". أمّا من حيث الشكل اللغويّ فالإحصاء مصدر مشتقّ من الفعل المزيد أحصى يُحصي المشتقّ هو أيضاً من اسم الجوهر حصة وتُجمع على حصّى وتعني صغار الحجارة.
- **إصطلاحاً:** هو فرع من فروع الرياضيات يهتم بجمع المعلومات والبيانات لظاهرة ما، وتبويبها وعرضها وتنظيمها جدولياً أو بيانياً، وتحليلها(معالجتها رياضياً) واستخلاص النتائج منها وتفسيرها وبالتالي اتخاذ القرارات المناسبة أو وضع التوصيات المناسبة.
- أو هو: مجموعة النظريات والطرق العلمية التي تبحث في جمع البيانات وعرضها وتحليلها واستخدام النتائج في التنبؤ أو التقرير واتخاذ القرار.

### 2- وظائف الإحصاء:

- أ. **وصف البيانات Data Description:** هو إعطاء صورة واضحة للظاهرة المدروسة عن طريق العرض المناسب للبيانات التي توضح الصورة، ويتم عرضها في شكل جدولي، أو بياني، وحساب بعض المؤشرات الإحصائية البسيطة التي تدلنا على طبيعة البيانات.
- ب. **الاستدلال الإحصائي (التفسير) Statistical Inference:** إعطاء معنى وتفسير للبيانات المحصل عليها من العينة تستخدم في التوصل إلى نتائج يمكن تعميمها على مجتمع الدراسة، ومن ثم يهتم الاستدلال الإحصائي بموضوعين هما:
  - **التقدير Estimate:** هو إمكانية التعرف على معلمة معينة من المجتمع الإحصائي انطلاقاً من الإحصائية المناسبة للعينة، وتستخدم كتقدير لمؤشرات المجتمع، ويطلق على المقاييس الإحصائية المحسوبة من بيانات العينة في هذه الحالة بالتقدير بنقطة، كما يمكن أيضاً استخدام المقاييس الإحصائية المحسوبة من بيانات العينة في تقدير المدى الذي يمكن أن تقع داخله معلمة المجتمع باحتمال معين، ويسمى ذلك بالتقدير بالمجال (بفترة).
  - **اختبار الفرضيات Test of Hypotheses:** وفيه يتم استخدام بيانات العينة للوصول إلى قرار علمي سليم بخصوص الفرضيات المحددة حول معالم المجتمع.
- ج. **التنبؤ Predicting:** وفيه يتم استخدام نتائج الاستدلال الإحصائي، والتي تدلنا على سلوك الظاهرة في الماضي في معرفة ما يمكن أن يحدث لها في الحاضر والمستقبل.

### 3- أنواع الإحصاء:

ينقسم الإحصاء إلى نوعين أساسيين هما:

- أ. **الإحصاء الوصفي Descriptive Statistics:** هو عبارة عن الطرق الخاصة بتنظيم وتلخيص البيانات بغرض المساعدة على فهم البيانات. والطرق الوصفية تحتوي على الجداول التكرارية ورسوم بيانية وطرق حساب مقاييس النزعة المركزية ومقاييس التشتت ومختلف القياسات الأخرى.
  - ب. **الإحصاء الاستدلالي Inferential Statistics:** هو عبارة عن الطرق العلمية التي تستخدم للاستدلال عن معالم المجتمع بناء على البيانات التي تم الحصول عليها من العينة المأخوذة منه، وذلك وفق الطرق الإحصائية المعلومة.
- وينقسم الإحصاء الاستدلالي إلى نوعين أساسيين هما الإحصاء البارامتري والإحصاء اللابارامتري:

● **الإحصاء البارامتري (المعلمي) Parametric Statistics:** يتمثل في الاختبارات المعلمية والتي تسمى اختبارات المعالم المقيدة، وهي الاختبارات الإحصائية التي تستخدم للتحقق من صحة الفرضيات المتعلقة بمجموعات قيم معالمها محددة، وتتطلب استيفاء افتراضات معينة حول المجتمع الذي تسحب منه عينة البحث، ومن هذه الافتراضات: أن يكون التوزيع اعتدالياً، وأن يكون هناك تجانس في التباين، وأن تكون العينة عشوائية؛ وأن تكون البيانات كمية، لذلك تصلح الأساليب البارامتريّة للبيانات في مستوى القياس الفئري ومستوى القياس النسبي.

● **الإحصاء اللابارامتري (اللامعلمي) Non-parametric Statistics:** يتمثل في الاختبارات اللامعلمية والتي تسمى اختبارات المعالم الحرة، وهي الاختبارات الإحصائية التي تستخدم للتحقق من صحة الفرضيات المتعلقة بمجموعات قيم معالمها غير محددة، وتستخدم في الحالات التي يكون فيها نوع التوزيع الاحتمالي للأصل الذي سحبت منه العينة غير معروف، أو في حالة عدم استيفاء شرط التوزيع الاعتدالي للمجتمع، أو في حالة ما إذا كانت العينة غير عشوائية، وتصلح الأساليب الإحصائية اللابارامتريّة للبيانات في مستوى القياس الرتبي ومستوى القياس الإسمي.

#### 4- مصطلحات إحصائية:

أ. **المجتمع الإحصائي Population:** هو جميع العناصر موضع الدراسة، سواء كانت هذه العناصر أفراداً أو أشياء أو قياسات أو مشاهدات أو أحداثاً، والتي تشترك في صفة أو أكثر. ومجتمع الدراسة إما أن يكون محدود أو غير محدود.

ب. **العينة الإحصائية Sample:** هي جزء من المجتمع يتم اختيارها بطريقة علمية دقيقة تضمن تمثيل جميع صفات المجتمع تمثيلاً صادقاً.

ج. **المعلمة (البارامتر) Parameter:** هي عبارة عن قيمة تعبر عن بيانات المجتمع مثل المتوسط الحسابي للمجتمع  $\mu$  (ميو)، الانحراف البياني للمجتمع  $\sigma$  (سيكما).

د. **الإحصائية (المقياس) Statistic:** هي عبارة عن قيمة تعبر عن بيانات العينة مثل المتوسط الحسابي للعينة  $\bar{x}$ ، الانحراف البياني للعينة  $S$ .

هـ. **الوحدة الإحصائية:** هي العنصر أو الوحدة أو الجزء الذي تجرى عليه الدراسة الإحصائية أو المعاينة.

و. **البيانات Data:** هي مجموعة من القيم أو المشاهدات أو الملاحظات أو القياسات المأخوذة من الدراسة الإحصائية.

#### 5- أنواع العينات الإحصائية:

ويمكن تقسيم العينات وفقاً لأسلوب اختيارها إلى نوعين هما: العينات الاحتمالية (العشوائية) والعينات غير الاحتمالية (غير العشوائية).

##### **أولاً: العينات الاحتمالية Probability Samples:**

هي العينات التي يتم اختيار مفرداتها وفقاً لقانون الاحتمالات، بمعنى آخر هي التي يتم اختيار مفرداتها من مجتمع الدراسة بطريقة عشوائية، بهدف تجنب التحيز الناتج عن اختيار المفردات، ومن أهم أنواع العينات الاحتمالية، ما يلي:

##### **أ- العينة العشوائية البسيطة: Simple Random Sample**

هي عينة يتم اختيارها بإعطاء فرص متكافئة لكل عناصر المجتمع للظهور في العينة، ويفترض في المجتمع أن يكون متجانساً نسبياً، وأن اختيار أي عنصر لا يرتبط باختيار عنصر آخر، وتستخدم هذه العينة في حالة توفر قائمة بأفراد المجتمع.

##### **ب- العينة العشوائية المنتظمة Systematic Random Sample:**

ويطلق عليها اسم العينة ذات الفترات (المسافات) المتساوية، وتعرف بأنها العينة التي يتم اختيار مفرداتها بحيث تكون المسافة أو الفترة بين كل مفردة وسابقتها ثابتة لجميع مفردات العينة، ويحدد طول الفترة أو المسافة المنتظمة بين المفردات بقسمة حجم المجتمع على حجم العينة، وتستخدم هذه العينة في حالة توفر قائمة بأفراد المجتمع.

### ج-العينة العشوائية الطبقية Stratified Random Sample:

هي عينة يتم اختيار مفرداتها بتقسيم المجتمع محل الدراسة غير المتجانس إلى طبقات (مجتمعات صغيرة)، بحيث تكون مفردات كل طبقة متجانسة فيما بينها بالنسبة للظاهرة المدروسة، وتكون الطبقات مختلفة عن بعضها وغير متجانسة بالنسبة لهذه الظاهرة، ثم تؤخذ عينة ممثلة من كل طبقة بطريقة عشوائية بسيطة.

### د-العينة العشوائية العنقودية Cluster Random Sample:

ويطلق عليها اسم العينة العشوائية متعددة المراحل، وهي عينة يتم اختيارها بتقسيم مجتمع الدراسة غير المتجانس إلى مجموعة من العناقيد (المجتمعات الصغيرة)، ويتم اللجوء إليها عندما يكون حجم المجتمع كبيراً، أو واسع الانتشار جغرافياً، أو في حالة عدم توفر قوائم تشمل أسماء مفردات مجتمع الدراسة، وهذا النوع من العينات يشير إلى وجود أكثر من مرحلة في عملية الاختيار، فإذا تم اختيار عينة عشوائية من كل عنقود على مرحلتين تسمى ثنائية المراحل، وأما إذا كان اختيار العينة العشوائية من كل عنقود على أكثر من مرحلتين سميت متعددة المراحل.

### ثانياً: العينات غير الاحتمالية Non-Probability Samples:

هي التي يتم اختيار مفرداتها بطريقة غير عشوائية، ولا تخضع لقانون الاحتمالات، حيث يقوم الباحث باختيار مفردات العينة بالصورة التي تحقق الهدف من المعاينة، وأهم أنواع العينات غير الاحتمالية:

#### أ. العينة العمدية (القصدية) Purposive Sample:

وهي عينة يتم اختيار مفرداتها وفق وجهة نظر الباحث لاعتقاده أنها مناسبة لأهداف الدراسة، وقدرتها على الإفادة بمعلومات صادقة ومفيدة للدراسة بشكل مباشر.

#### ب. العينة الحصصية (النسبية) Quota Sample:

وهي عينة يتم اختيارها بتقسيم مجتمع الدراسة إلى فئات على أساس بعض المتغيرات، ثم يتم اختيار نسبة معينة (حصاة) من المفردات من كل فئة حسب حجمها في المجتمع بطريقة غير عشوائية. والملاحظ أن العينة الحصصية مشابهة للعينة العشوائية الطبقية، إلا أن الفرق الوحيد بينهما هو الاختيار العشوائي.

#### ج. عينة الصدفة (العرضية) Accidental Sample:

هي عينة يتم فيها اختيار عدد من الأفراد الذين يمكن العثور عليهم في مكان ما وفي فترة زمنية محددة بالصدفة، وقد يضطر الباحث لاختيار هذا النوع من العينات لسهولة الحصول عليه في وقت قصير بسبب ضيق الوقت، إلا أنه لا يمثل المجتمع الأصلي تمثيلاً صادقاً، خاصة إذا كان المجتمع الأصلي غير متجانس من حيث الخصائص.

د. عينة الكرة الثلجية Snowball Sample : في بعض الدراسات قد لا يكون واضحاً أمام الباحث من هم الأشخاص الذين يجب جمع المعلومات منهم فيلجأ إلى طريقة كرة الثلج، حيث تبدأ هذه الطريقة باختيار فرد معين، وبناء على استجابته يقرر الباحث من سيكون الشخص التالي الذي سيتم اختياره لاستكمال المعلومات وبالتالي يكون الفرد الأول هو ونقطة الانطلاق ويبدأ من بعده البحث حتى تكتمل العينة.

## 6- مستويات القياس:

- تعريف مستويات القياس: هي طرق استخدام الأرقام للدلالة على صفة معينة وفق قواعد موضوعية متعارف ومتفق عليها.

- علاقة مستويات القياس بالإحصاء: تحدد مستويات القياس المستخدمة في قياس متغير معين الأساليب الإحصائية الملائمة للتعامل مع الأرقام الناتجة من قياس هذا المتغير.

- تصنيف مستويات القياس: تصنف إلى أربعة مستويات هي كمايلي:

أولاً/ مستوى القياس الاسمي (التصنيفي) Nominal Scale : ويستخدم بهدف تصنيف الأفراد أو الأشياء أو الأحداث إلى فئات وفق الخاصية المدروسة أو المتغير المدروس، ويمكن تسميتها بأرقام، والتي ليس لها دلالة كمية. أمثلة: الجنس، التخصص، الجنسية، أرقام اللاعبين، أرقام الهواتف، أرقام السيارات.

ثانيا/ مستوى القياس الرتبي (الترتيبي) **Ordinal Scale** : ويستخدم بهدف تصنيف وترتيب الأفراد أو الأشياء أو الأحداث إلى فئات وفق الخاصية المدروسة أو المتغير المدروس، وتسميتها بأرقام، والتي ليس لها دلالة كمية، ويمكن المقارنة والمفاضلة بينهما، وأن الفروق بين الرتب ليست متساوية.

أمثلة: المستوى التعليمي (ابتدائي 1، متوسط 2، ثانوي 3، جامعي 4)، الرتبة العسكرية (جندي 1، عريف 2، رقيب 3، ...)، تقدير التحصيل الدراسي (ضعيف 4، متوسط 3، جيد 2، ممتاز 1).

ثالثا/ مستوى القياس الفئوي (الفترتي) **Interval Scale** : ويستخدم للتعبير عن الخاصية المدروسة أو المتغير المدروس بطريقة كمية، وأن الفروق (المسافة) بين الرتب متساوية، كما أن أخذ الخاصية المدروسة للقيمة صفر «0» لا يعني انعدامها، لأن الصفر افتراضي وليس حقيقي.

أمثلة: درجات التحصيل الدراسي (الطالب الذي يحصل على الدرجة «0» لا يعني انعدام التحصيل الدراسي لديه)، درجات الحرارة (درجة الحرارة «0» لا يعني انعدام الحرارة).

رابعا/ مستوى القياس النسبي **Ratio Scale** : ويستخدم للتعبير عن الخاصية المدروسة أو المتغير المدروس بطريقة كمية، وأن المسافة بين الرتب متساوية، كما أن أخذ الخاصية المدروسة للقيمة صفر «0» يعني انعدامها، لأن الصفر حقيقي (مطلق).

أمثلة: الوزن، الطول، العمر، عدد التلاميذ في القسم، عدد السيارات في الحضيرة.

## 7- أنواع المتغيرات الاحصائية:

أولا/ المتغيرات النوعية (الوصفية) **Qualitative Variables** : هي متغيرات لا تخضع للقياسات الكمية، ويصعب التعبير عنها بصورة رقمية، وقد تصنف إلى فئات حسب صفة معينة. ويمكن تقسيمها إلى مايلي:

أ- المتغيرات الاسمية **Nominal Variables** : وتقاس بالمستوى الإسمي، وهي بيانات غير كمية، ويمكن تصنيفها إلى فئات ويرمز لها بأرقام. مثل: الحالة العائلية (أعزب 1، متزوج 2، مطلق 3، أرمل 4)، اللون، الجنسية، نوع السيارة، الزمرة الدموية، الجنس.

ب- المتغيرات الترتيبية **Ordinal Variables** : وتقاس بالمستوى الرتبي، وهي بيانات غير رقمية، ويمكن تصنيفها إلى فئات وترتيبها تصاعديا أو تنازليا، ويمكن المقارنة والمفاضلة بينها. يرمز لها بأرقام. مثل: المستوى الدراسي (أولى ثانوي، ثانية ثانوي، ثالثة ثانوي) - الشهادة العلمية (بكالوريا، ليسانس، ماجستير، دكتوراه).

ثانيا/ المتغيرات الكمية **Quantitative Variables** : هي متغيرات تخضع للقياس الكمي، ويمكن التعبير عنها بصورة رقمية تمثل القيمة الفعلية للخاصية المدروسة، ويمكن قياسها بمستويين للقياس هما المستوى الفترتي والمستوى النسبي. ويمكن تقسيمها إلى مايلي:

أ- المتغيرات المنقطعة **Discontinuous variables** : هي بيانات تأخذ قيما عددية صحيحة فقط، مثل عدد العمال في شركة، عدد الأشجار في بستان، عدد الحجرات في مؤسسة تربية.

ب- المتغيرات المتصلة (المستمرة) **Continuous variables** : هي بيانات تأخذ قيما عددية صحيحة أو كسرية، مثل درجات التحصيل الدراسي، الوزن، الطول، الراتب الشهري.

## 8- وسائل (أدوات) جمع البيانات:

أولا/ الملاحظة **Observation** : تعني الانتباه المقصود والموجه نحو سلوك فردي أو جماعي معين بقصد متابعته ورصد تغيراته ليتمكن الباحث بذلك من وصف السلوك وتحليله وتقويمه.

ثانيا/ الاستبيان **Questionnaire** : أداة لجمع المعلومات المتعلقة بموضوع البحث عن طريق استمارة معينة تحتوي عددا من الأسئلة مرتبة بأسلوب منطقي مناسب يجري توزيعها على أشخاص معينين لتعبئتها.

ثالثا/ المقابلة **Interview** : محادثة موجهة بين الباحث وشخص أو أشخاص آخرين بهدف الوصول إلى حقيقة أو موقف معين يسعى الباحث للتعرف عليه من أجل تحقيق أهداف الدراسة.

رابعا/ الاختبارات **Tests** : الاختبار مجموعة من المثيرات التي تقدم للفرد لاستثارة استجابات تكون أساسا لإعطاء الفرد درجة رقمية قائمة على عينة ممثلة لسلوك الفرد، وتعتبر مؤشرا للقدر الذي يمتلكه الفرد من الخاصية التي يقيسها الاختبار.

خامسا/ المقاييس **Scales** : المقياس هو أداة تقيس المتغيرات النوعية غير الكمية كالخصائص والصفات الداخلية عند الأفراد والتي لا يمكن قياسها بشكل مباشر، إنما قياس آثارها الظاهرة على سلوك الأفراد.

## المحاضرة الثانية

### مقاييس النزعة المركزية

النزعة المركزية هي ميل معظم القيم المختلفة للتجمع حول قيمة واحدة مركزية تسمى القيمة المتوسطة، وتسمى مقاييس النزعة المركزية بالمتوسطات، ومن مقاييس النزعة المركزية: المتوسط الحسابي، المنوال، الوسيط، المتوسط الهندسي، المتوسط التوافقي، الربيعيات، المئينيات، ... وفيما يلي عرض لأهم هذه المقاييس.

#### 1-المتوسط الحسابي ( $\bar{x}$ ):

يعتبر المتوسط الحسابي من أفضل مقاييس النزعة المركزية وأكثرها استخداما في التحليل الإحصائي وذلك لما يتمتع به من خصائص وصفات إحصائية جيدة.

**تعريفه:** المتوسط الحسابي لمجموعة من القيم للمتغير ( $x$ ) هو مجموع قيم المتغير ( $x$ ) مقسوما على عددها (حجم العينة)، ويرمز له بالرمز ( $\bar{x}$ ).

**أ-حساب المتوسط الحسابي للبيانات غير المبوبة (المفردة):**

**مثال:** أوجد المتوسط الحسابي للدرجات سبعة تلاميذ في مادة الإحصاء:

$$x : 50 , 55 , 35 , 45 , 40 , 30 , 25$$

**الحل:**

نستخدم القانون التالي:

$$\bar{x} = \frac{\sum x}{n}$$

حيث:

$\sum x$ : مجموع قيم المتغير ( $x$ )

$n$ : عدد قيم المتغير ( $x$ ) (حجم العينة)

$$\bar{x} = \frac{50+55+35+45+40+30+25}{7} = \frac{280}{7} = 40$$

**ب-حساب المتوسط الحسابي للبيانات المبوبة (بيانات مفردة بتكرارات):**

**مثال:** أوجد المتوسط الحسابي للبيانات الموضحة في الجدول التكراري التالي:

القيم ( $x$ )	1	2	3	4	5
التكرارات ( $f$ )	12	6	7	3	2

**الحل:**

- لإيجاد المتوسط الحسابي نستخدم القانون التالي:

$$\bar{x} = \frac{\sum f \cdot x}{\sum f}$$

حيث:

$\sum f \cdot x$ : مجموع حاصل ضرب القيم ( $x$ ) في تكراراتها ( $f$ ).

$\sum f$ : مجموع التكرارات (حجم العينة).

- لحساب المتوسط الحسابي نستخدم الجدول التالي:

القيم (x)	التكرارات (f)	$x \cdot f$
1	12	12
2	6	12
3	7	21
4	3	12
5	2	10
$\Sigma$	30	67

$$\bar{x} = \frac{\Sigma f \cdot x}{\Sigma f} = \frac{67}{30} = 2,23$$

ج- حساب المتوسط الحسابي للبيانات المبوبة (فئات):

مثال: أوجد المتوسط الحسابي لفئات المتغير (x) الموضحة في الجدول التالي.

الفئات (x)	20-30	30-40	40-50	50-60	60-70	70-80	80-90
التكرارات (f)	10	12	13	16	10	4	5

الحل:

- لإيجاد المتوسط الحسابي نستخدم القانون التالي:

$$\bar{x} = \frac{\Sigma f \cdot x_c}{\Sigma f}$$

حيث:

$\Sigma f \cdot x_c$ : مجموع حاصل ضرب مراكز الفئات ( $x_c$ ) في تكراراتها ( $f$ ).  
 $\Sigma f$ : مجموع التكرارات (حجم العينة).

- لحساب المتوسط الحسابي نستخدم القانون التالي:

مركز الفئة ( $x_c$ ) = الحد الأدنى للفئة + الحد الأقصى للفئة / 2

الفئات (x)	التكرارات (f)	مراكز الفئات ( $x_c$ )	$f \cdot x_c$
20 - 30	10	25	250
30 - 40	12	35	420
40 - 50	13	45	585
50 - 60	16	55	880
60 - 70	10	65	650
70 - 80	4	75	300
80 - 90	5	85	425
$\Sigma$	70	/	3510

$$\bar{x} = \frac{\Sigma f \cdot x_c}{\Sigma f} = \frac{3510}{70} = 50,14$$

2- الوسيط (Med):

تعريفه: هي القيمة التي تقسم البيانات بعد ترتيبها تصاعدياً أو تنازلياً إلى قسمين متساويين، بحيث يكون عدد القيم الأقل منها مساوياً لعدد القيم الأكبر منها، ويرمز له بالرمز (Med).

أ- حساب الوسيط للبيانات غير المبوبة (المفردة):

- لإيجاد الوسيط نتبع الخطوات التالية:
- ترتيب قيم المتغير ( $x$ ) ترتيبا تصاعديا أو تنازليا
- إذا كان حجم العينة ( $n$ ) فردي فالوسيط هو قيمة المتغير ( $x$ ) التي ترتيبها  $\frac{n+1}{2}$  أي

$$Med = x_{\left(\frac{n+1}{2}\right)}$$

- إذا كان حجم العينة ( $n$ ) زوجي فالوسيط هو متوسط قيمتي المتغير ( $x$ ) اللتين ترتيبها  $\frac{n}{2}$  و  $\frac{n}{2} + 1$  أي

$$Med = \frac{x_{(n/2)} + x_{(n/2)+1}}{2}$$

**مثال 1:** أوجد الوسيط للبيانات التالية:  $x : 3, 5, 4, 3, 8, 10, 16, 8, 13$

**الحل:**

- ترتيب قيم المتغير ( $x$ ) ترتيبا تصاعديا:  $x : 3, 3, 4, 5, 8, 8, 10, 13, 16$
- بما أن حجم العينة فردي ( $n = 9$ ) فالوسيط هو قيمة المتغير ( $x$ ) التي ترتيبها  $\frac{n+1}{2}$  ومنه

$$Med = x_{\left(\frac{n+1}{2}\right)} = x_{\left(\frac{9+1}{2}\right)} = x_5 = 8$$

**مثال 2:** أوجد الوسيط للبيانات التالية:  $x : 90, 50, 80, 100, 70, 60$

**الحل:**

- ترتيب قيم المتغير ( $x$ ) ترتيبا تصاعديا:  $x : 50, 60, 70, 80, 90, 100$
- بما أن حجم العينة زوجي ( $n = 6$ ) فالوسيط هو متوسط قيمتي المتغير ( $x$ ) اللتين ترتيبها  $\frac{n}{2}$  و  $\frac{n}{2} + 1$  ومنه

$$Med = \frac{x_{(n/2)} + x_{(n/2)+1}}{2} = \frac{x_{(6/2)} + x_{(6/2)+1}}{2} = \frac{x_{(3)} + x_{(4)}}{2} = \frac{70 + 80}{2} = 75$$

**ب- حساب الوسيط للبيانات المبوبة:**

- لحساب الوسيط في حالة الفئات نتبع الخطوات التالية:

$$c_1 = \frac{\sum f}{2} \quad 1. \text{ نحدد ترتيب الوسيط والذي يحسب من العلاقة:}$$

2. نكوّن الجدول التكراري المتجمع الصاعد.

3. نحدد الفئة الوسيطة بالبحث عن الفئتين اللتين تقع قيمة ترتيب الوسيط  $c_1$  بين تكراريهما المتجمع الصاعد، ثم نختار الفئة ذات أكبر تكرار متجمع صاعد (ت م ص).

4. نستخدم لحساب الوسيط العلاقة التالية:

حيث:

$$Med = L + \frac{c_1 - c_2}{c_3} \times h$$



**L:** الحد الأدنى للفئة الوسيطة

**C<sub>1</sub>:** ترتيب الوسيط

**C<sub>2</sub>:** ت م ص السابق للفئة الوسيطة

**C<sub>3</sub>:** التكرار الأصلي للفئة الوسيطة

**h:** طول الفئة

**مثال:** أوجد الوسيط للبيانات المبوبة للمتغير (x) التالية:

الفئات (C)	20 - 10	30 - 20	40 - 30	50 - 40	60 - 50	70 - 60	80 - 70
التكرارات (f)	3	6	10	15	8	5	3

**الحل:**

$$C_1 = \frac{\sum f}{2} = \frac{50}{2} = 25$$

- نحدد ترتيب الوسيط C<sub>1</sub>:  
- تكوين الجدول التكراري المتجمع الصاعد.

- نحدد الفئة الوسيطة:

ترتيب الوسيط C<sub>1</sub> هو 25 يقع بين ت م ص 19 و ت م ص 34 ومنه فالفئة الوسيطة هي التي لها أكبر ت م ص أي الفئة 40- 50

الفئات (C)	التكرارات (f)	التكرار م ص ↑ (F)
10 - 20	3	3
20 - 30	6	9
30 - 40	10	19
<b>40 - 50</b>	<b>15</b>	<b>34</b>
50 - 60	8	42
60 - 70	5	47
70 - 80	3	50
المجموع	<b>50</b>	/

- حساب قيمة الوسيط من العلاقة التالية:

$$Med = L + \frac{C_1 - C_2}{C_3} \times h$$

$$Med = 40 + \frac{25 - 19}{15} \times 10 = 44$$

### **3- المنوال (Mod):**

**تعريفه:** المنوال لمجموعة من القيم للمتغير (x) هو القيمة الأكثر تكرارا أو شيوعا من بين القيم المختلفة للمتغير (x)، ويرمز له بالرمز (Mod).

**ملاحظة:** قد يكون لمجموعة من البيانات منوال واحد أو أكثر وتسمى بيانات متعددة المنوال، وقد لا يكون لها أي منوال وتسمى عديمة المنوال، كما يستخدم في حالة البيانات الكمية والبيانات النوعية (الوصفية).

**أ- إيجاد المنوال للبيانات النوعية (الوصفية):**

**مثال:** أوجد المنوال للبيانات النوعية الموضحة في الجدول التالي.

اللون (x)	الأحمر	الأزرق	الأسود	الوردي	البنفسجي
التكرارات (f)	4	4	6	<u>8</u>	3

**الحل:**

المنوال لهذه البيانات هو اللون الوردي لأنه هو الأكثر تكرارا.

ب- حساب المنوال للبيانات غير المبوبة (المفردة):

مثال: أوجد المنوال للبيانات التالية:

$$x_1: \underline{6}, 10, \underline{6}, 4, 9, \underline{6}, 10$$

$$x_2: 7, \underline{4}, \underline{8}, 9, 6, \underline{4}, 10, \underline{8}$$

$$x_3: 10, 9, 4, 8, 6, 5, 3$$

الحل:

- بيانات المتغير ( $x_1$ ) لها منوال واحد هو القيمة 6 أي أن:  $Mod = 6$

- بيانات المتغير ( $x_2$ ) لها منوالان هما القيمتان 4 و 8 أي أن:  $Mod1 = 4$  و  $Mod2 = 8$

- بيانات المتغير ( $x_3$ ) ليس لها منوال.

ج- حساب المنوال للبيانات المبوبة:

- لحساب المنوال في حالة الفئات نتبع الخطوات التالية:

1. نحدد الفئة المنوالية وهي الفئة ذات أكبر تكرار.

2. نستخدم العلاقة التالية:

$$Mod = L + \frac{\Delta_1}{\Delta_1 + \Delta_2} \times h$$

حيث:

$L$ : الحد الأدنى للفئة المنوالية

$\Delta_1$ : الفرق بين تكرار الفئة المنوالية والتكرار السابق له

$\Delta_2$ : الفرق بين تكرار الفئة المنوالية والتكرار اللاحق له

$h$ : طول الفئة

مثال: أوجد المنوال للبيانات المبوبة للمتغير ( $x$ ) التالية:

الفئات ( $x$ )	20-30	30-40	40-50	50-60	60-70	70-80	80-90
التكرارات ( $f$ )	10	12	13	17	11	4	5

الحل:

- تكوين الجدول التكراري.

- نحدد الفئة المنوالية والتي تقابل أكبر تكرار وهو 17 ومنه فالفئة المنوالية هي 50- 60.

- حساب المنوال:

الفئات (x)	التكرارات (f)
20 – 30	10
30 – 40	12
40 – 50	13
<b>50 – 60</b>	<b>17</b>
60 – 70	11
70 – 80	4
80 – 90	5
$\Sigma$	72

$$Mod = L + \frac{\Delta_1}{\Delta_1 + \Delta_2} \times h$$

$$Mod = 50 + \frac{17 - 13}{(17 - 13) + (17 - 11)} \times 10$$

$$Mod = 50 + \frac{4}{4 + 6} \times 10 = 54$$

#### 4- العلاقة بين المتوسط الحسابي والوسط والمنوال:

توصل العالم بيرسون أنه في حالة التوزيعات الملتوية التواء بسيطاً إلى وجود علاقة بين المقاييس الثلاثة للنزعة المركزية كمايلي:

مثال: إذا كان المتوسط الحسابي يساوي 30 والوسيط يساوي 28 أوجد المنوال.

الحل:

- نطبق العلاقة التالية:

$$\bar{x} - Mod = 3(\bar{x} - Med)$$

- ومنه

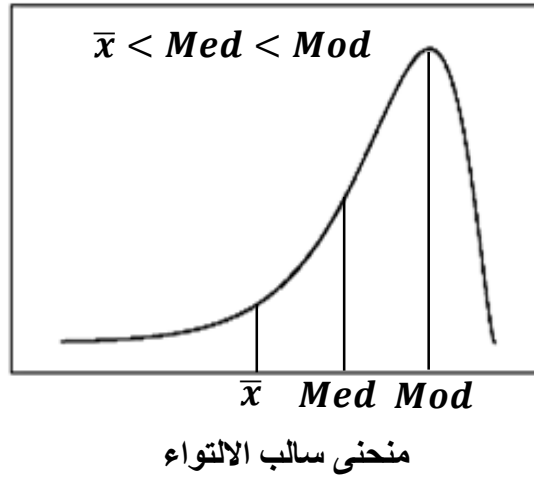
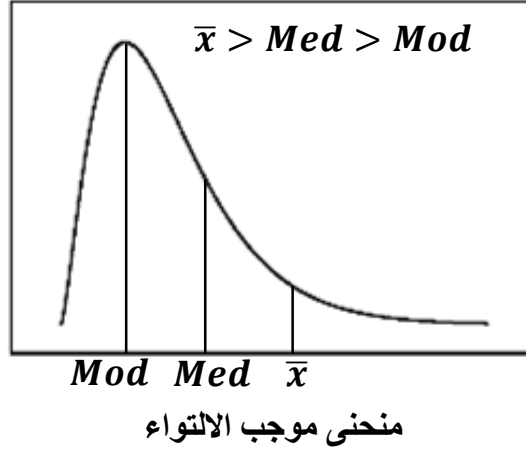
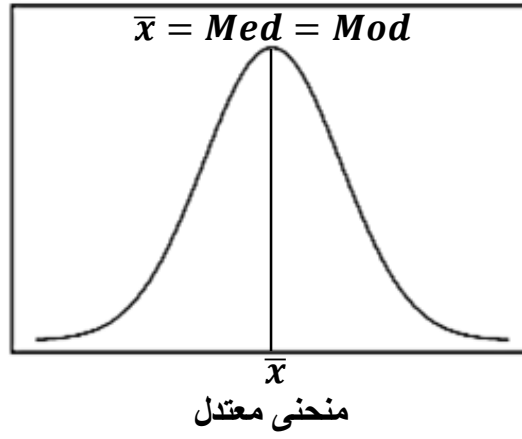
$$Mod = \bar{x} - 3(\bar{x} - Med) = 3Med - 2\bar{x}$$

- بالتعويض

$$Mod = 3 \times 28 - 2 \times 30 = 24$$

يمكن استخدام المقاييس الثلاثة للنزعة المركزية في وصف المنحنى التكراري والذي يعبر عن شكل توزيع البيانات كمايلي:

- يكون المنحنى معتدل (متماثل) إذا كان: المتوسط = الوسيط = المنوال
- يكون المنحنى موجب الالتواء (ملتوي جهة اليمين) إذا كان: المتوسط < الوسيط < المنوال
- يكون المنحنى سالب الالتواء (ملتوي جهة اليسار) إذا كان: المتوسط > الوسيط > المنوال



**مثال:** إذا كان المتوسط الحسابي يساوي 30 والوسيط يساوي 28 والمنوال يساوي 24. ما شكل المنحنى التكراري؟

**الحل:**

لدينا:

$$\begin{aligned}\bar{x} &= 30 \\ Med &= 28 \\ Mod &= 24\end{aligned}$$

نلاحظ أن: المتوسط < الوسيط < المنوال

ومنه فشكل المنحنى التكراري موجب الالتواء (ملتوي جهة اليمين).

## المحاضرة الثالثة

### مقاييس التشتت

التشتت هو مدى تقارب أو تباعد البيانات عن بعضها البعض، أي عن متوسطها الحسابي، فكلما كانت قريبة من متوسطها الحسابي، كانت البيانات متجانسة، وكلما كانت بعيدة عن متوسطها الحسابي؛ كانت البيانات مشتتة. ومن أهم مقاييس التشتت: المدى، الانحراف المعياري، التباين، الانحراف المتوسط، الانحراف الربيعي، وفيما يلي عرض لأهم هذه المقاييس.

#### 1-المدى (R):

تعريفه: هو الفرق بين أكبر قيمة وأصغر قيمة في مجموعة البيانات، ويرمز له بالرمز (R).

أ-حساب المدى للبيانات غير المبوبة (المفردة):

مثال: أوجد المدى للبيانات التالية: 25 , 30 , 40 , 45 , 55 , 50 :  $x$

#### الحل:

نستخدم العلاقة التالية:

$$R = x_{max} - x_{min}$$

بحيث:

$x_{max}$  : أقصى قيمة للمتغير  $x$

$x_{min}$  : أدنى قيمة للمتغير  $x$

بالتعويض

$$R = x_{max} - x_{min} = 55 - 25 = 30$$

ب-حساب المدى للبيانات المبوبة:

مثال: أوجد المدى للبيانات المبوبة التالية:

الفئات (C)	55-60	60-65	65-70	70-75	75-80	80-85	85-90
التكرارات (f)	10	12	13	16	10	4	5

الحل:

نستخدم العلاقة التالية:

الحد الأدنى للفئة الأولى - الحد الأعلى للفئة الأخيرة = المدى (R)

بالتعويض في العلاقة:

$$R = 90 - 55 = 35$$

#### 2-التباين ( $S_x^2$ ):

تعريفه: هو متوسط مربعات انحرافات (فروق) القيم عن متوسطها الحسابي، ويرمز له بالرمز ( $S_x^2$ ).

- لحساب التباين نستخدم القانون التالي:

$$S_x^2 = \frac{\sum x^2}{n} - \bar{x}^2$$

حيث:

$\sum x^2$ : مجموع مربعات قيم المتغير  $x$

$\bar{x}$ : المتوسط الحسابي للمتغير  $x$

$n$ : حجم العينة

ملاحظة: بما أن التباين يساوي مربع الانحراف المعياري فإننا نركز على الانحراف المعياري.

$$(\text{المعياري الانحراف})^2 = \text{التباين}$$

### الانحراف المعياري ( $S_x$ ):

يعتبر المتوسط الحسابي من أفضل مقاييس النزعة المركزية أكثرها استخداما في التحليل الإحصائي، وذلك لما يتمتع به من خصائص وصفات إحصائية جيدة.

تعريفه: هو الجذر التربيعي لمتوسط مربعات انحرافات (فروق) القيم عن متوسطها الحسابي، ويرمز له بالرمز  $(S_x)$ .

أ- حساب الانحراف المعياري للبيانات غير المبوبة (المفردة):

- نستخدم القانون التالي:

$$S_x = \sqrt{\frac{\sum x^2}{n} - \bar{x}^2}$$

حيث:

$\sum x^2$ : مجموع مربعات قيم المتغير  $x$

$n$ : حجم العينة أو عدد قيم المتغير  $x$

$\bar{x}$ : المتوسط الحسابي للمتغير  $x$

مثال: أوجد الانحراف المعياري للبيانات التالية: 2, 3, 4, 5, 3, 6,  $x$

الحل:

$$\text{حساب } \frac{\sum x^2}{n}$$

$$\frac{\sum x^2}{n} = \frac{6^2 + 3^2 + 5^2 + 4^2 + 3^2 + 2^2}{6} = \frac{99}{6} = 16,5$$

- حساب  $\bar{x}$ :

$$\bar{x} = \frac{\sum x}{n} = \frac{6 + 3 + 5 + 4 + 3 + 2}{6} = 3,83$$

- حساب  $S_x$ :

$$S_x = \sqrt{\frac{\sum x^2}{n} - \bar{x}^2} = \sqrt{16,5 - 3,83^2} = 1,35$$

ب- حساب الانحراف المعياري للبيانات المبوبة (الفئات):

نستخدم القانون التالي:

$$S_x = \sqrt{\frac{\sum f x_c^2}{n} - \bar{x}^2}$$

حيث:

$\sum f x_c^2$ : مجموع حاصل ضرب مربعات مراكز الفئات للمتغير ( $x$ ) في تكراراتها.

$n$ : حجم العينة (مجموع التكرارات).

مثال: أوجد الانحراف المعياري للبيانات المبوبة التالية:

الفئات (C)	55-60	60-65	65-70	70-75	75-80	80-85	85-90
التكرارات (f)	10	12	13	16	10	4	5

الحل:

- نستخدم الجدول التالي:

فئات (C)	التكرارات (f)	مركز الفئة ( $x_c$ )	$f \cdot x_c$	$x_c^2$	$f \cdot x_c^2$
55 - 60	10	57,5	575	3306,25	33062,50
60 - 65	12	62,5	750	3906,25	46875,00
65 - 70	13	67,5	877,5	4556,25	59231,25
70 - 75	16	72,5	1160	5256,25	84100,00
75 - 80	10	77,5	775	6006,25	60062,50
80 - 85	4	82,5	330	6806,25	27225,00
85 - 90	5	87,5	437,5	7656,25	38281,25
المجموع	70	/	4905	/	348837,50

- حساب  $\bar{x}$ :

$$\bar{x} = \frac{\sum f \cdot x_c}{\sum f} \bar{x} = \frac{4905}{70} = 70,07$$

- حساب  $S_x$ :

$$S_x = \sqrt{\frac{\sum f \cdot x_c^2}{n} - \bar{x}^2} = \sqrt{\frac{348837,50}{70} - 4909,80}$$

$$S_x = \sqrt{4983,39 - 4909,80} = 8,57$$

## تمارين الأعمال الموجهة:

ملاحظة: يجب إنجازها في ورقة مزدوجة وإحضارها عند العودة للدراسة في أول حصة.

### التمرين الأول:

فيما يلي التوزيع التكراري لعينة مكونة من 50 طالب حسب معدلهم في السداسي الأول.

معدل السداسي الأول	1.5 - 4.5	4.5 - 7.5	7.5 - 10.5	10.5 - 13.5	13.5 - 16.5	16.5 - 19.5
عدد الطلبة	3	8	12	15	10	2

استخدم بيانات الجدول أعلاه للإجابة على الأسئلة من 1-10.

- 1- طول الفئة هو: 1 (a) 2 (b) 3 (c) 5 (d)
- 2- الحد الأدنى للفئة الرابعة هو: 16.5 (a) 10.5 (b) 15 (c) 13.5 (d)
- 3- مركز الفئة الثانية قيمتها هي: 9 (a) 8 (b) 6 (c) 3 (d)
- 4- إذا كانت  $x$  هي مركز الفئة، و  $f$  هي تكرار الفئة فإن  $\sum fx$  قيمته تساوى: 399 (a) 225 (b) 50 (c) 681 (d)
- 5- المتوسط الحسابي قيمته تساوى: 8.33 (a) 13.5 (b) 7.98 (c) 6.81 (d)
- 6- الفئة التي تقع فيها قيمة الوسيط هي: 13.5 - 16.5 (a) 16.5 - 19.5 (b) 14 - 17 (c) 10.5 - 13.5 (d)
- 7- رتبة الوسيط هي: 50 (a) 10 (b) 25 (c) 1 (d)
- 8- الوسيط قيمته تساوى: 10.9 (a) 13.5 (b) 15 (c) 12.5 (d)
- 9- المنوال قيمته تساوى: 14 (a) 15 (b) 13.5 (c) 11.625 (d)
- 10- من الإجابات 5، 8، 9 يكون شكل التوزيع. (a) ملتوى جهة اليمين (b) متماثل (c) ملتوى جهة اليسار (d) غير محدد

### التمرين الثاني:

- 1- حدد مفاهيم المصطلحات التالية: المتوسط الحسابي، المنوال، الوسيط.
- 2- أكمل الجدول التالي بذكر مستويات القياس، والميزة الأساسية لكل منها، مع إعطاء مثال عنها.

مستويات القياس	الميزة الأساسية لكل مستوى	مثال عن كل مستوى



### التمرين الثالث:

بهدف معرفة مستوى التحصيل الدراسي في مقياس الإحصاء لدى طلبة علم النفس العمل في جامعة البويرة، قام باحث باختيار عينة عشوائية، وطبق عليهم اختبار في الإحصاء، وكانت درجاتهم كالتالي:

9	8	14	15	14	2	11	10	7	5
14	15	14	9	8	12	13	11	10	7
3	5	6	18	17	14	15	12	13	1
12	9	16	10	16	11	14	15	18	17

- 1- حدد مجتمع الدراسة، وحجم العينة المدروسة.
- 2- سمّ المتغير المدروس، وما طبيعته؟
- 3- ما مستوى قياسه؟
- 4- وزع هذه البيانات في جدول تكراري حسب الفئات مع العلم أن طول الفئة يساوي 3.
- 5- أحسب المتوسط الحسابي والوسيط والمنوال لهذه البيانات.
- 6- أحسب المدى والانحراف المعياري لهذه البيانات.